

Определение порядка поверхностей квазивращения графическим способом

Definition of surface order quasi-rotation by graphic method

Дворецков П.А.

МИРЭА - Российский технологический университет, г. Москва
e-mail: pashakomp64a32@gmail.com

Dvoretzky P.A.

MIREA - Russian Technological University, Moscow
e-mail: pashakomp64a32@gmail.com

Гетманская В.К.

МИРЭА - Российский технологический университет, г. Москва

Getmanskaya V.K.

MIREA - Russian Technological University, Moscow

Аннотация

В данной работе приведён анализ поверхностей, полученных квазивращением с целью определения их порядка. Исследуемые поверхности, а также их плоские сечения построены средствами компьютерного математического моделирования. Алгоритм, используемый для построения трёхмерных графиков, основан на математическом описании метода вращения точки вокруг кривой оси второго порядка. Для того чтобы установить порядок поверхности, был определён максимальный порядок её плоского сечения графическим способом. Результаты исследований позволили определить порядок, а также утвердить свойства целостности четырёхлистных поверхностей квазивращения. В процессе изучения полученных плоских сечений удалось обнаружить недочёты в работе используемого программного алгоритма.

Ключевые слова: вращение, квазивращение, формообразование, кривая ось, окружность, эллипс, циклида Дюпена, циклические поверхности, ось вращения, поверхность высокого порядка, кривая высокого порядка.

Abstract

In this paper presented analysis of surfaces obtained by quasi-rotation in order to determine their order. Investigated surfaces, as well as their flat sections were constructed by computer mathematical modeling. The algorithm used to construct three-dimensional diagrams is based on a mathematical description of the point rotation around a second-order axis curve. To establish order of the surface, the maximum order of its flat section was determined graphically. The research results made it possible to determine the order, as well as to approve the integrity properties of the four-layer quasi-rotation surfaces. In the process of studying the obtained flat sections, it was possible to detect flaws in the work of the used software algorithm.

Keywords: rotation, quasi-rotation, shaping, curve axis, circle, ellipse, Dupin cyclide, cyclic surface, rotation axis, high order surface, high order curve.

Введение.

Решения многих технических задач в современном мире упрощены при помощи компьютерных технологий. Физические, химические, геометрические и прочие модели, описанные задолго до появления вычислительной техники, заложены в основу программного обеспечения и используются нами для решения задач проектирования. Но иногда компьютерные расчёты позволяют опробовать новые модели, развивающие или дополняющие устоявшиеся теории, описывающие окружающий мир.

Ранее в статьях [1-5] описан метод вращения точки вокруг криволинейной оси второго порядка, который позже получил название – «квазивращение». В статье [1] приведено конструктивное описание метода в виде графических построений, а в статьях [2, 3, 4, 5] изложено его математическое описание. Метод позволил моделировать поверхности путём вращения образующей линии вокруг осей второго порядка. На основе математического описания построений, с использованием подходов к моделированию поверхностей [6, 7, 8, 9], был создан алгоритм в программе «Mathcad», который позволил создавать трёхмерные графики поверхностей квазивращения. Для расчёта массива точек, входящих в искомое множество, достаточно указать параметры эллиптической оси, образующей окружности и их взаимное положение в виде коэффициентов соответствующих уравнений. Для получения плоских сечений создаваемых поверхностей необходимо задать уравнение секущей плоскости.

Анализ моделей поверхностей квазивращения.

На рис. 1(а) изображены три проекции четырёхлистной поверхности квазивращения и соответствующее ей взаимное положение образующей окружности l и эллиптической оси i , рис. 1(б). Данные проекции являются отображением массива точек, удовлетворяющих закону формирования поверхности квазивращения.

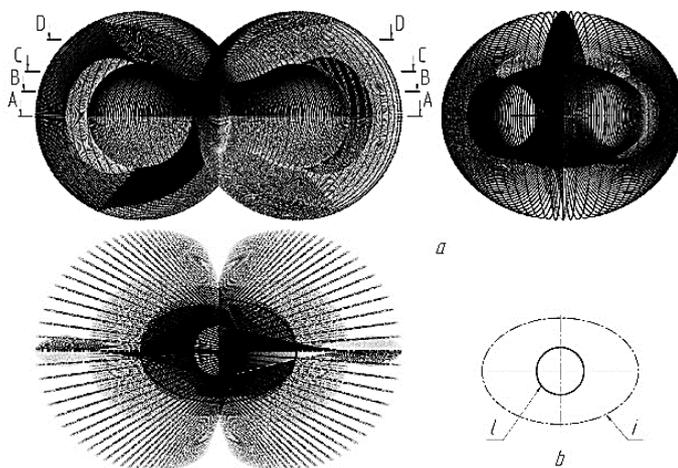


Рис. 1. а) три проекции поверхности квазивращения;
б) соответствующее взаимное положение образующей и оси.

Проекция всех четырёх листов исследуемой поверхности накладываются друг на друга, поэтому понять их форму по этим изображениям очень сложно. Однако, возможно заметить ряд свойств, таких как симметрия относительно трёх взаимно перпендикулярных плоскостей, взаимное пересечение листов, самопересечение отдельно взятых листов. Более конкретную информацию о структуре данной поверхности несут изображения её плоских сечений, которые показаны на рис. 2. Все плоскости показанных сечений параллельны друг другу.

Сечение А-А образовано плоскостью, в которой лежит ось i . Такое сечение будет закономерно называться осевым. Образующая окружность также принадлежит осевому сечению. Все четыре листа поверхности касаются друг друга по образующей окружности.

Выше А-А находится сечение В-В, которое отличается от А-А значительным усложнением в центре полученного изображения. Это усложнение обусловлено тем, что в плоскости В-В уже произошло расслоение поверхности на четыре составляющих части.

Задача заключается в определении порядка исследуемой поверхности. Для того чтобы определить порядок поверхности, достаточно определить порядок её плоского сечения. Порядок кривой равен максимальному количеству её точек, лежащих на одной прямой. То есть, для определения порядка кривой линии графическим способом, необходимо провести прямую так, чтобы она пересекла данную кривую как можно большее количество раз, а затем сосчитать количество таких пересечений.

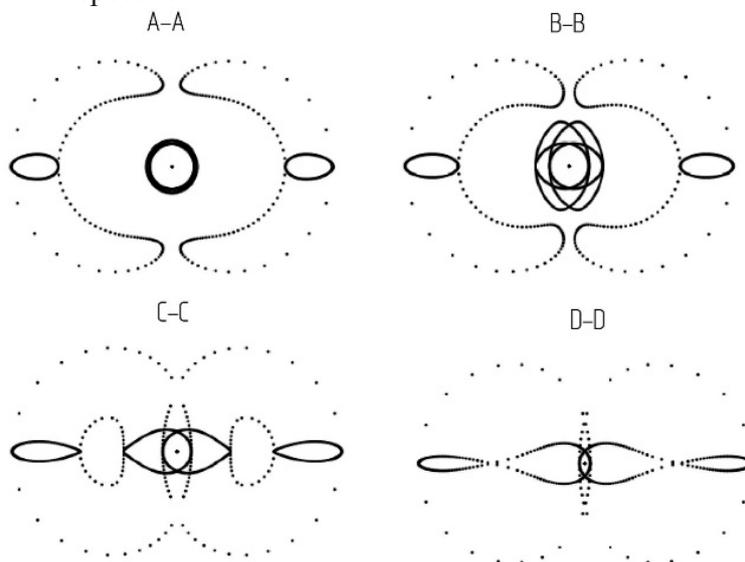


Рис. 2. Плоские сечения поверхности квазивращения, показанной на рис. 1.

На рис. 3 выполнены построения, позволяющие утверждать, что порядок исследуемой поверхности равен 16. Прямая p пересекает плоскую кривую в шестнадцати местах, обозначенных на рис. 3 числами по порядку.

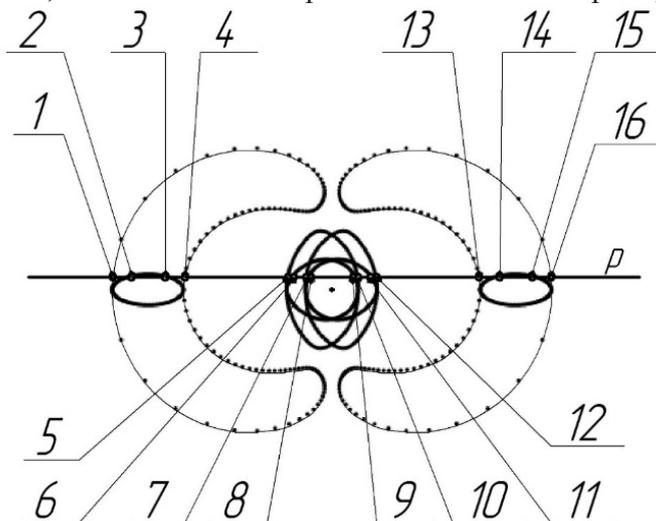


Рис. 3. Определение порядка кривой в сечении В-В поверхности, показанной на рис. 1.

Отметим, что рассмотренный случай является частным, так как центр образующей окружности l совпадает с центром эллиптической оси i . Следующий пример отличается от предыдущего тем, что диаметр образующей окружности совпадает по величине с межфокусным расстоянием эллипса i , рис. 4(б). Поверхность, заданная такой парой, изображена на рис.4 (а) в трёх проекциях.

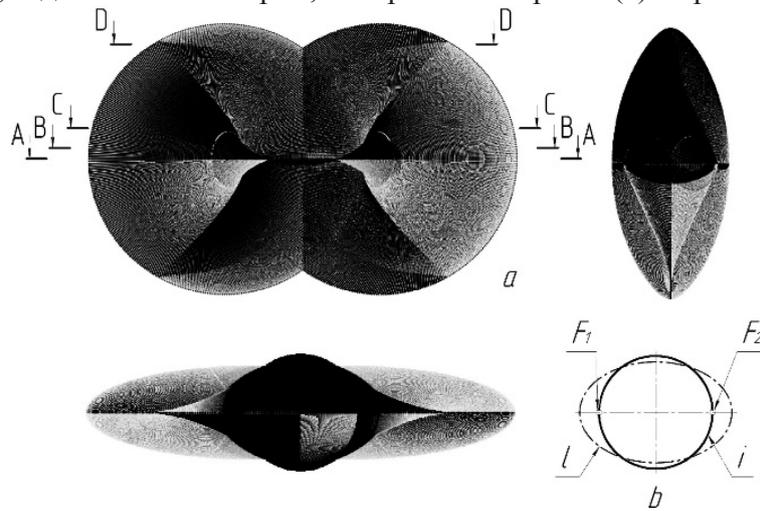


Рис. 4. а) три проекции поверхности квазивращения; б) соответствующее взаимное положение образующей и оси.

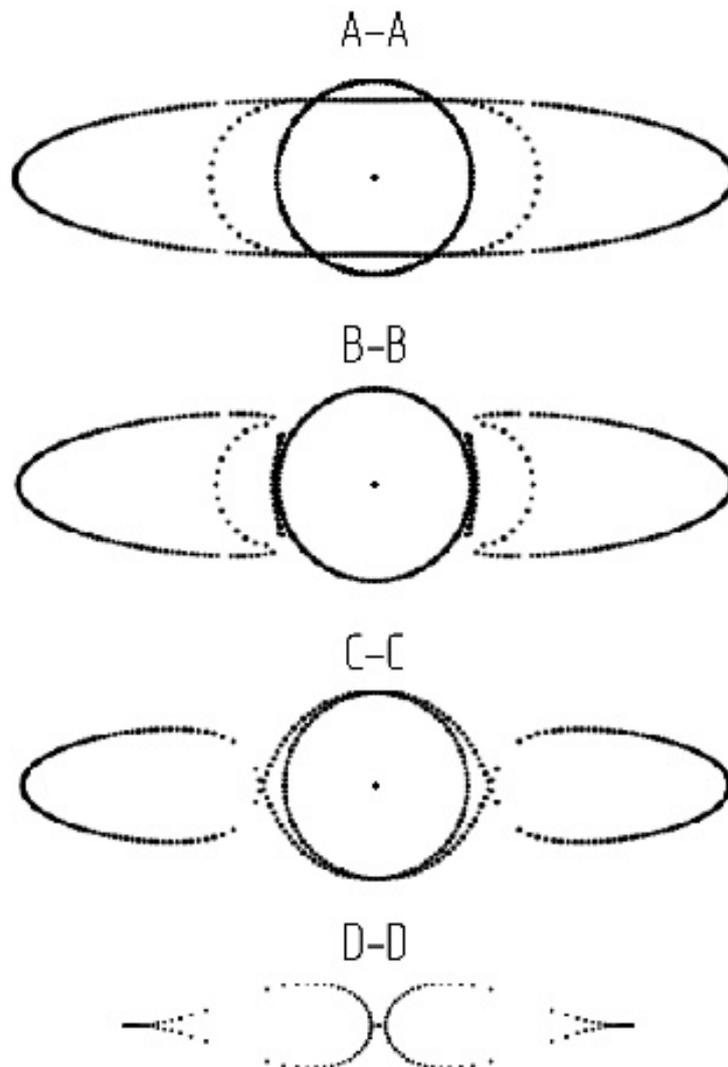


Рис. 5. Плоские сечения поверхности квазивращения, показанной на рис. 4.

Данная поверхность обладает теми же свойствами симметрии, самопересечения и самокасания, что и рассмотренная выше. Для более тщательного исследования её формы рассмотрим плоские сечения, показанные на рис. 5, полученные тем же способом что и в первом примере. Данные плоские кривые имеют более простую структуру по сравнению с линиями, показанными на рис. 2. Например, сечение D-D обеих поверхностей наиболее наглядно отличается количеством замкнутых контуров. В первом случае их четыре, во втором два. На рис. 6(a) изображены построения, позволяющие определить порядок кривой, полученной в сечении C-C, рис. 5. Кривая имеет восемь точек, лежащих на одной прямой. Из этого следует, что порядок поверхности, рис. 4, тоже равен восьми.

В данном случае, потерю двух листов поверхности, а также изменение её порядка вдвое невозможно объяснить аналитически. Следовательно, программный алгоритм построения поверхности дал сбой. Если обратить внимание на последовательность точек кривой, рис. 6(a), можно заметить пробелы в четырёх местах. Один из таких пробелов обведён в круг и обозначен буквой V на рис. 6(a).

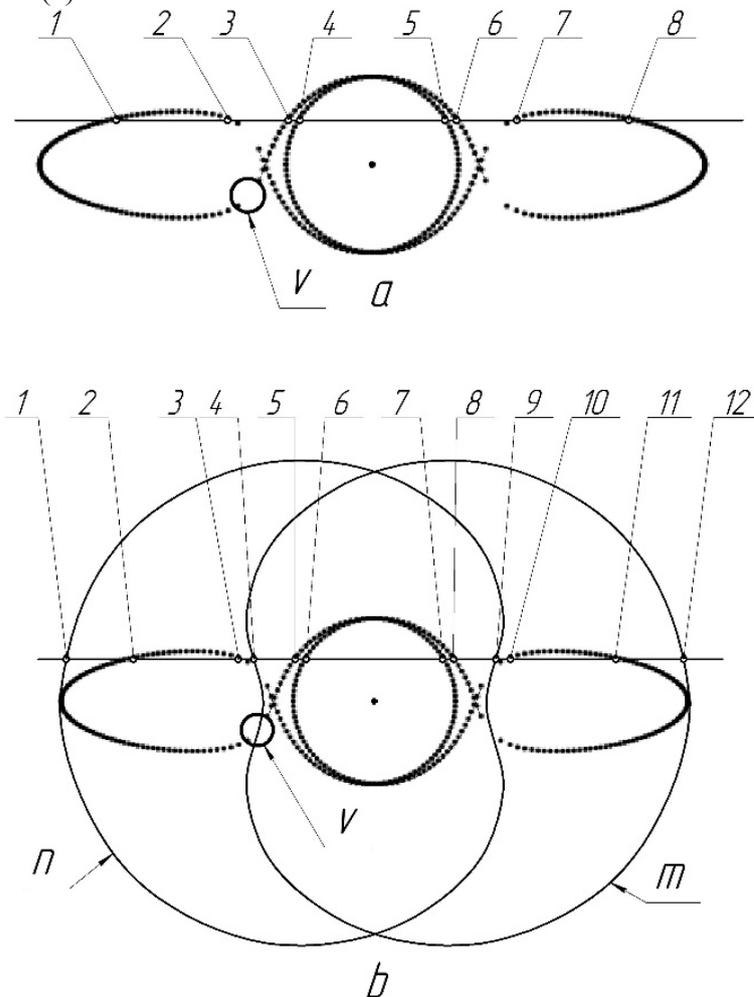


Рис. 6. а) определение порядка кривой: в сечении C-C, показанного на рис. 5;
 б) определение порядка кривой: в сечении C-C, показанного на рис. 5,
 дополненной сечением циклид Дюпена.

Также на рис. 7(a) осевое сечение поверхности имеет такие же пробелы в последовательности образующих его точек. Это наблюдение помогло предположить, что какие-то точки образующей l не создают окружностей в результате квазивращения. На рис. 7(б) изображены построения, доказывающие,

что точка образующей окружности l , совпадающая с фокусом F_1 , при повороте на 180° вокруг оси i , по одной из своих траекторий займет пробел, обозначенный буквой V на рис. 7.

Две точки образующей l совпадают с фокусами i . Каждая из них осуществляет квазивращение по бесконечному множеству траекторий во всех направлениях, так как конкретное направление не определено. Каждая из этих точек является самостоятельной образующей окружностью нулевого радиуса, которая в результате квазивращения вокруг эллиптической оси i , образует циклиду Дюпена. Очерки этих циклид h и d изображены на рис. 7(б).

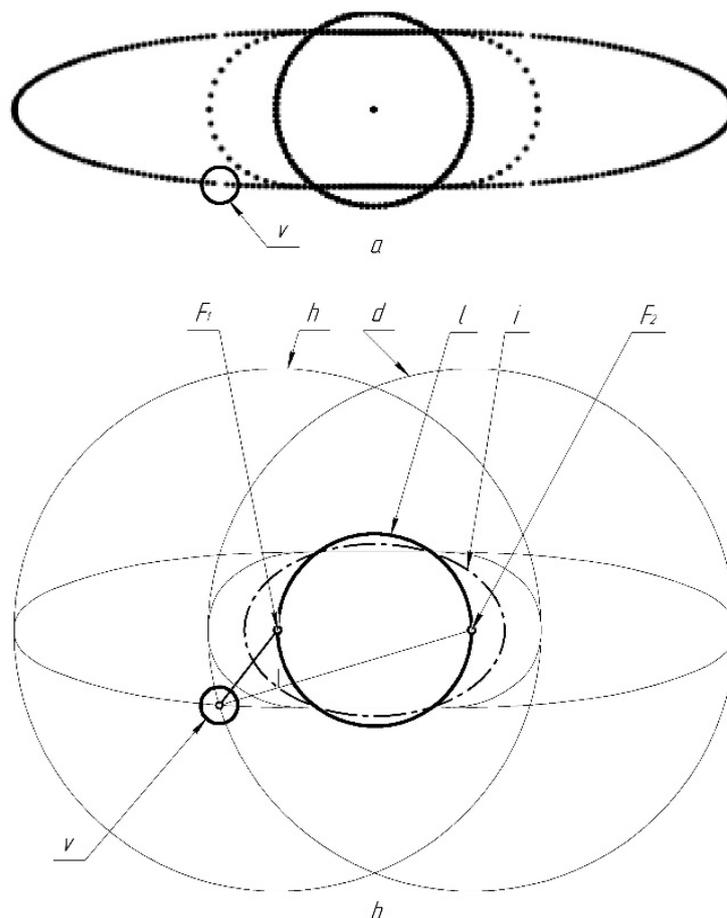


Рис. 7. а) осевое сечение поверхности, изображённой на рис. 4;
 б) осевое сечение поверхности, изображённой на рис. 4, дополненной двумя циклидами Дюпена.

На рис. 6(б) изображено сечение С-С, дополненное сечением циклид Дюпена, которые являются неотъемлемой частью четырёхлистной поверхности. На рис. 6(б) также определён порядок дополненного сечения поверхности. Максимальное количество точек данной кривой, лежащих на одной прямой, равно двенадцати. Ещё четыре пересечения образуются с мнимой составляющей данной кривой, которые на данном изображении не показаны. Сечение каждой из циклид плоскостью С-С имеют четвёртый порядок. Определение их порядка графическим способом показано на рис. 8.

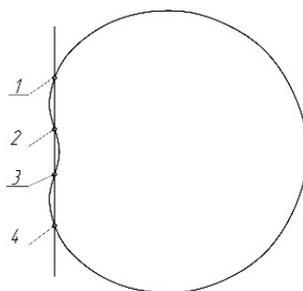


Рис. 8. Определение порядка сечения графическим способом

Выводы и заключение

В данной работе проанализированы плоские сечения поверхностей, которые были получены в результате квазивращения. По результатам анализа выявлены поверхности, порядок которых в два раза меньше предполагаемого. Графический способ хоть и не дает точного результата [10, 11, 12], однако дал представление о порядке исследуемой поверхности. По этим результатам были выявлены пробелы на плоских сечениях поверхностей, которые образуются в результате отсутствия двух циклид Дюпена, каждая из которых образуется после вращения точки, принадлежащей данному пробелу, данное заключение было сделано из геометрических свойств циклид Дюпена [13, 14, 15, 16]. По результатам проведенных исследований было произведено улучшение алгоритма в «Mathcad», была добавлена возможность построения недостающих циклид путем вращения точек, лежащих в фокусах (рис. 9).

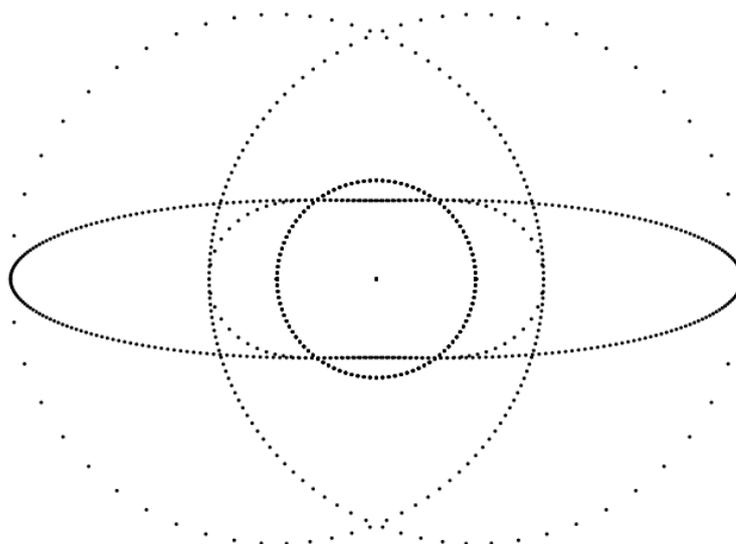


Рис. 9. Плоское сечение с алгоритмов, включающим построение циклид Дюпена

Анализ поверхностей, полученных квазивращением, позволит в будущем использовать сложные поверхности в архитектуре [17, 18], а также в прогнозировании параметров протекания каталитических процессов [19, 20].

Литература

1. Беглов И.А. Метод вращения геометрических объектов вокруг криволинейной оси / И.А. Беглов, В.В. Рустамян // Геометрия и графика.– 2017. – Т. 5. – №3. –С. 45-50. DOI: 10.12737/article_59bfa4eb-0bf488.99866490.
2. Беглов И.А. Математическое описание метода вращения точки вокруг криволинейной оси второго порядка / И.А. Беглов, В.В. Рустамян, И.В. Антонова

- // Геометрия и графика. – 2019. – Т. 6. – № 4. – С. 39–46.
DOI: 10.12737/article_5c21f6e832b4d2.25216268.
3. Антонова И.В. Математическое описание вращения точки вокруг эллиптической оси в некоторых частных случаях/И.В Антонова, И.А. Беглов, Е.В. Соломонова // Геометрия и графика. – 2019. – Т. 7. – №3. – С. 36–50.
DOI: 10.12737/article_5dce66dd9fb966.59423840.
 4. Беглов И.А. N-n-digitinter relations between the set swith in the R^2 plane generated by quasi-rotation of R^3 space // [Journal of Physics: Conference Series](#) -2020. Vol. 1546.
DOI:10.1088/1742-6596/1546/1/012033.
 5. Беглов И.А. Generation of the surfaces via quasi-rotation of higher order//[Journal of Physics: Conference Series](#)-2020. Vol. 1546.DOI:10.1088/1742-6596/1546/1/012032.
 6. Korotkiy V.A. Surface as an Object of Computer Geometric Modelling / V.A. Korotkiy, E.A. Usmanova, L.I. Khmarova // *Procedia Engineering*, Vol. 129, 2015, pp. 775-780.
 7. Волошинов Д.В. Конструктивное геометрическое моделирование. Теория, практика, автоматизация / Д.В. Волошинов. – Saarbrucken: LambertAcademicPublishing, 2010. – 355 с.
 8. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей. Математическое моделирование на основе нелинейных преобразований / Г.С. Иванов.– М.: Машиностроение, 1987. – 192 с.
 9. Волошинов, Д.В. Конструктивное геометрическое моделирование. Теория, практика, автоматизация / Д.В. Волошинов. – Saarbrucken: LambertAcademicPublishing, 2010. – 355 с.
 10. Вышнепольский В.И. Геометрические места точек, равноотстоящих от двух заданных геометрических фигур. Часть 1 / В.И. Вышнепольский, Н.А. Сальков, Е.В. Заварихина // Геометрия и графика.-2017. – Т. 5.– № 3. – С. 21–35. – DOI:10.12737/article_59bfa3beb72932.73328568
 11. Вышнепольский В.И. Геометрические места точек, равноотстоящих от двух заданных геометрических фигур. Часть 2 / В.И. Вышнепольский, О.Л. Даллакян, Е.В. Заварихина // Геометрия и графика. – 2017. – Т. 5.– № 4.– С. 15-23. – DOI:10.12737/article_5a17f9503d6f40.18070994
 12. Вышнепольский В.И. Геометрические места точек, равноотстоящих от двух заданных геометрических фигур. Часть 3 / В.И. Вышнепольский, Киршанов К.А, Егиазарян К.Т. // Геометрия и графика. – 2018. – Т. 6. – № 4. – С. 3-19. – DOI:10.12737/article_5c21f207bfd6e4.78537377
 13. Клейн Ф. Высшая геометрия / Ф. Клейн. – Москва: УРСС, 2004. – 400 с.
 14. Сальков Н.А. Способы задания циклиды Дюпена // Журнал Геометрия и графика. – 2017. – № 3. –С. 11–20.
 15. Сальков Н.А. Свойства циклид Дюпена и их применение Ч. 1 // Журнал Геометрия и графика. – 2015.– Т. 3. – № 1. – С. 16–25.
 16. Сальков Н.А. Свойства циклид Дюпена и их применение Ч. 2 // Журнал Геометрия и графика. – 2015. – Т. 3.– № 2. – С. 9–23.
 17. Сальков Н.А. Application of the Dupin cyclide in temple architecture. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1546 (2020). DOI:10.1088/1742-6596/1546/1/012042.
 18. Сальков Н.А. Геометрическое моделирование поверхностей земляных сооружений // Журнал технических исследований. – 2020.– Т. 1. – № 1. – С. 3–10.
 19. Скворцова Ю.М. Термокаталитическая переработка высоковязких нефтей // Тонкие химические технологии // *FineChemicalTechnologies*. – 2020. – Т. 15. – № 4.
 20. Нгуен В.Х., Филимонов А.С., Пешнев Б.В, Николаев А.И. Окисление дисперсных углеродных материалов // Тонкие химические технологии / *FineChemicalTechnologies*. – 2018. – Т. 13. – № 3.– С. 57–63.