

Способ построения технического рисунка поверхности сферы с наложением собственной и падающей теней

How to build a technical drawing surface with own and falling of shadows

Никифоров В.М.

Канд. техн. наук, профессор,
Московский государственный университет дизайна и технологии
e-mail: vnik38@yandex.ru

Nikiforov V.M.

Doctor of Engineering, Professor, Moscow State University of Design and Technology
e-mail: vnik38@yandex.ru

Мальцева Е.А.

Доцент, Московский государственный университет дизайна и технологии
e-mail: maleka3@yandex.ru

Maltseva E.A.

Associate Professor, Moscow State University of Design and Technology
e-mail: maleka3@yandex.ru

Аннотация

Предлагается графический способ построения собственной и падающей теней на поверхности сферы. Для построения собственной тени используется аксонометрическая проекция (прямоугольная изометрия). При построении падающей тени используются вторичные проекции точек, лежащих на аксонометрическом очерке сферы.

Ключевые слова: технический рисунок, поверхность сферы, аксонометрическая проекция, вторичная проекция, эллипс.

Abstract

A graphical way of building their own and falling shadows on the surface of the sphere. To build your own shadow uses the axonometric projection (rectangular isometric). When you build a drop shadow uses the secondary projections of points lying on a axonometric projection.

Keywords: a technical drawing, surface area, axonometric projection, secondary projection, the ellipse

Технический рисунок – профессионально выполненное наглядное изображение пространственного объекта для технических, производственных или рекламных целей. При этом в дизайн-проектировании для большей выразительности изображения такой рисунок должен содержать наложенные на него компоненты светотени и, в первую очередь, собственную и падающую тени в своих границах. Поэтому технический рисунок, основой которого является аксонометрическая проекция объекта, представляет собой современное, грамотное и доступное средство выражения творческой мысли дизайнера.

Поверхность любого пространственного объекта можно аппроксимировать участками простейших геометрических поверхностей (цилиндрической, конической, сферической и др.). Определённые трудности возникают при построении технического рисунка поверхности сферы. Известны способы построения технического рисунка поверхности сферы с опре-

делением границ собственной и падающей теней в прямоугольной аксонометрии. Однако эти способы графически трудоёмки, требуют много времени для выполнения необходимых построений, либо предполагают определения вторичных проекций любых точек, расположенных на границе собственной тени.

Предлагаемый способ достаточно прост и не имеет отмеченных выше недостатков. Сущность способа заключается в построении в осях X, Y, Z выбранной аксонометрической проекции (здесь и далее в прямоугольной изометрии) очерка сферы в виде окружности с радиусом $R_1 = 1,22R$, где R – радиус сферы в натуре, и горизонтально расположенного экватора в виде эллипса с большой осью AB (рис. 1). Точки N и S – верхний и нижний полюсы сферы.

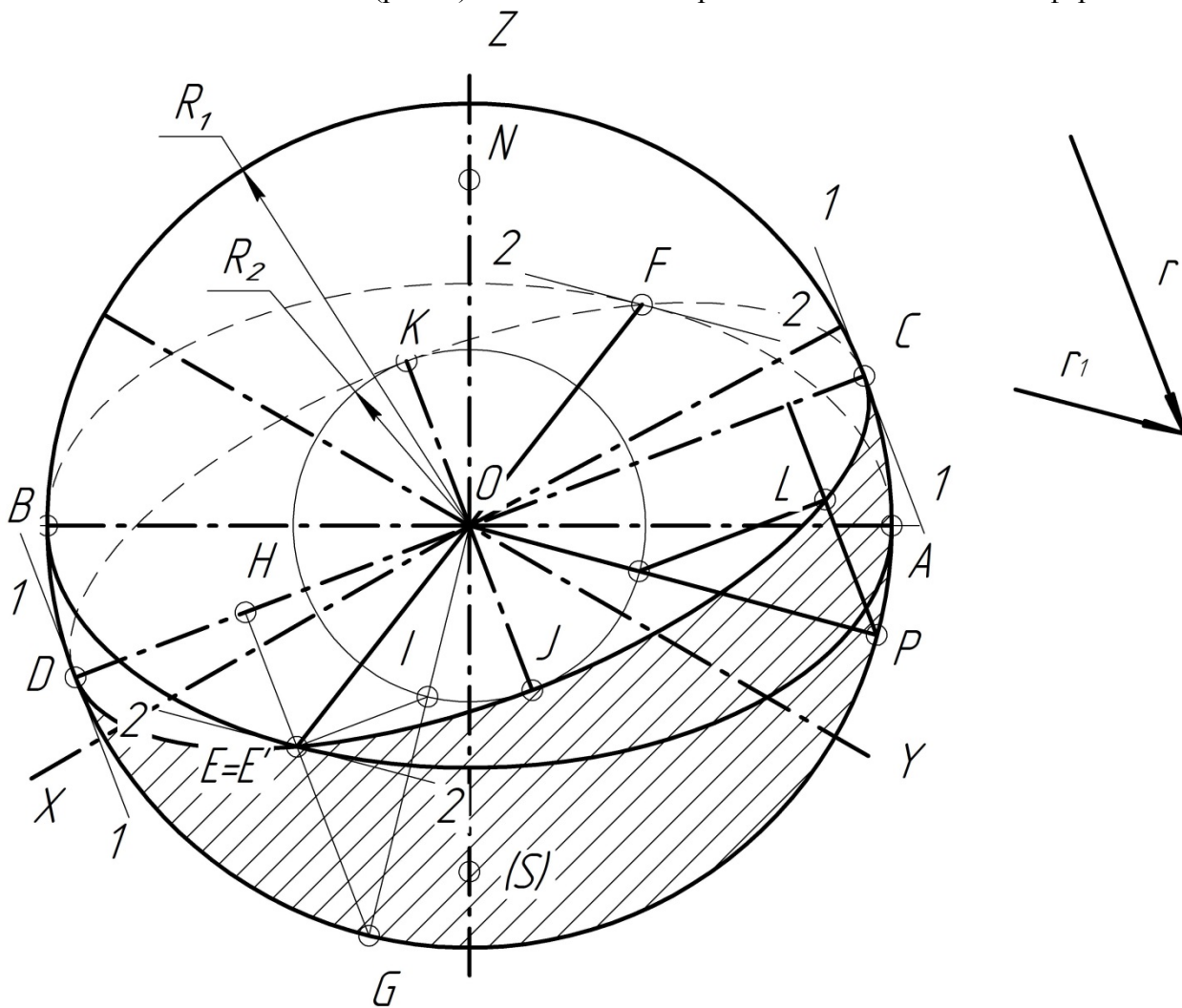


Рис. 1. Прямоугольная изометрия сферы

Для сферической поверхности, освещенной потоком параллельных лучей света r , границей (контуром) собственной тени всегда будет окружность с центром в точке O (направление параллельного освещения выбрано произвольно). Аксонометрическая проекция такой окружности – эллипс. Эллипс можно построить, если известна его большая ось и какая-либо точка на нем.

Проводим касательные $1-1$ к аксонометрическому очерку сферы параллельно лучам света r и $2-2$ к горизонтально расположенному экватору параллельно вторичным проекциям r_1 лучей света. В результате находим точки C, D, E и F касания.

Отрезок CD является большой осью эллипса – границы собственной тени на поверхности сферы. Тогда по найденному расположению точки E можно построить весь эллипс. Отметим, что этот эллипс родственен окружности, являющейся аксонометрическим очерком сферы.

Таким образом, всегда имеется бесчисленное множество пар точек E и G , расположенных на одном перпендикуляре к большой оси CD эллипса, которые являются родственными.

При аффинных (родственных) преобразованиях отрезки прямых, соединяющих родственные точки E и G , при пересечении в точке H с осью CD родства делятся в соотношении $EH/GH = b/a$, где b и a – соответственно половины малой и большой осей эллипса, т.е. радиусы вписанной R_2 и описанной R_1 относительно эллипса окружностей. Очевидно, $R_2 = R_1 \cdot EH/GH$.

Радиус R_2 вписанной в эллипс окружности можно найти графически. Для этого точку G соединяем с центром сферы точкой O и из точки E проводим прямую параллельно большой оси CD эллипса до пересечения с прямой OG в точке I . Отрезок OI есть радиус R_2 вписанной в эллипс окружности, а отрезок прямой JK – малая ось эллипса.

Для любой точки P на аксонометрическом очерке сферы можно найти родственную ей точку L на эллипсе – границе собственной тени. Из точки P проводим прямую перпендикулярно к большой оси CD . Соединяем прямой точки P и O , и из точки пересечения её с окружностью радиуса R_2 проводим прямую параллельно оси CD до пересечения с проведённым перпендикуляром в искомой точке L .

Последовательно соединяя найденные точки C, L, J, E, D и другие, получим границу (контур) собственной тени на сфере. Заштрихованная часть поверхности сферы между видимой частью контура собственной тени и аксонометрическим очерком является собственной тенью.

На аксонометрическом очерке сферы отметим точку M , которая является верхним концом большой оси эллипса – экватора сферы, параллельного фронтальной плоскости проекций, т.е. параллельного плоскости XOZ (рис. 2). При этом большая ось этого эллипса перпендикулярна оси Y .

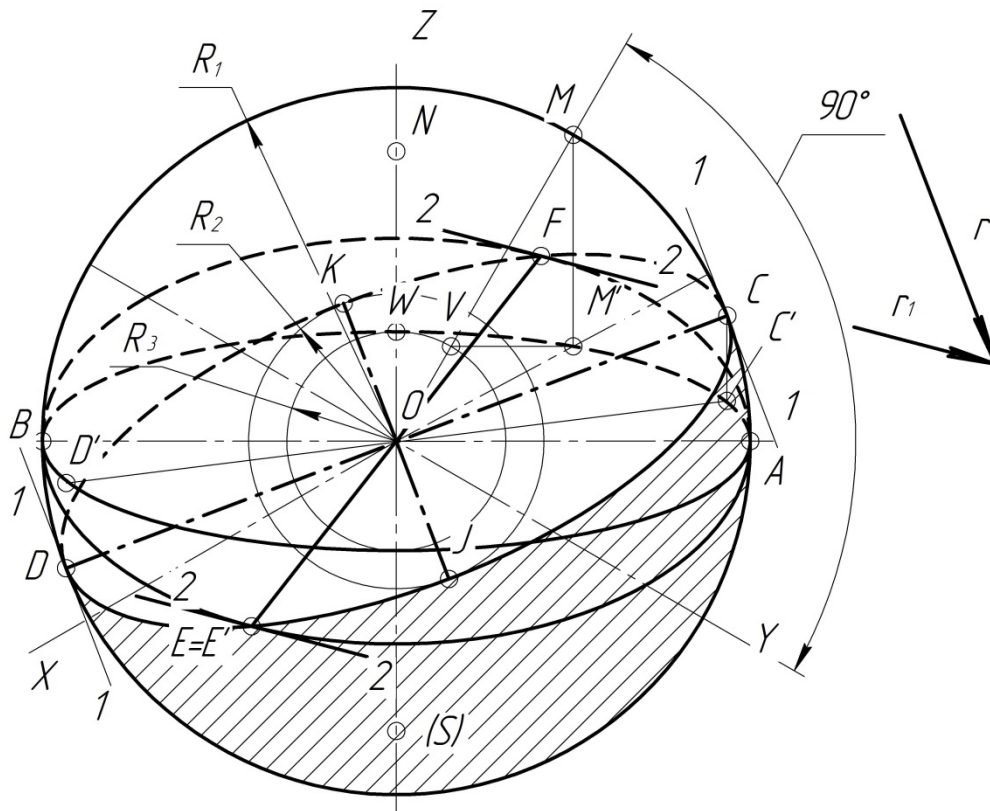


Рис. 2. Построение большой оси эллипса-экватора

Проекцией аксонометрического очерка на плоскость горизонтально расположенного экватора будет являться эллипс с большой осью AB .

Очевидно, что проекция точки M будет находиться на оси X в точке M' пересечения процирующего луча, параллельного оси Z и проведенного из точки M .

Используя приведенный выше приём нахождения любой точки эллипса по большой оси AB и одной из его точек M' , строим этот эллипс. Для этого соединяем прямой точки M и O , из точки M опускаем перпендикуляр на большую ось AB и из точки M' проводим прямую параллельно AB до пересечения с прямой MO в точке V . Отрезок VO определяет радиус R_3 окружности, вписанной в строящийся эллипс.

Таким образом, проекция любой точки аксонометрического очерка сферы на плоскости горизонтально расположенного экватора лежит на эллипсе, на котором расположены точки A, M', W, B , в том числе и проекция C' точки C , расположенной на верхнем конце большой оси CD контура собственной тени на поверхности сферы.

Отрезок EF является линией пересечения плоскостей, проходящих по горизонтально расположенному экватору и границе собственной тени. Поэтому все точки собственной тени на поверхности сферы, расположенные на рис. 2, правее линии пересечения EF , выше плоскости горизонтально расположенного экватора, а находящиеся левее – ниже. Тогда точка C выше плоскости горизонтально расположенного экватора на величину отрезка CC' , а точка D – ниже на величину отрезка DD' .

Если сфера нижним полюсом S расположена на опорной поверхности, то, отложив от точки C' на продолжении проецирующего луча CC' отрезок, равный натуральной величине радиуса R сферы, получим вторичную проекцию C_1 точки C (рис. 3).

Вторичную проекцию любой произвольно выбранной точки на границе собственной тени можно легко найти. Для этого в плоскости эллипса – границы собственной тени, например, от точки T необходимо провести прямую параллельно линии EF до точки Q пересечения её с большой осью CD . Далее от точки Q проводим проецирующий луч до линии измерения $C'D'$ в точке H , определяя тем самым величину отстояния TT' точки T от плоскости горизонтально расположенного экватора сферы. Линию измерения $C'D'$ при необходимости можно продолжить в обе стороны.

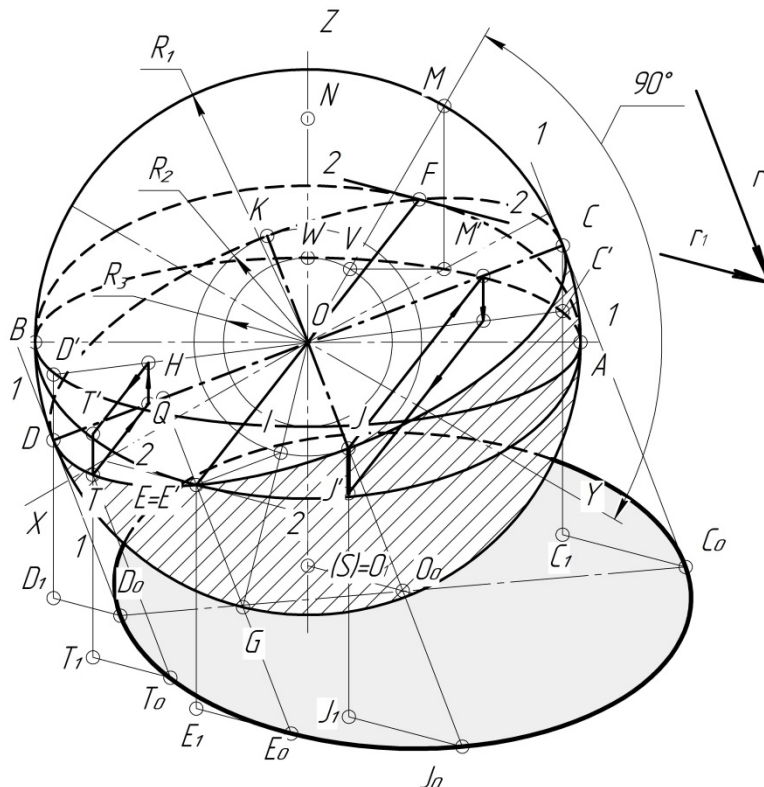


Рис. 3. Построение вторичной проекции сферы

Вторичную проекцию точки T найдем, если от точки T' на продолжении проецирующего луча TT' отложим отрезок, равный натуральной величине R сферы.

Граница (контур) падающей тени есть проекция границы собственной тени на опорной поверхности. Если сфера опирается нижним полюсом S на опорную плоскость, то, проведя

через каждые характерные и выбранные точки C, J, E, T, D, \dots и их вторичные проекции $C_1, J_1, E_1, T_1, D_1, \dots$ прямые, соответственно параллельные лучу света r и его вторичной проекции r_1 , в пересечении получаем точки $C_0, J_0, E_0, T_0, D_0, \dots$. Соединив плавной кривой линией полученные точки $C_0, J_0, E_0, T_0, D_0, \dots$, получаем границу падающей тени, внутри которой заливкой показана вся падающая тень.

В завершение работы над техническим рисунком поверхности сферы на затенённые участки в границах собственной и падающей тени наносят тушёвку или штриховку (рис. 4 а, б).

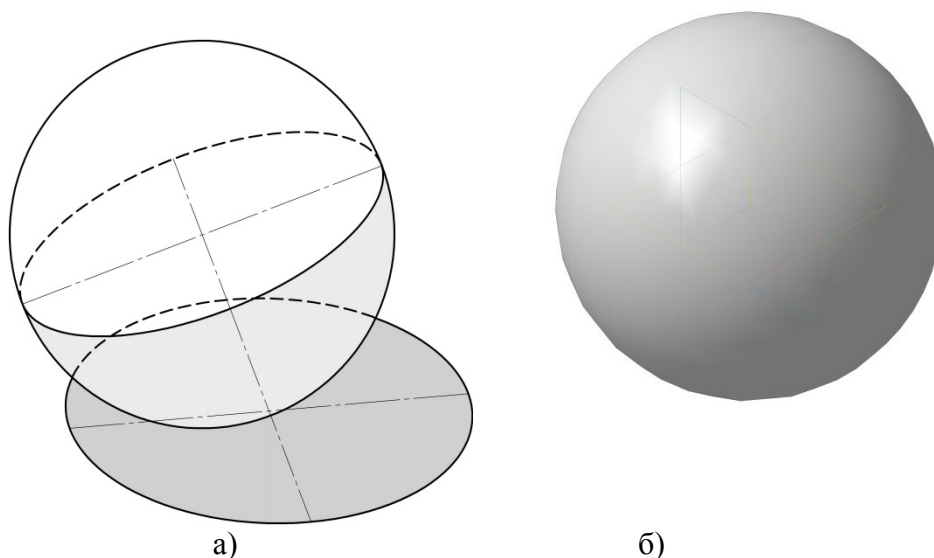


Рис. 4. Технический рисунок сферы

При этом падающая тень всегда должна быть темнее собственной тени. Для получения более реалистичного технического рисунка (рис. 4, б) на сферической поверхности наносится рефлекс (высветленный участок собственной тени), полутень и блик (ярко освещенный участок сферы).

Литература

1. *Никифоров В.М., Фатеев В.И.* Начертательная геометрия. Часть 1. Ортогональные проекции геометрических фигур и основы построения технического рисунка. – Москва: РГУ им. А.Н.Косыгина, 2014.– 101 с.
2. *Иванов Г.С.* Перспективы начертательной геометрии как учебной дисциплины. Геометрия и графика. – 2013. – Т. 1. – Вып. 1. – С. 35–38. – DOI: 10.12737/5583