

Расчет присоединенной длины концевого отверстия канала без фланца при выполнении проектных акустических разработок

В.В. Тупов, доцент, канд. техн. наук

¹Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

e-mail: vvtupov@mail.ru

Ключевые слова:

присоединенная длина, концевая коррекция, волновое число, плоские волны, функция Бесселя, асимптотическое разложение, погрешность результата расчета, акустический расчет, расчет глушителей шума.

Проведен анализ известных расчетных зависимостей, предназначенных для определения относительной присоединенной длины концевого отверстия канала без фланца (концевой коррекции), необходимой для выполнения прикладных акустических расчетов, в частности при проектировании реактивных глушителей шума. Оценена погрешность результатов, получаемых при расчете по известным зависимостям. Предложен способ расчета концевой коррекции машинными методами, на основе которого разработана аналитическая зависимость для вычисления значений присоединенной длины отверстий без фланца с высокой точностью, принятая в данной работе в качестве эталонной. Эти значения рассчитаны в системе Matlab с относительной и абсолютной точностью 10^{-7} и 10^{-12} , в частности получено, что при $ka = 0$ концевая коррекция $l/a = 0,6127$, а не $0,6133$, как считалось до сих пор в мировой акустике. Разработан машинный способ расчета модифицированных функций Бесселя при больших значениях аргумента. Предложена коррекция широко применяемых в инженерных акустических разработках расчетных формул, повышающая точность вычисления присоединенной длины концевых отверстий каналов без фланца. Результаты работы предназначены для применения как в фундаментальных акустических исследованиях, так и в их многочисленных практических приложениях.

1. Физическая сущность концевой коррекции

Физически присоединенная длина концевого отверстия канала без фланца представляет собой объем определенной массы среды, совершающей колебательные движения под действием переменного звукового давления снаружи около концевого отверстия канала, по которому распространяется акустическая волна, отнесенный к его площади. Эта масса среды обладает определенным инерционным сопротивлением, составляющим положительную реактивную часть комплексного импеданса излучения звуковых волн отверстием. Активная часть этого импеданса, называемая акустическим сопротивлением, после умножения на квадрат объемной колебательной скорости в волне в отверстии, пред-

ставляет численно звуковую мощность, излучаемую в окружающую среду. По воздействию на звуковое поле в канале на низких частотах эта масса эквивалентна его удлинению на величину l . Аналогичные по физической природе процессы возникают около торцевых отверстий каналов, входящих, например, в состав реактивных глушителей шума различного назначения. Поэтому при их акустических расчетах используется эквивалентная длина этих каналов, равная сумме их геометрической длины и присоединенной длины торцевых отверстий (называемой иначе «концевой коррекцией»). Геометрическая длина каналов обычно задается в проектных расчетах, однако вычисление их концевой коррекции представляет известную трудность. Отсюда точ-

ность проектных расчетов глушителей шума зависит, в определенной мере, от точности вычисления концевой коррекции этих каналов. Такие расчеты выполняются при решении различных прикладных акустических задач, в особенности при расчетном проектировании, широко применяемом в различных областях техники, в частности, например, в двигателестроении и компрессоростроении. В данной работе будет использоваться безразмерная относительная присоединенная длина концевой отверстия, как отношение l к его радиусу a , равному радиусу проходного сечения канала.

Фаза волны давления, отраженной от концевой отверстия газовоздушного тракта, зависящая от его присоединенной длины, возвращаясь к источнику, влияет на процесс образования звука и, зачастую, также на рабочие характеристики энергетической установки. В общем виде коэффициент отражения звуковой волны представляет собой комплексную величину:

$$R = -|R|e^{2jkl}, \quad (1)$$

где $|R|$ — модуль коэффициента отражения; l — присоединенная длина отверстия, м; $k = \omega / c$ — волновое число, рад / м; $\omega = 2\pi f$ — круговая частота звуковой волны, рад / с; f — ее циклическая частота, Гц; c — скорость звука, м / с.

В данном случае модуль коэффициента отражения — это отношение амплитуды отраженной от концевой отверстия волны к амплитуде падающей. Расчетная зависимость для вычисления этой величины с высокой степенью точности и ее значения в широком диапазоне чисел ka приведены в работе [1]. Знак минус перед модулем показывает, что в момент отражения от открытого отверстия фаза волны скачком изменяется на 180° .

Комплексная величина нормированного импеданса излучения звука концевым отверстием канала может быть рассчитана с помощью коэффициента отражения (1) по формуле:

$$Z = (1 + R) / (1 - R). \quad (2)$$

Отсюда видим, что точность расчета импеданса излучения, о котором сказано выше, равно произведению величины Z на волновое сопротивление среды ρc (где ρ — плотность среды), отнесенное к площади S концевой отверстия, зависит от точности определения R и, согласно (1), в том числе от точности вычисления присоединенной длины отверстия l . Таким образом, можно видеть, что ряд важных аку-

стических величин связан с концевой коррекцией. Следовательно, точность проектных акустических расчетов различного назначения, где используются эти величины, например, при расчете глушителей шума, зависит от точности вычисления присоединенной длины отверстий без фланца. Данная работа посвящена получению аналитических зависимостей, позволяющих рассчитывать концевую коррекцию машинными методами с высокой степенью точности.

2. Обзор работ

Фундаментальные исследования по нахождению расчетных зависимостей для вычисления присоединенной длины отверстий и значений этой величины ведутся уже много лет [2–10].

Первые исследования относительной присоединенной длины отверстий были экспериментальными. Полученные различными исследователями значения этой величины при $ka = 0$ колеблются от 0,58 до 0,66 [2]. Первая опубликованная теоретическая работа по этой теме относится к 1937 г., в которой отечественный ученый Л.Я. Гутин привел расчетную формулу для определения относительной присоединенной длины отверстия без фланца [3]. В преамбуле своей статьи он пишет, что это «одна из наиболее интересных задач теоретической акустики и имеет многочисленные практические приложения». Представляя излучающий звук открытый конец трубы круглого сечения без фланца совокупностью пульсирующей и осциллирующей мембран, Л.Я. Гутин получил нормированную реактивную часть импеданса излучения для случая распространения в трубе плоских волн при $ka \ll 1$ в виде:

$$Y = (Y_1 + Y_2) / 2; \quad (3)$$

$$Y_1 \approx (8 / 3\pi)ka; \quad (4)$$

$$Y_2 \approx (4 / 3\pi)ka. \quad (5)$$

После подстановки (4) и (5) в уравнение (3), получено:

$$Y \approx (2 / \pi)ka. \quad (6)$$

Нормированная реактивная часть импеданса излучения концевой отверстия может быть записана в виде:

$$Y = (\omega \rho l / S) / (\rho c / S) = kl. \quad (7)$$

Тогда, приравнявая выражения (6) и (7), найдем значение относительной присоединенной длины от-

верстия без фланца $l/a \approx 0,6366$ при $ka = 0$, полученное из формулы Л.Я. Гутина (6).

В дальнейшем Левиным и Швингером [2] были получены более точные расчетные зависимости для вычисления относительной присоединенной длины отверстий без фланца и скорректированы значения этой величины, которые при $ka = 0$ составили 0,6133. Эти результаты до настоящего времени широко используются исследователями в своих разработках [5, 6, 7, 8, 9, 10].

В работе [2] приведено строгое решение задачи излучения звука концевым отверстием канала круглого поперечного сечения при аксиально-симметричном возбуждении в нем акустических волн. Задача решена для случая распространения в канале плоских волн в неподвижной среде. Стенки канала приняты абсолютно жесткими пренебрежимо малой толщины. Отношение l к a , названное в [2] концевой коррекцией, в зависимости от значений $0 \leq ka < 3,832$ представлено следующей формулой:

$$\frac{l}{a}(ka) = \pi^{-1} \int_0^{ka} \frac{\ln \left\{ \pi J_1(x) \left[J_1(x)^2 + N_1(x)^2 \right]^{0.5} \right\}}{x \left[(ka)^2 - x^2 \right]^{0.5}} dx + \pi^{-1} \int_0^{\infty} \frac{\ln \left\{ \left[2I_1(x) K_1(x) \right]^{-1} \right\}}{x \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{0.5}} dx, \quad (8)$$

где: $J_1(x)$ и $N_1(x)$ — функции Бесселя первого порядка первого и второго рода; $I_1(x)$ и $K_1(x)$ — модифицированные функции Бесселя первого порядка первого и второго рода.

На низких частотах, когда $ka \ll 1$, авторы условно приняли $ka = 0$. Тогда первое слагаемое в (8) равно нулю, и эта зависимость в работе [2] приведена в виде:

$$\frac{l}{a} = \pi^{-1} \int_0^{\infty} x^{-2} \ln \left\{ \left[2I_1(x) K_1(x) \right]^{-1} \right\} dx = 0,6133. \quad (9)$$

Основываясь на этом результате вычислений, авторы указали, что число 0,6133 является точным решением для концевой коррекции при $ka = 0$ по сравнению с ранее известными ее значениями.

Проведенные нами исследования показали, что вычисление присоединенной длины отверстий без фланца по формулам (8) и (9) машинными методами затруднительно, так как интегралы от модифицированных функций Бесселя с верхним пределом, равным бесконечности, непосредственно не берутся.

3. Постановка задачи

Продолжая тенденцию усовершенствования аналитических зависимостей и значений присоединенной длины отверстий без фланца, в данной работе поставлена задача получить расчетные формулы, позволяющие вычислить машинным способом более точно значения этой акустической величины. Принимая полученные в данной работе аналитические зависимости в качестве эталонных, представляется целесообразным проанализировать погрешности вычисления концевой коррекции с помощью широко используемых в практических акустических расчетах формул и, при необходимости, внести в них соответствующие коррективы, повышающие точность получаемых значений присоединенной длины отверстий без фланца.

4. Аналитическая зависимость для машинных расчетов концевой коррекции

Проведенный анализ работ в этой области акустики показал, что наиболее строго получено уравнение (8), потенциально позволяющее рассчитывать относительную присоединенную длину отверстий без фланца с высокой степенью точности. Однако, как уже сказано выше, вычисление концевой коррекции по этим формулам современными машинными методами не представляется возможным в связи с тем, что второй интеграл в формуле (8) и интеграл в (9) при верхнем пределе, равном бесконечности, не берется от подынтегрального выражения, содержащего модифицированные функции Бесселя.

Рассмотрение поведения модифицированных функций Бесселя первого и второго рода в выражениях (8) и (9) показывает, что $I_1(x)$ резко возрастает до бесконечности при стремлении аргумента к бесконечности. Функция $K_1(x)$ интенсивно снижается с увеличением аргумента, стремясь к нулю при x , стремящемся к бесконечности. В связи с этим непосредственный расчет интеграла с верхним пределом, равным бесконечности, в выражениях (8) и (9) не представляется возможным.

Для преодоления этой проблемы предложен способ решения уравнений (8) и (9). Представим вначале интеграл в формуле (9) суммой двух интегралов с одинаковыми подынтегральными выражениями: первый с границами интегрирования от 0 до 690 и второй — от 690 до бесконечности. Верхняя граница в первом интеграле определена вычислительными возможностями программ *Mathcad* и *Matlab*, так как при $x = 698$ функция Бесселя $K_1(x)$ становится меньше 10^{-305} . При этом расчет становится критическим, поскольку результаты, ниже 10^{-307} автоматически об-

нуляются. Выбор предела меньше 690 не рационален, так как он является нижним пределом второго интеграла с подынтегральным выражением, содержащим модифицированные функции Бесселя, которые, как это будет показано ниже, заменяются рядами с большим, но все же ограниченным числом членов, а это вносит определенную погрешность. При этом погрешность замены тем меньше, чем больше аргумент функций Бесселя [11], который при взятом нами нижнем пределе интеграла изменяется от 690 до бесконечности.

5. Машинный способ расчета модифицированных функций Бесселя

Первый из суммы двух интегралов, описанных в разделе 4, рассчитывается численно методом квадратур Гаусса–Кронрода (*quadgk*) в среде *Matlab* [12] с заданной относительной и абсолютной точностью соответственно 10^{-7} и 10^{-12} :

$$\Delta 1 = \pi^{-1} \int_0^{690} x^{-2} \ln \left\{ \left[2I_1(x)K_1(x) \right]^{-1} \right\} dx = 0,609224261755. \quad (10)$$

Для вычисления второго интеграла в пределах от 690 до бесконечности модифицированные функции Бесселя, входящие в подынтегральное выражение, при столь больших значениях аргумента были заменены асимптотическими разложениями [11], включающими в себя ряды с убывающими членами:

$$I_1(x) \approx e^x (2\pi x)^{-0,5} \left[1 - \frac{4-1^2}{1!8x} + \frac{(4-1^2)(4-3^2)}{2!(8x)^2} - \dots \right] + e^{j3\pi/2} (2\pi x)^{-0,5} e^{-x} \left[1 + \frac{4-1^2}{1!8x} + \frac{(4-1^2)(4-3^2)}{2!(8x)^2} + \dots \right]. \quad (11)$$

Так как в нашем случае значения x достаточно большие и действительные числа, то вторым рядом в (11) можно пренебречь [11]. Это же относится к разложению в ряд $K_1(x)$, которое примет следующий вид:

$$K_1(x) \approx e^{-x} \left[\pi / (2x) \right]^{0,5} \left[1 + \frac{4-1^2}{1!8x} + \frac{(4-1^2)(4-3^2)}{2!(8x)^2} + \dots \right]. \quad (12)$$

Для вычисления функций Бесселя по формулам (11) и (12) машинными методами нами предложена новая форма представления этих выражений, позво-

ляющая задавать число членов рядов, исходя из необходимой точности результата:

$$I_1(x) \approx e^x (2\pi x)^{-0,5} \times \left\{ 1 + \sum_{n=1}^m \left\{ (n!)^{-1} \left[(8x)^{-n} \prod_{s=1}^n \left[(2s-1)^2 - 4 \right] \right] \right\} \right\}; \quad (13)$$

$$K_1(x) \approx e^{-x} \left[\pi / (2x) \right]^{0,5} \times \left\{ 1 + \sum_{n=1}^m \left\{ (n!)^{-1} \left[(8x)^{-n} \prod_{s=1}^n \left[4 - (2s-1)^2 \right] \right] \right\} \right\}, \quad (14)$$

где: $s = 1, 2, \dots, n$ — порядковый номер множителя в произведении, содержащем n членов; $n = 1, 2, \dots, m$ — порядковый номер слагаемого в сумме, содержащей m членов.

Эти соотношения позволяют машинным методом рассчитывать значения $I_1(x)$ и $K_1(x)$ с заданной степенью точности при больших значениях аргумента (x), зависящей от взятого количества m членов суммы в выражениях (13) и (14). В приведенных ниже расчетах $m = 85$, хотя аналитические вычисления в программе *Mathcad* показали, что уменьшение числа m до восьми не изменяет значений I/a , полученных до девятого знака после запятой.

6. Аналитическая зависимость для выполнения машинных расчетов с задаваемой степенью точности

Для оценки точности замены функций Бесселя рядами, согласно (13) и (14), было проведено сопоставление результатов, рассчитанных по формуле (10) после такой замены аналитически в программе *Mathcad* и обозначенных №1, с аналогичными результатами №2, вычисленными непосредственно по этой формуле численно в среде *Matlab* [12] с той же точностью, что и выражения (10). В обоих случаях в (10) нижний предел интегрирования был взят переменным и обозначен буквой h . Полученные таким образом значения концевой коррекции в функции от h , обозначенные $I/a(h)$, приведены в табл.1.

Сравнение результатов этих расчетов показывает высокую точность вычислений по формуле (10) при замене функций Бесселя соответствующими рядами. Можно ожидать, что достаточно высокая точность сохранится и при расчете этого интеграла в пределах от 690 до бесконечности.

Дополнительно предложен способ расчета второго интеграла в пределах от 690 до бесконечности, у которого в подынтегральном выражении модифицированные функции Бесселя заменены рядами в со-

Таблица 1

Значения $l/a(h)$ № 1 и $l/a(h)$ № 2, умноженные на 10^5

h	90	140	190	240	290	340
$l/a(h)$ № 1	15,974836	10,032365	6,9889234	5,1184005	3,8441816	2,9164811
$l/a(h)$ № 2	15,974836	10,032365	6,9889234	5,1184005	3,8441816	2,9164811
h	390	440	490	540	590	640
$l/a(h)$ № 1	2,2088080	1,6499802	1,1967558	0,82129196	0,50482071	0,23421327
$l/a(h)$ № 2	2,2088080	1,6499802	1,1967558	0,82129196	0,50482071	0,23421327

ответствии с (13) и (14), путем преобразования его, в свою очередь, к двум интегралам, один из которых, наибольшей величины, является табличным, благодаря чему повышается точность расчета. Суть преобразований заключается в следующем.

Для упрощения записи обозначим ряды во внешних фигурных скобках выражений (13) и (14) соответственно $A(x, m)$ и $B(x, m)$ и перемножим $I_1(x)$ и $K_1(x)$. Тогда подынтегральное выражение в формуле (10) преобразуется к виду:

$$x^{-2} \ln \left\{ \left[2I_1(x)K_1(x) \right]^{-1} \right\} = x^{-2} \ln(x) - x^{-2} \ln[A(x, m)B(x, m)]. \quad (15)$$

Отсюда интеграл в формуле (10), взятый в пределах от 690 до бесконечности, может быть представлен в виде двух интегралов:

$$\Delta 2 = \pi^{-1} \int_{690}^{\infty} x^{-2} \ln(x) dx - \pi^{-1} \int_{690}^{\infty} x^{-2} \ln[A(x, m)B(x, m)] dx. \quad (16)$$

Первый интеграл в формуле (16) табличный, поэтому после интегрирования и деления на π получим число $3,476816586 \cdot 10^{-3}$. Второй член в (16), рассчитанный аналитически в системе *Mathcad*, равен $(-1,21 \cdot 10^{-10})$. Результат вычислений по формуле (16) составил $\approx 3,476816707 \cdot 10^{-3}$. Таким образом, сумма результатов расчета по формулам (10) и (16), представляет собой значение относительной присоединенной длины отверстия без фланца при $ka = 0$, полученное при тех же допущениях, что и в работе [2]:

$$l/a = \Delta 1 + \Delta 2 \approx 0,612701078462. \quad (17)$$

Округлив это число до четвертого знака после запятой, получим $l/a = 0,6127$. Как видим, это значение отличается от $l/a = 0,6133$, полученного Левиным и Швингером.

Рассчитаем относительную присоединенную длину отверстия без фланца в диапазоне распространения плоских волн ($ka \approx 0 \dots 3,8317$) при оговоренных выше допущениях, воспользовавшись формулой (8). Первое слагаемое в ней рассчитано численно методом квадратур Гаусса–Кронрода (*quadgk*) в среде *Matlab* [12] с заданной относительной и абсолютной точностью соответственно 10^{-7} и 10^{-12} . Интеграл во втором слагаемом при верхнем пределе, равном бесконечности, не берется непосредственно. Поэтому представим его в виде суммы двух интегралов аналогично тому, как это было нами предложено применительно к интегралу в формуле (9):

$$\pi^{-1} \int_0^{690} \frac{\ln \left\{ \left[2I_1(x)K_1(x) \right]^{-1} \right\}}{x \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{0.5}} dx + \pi^{-1} \int_{690}^{\infty} \frac{\ln \left\{ \left[2I_1(x)K_1(x) \right]^{-1} \right\}}{x \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{0.5}} dx. \quad (18)$$

Первое слагаемое в (18) рассчитывается численно в среде *Matlab* с точностью, указанной выше. Второе слагаемое преобразуем предложенным выше способом расчета в следующей последовательности. Вначале его подынтегральное выражение представим аналогично формуле (15) в виде:

$$x^{-1} \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{-0.5} \left\{ \ln(x) - \ln[A(x, m)B(x, m)] \right\}. \quad (19)$$

После замены подынтегрального выражения во втором члене формулы (18) на зависимость (19) получим:

$$\pi^{-1} \int_{690}^{\infty} x^{-1} \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{-0.5} \ln(x) dx - \pi^{-1} \int_{690}^{\infty} x^{-1} \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{-0.5} \ln[A(x, m)B(x, m)] dx. \quad (20)$$

В результате проведенных преобразований выражение (20) может рассчитываться машинными методами. В итоге получена зависимость, позволяющая вычислить присоединенную длину отверстий без фланца во всем диапазоне чисел $ka \approx 0 \dots 3,8317$:

$$\begin{aligned} \frac{l}{a}(ka) = & \pi^{-1} \int_0^{ka} \frac{\ln \left\{ \pi J_1(x) \left[J_1(x)^2 + N_1(x)^2 \right]^{0.5} \right\}}{x \left[(ka)^2 - x^2 \right]^{0.5}} dx + \\ & + \pi^{-1} \int_0^{\infty} \frac{\ln \left\{ \left[2I_1(x) K_1(x) \right]^{-1} \right\}}{x \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{0.5}} dx + \\ & + \pi^{-1} \int_{690}^{\infty} \frac{\ln(x)}{x \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{0.5}} dx - \\ & - \pi^{-1} \int_{690}^{\infty} \frac{\ln \left[A(x, m) B(x, m) \right]}{x \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{0.5}} dx. \end{aligned} \quad (21)$$

Используя соотношение (21), были вычислены значения относительной присоединенной длины отверстия без фланца с шагом 0,2, которые представлены в табл.2. При этом первые три слагаемых (21) рассчитаны численным методом квадратур Гаусса – Кронрода (*quadgk*) в среде *Matlab* [12], причем первый и второй с заданной относительной и абсолютной точностью 10^{-7} и 10^{-12} , а третье слагаемое — с точностью соответственно 10^{-13} и 10^{-17} . Четвертый член в (21) рассчитывался аналитически в программе *Mathcad*. Кроме того, эти результаты расчета в виде графика $\delta(ka)$ изображены на рис. 1.

7. Расчетная формула в компактной форме

В связи с определенной громоздкостью выражения (21), представляется целесообразным получить более компактную расчетную формулу, позволяющую вычислять машинными методами относительную присоединенную длину отверстий без фланца в диапазоне $ka \approx 0 \dots 3,8317$ с высокой степенью точности.

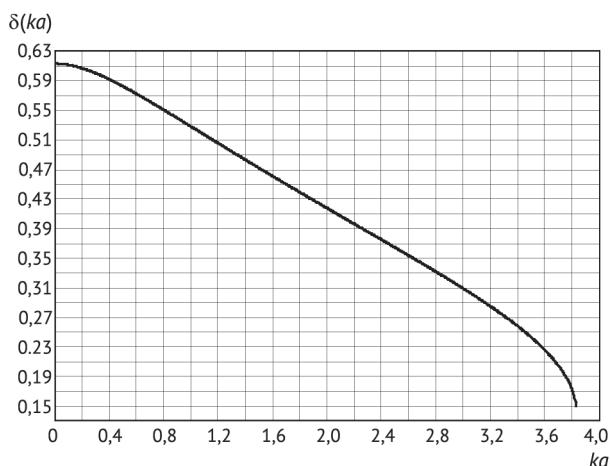


Рис.1. Относительная присоединенная длина отверстий без фланца.

Анализ формулы (20) показал, что результаты расчета по ней отличаются друг от друга не более чем на $1,63 \cdot 10^{-8}$ в рассматриваемом диапазоне значений ka . Поэтому, заменив эти результаты одним числом, равным их среднеарифметической величине, получим:

$$\begin{aligned} l/a(ka) = & \pi^{-1} \left\{ \int_0^{ka} \frac{\ln \left\{ \pi J_1(x) \left[J_1(x)^2 + N_1(x)^2 \right]^{0.5} \right\}}{x \left[(ka)^2 - x^2 \right]^{0.5}} dx + \right. \\ & \left. + \int_0^{690} \frac{\ln \left\{ \left[2I_1(x) K_1(x) \right]^{-1} \right\}}{x \left[(ka)^2 + x^2 \right]^{0.5}} dx \right\} + 3,4768 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \quad (22)$$

Это выражение позволяет вычислить относительную присоединенную длину отверстия без фланца в диапазоне $ka \approx 0 \dots 3,8317$ с точностью до седьмого знака после запятой.

Полученные в работе расчетные зависимости дают возможность вычислить относительную присоединенную длину концевое отверстия канала без фланца машинными методами с высокой степенью точности во всем частотном диапазоне суще-

Таблица 2

Значения относительной присоединенной длины отверстия без фланца

ka	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$l/a(ka)$	0,61270108	0,60637960	0,59127362	0,57164248	0,54992923	0,52743078	0,50480715
ka	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6
$l/a(ka)$	0,48237267	0,46025154	0,43845924	0,41694434	0,39560763	0,37430697	0,35284980
ka	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	3,8317
$l/a(ka)$	0,33096987	0,30827546	0,28412968	0,25732664	0,22488633	0,17074395	0,13857574



ствования плоских волн в канале. Эти зависимости позволяют оценить погрешность вычислений этой величины при использовании известных упрощенных расчетных зависимостей, широко применяемых в настоящее время в акустической практике и, при необходимости, внести в них соответствующие коррективы, повышающие точность расчетов по этим формулам.

8. Коррекция упрощенных расчетных формул на основе полученных результатов

Полученные новые более точные значения концевой коррекции в диапазоне $ka = 0 \dots 3,8317$ позволили уточнить расчетные зависимости, широко применяемые в акустических расчетах [5, 8, 9]. Так, после внесения необходимой коррекции известная формула *Davies* [5] приняла следующий вид:

$$l/a(ka) = 0,6127 - 0,1168(ka)^2 \quad \text{при } 0 \leq ka < 0,5. \quad (23)$$

Расчетная формула *Norris* [8] после соответствующей уточняющей доработки записывается в виде:

$$l/a(ka) = \left(0,6127 + 0,027(ka)^2\right) / \left(1 + 0,19(ka)^2\right) \quad \text{при } 0 \leq ka \leq 3,75. \quad (24)$$

Также откорректирована формула *F. Silva* [9]:

$$l/a(ka) = \frac{0,6127 \left(1 + 0,0599(ka)^2\right)}{1 + 0,238(ka)^2 - 0,0153(ka)^4 + 0,0015(ka)^6} \quad \text{при } 0 \leq ka \leq 3. \quad (25)$$

Это же касается и других работ, содержащих упрощенные расчетные зависимости для вычисления присоединенной длины отверстий без фланца,

Литература

1. *Миронова А.Н., Тупов В.В.* К расчету модуля коэффициента отражения акустических волн от концевого отверстия канала без фланца // Акустика среды обитания: сборник трудов Первой Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов (АСО-2016). Москва, 13 мая 2016 г. / Под ред. А.И. Комкина. — Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана. — 2016. — С. 108–115.
2. *Levine H., Schwinger J.* On the radiation of sound from an unflanged circular pipe // *J. Phys. Rev.*, 1948. V. 73. № 4. P. 383–406.
3. *Гутин Л.Я.* О звуковом поле поршневых излучателей // ЖТФ. 1937. Т. VII. № 10. С. 1096–1106.
4. *Комкин А.И., Миронов М.А., Юдин С.И.* О присоединенной длине отверстий // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 6. С. 677–682.
5. *Davies P.O.A.L., Bento Coelho J.L., Bhattacharya M.J.* Reflection coefficients for an unflanged pipe with flow // *J. Sound Vibr.* 1980. V. 72. № 4. P. 543–546.
6. *Munjal M.L.* Acoustics of Ducts and Mufflers (with Application to Exhaust and Ventilation System Design). A Wiley-Interscience. John Wiley & Sons. New York. 1987. 320 p.
7. *Mechel F.P.* Formulas of Acoustics. Second Edition. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, New York, 2008. 1298 p.

которые также должны быть исправлены аналогичным способом. Откорректированные расчетные зависимости позволяют выполнять вычисления концевой коррекции с более высокой точностью.

9. Выводы

1. Проведенный анализ известных расчетных зависимостей, предназначенных для вычисления значений присоединенной длины отверстий без фланца, позволил определить соотношения, которые могли бы потенциально дать достаточно высокую точность расчетов. Однако они не позволяют применять машинные методы вычислений, обеспечивающие задаваемую высокую степень точности.
2. Предложен способ расчета присоединенной длины отверстий без фланца машинными методами с задаваемой точностью вычисления этой акустической величины.
3. Предложенным способом получена аналитическая зависимость, принятая в работе в качестве эталонной, позволяющая выполнять машинный расчет рассматриваемой концевой коррекции с высокой точностью.
4. На основе этой зависимости вычислены уточненные значения присоединенной длины отверстия без фланца в системе *Matlab* с относительной и абсолютной точностью 10^{-7} и 10^{-12} .
5. Предложен также машинный способ расчета модифицированных функций Бесселя при больших значениях аргумента.
6. Скорректирован ряд широко применяемых в инженерных акустических расчетах зависимостей в целях повышения их точности, предназначенных для вычисления значений концевой коррекции, необходимых, например, при проектировании глушителей шума, а также в других акустических расчетах.

8. Norris A.N., Sheng I.C. Acoustic radiation from a circular pipe with an infinite flange // J. Sound Vibr. 1989. V. 135. № 1. P. 85–93.
9. Silva F., Guillemain Ph., Kergomard J., Mallaroni B., Norris A.N. Approximation formulae for the acoustic radiation impedance of a cylindrical pipe // J. Sound Vibr. Elsevier. 2009. V. 332. № 1–2. P. 255–263.
10. Andrey R. Da Silva, Paulo Henrique Mareze, Arcanjo Lenzi Approximate expressions for the reflection coefficient of ducts terminated by circular flanges // J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng. Rio de Janeiro. 2012. V. 34. № 2. P. 1–13.
11. Андре Анго Математика для электро- и радиоинженеров. М.: Наука, 1965. 780 с.
12. MATLAB. Самоучитель. Практический подход. — СПб.: Наука и Техника, 2012. — 448 с.

References

1. Mironova A.N., Tupov V.V. K raschetu modulja koeficienta otrazhenija akusticheskikh voln ot koncevogo otverstija kanala bez flanca [The calculation of the reflection coefficient module of the acoustic waves from the end opening of the channel without flange]. *Akustika sredy obitaniya: sbornik trudov Pervoj Vserossijskoj konferencii molodyh uchenyh i specialistov (ASO-2016). Moskva, 13 maja 2016 g.* [Acoustic environment: Proceedings of the First All-Russian conference of young scientists and specialists (AFR-2016). Moscow, May 13, 2016]. Moscow, MGTUim. N.Je. Bauman Publ., 2016, pp. 108–115. (in Russian)
2. Levine H., Schwinger J. On the radiation of sound from an unflanged circular pipe. J. Phys. Rev., 1948. V.73. №4. P. 383–406.
3. Gutin L.Ja. O zvukovom pole porshnevnyh izluchatelej [On sound field of piston radiators]. *ZhTF*. 1937. V. VII. № 10. P. 1096–1106. (in Russian)
4. Komkin A.I., Mironov M.A., Judin S.I.O prisoedinennoj dlinoj otverstij [Attached length holes]. *Akust. zhurn.* [Acoustical Physics], 2012. V. 58, I. 6, pp. 677–682. (in Russian)
5. Davies P.O.A.L., Bento Coelho J.L., Bhattacharya M.J. Reflection coefficients for an unflanged pipe with flow. J. Sound Vibr. 1980. V.72. № 4. P. 543–546.
6. Munjal M.L. Acoustics of Ducts and Mufflers (with Application to Exhaust and Ventilation System Design). A Wiley-Interscience. John Wiley & Sons. New York. 1987. 320 p.
7. Mechel F.P. Formulas of Acoustics. Second Edition. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, New York, 2008. 1298 p.
8. Norris A.N., Sheng I.C. Acoustic radiation from a circular pipe with an infinite flange. J. Sound Vibr. 1989. V.135. № 1. P. 85–93.
9. Silva F., Guillemain Ph., Kergomard J., Mallaroni B., Norris A.N. Approximation formulae for the acoustic radiation impedance of a cylindrical pipe. J. Sound Vibr. Elsevier. 2009. V. 332. № 1–2. P. 255–263.
10. Andrey R. Da Silva, Paulo Henrique Mareze, Arcanjo Lenzi Approximate expressions for the reflection coefficient of ducts terminated by circular flanges. J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng. RiodeJaneiro. 2012. V. 34. № 2. P. 1–13.
11. Andre Anjo. *Matematika dlja jelektro- i radioinzhenerov* [Mathematics for Electrical and Radio Engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1965. 780 p. (in Russian)
12. *MATLAB. Samouchitel'. Prakticheskij podhod* [MATLAB. A practical approach]. St. Petersburg, Nauka i Tehnika Publ., 2012. 448 p. (in Russian)

The Calculation of the Cut-in Length of the End Hole of Channel Without Clamping Shoulder by the Acoustic Design Development

V.V. Tupov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Bauman Moscow State Technical University

The analysis of known calculated dependences for determining the relative cut-in length of the end hole of the channel without clamping shoulder (end correction) needed to perform applicative acoustic calculation, in particular by the design of jet noise mufflers. The accuracy of the results obtained by calculating with the known dependencies is estimated. The method of calculating of the end correction with machine method is offered, the basis of which was used by the development of analytical dependence for calculating the values of the cut-in length of the holes without clamping shoulder with high accuracy adopted in this article as a reference. These values are calculated in Matlab system with relative and absolute accuracy 10^{-7} and 10^{-12} , in particular, it was found that when $ka=0/a=0,6127$, but not 0.6133 as it was previously thought in the world acoustics. A computer approach of calculation of the modified Bessel functions for large values of the argument was developed. A correction of design equations which are widely used in acoustic engineering development, which increases the accuracy of calculating the cut-in length of the end channels holes without clamping shoulder. The results are intended for use in both basic acoustic investigations and in their numerous practical applications.

Keywords: cut-in length, end correction, wavenumber, Bessel function, symptom-free development, uncertainty on a calculating result, acoustic report, calculation of noise muffler.