

DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-6-29-39

**<sup>1,\*</sup>Гражданкин А.А., <sup>1</sup>Иванченко В.Т., <sup>2</sup>Письменский А.В.**<sup>1</sup>Кубанский государственный технологический университет<sup>2</sup>Кубанский государственный университет

\*E-mail: grazhdankin.aa@mail.ru

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ ЧЕРЕЗ ОГРАЖДАЮЩУЮ КОНСТРУКЦИЮ

**Аннотация.** В настоящее время основным направлением энергосбережения в массовом строительстве является энергоэффективность конструктивных и объемно-планировочных решений зданий и сооружений. Для оценки теплотехнических качеств ограждения необходимо знать не только величину сопротивления теплопередачи, но также температуры в любой плоскости ограждения при заданных значениях температур воздуха с одной и с другой стороны ограждения. Для понимания и описания процессов теплопередачи, а также определения распределения температуры внутри ограждающих конструкций Табуничиковым Ю.А. и Бродач М.М. была выведена математическая модель теплопередачи через ограждающую конструкцию. При рассмотрении одномерного переноса тепла перпендикулярно поверхности стены на внутренних границах между разнородными материалами ограждающей конструкции предполагается непрерывность функций температуры  $T(x)$  и теплового потока  $Q(x)$ . В статье приведено аналитическое и численное решение краевой задачи для стационарной теплопередачи через многослойную ограждающую конструкцию, а также сравнение полученного решения с действующей нормативной документацией. Было проведено экспериментальное исследование в лаборатории для сравнения теоретического, полученного в математической модели теплопередачи, приведенной в статье, и экспериментального распределения температур, которое показало большую сходимость результатов и подтвердило верность математической модели.

**Ключевые слова:** сопротивление теплопередаче, теплопроводность материала, тепловой поток, теплопередача, математическая модель теплопередачи, распределение температуры.

**1. Введение.** В современном мире главным направлением новых технологий – является стремление к уменьшению вредных выбросов в атмосферу и сокращение использования невозобновляемых энергетических ресурсов. Один из важнейших факторов, влияющих на объемы выбросов – это сжигание топлива для получения энергии на отопление и выработки электричества. В ответ на этот вызов появились энергосберегающие технологии, которые позволяют уменьшить затраты энергии на эксплуатацию зданий и сооружений. При использовании этих технологий затраты внешней энергии на поддержание комфортного микроклимата в помещении минимизируются, а при применении технологий «пассивного» домостроительства стремятся к нулю. Для определения минимальных затрат на отопление и кондиционирование здания необходимо точно знать сопротивление теплопередачи ограждающей конструкции, а также распределение температуры в ее толще.

### 2. Теоретическая часть

#### 2.1. Общая модель теплопередачи через ограждающие конструкции

В общем случае ограждающие конструкции являются *неоднородными* и могут содержать вентилируемые или замкнутые воздушные прослойки, а также *источники тепла*. Процесс передачи тепла, в общем случае, является *нестационарным*. При определении математической модели теплопередачи через ограждающую конструкцию будем считать:

- теплотехнические характеристики материалов слоев не зависят от влажности и температуры материала;

- влияние откосов оконного проема, стыков, наружных углов, теплопроводных включений на деформацию температурного поля ограждения корректируется с помощью введения эквивалентных теплотехнических показателей, так что температурное поле конструкции можно считать одномерным;

- теплопередача через конструкцию происходит за счет теплопроводности и фильтрации воздуха;

- имеют место потери (выделения) тепла, связанные с замерзанием (таянием) влаги в материале.

С учетом принятых допущений уравнение теплопроводности для конструкции можно записать в виде [3]:

$$\frac{\partial \tilde{H}}{\partial t} = \operatorname{div} \lambda \nabla T \pm c_R J_F \frac{\partial T}{\partial x} + Q_{sou}, \quad (1)$$

где

$$\tilde{H} = \int_0^T [c\rho + \delta(\xi - T^*)]_{mel} w \rho_w L] d\xi,$$

$T^*$  – температура фазового перехода вода–лед, °C;  $L$  – льдистость материала, доли единицы;  $w$  – весовая влажность материала, доли единицы;  $\rho_w$  – плотность воды, кг/м<sup>3</sup>;  $i_{mel}$  – удельная теплота фазового перехода, Дж/кг;  $\delta(\xi - T^*)$  – дельта-функция Дирака;  $J_F$  – расход воздуха через единицу поверхности ограждения, кг/(м<sup>2</sup>·ч);  $Q_{sou}$  – удельная мощность источников тепла в ограждении, Вт/м<sup>3</sup>;  $C_R$  – удельная теплоемкость воздуха, Дж/(кг·°C);  $c, \rho$  – соответственно удельная теплоемкость в Дж/(кг·°C) и плотность материалов слоев ограждения, кг/м<sup>3</sup>.

Граничное условие на внутренней поверхности ограждения включает количество тепла, передаваемого поверхностью теплопроводностью, количество тепла, воспринимаемого поверхностью в результате лучистого и конвективного теплообмена, источники тепла, обусловленные фазовыми переходами. Граничное условие на наружной поверхности ограждения включает количество тепла, передаваемое поверхностью теплопроводностью, количество тепла, воспринимаемое поверхностью в результате конвективного теплообмена с наружным воздухом, лучистого теплообмена с «окружением», а также источники тепла, обусловленные солнечной радиацией, поглощенной поверхностью, и фазовыми переходами на поверхности. Оба условия имеют достаточно громоздкое математическое выражение [3].

В большинстве случаев для расчета теплоизолирующих свойств ограждающих конструкций можно пренебречь льдистостью и воздухопроницаемостью материала, а также источниками тепла [1]. Вышеприведенная модель при этом существенно не теряет в адекватности, зато значительно упрощается, что немаловажно для инженерных расчетов. Нестационарный теплоперенос при этих допущениях описывается «классическим» уравнением теплопроводности [4], которое в отсутствии источников тепла имеет вид:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div} \lambda \nabla T. \quad (2)$$

Добавляя к этому уравнению граничные условия 1-го рода, с использованием формулы определения температуры на внутренней поверхности и аналогичной формулы для наружной поверхности стены [1], получим достаточно простую краевую задачу.

Для многослойных ограждающих конструкций так же необходимо учесть различные коэффициенты теплопроводности, удельной теплоемкости и плотности материалов различных слоев ограждающей конструкции.

### 3. Краевая задача для стационарной теплопередачи через трёхслойную ограждающую конструкцию

#### 3.1. Постановка задачи

Ограждающая конструкция представляет собой плоскую железобетонную стену толщиной  $H$ , содержащую внутри слой утеплителя (рис. 1). Воздух внутри помещения имеет известную температуру  $t_e$ , наружная температура воздуха –  $t_n$ . Прилегающие поверхности стены, соответственно, имеют температуры  $T_e$  и  $T_n$ , которые можно рассчитать, зная внутренние и наружные коэффициенты теплоотдачи. В качестве утеплителя выбран материал «пеноплекс».

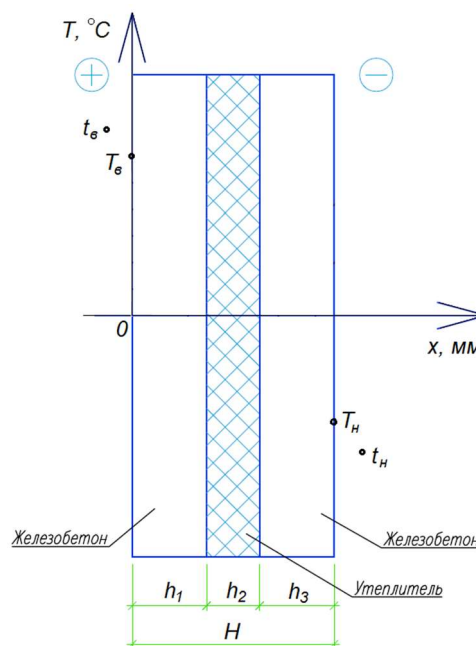


Рис. 1. Структура ограждающей конструкции

Требуется рассчитать распределение температуры внутри конструкции при следующих допущениях.

Оба материала предполагаются однородными. Толщина стены  $H$  намного меньше ее высоты и ширины, поэтому достаточно рассмотреть одномерный перенос тепла перпендикулярно поверхности стены. Процесс теплопередачи считается установившимся, то есть, рассматривается стационарная задача. Льдистость и воздухопроницаемость материала, а также источники тепла внутри строительных материалов пренебрежимо малы.

#### 3.2. Математическая модель

Математическая модель теплопереноса в вышеуказанных условиях представляет собой краевую задачу со стационарными уравнениями теплопроводности:

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda_0 \frac{dT}{dx} \right) = 0, \quad \frac{d}{dx} \left( \lambda_n \frac{dT}{dx} \right) = 0. \quad (3)$$

где  $\lambda_6$  и  $\lambda_n$  – коэффициенты теплопроводности бетона и утеплителя (пеноплекса), соответственно. Учитывая, что эти коэффициенты являются константами, имеем кусочно-линейное распределение температуры по оси  $x$ :

$$T(x) = \begin{cases} T_1(x) = a_1x + b_1, & \text{при } 0 \leq x < h_1, \\ T_2(x) = a_2x + b_2, & \text{при } h_1 \leq x < h_2, \\ T_3(x) = a_3x + b_3, & \text{при } h_2 \leq x \leq H. \end{cases} \quad (4)$$

Тогда тепловые потоки в рассматриваемых областях являются константами:

$$Q(x) = \begin{cases} Q_1(x) = -\lambda_6 \frac{dT_1}{dx} = -\lambda_6 a_1, & \text{при } 0 \leq x < h_1, \\ Q_2(x) = -\lambda_n \frac{dT_2}{dx} = -\lambda_n a_2, & \text{при } h_1 \leq x < h_2, \\ Q_3(x) = -\lambda_6 \frac{dT_3}{dx} = -\lambda_6 a_3, & \text{при } h_2 \leq x \leq H. \end{cases} \quad (5)$$

На внутренней поверхности стены согласно (7) имеем граничное условие Дирихле:

$$T(0) = T_1(0) = T_6 = t_6 - \frac{t_6 - t_n}{R_0 \alpha_6}. \quad (6)$$

Аналогично для наружной поверхности стены получим граничное условие

$$T(H) = T_3(H) = T_n = t_n + \frac{t_6 - t_n}{R_0 \alpha_n}. \quad (7)$$

На двух внутренних границах бетона и утеплителя предполагается непрерывность функций температуры  $T(x)$  и теплового потока  $Q(x)$ .

Требуется найти  $T(x)$  при  $0 \leq x \leq H$ , а именно – определить значения трех пар коэффициентов:  $a_1, b_1; a_2, b_2; a_3, b_3$ .

### 3.3. Аналитическое решение краевой задачи

Учитывая вид функции температуры (5), из граничных условий на внутренней и наружной поверхностях стены (6), (7), соответственно, имеем

$$b_1 = T_6, \quad (8)$$

$$a_3 H + b_3 = T_n. \quad (9)$$

Из непрерывности  $T(x)$  на внутренних границах следует

$$a_1 h_1 + b_1 = a_2 h_1 + b_2, \quad (10)$$

$$a_2 (h_1 + h_2) + b_2 = a_3 (h_1 + h_2) + b_3. \quad (11)$$

Условие непрерывности потоков  $Q(x)$  на внутренних границах позволяет получить два недостающих уравнения:

$$-\lambda_6 a_1 = -\lambda_n a_2, \quad (12)$$

$$-\lambda_n a_2 = -\lambda_6 a_3. \quad (13)$$

Уравнение (8) фактически представляет собой тождество, определяющее значение коэффициента  $b_1$ . Из уравнений (12) и (13) следует равенство  $a_1 = a_3$ , позволяющее коэффициент  $a_1$  также исключить из системы уравнений. В результате имеем невырожденную систему 4 линейных алгебраических уравнений с 4 неизвестными –  $a_2, b_2; a_3, b_3$ . Решая эту систему относительно параметров задачи (автор использовал метод Гаусса), окончательно получаем расчетные формулы для определения коэффициентов, представленные в таблице 1.

Таблица 1

Расчетные формулы коэффициентов функции температуры

| Коэффициент $a_i$ | Формула   | Коэффициент $b_i$ | Формула   |
|-------------------|---|-------------------|---|
| $a_1$             | $\frac{\lambda_n (T_n - T_6)}{(\lambda_6 - \lambda_n) h_2 + \lambda_n H}$ | $b_1$             | $T_6$   |
| $a_2$             | $\frac{\lambda_6 (T_n - T_6)}{(\lambda_6 - \lambda_n) h_2 + \lambda_n H}$ | $b_2$             | $T_6 - \frac{(\lambda_6 - \lambda_n)(T_n - T_6) h_1}{(\lambda_6 - \lambda_n) h_2 + \lambda_n H}$      |
| $a_3$             | $\frac{\lambda_n (T_n - T_6)}{(\lambda_6 - \lambda_n) h_2 + \lambda_n H}$ | $b_3$             | $\frac{(\lambda_6 - \lambda_n) T_n h_2 + \lambda_n T_6 H}{(\lambda_6 - \lambda_n) h_2 + \lambda_n H}$ |

Граничные значения температур  $T_6$  и  $T_n$  рассчитываются по формулам (6) и (7), принимая величины коэффициентов  $\alpha_6$  и  $\alpha_n$  по таблицам [СП 50.13330.2012 «Тепловая защита зданий»]. Значения коэффициентов теплопроводности бетона  $\lambda_6$  взято из приложения Т [СП 50.13330.2012 «Тепловая защита зданий»], а пеноплекса  $\lambda_n$  взято на основании данных производителя, размещенных на официальном сайте производителя [5].

Расчетное распределение температуры  $T(x)$  по толщине стены показано на рис. 2.

Тепловой поток при этом составляет  $Q(x) = 12,298 \text{ Вт/м}^2$ .

Вычисления и построение графика выполнены с применением табличного процессора MS Excel (рис. 3).

Таблица 2

Значения параметров расчетных формул

|                           |                           |  |  |             |             |             |           |              |              |
|---------------------------|---------------------------|--|--|-------------|-------------|-------------|-----------|--------------|--------------|
| $\lambda_b,$<br>Вт/(м·°С) | $\lambda_n,$<br>Вт/(м·°С) | $\alpha_b,$<br>Вт/(м <sup>2</sup> ·°С) | $\alpha_n,$<br>Вт/(м <sup>2</sup> ·°С) | $h_1,$<br>м | $h_2,$<br>м | $h_3,$<br>м | $H,$<br>м | $T_b,$<br>°С | $T_n,$<br>°С |
| 1,92                      | 0,033                     | 8,7                                    | 23                                     | 0,14        | 0,1         | 0,14        | 0,38      | 20,59        | -18,47       |

Таблица 3

Значения коэффициентов функции температуры

|                   |                |                   |              |
|-------------------|----------------|-------------------|--------------|
| Коэффициент $a_i$ | Значение, °С/м | Коэффициент $b_i$ | Значение, °С |
| $a_1$             | -6,405         | $b_1$             | 20,590       |
| $a_2$             | -372,665       | $b_2$             | 71,866       |
| $a_3$             | -6,405         | $b_3$             | -16,036      |

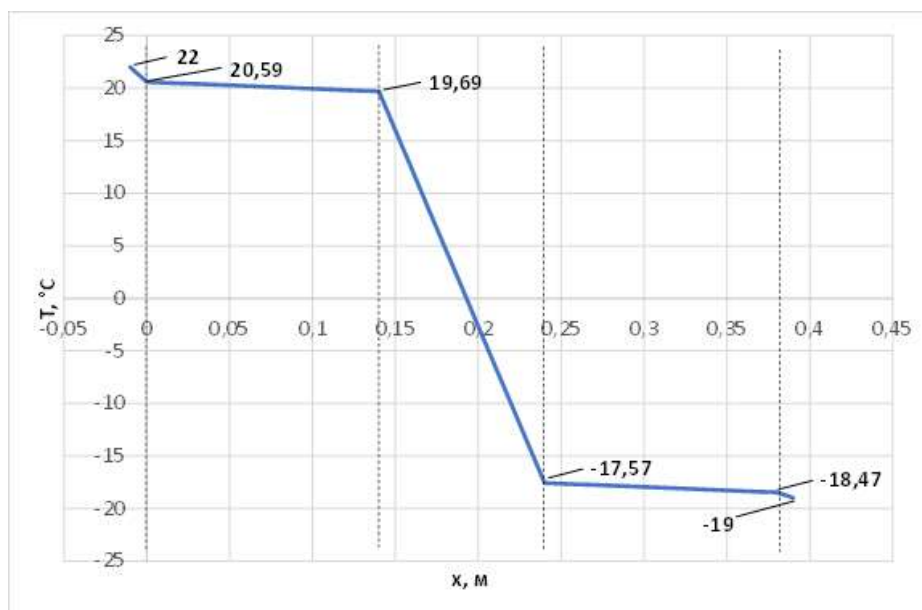


Рис. 2. Распределение температуры по толщине стены

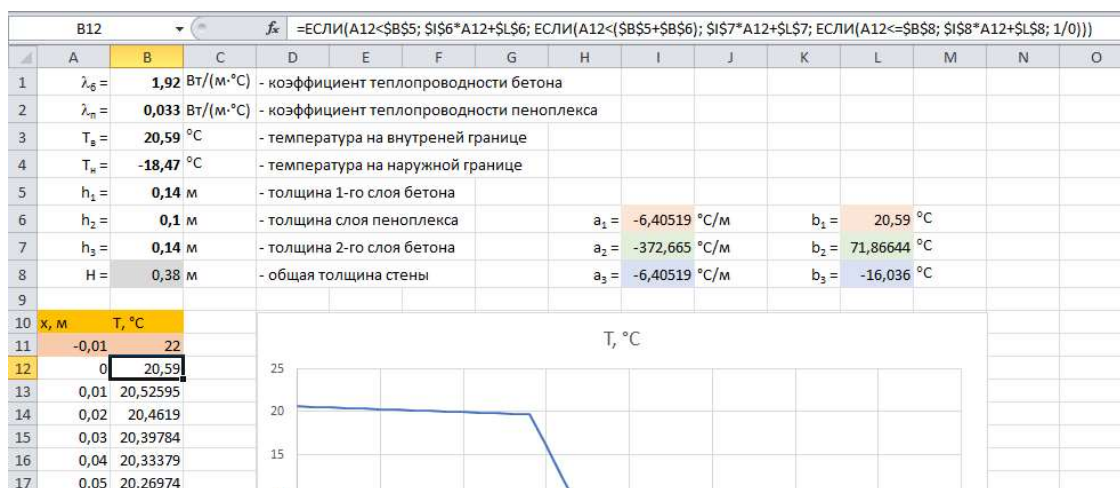


Рис. 3. Визуализация решения в MS Excel

3.4. Численное решение краевой задачи

Помимо аналитического решения проведено прямое численное моделирование теплопереноса, описываемого в каждом из 3 слоев стены уравнением (2) с соответствующими материалу коэффициентами теплопереноса  $\lambda$ , с граничными

условиями (6), (7). Моделирование проведено с использованием пакета COMSOL Multiphysics 5.3 (рис. 4).

Физические параметры бетона и пеноплекса взяты из источников, описанных выше, и приведены на рис. 5.

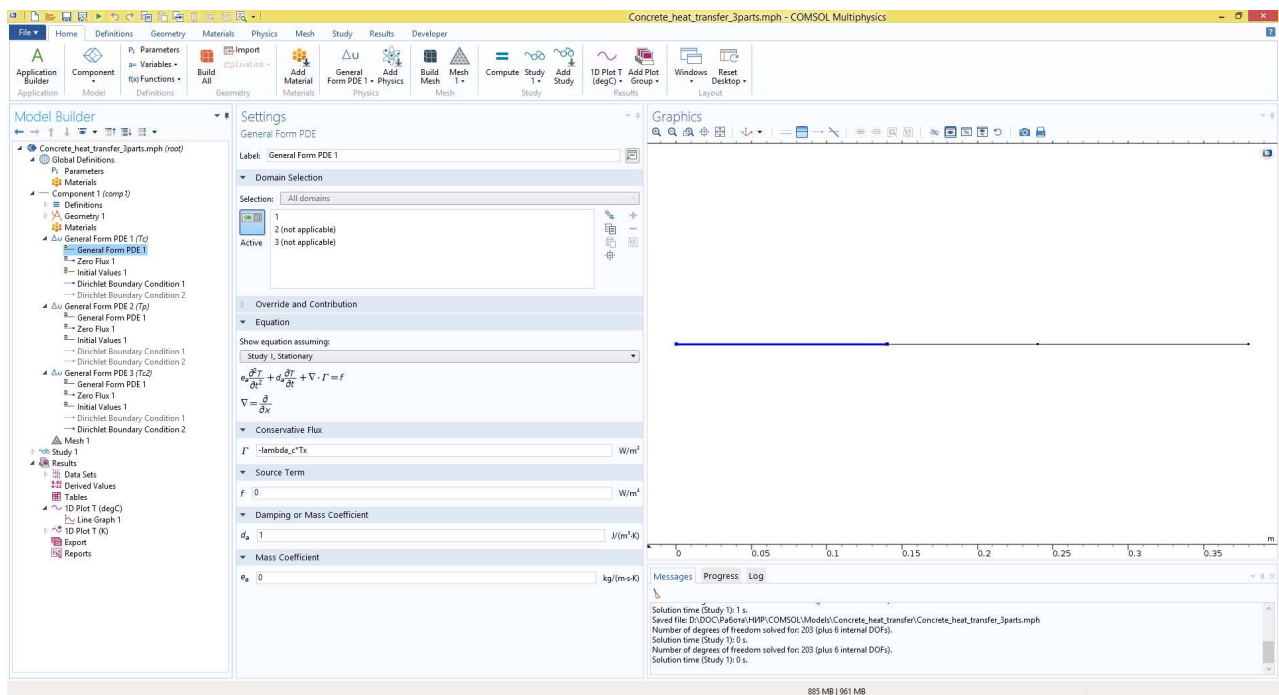


Рис. 4. Моделирование в пакете COMSOL Multiphysics

| Parameters |                       |                             |   |
|------------|-----------------------|-----------------------------|---|
| Name       | Expression            | Value                       | Description                               |
| h1         | 0.14[m]               | 0.14 m                      | Толщина 1-го слоя (бетон)                 |
| h2         | 0.1[m]                | 0.1 m                       | Толщина 2-го слоя (пеноплекс)             |
| h3         | 0.14[m]               | 0.14 m                      | Толщина 3-го слоя (бетон)                 |
| lambda_c   | 1.92[W/(m*K)]         | 1.92 W/(m·K)                | Козф. теплопроводности железобетона       |
| lambda_p   | 0.033[W/(m*K)]        | 0.033 W/(m·K)               | Козф. теплопроводности пеноплекса         |
| rho_c      | 2500[kg/m^3]          | 2500 kg/m <sup>3</sup>      | Плотность железобетона                    |
| rho_p      | 32[kg/m^3]            | 32 kg/m <sup>3</sup>        | Плотность пеноплекса                      |
| cp_c       | 840[J/(kg*K)]         | 840 J/(kg·K)                | Удельная теплопроводность железобетона    |
| cp_p       | 1450[J/(kg*K)]        | 1450 J/(kg·K)               | Удельная теплопроводность пеноплекса      |
| alpha_c    | lambda_c/(rho_c*cp_c) | 9.1429E-7 m <sup>2</sup> /s | Козф. температуропроводности железобетона |
| alpha_p    | lambda_p/(rho_p*cp_p) | 7.1121E-7 m <sup>2</sup> /s | Козф. температуропроводности пеноплекса   |
| T_ins      | 20.59[degC]           | 293.74 K                    | Температура внутри                        |
| T_outs     | -18.47[degC]          | 254.68 K                    | Температура снаружи                       |
| H          | h1+h2+h3              | 0.38 m                      | Толщина стены                             |

Рис. 5. Параметры расчета в COMSOL Multiphysics

Как и следовало ожидать, в результате моделирования независимо получено аналогичное

распределение температуры, как и в аналитическом решении (рис. 6), тем самым подтверждает его корректность.



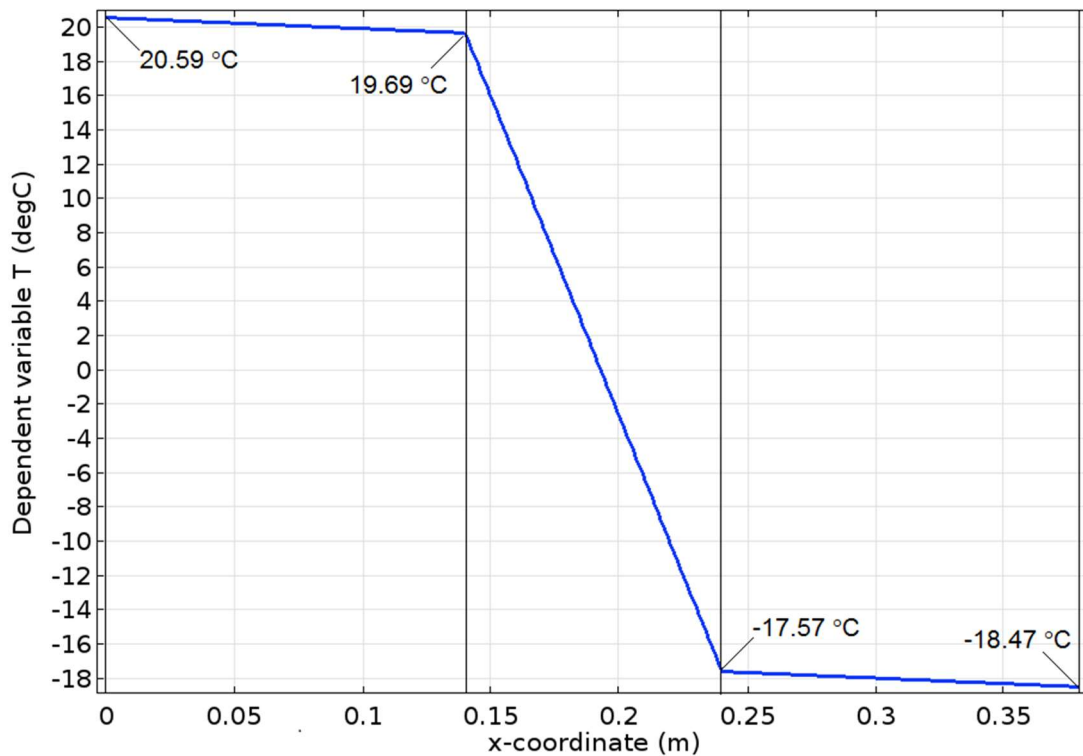


Рис. 6. Распределение температуры в результате моделирования в COMSOL Multiphysics

### 3.5. Сравнение решения краевой задачи с теплотехническим расчетом согласно СП 50.13330.2012 «Тепловая защита зданий»

Для верификации полученных решений поставленная задача также решена методом, основанном на понятии термического сопротивления ограждения, изложенным в п. 1.1. Для автоматизации расчетов и визуализации решения использован табличный процессор MS Excel (рис. 7).

Полученное распределение температуры полностью повторяет график, представленный рисунком 2. Максимальная разность решений составляет  $1,07 \cdot 10^{-14}$ , то есть имеет порядок вычислительной погрешности ЭВМ, что еще раз подтверждает корректность полученного решения.

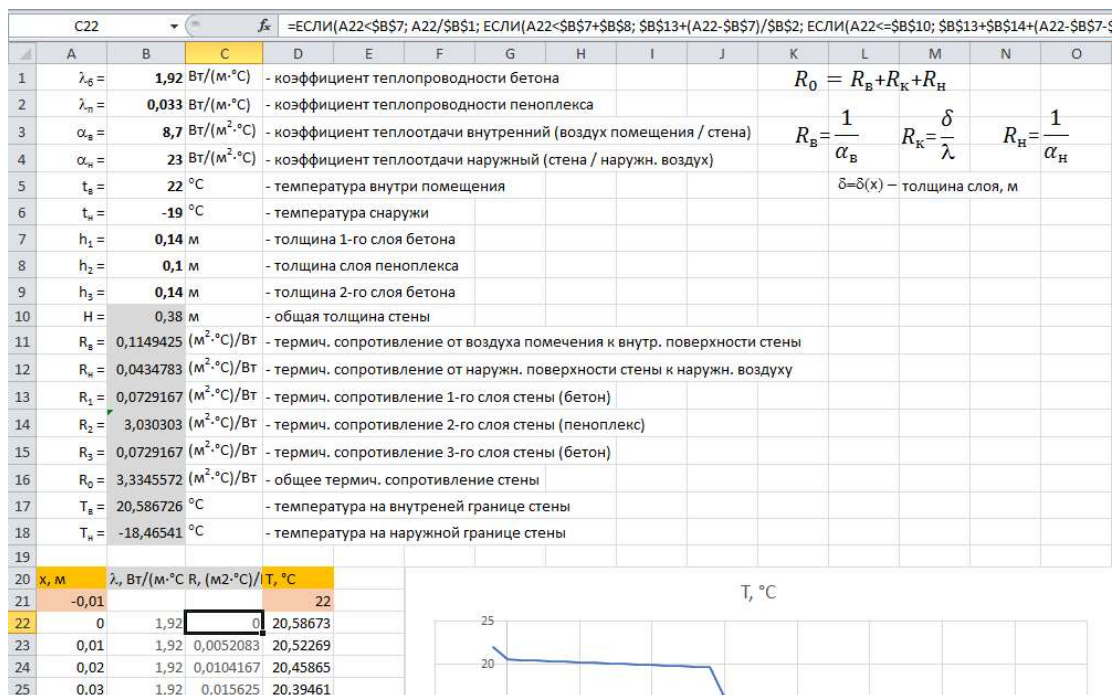


Рис. 7. Расчет распределения температуры в ограждении через термическое сопротивление в пакете MS Excel

#### 4 Сравнение теоретического и экспериментального распределения температур

Для проверки полученных в математической модели данных был проведен эксперимент в лаборатории ФГБОУ ВО Кубанского Государственного Технологического Университета.

Для проведения эксперимента был изготовлен образец стены размером  $1000 \times 1000 \times 380$  мм. Данные ограничения по геометрическим размерам связаны с материально-технической базой кафедры «Архитектуры гражданских и промышленных зданий и сооружений» университета. Испытания проводились на климатической камере «тепло-холод-влага» М-40/80-1000-КТВХ. Образец представляет собой 3х слойную стену, состоящую из 2-х слоев железобетона толщиной 140 мм и утеплителя «Пеноплекс» толщиной 100 мм расположенного между ними.

Температурно-влажностный режим со стороны теплой зоны поддерживался климатиче-

ской системой установленной в помещении лаборатории, любое воздействие воздушного потока на образец было исключено. Поддерживаемая температура в помещении составляла  $+22$  °С. Температурно-влажностный режим со стороны холодной зоны поддерживался климатической камерой «тепло-холод-влага» М-40/80-1000-КТВХ выставленной на температуру  $-19$  °С, что соответствует температуре наиболее холодной пятидневки в г. Краснодаре согласно СНКК 23-302-2000 «Энергетическая эффективность жилых и общественных зданий нормативы по теплозащите зданий».

В толще стены располагались 5 температурных датчиков Dallas Instruments DS18B20, которые производят измерения температуры с точностью  $\pm 0,5$  °С (в пределах от  $-10$  до  $+85$  °С). Два датчика находились на расстоянии 35 мм от наружных граней стены, два датчика на границе бетона и утеплителя и один датчик в центре утеплителя.



Рис. 8. Процесс изготовления макета наружной стены экспериментального здания

Со стороны теплой зоны распределение температуры и теплового потока по поверхности стены контролировали 5 датчиков температуры и 5 датчиков теплового потока, входящих в измерительный комплекс ИТП-МГ4.03/Х(У) «Поток».

Испытания проводились в соответствии с ГОСТ 7076-99 «Материалы и изделия строительные. Метод определения теплопроводности и термического сопротивления при стационарном тепловом режиме». Все измерения проводились после установления стационарного теплового режима конструкции.

Результаты проведения испытаний показали следующие выводы: Температура на поверхности конструкции со стороны теплой зоны составляла  $+21,2$  °С, что на 3 % отличается от резуль-

тата, полученного при математическом моделировании. Температура на первом датчике внутри конструкции стены составляла  $+19,81$  °С, на втором датчике составляла  $+18,5$  °С, на третьем  $+0,45$  °С, на четвертом  $-17,94$  °С и на пятом  $-18,81$  °С, что в среднем на 3 % отличается от результата, полученного при математическом моделировании.

После проведения испытаний мы можем сделать вывод о том, что математическая модель, составленная в пункте 2 статьи верна и подтверждается результатами испытаний. Значения температур внутри стены, измеренные с помощью приборов, имеют отклонения от значений температур, вычисленных по формулам (7) и (8).

Основными причинами таких отклонений являются:

1. Повышенная воздухопроницаемость конструкции, в результате чего могут происходить изменения температурного поля, не учитываемые формулами (7) и (8).

2. Иные значения коэффициентов теплопроводности материалов конструкции по сравнению

с принятыми в расчет, что может происходить вследствие изменения влажности материалов и объемной массы от принятых.

Чем точнее совпадает действительное распределение температур в стене с вычисленными по расчету, тем ближе к стационарным условиям теплопередача через конструкции.



Рис. 9. Процесс проведения испытаний макета наружной стены экспериментального здания

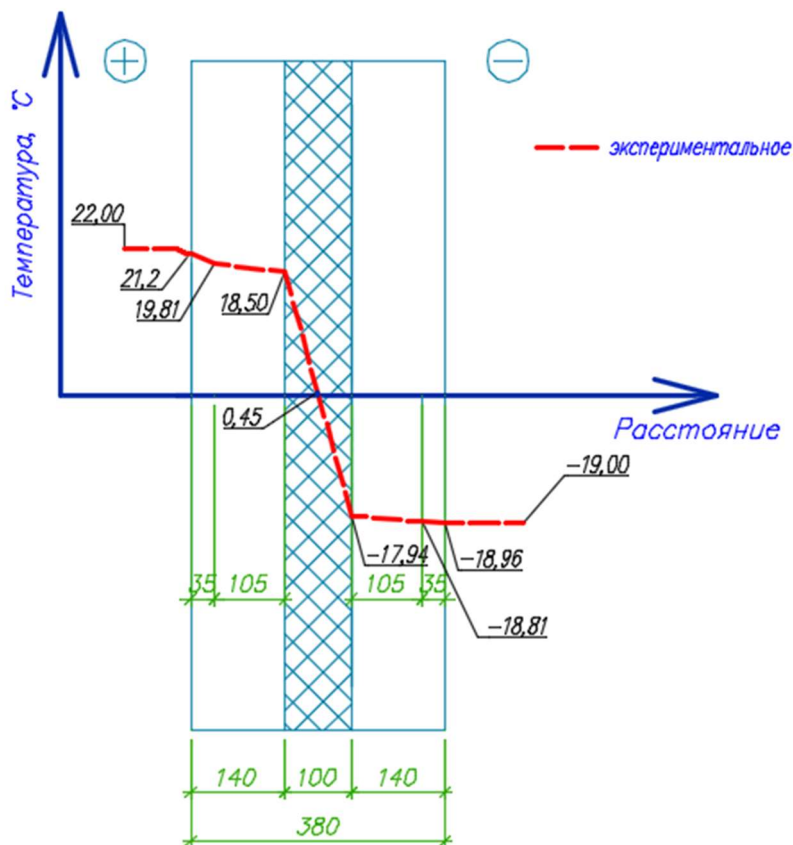


Рис. 10. Распределение температуры в конструкции, полученное в ходе испытаний



**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Толстова Ю.И., Шумилов Р.Н. Основы строительной теплофизики: учеб. пособие, Урал. федер. Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2014. 106 с.
2. Соколов Е.Я. Теплофикация и тепловые сети: учебник для вузов. 9-е изд., стереотипное. М.: Изд-во МЭИ, 2009. 472 с.
3. Табунщиков Ю.А., Бродач М.М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. М.: АВОК-ПРЕСС, 2015. 194 с.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: учебник для вузов. М.: Изд-во МГУ, Наука, 2004. 735 с.
5. Официальный сайт производителя ПЕНО-ПЛЭКС [Электронный ресурс]. URL: <https://www.penoplex.ru/katalog/dlya-doma-i-kvartiry/penopleks/> (дата обращения: 29.09.2019)
6. Иванченко В.Т., Гражданкин А.А. Проектирование энергоэффективных зданий на примере здания «Городская вилла Edward» // Проектирование и строительство автономных, энергоэффективных зданий Сборник статей Международной научно-практической конференции. ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет». Изд-во Аэтерна С. 90–96.
7. Данилов Н.Д., Федотов П.А., Докторов И.А. Определение приведенного термического сопротивления фрагмента неоднородной ограждающей конструкции в климатической камере // Жилищное строительство. 2018. №8. С. 35–39.
8. Андрейцева К.С. Особенности расчета температурных полей при проектировании ограждающих конструкций // Жилищное строительство. 2018. №6. С. 19–23.
9. Желдаков Д.Ю., Фролов А.А. Сегментный метод расчета распределения температуры по сечению ограждающей конструкции здания // Жилищное строительство. 2017. № 6. С. 36–39.
10. Неклюдов А.Ю. Расчет характеристик энергопотребления здания при определении трансмиссионных тепловых потерь // Жилищное строительство. 2016. № 7. С. 11–14.
11. Гагарин В.Г., Дмитриев К.А. Учет тепло-технических неоднородностей при оценке теплозащиты ограждающих конструкций в России и европейских странах // Строительные материалы. 2013. № 6. С. 14–16.
12. Умнякова Н.П., Бутовский И.Н., Чеботарев А.Г. Развитие методов нормирования теплозащиты энергоэффективных зданий // Жилищное строительство. 2014. № 7. С. 19–23.
13. Умнякова Н.П. Теплопередача через ограждающие конструкции с учетом коэффициентов излучения внутренних поверхностей помещения // Жилищное строительство. 2014. № 6. С. 14–17.
14. Киселев И.Я. Влияние зависимости теплопроводности строительных материалов от температуры на сопротивление теплопередаче ограждающих конструкций зданий // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2013. № 31-2 (50). С. 42–45.
15. Самарин О.Д. Использование методики СП 50.13330.2012 для оценки зависимости тепло-технических показателей оболочки здания от его этажности // Жилищное строительство. 2016. № 4. С. 30–32.
16. Hou Hua Wang, Tao Zhang, Qiu Lian Xiao. Experimental Study of Energy Saving Effect of Building Envelope in Winter // Applied Mechanics and Materials (Vols. 121–126). 2011. Pp. 2741–2747.
17. Friess W.A., Rakhshan K., Hendawi T.A., Tajerzadeh S. Wall insulation measures for residential villas in Dubai: A case study in energy efficiency // Energy and Buildings. 2012. Vol. 44. Pp. 26–32.

*Информация об авторах*

**Гражданкин Артем Андреевич**, аспирант, старший преподаватель кафедры Архитектуры гражданских и промышленных зданий и сооружений. E-mail: grazhdankin.aa@mail.ru. Кубанский государственный технологический университет. Россия, 350072, Краснодарский край, г. Краснодар, ул. Московская, д. 2

**Иванченко Владимир Тихонович**, кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой архитектуры гражданских и промышленных зданий и сооружений. E-mail: vladimir.ivanchenko.1945@mail.ru. Кубанский государственный технологический университет. Россия, 350072, Краснодарский край, г. Краснодар, ул. Московская, д. 2

**Письменский Александр Владимирович**, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики. E-mail: ascher812@mail.ru. Кубанский государственный университет. Россия, 350040, Краснодарский край, г. Краснодар, ул. Ставропольская, д. 149

*Поступила 06.10.2019*

© Гражданкин А.А., Иванченко В.Т., Письменский А.В., 2020

<sup>1,\*</sup>Grazhdankin A.A., <sup>1</sup>Ivanchenko V.T., <sup>2</sup>Pismensky A.V.

<sup>1</sup>Kuban State Technological University

<sup>2</sup>Kuban State University

\*E-mail: grazhdankin.aa@mail.ru

## MATHEMATICAL MODELING OF HEAT TRANSMISSION THROUGH THE ENCLOSURE CONSTRUCTION

**Abstract.** Currently, the main direction of energy saving in mass construction is the energy efficiency of structural and space-planning solutions of buildings and structures. To evaluate the thermotechnical qualities of the enclosure, it is necessary to know the value of the heat transfer resistance and the temperature in any plane of the enclosure at given air temperatures on one and the other side of the enclosure. To understand and describe the processes of heat transfer, as well as to determine the temperature distribution inside the enclosing structures, Tabunshchikov Y.A. and Brodach M.M. derived a mathematical model of heat transfer through the enclosing structure. When considering one-dimensional heat transfer perpendicular to the wall surface at the internal borders between dissimilar materials of the building envelope, it is assumed that the temperature functions  $T(x)$  and the heat flow  $Q(x)$  are continuous. The article presents an analytical and numerical solution of a boundary value problem for stationary heat transfer through a multilayer enclosing structure, as well as a comparison of the obtained solution with the current regulatory documentation. An experimental study is conducted in the laboratory to compare the theoretical, obtained in the mathematical model of heat transfer given in the article, and the experimental temperature distribution, which shows greater convergence of the results and confirms the validity of the mathematical model.

**Keywords:** heat transfer resistance, thermal conductivity of the material, heat flux, heat transfer, mathematical model of heat transfer, temperature distribution.

### REFERENCES

1. Tolstova Yu.I., Shumilov R.N. Fundamentals of building thermophysics: textbook. allowance. Ural. Feder. [Osnovy stroitel'noj teplofiziki] Yekaterinburg: Publishing House of the Ural University, 2014. 106 p. (rus)
2. Sokolov E.Ya. Heating and heating networks: a textbook for universities [Teplofikaciya i teplovyje seti: uchebnik dlya vuzov]. 9th ed., Stereotyped. M.: Publishing House of MPEI, 2009. 472 p. (rus)
3. Tabunshchikov Yu.A., Brodach M.M. Mathematical modeling and optimization of thermal efficiency of buildings [Matematicheskoe modelirovanie i optimizaciya teplovoj effektivnosti zdaniy]. M.: ABOK-PRESS, 2015. 194 p. (rus)
4. Tikhonov A.N., Samarsky A.A. Equations of mathematical physics: a textbook for universities [Uravneniya matematicheskoy fiziki: uchebnik dlya vuzov]. M.: Publishing House of Moscow State University, Science, 2004. 735 p. (rus)
5. Official site of the manufacturer PENOPLEX [Oficial'nye sayt proizvoditelya PENOPLEKS]. URL: <https://www.penoplex.ru/katalog/dlya-doma-i-kvartiry/penopleks/> (accessed: 09/29/2019) (rus)
6. Ivanchenko V.T., Grazhdankin A.A. Designing energy-efficient buildings using the example of the City Villa Edward building [Proektirovanie energoefektivnyh zdaniy na primere zdaniya «Gorodskaya villa Edward»]. Design and construction of autonomous, energy-efficient buildings Collection of articles of the International Scientific and Practical Conference. FSBEI of HE "Kuban State Technological University". Aetern Publishing House S. 90-96. (rus)
7. Danilov N.D., Fedotov P.A., Doctors I.A. Determination of reduced thermal resistance of a fragment of a heterogeneous building envelope in a climate chamber [Opredelenie privedennogo termicheskogo soprotivleniya fragmenta neodnorodnoj ograzhdayushchej konstrukcii v klimaticheskoy kamere]. Housing construction. 2018. No. 8. Pp. 35–39. (rus)
8. Andrejceva K.S. Features of the calculation of temperature fields in the design of building envelopes [Osobennosti rascheta temperaturnyh polej pri proektirovanii ograzhdayushchih konstrukcij]. Housing. 2018. No. 6. Pp. 19–23. (rus)
9. Zheldakov D.Yu., Frolov A.A. Segment method for calculating the temperature distribution over the section of the building envelope [Segmentnyj metod rascheta raspredeleniya temperatury po secheniyu ograzhdayushchej konstrukcii zdaniya]. Housing construction. 2017. No. 6. Pp. 36–39. (rus)
10. Neklyudov A.Yu. Calculation of energy consumption characteristics of a building when determining transmission heat losses [Raschet harakteristik energopotrebleniya zdaniya pri opredelenii transmissionnyh teplovyh poter']. Housing construction. 2016. No. 7. Pp. 11–14. (rus)
11. Gagarin V.G., Dmitriev K.A. Accounting for heat engineering heterogeneities in assessing the thermal protection of building envelopes in Russia and European countries [Uchet teplotekhnicheskikh

ne odnorodnostej pri ocenke teplozashchity ograzhdayushchih konstrukcij v Rossii i evropejskih stranah]. Construction Materials. 2013. No. 6. Pp. 14–16. (rus)

12. Umnyakova N.P., Butovsky I.N., Chebotarev A.G. Development of methods for standardizing thermal protection of energy-efficient buildings [Razvitie metodov normirovaniya teplozashchity energoeffektivnyh zdaniy]. Housing construction. 2014. No. 7. Pp. 19–23. (rus)

13. Umnyakova N.P. Heat transfer through building envelopes taking into account emission factors of internal surfaces of a room [Teploperedacha cherez ograzhdayushchie konstrukcii s uchedom koefitsientov izlucheniya vnutrennih poverhnostej pomeshcheniya]. Housing construction. 2014. No. 6. Pp. 14–17. (rus)

14. Kiselev I.Ya. Influence of the dependence of the thermal conductivity of building materials on temperature on the heat transfer resistance of building envelopes [Vliyanie zavisimosti teploprovodnosti stroitel'nyh materialov ot temperatury na sopro-

tivlenie teploperedache ograzhdayushchih konstrukcij zdaniy]. Bulletin of the Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering. Series: Construction and Architecture. 2013. No. 31-2 (50). Pp. 42–45. (rus)

15. Samarin O.D. Using the methods of the joint venture 50.13330.2012 to assess the dependence of the thermal performance of the building envelope on its number of storeys [Ispol'zovanie metodiki SP 50.13330.2012 dlya ocenki zavisimosti teplotekhnicheskikh pokazatelej obolochki zdaniya ot ego etazhnosti]. Housing construction. 2016. No. 4. Pp. 30–32. (rus)

16. Hou Hua Wang, Tao Zhang, Qiu Lian Xiao. Experimental Study of Energy Saving Effect of Building Envelope in Winter. Applied Mechanics and Materials (Vols. 121–126). 2011. Pp. 2741–2747.

17. Friess W.A., Rakhshan K., Hendawi T.A., Tajerzadeh S. Wall insulation measures for residential villas in Dubai: A case study in energy efficiency. Energy and Buildings. 2012. Vol. 44. Pp. 26–32.

#### *Information about the authors*

**Grazhdankin, Artem A.** Postgraduate student. Senior Lecturer. E-mail: grazhdankin.aa@mail.ru. Kuban State Technological University. Russia, 350072, Krasnodar, st. Moskovskaya, 2

**Ivanchenko, Vladimir T.** PhD, Professor. Head of the Department of Architecture of Civil and Industrial Buildings and Structures. E-mail: vladimir.ivanchenko.1945@mail.ru. Kuban State Technological University. Russia, 350072, Krasnodar, st. Moskovskaya, 2

**Pismensky, Aleksandr V.** PhD, Assistant professor. E-mail: archer812@mail.ru Kuban State University. Russia, 350040, Krasnodar, st. Stavropolskaya, 149

---

*Received 06.10.2019*

#### **Для цитирования:**

Гражданкин А.А., Иванченко В.Т., Письменский А.В. Математическое моделирование теплопередачи через ограждающую конструкцию // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2020. № 6. С. 29–39. DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-6-29-39

#### **For citation:**

Grazhdankin A.A., Ivanchenko V.T., Pismensky A.V. Mathematical modeling of heat transmission through the enclosure construction. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2020. No. 6. Pp. 29–39. DOI: 10.34031/2071-7318-2020-5-6-29-39