

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОПЛЕРОВСКОГО СДВИГА ЧАСТОТЫ
В МНОГОЛУЧЕВЫХ РАДИОКАНАЛАХ****MODELING OF DOPPLER FREQUENCY SHIFT IN MULTIPATH RADIO CHANNELS****М.С. Пензин***Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, penzin.maksim@gmail.com***Н.В. Ильин***Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, ilyin@iszf.irk.ru***M.S. Penzin***Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, penzin.maksim@gmail.com***N.V. Ilyin***Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, ilyin@iszf.irk.ru*

Аннотация. Рассматривается моделирование распространения квазимонохроматического радиосигнала, представленного когерентной импульсной последовательностью, в нестационарном многолучевом радиоканале. Распространение сигнала в таком канале приводит к наблюдаемому сдвигу частоты для каждого луча (эффект Доплера). В основе описанного подхода к моделированию лежит предположение о том, что во время распространения одного импульса канал можно считать стационарным. Показано, что к наблюдаемому сдвигу частоты в принятом сигнале приводит изменение фазы передаточной функции канала. Таким образом, измерение доплеровского смещения частоты можно свести к измерению скорости изменения средней фазы одного импульса относительно другого. Само моделирование проводилось в рамках метода нормальных волн. Данный метод позволяет моделировать динамику электромагнитного поля в заданной точке с необходимой точностью. Моделирование показало, что локальное изменение свойств ионосферы сильнее влияет на лучи, область отражения которых лежит в той части ионосферы, где данные изменения имеют место.

Ключевые слова: эффект Доплера, метод нормальных волн, моделирование, нестационарный радиоканал.

Abstract. We discuss the modeling of propagation of a quasi-monochromatic radio signal, represented by a coherent pulse sequence, in a non-stationary multipath radio channel. In such a channel, signal propagation results in the observed frequency shift for each ray (Doppler effect). The modeling is based on the assumption that during propagation of a single pulse a channel can be considered stationary. A phase change in the channel transfer function is shown to cause the observed frequency shift in the received signal. Thus, instead of measuring the Doppler frequency shift, we can measure the rate of change in the mean phase of one pulse relative to another. The modeling is carried out within the framework of the method of normal waves. The method enables us to model the dynamics of the electromagnetic field at a given point with the required accuracy. The modeling reveals that a local change in ionospheric conditions more severely affects the rays whose reflection region is in the area where the changes occur.

Keywords: Doppler effect, method of normal waves, modeling, non-stationary radio channel.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наиболее часто используемым способом измерения доплеровского смещения частоты является спектральный анализ [Baddeley et al., 2005; Bianchi, Altadill, 2005; Petrova et al., 2009]. В рамках данного подхода для квазимонохроматического сигнала в случае стационарной среды и постоянной скорости излучателя или приемника мы получаем ярко выраженный пик, положение которого и определяет сдвиг частоты (классический эффект Доплера).

Для нестационарной среды и меняющейся со временем скорости приемника или излучателя мы получим так называемый доплеровский спектр, потеряв при этом детальное поведение сдвига частоты в зависимости от времени, которое мы далее будем называть тонкой структурой эффекта Доплера. Стоит от-

метить, что трактовка доплеровского спектра неоднозначна и зависит от условий поставленной задачи.

Примером такой нестационарной среды является ионосфера. При измерении спектральными методами доплеровского смещения частоты квазимонохроматического сигнала, прошедшего нестационарный ионосферный радиоканал, мы ограничены двумя факторами: дисперсия не позволяет сформировать слишком короткий сигнал, а нестационарность не дает анализировать слишком длинные сигналы. Характерные значения доплеровских (параметрических) сдвигов частоты квазимонохроматического радиосигнала в КВ-диапазоне, прошедшего ионосферный радиоканал, составляют герцы или доли герца. Для измерения подобных величин необходимы сигналы длительностью до десятков секунд, но нестационарность радиоканала накладывает ограничения на использование таких сигналов.

Иным подходом, позволяющим измерить тонкую структуру сдвига частоты, является анализ фазы сигнала. В случае однолучевого сигнала это не представляется слишком сложной задачей. Однако при прохождении непрерывного сигнала через многолучевой радиоканал поведение фазы становится довольно сложным, поскольку отражает поведение суммы фаз лучей, а не поведение фазы отдельно взятого луча. Задача разделения лучей такого сигнала является некорректной и в общем случае нерешаемой.

Вместо непрерывного сигнала можно использовать импульсный сигнал, который в точке приема можно разделить на отдельные лучи по задержкам. Дисперсия и нестационарность канала незначительно влияют на импульсы, ширина полосы которых существенно меньше полосы когерентности канала (порядка сотен килогерц [Иванов и др., 2006]), а длительность сравнима со временем распространения и существенно меньше характерного времени изменения параметров канала. Радиоканал можно считать стационарным во время распространения одного такого импульса, но одиночные импульсы не позволяют измерить скорости изменения ионосферных параметров. В этом случае можно регистрировать либо спектр последовательности импульсов [Батухин и др., 2000], который является линейчатым, либо амплитуду и фазу каждого отдельного импульса с последующим анализом их изменений с течением времени.

В общем случае изменение параметров ионосферного радиоканала с течением времени приводит к изменениям характеристик отдельных импульсов. Однако несложно установить, что при спектральных измерениях когерентной последовательности импульсов только вариации фазы передаточной функции канала (которая и определяет среднюю фазу амплитудно-модулированного импульса) приводят к изменению положения центральной спектральной линии в линейчатом спектре. При этом вариации амплитуды или задержки к сдвигам центральной линии не приводят. Вариации амплитуды приводят к деформации спектральных линий, а вариации задержки приводят к малому изменению расстояния между спектральными линиями, не меняя положение и форму центральной линии.

Таким образом, в случае малых вариаций ионосферных параметров фаза и амплитуда сигнала будут непрерывно меняться от импульса к импульсу, при этом изменение амплитуды можно не учитывать. Скорость же изменения фазы можно трактовать как доплеровское смещение частоты [Barnes, 1992; Cohen, 1995].

Исходя из этого, имея модель передаточной функции многолучевого радиоканала, параметры которого медленно и непрерывно меняются с течением времени, мы можем регистрировать фазу отдельных импульсов, соответствующих отдельным лучам. При этом изменение фазы принятого импульса позволяет отслеживать доплеровское смещение частоты для каждого луча в отдельности с помощью когерентной последовательности импульсов.

ПРОХОЖДЕНИЕ КОГЕРЕНТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ИМПУЛЬСОВ ЧЕРЕЗ РАДИОКАНАЛ

Для простоты рассмотрим узкополосные амплитудно-модулированные импульсы с несущей частотой ω_0 и амплитудой $a(t)$. Импульсы повторяются через промежутки времени T .

Отдельно взятый такой импульс можно представить в виде

$$u(t) = a(t) \cos(\omega_0 t). \quad (1)$$

Когерентная последовательность излученных импульсов (1)

$$f(t) = \sum_{k=0}^{K-1} a(t - kT) \cos(\omega_0 t), \quad (2)$$

где K — число импульсов.

Для простоты будем считать, что $\omega_0 T = 2\pi n$, где n — целое число. Тогда спектр последовательности импульсов (2) можно записать как

$$F(\omega) = U(\omega) \sum_{k=0}^{K-1} \exp(i\omega kT), \quad (3)$$

где $U(\omega) = (A(\omega - \omega_0) + A(\omega + \omega_0))/2$, $A(\omega)$ — спектр $a(t)$. При этом

$$\left| \sum_{k=0}^{K-1} \exp(i\omega kT) \right|^2 = \left(\frac{\sin \frac{\omega TK}{2}}{\sin \frac{\omega T}{2}} \right)^2. \quad (4)$$

Из выражения (4) видно, что сумма экспонент с ростом числа слагаемых стремится к сумме δ -функций. Когерентность последовательности сигналов нужна для того, чтобы экспоненты в сумме не имели сдвигов фаз. В действительности конечная сумма отличается от δ -функции и имеет вид повторяющихся с периодом $2\pi/T$ узких пиков, около которых сгруппированы на небольшом расстоянии более мелкие пики. Таким образом, спектр когерентной последовательности импульсов становится линейчатым. При этом огибающая спектра в окрестности $\omega = \pm\omega_0$ равна спектру отдельного импульса $A(\omega)$.

При уменьшении периода повторения импульсов линии спектра раздвигаются, а при увеличении — сближаются.

Когда импульсы начинают сливаться, т. е. период повторения становится меньше или равен длительности отдельного импульса, остается одна линия, если при этом огибающая непрерывного сигнала слабо меняется, то линия превращается в очень резкий пик, соответствующий монохроматическому сигналу. Таким образом, непрерывный квазимонохроматический сигнал можно рассматривать как когерентную последовательность импульсов с периодом повторения меньшим или равным их длительности.

Перейдем к описанию прохождения последовательности импульсов через однолучевой квазистационарный канал, параметры которого медленно меняются со временем. Квазистационарность понимается в том смысле, что такой канал в полосе сигнала в течение времени прохождения k -го импульса

можно считать стационарным и характеризовать передаточной функцией

$$H_k(\omega) = |H_k(\omega)| e^{i\Phi_k(\omega)} \approx H_{0k} (1 + \gamma_{0k}(\omega - \omega_0)) e^{i\Phi_{0k} + i\tau_{0k}(\omega - \omega_0)}, \quad (5)$$

где $H_{0k} = |H_k(\omega_0)|$ — модуль передаточной функции на несущей частоте, $\tau_{0k} = \Phi'_k(\omega_0)$ — групповая задержка импульсного сигнала, равная производной фазы передаточной функции по частоте, $\gamma_{0k} = (\ln |H_k(\omega)|)'|_{\omega=\omega_0}$ — логарифмическая производная модуля передаточной функции по частоте, характеризующая искажения импульса в первом порядке по ширине полосы, $\Phi_{0k} = \Phi_k(\omega_0)$ — фаза передаточной функции на несущей частоте, которую мы далее будем называть просто фазой.

Спектр когерентной последовательности импульсов (2), прошедшей через радиоканал, будет иметь вид

$$F(\omega) = U(\omega) \sum_k H_k(\omega) \exp(i\omega kT). \quad (6)$$

В случае стационарного канала $H_{0k} = H_0$, $\tau_{0k} = \tau_0$, $\gamma_{0k} = \gamma_0$, $\Phi_{0k} = \Phi_0$. Тогда

$$F(\omega) = U_0(\omega) \sum_k \exp(i\omega kT). \quad (7)$$

Здесь введено обозначение

$$U_0(\omega) = U(\omega_0) H_0 (1 + \gamma_0(\omega - \omega_0)) e^{i\Phi_0 + i\tau_0(\omega - \omega_0)}.$$

Рассмотрим влияние изменений каждого параметра передаточной функции на принятый сигнал по отдельности.

Для начала рассмотрим изменения фазы. Пусть от импульса к импульсу фаза меняется линейно, т. е. $\Phi_k = \Phi_0 + k\Delta\Phi$. Спектр принятой последовательности в данном случае можно записать

$$F(\omega) = U_0(\omega) \sum_k \exp \left[i \left(\omega + \frac{\Delta\Phi}{T} \right) kT \right]. \quad (8)$$

На рис. 1 представлен спектр (8). Здесь и далее спектры представлены без учета огибающей $U_0(\omega)$, по оси абсцисс отложено отклонение от несущей частоты ω_0 , штриховой линией изображен спектр последовательности импульсов в стационарном случае, сплошной — в нестационарном.

Таким образом, видимый сдвиг частоты в принятой последовательности $\Delta\omega = \Delta\Phi/T$. Данный сдвиг можно наблюдать на рис. 1.

Теперь рассмотрим влияние сдвига групповой задержки. Пусть групповая задержка также меняется от импульса к импульсу линейно: $\tau_k = \tau_0 + k\Delta\tau$. Спектр тогда можно записать следующим образом:

$$F(\omega) = U_0(\omega) \sum_k \exp [i(T + \Delta\tau)(\omega - \omega_0)k]. \quad (9)$$

Из (4) и (9) следует, что меняется только расстояние между спектральными линиями, при этом форма и положение спектральной линии, расположенной на ω_0 , не меняются. Это можно увидеть на рис. 2, на котором изображен спектр (9).

Пусть теперь линейно изменяется амплитуда, $H_{0k} = H_0 + \Delta H k$, в этом случае

$$F(\omega) = U_0(\omega) \sum_k \left(1 + \frac{\Delta H k}{H_0} \right) \exp(i\omega kT). \quad (10)$$

На рис. 3 видно, что малое линейное изменение амплитуды приводит лишь к незначительному уширению спектральной линии, не вызывая сдвига спектральных линий.

И, наконец, рассмотрим влияние $\gamma_{0k} = \gamma_0 + \Delta\gamma k$:

$$F(\omega) = U_0(\omega) \sum_k \left(1 + \frac{\Delta\gamma(\omega - \omega_0)k}{1 + \gamma_0(\omega - \omega_0)} \right) \times \exp(i\omega kT). \quad (11)$$

На рис. 4 можно увидеть, что линейное изменение γ_0 также не приводит к сдвигу спектральных пиков, но меняет их форму.

Таким образом, к наблюдаемому сдвигу спектра квазимонохроматического сигнала приводит только изменение со временем фазы передаточной функции. При этом фаза является и самой быстроменяющейся величиной.

Многолучевой канал является суммой однолучевых каналов, поэтому передаточная функция также является суммой передаточных функций отдельных лучей.

Пусть имеется несколько лучей, каждый из которых в точке приема можно представить

$$u_i(t) = a_i \cos(\omega_0 t + \phi_i) + b_i \sin(\omega_0 t + \phi_i). \quad (12)$$

Их сумма будет иметь вид

$$u(t) = \cos(\omega_0 t) \left[\sum_i (a_i \cos \phi_i + b_i \sin \phi_i) \right] + \sin(\omega_0 t) \left[\sum_i (-a_i \sin \phi_i + b_i \cos \phi_i) \right]. \quad (13)$$

Следовательно, в точке приема сигнал является векторной суммой амплитуд отдельных лучей. В стационарном случае имеем чисто гармоническое колебание с некоторой амплитудой и фазой. В нестационарном же случае параметры каждого из лучей непрерывно меняются с течением времени, что приводит к непрерывному изменению их суммы. При этом параметры каждого отдельного луча меняются согласно изменениям параметров среды. Хотя каждый из лучей и является квазимонохроматическим сигналом, их сумма в точке приема будет иметь шумоподобный вид вследствие их интерференции.

При моделировании доплеровского смещения частоты будем учитывать только изменение фазы передаточной функции канала, пренебрегая остальными параметрами. Таким образом, простейший алгоритм измерения доплеровского смещения частоты можно представить следующими шагами:

1. Излучается когерентная импульсная последовательность.
2. В точке приема импульсы разделяются по задержкам и сопоставляются с отдельными каналами.
3. Для каждого импульса определяется его средняя фаза, таким образом получается фазовременная диаграмма для каждого канала.
4. Фазовременная диаграмма переводится в частотно-временную на основании того, что частота — это производная фазы по времени.

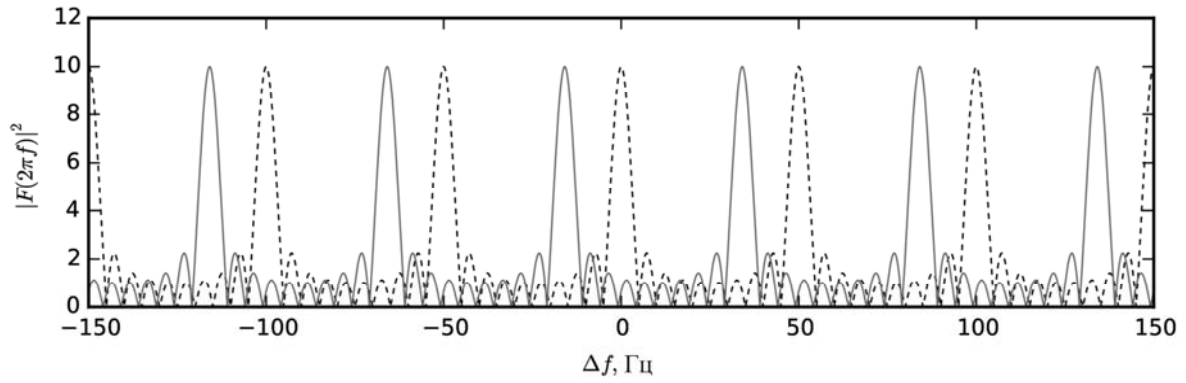


Рис. 1. Спектр когерентной последовательности импульсов при линейном изменении Φ_0

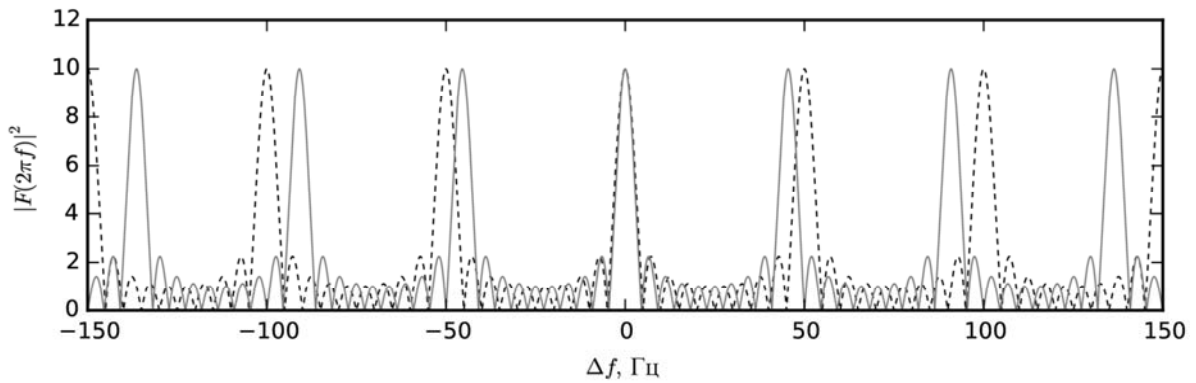


Рис. 2. Спектр когерентной последовательности импульсов при линейном изменении τ_0

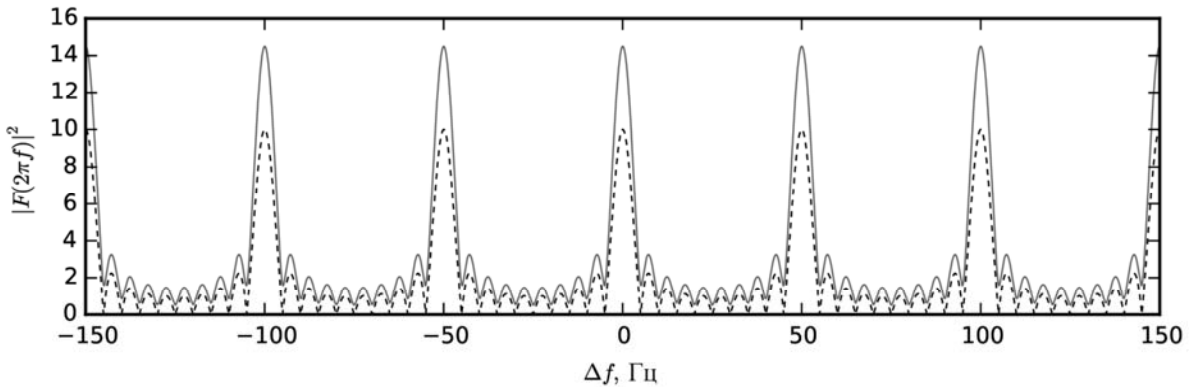


Рис. 3. Спектр когерентной последовательности импульсов при линейном изменении H_0

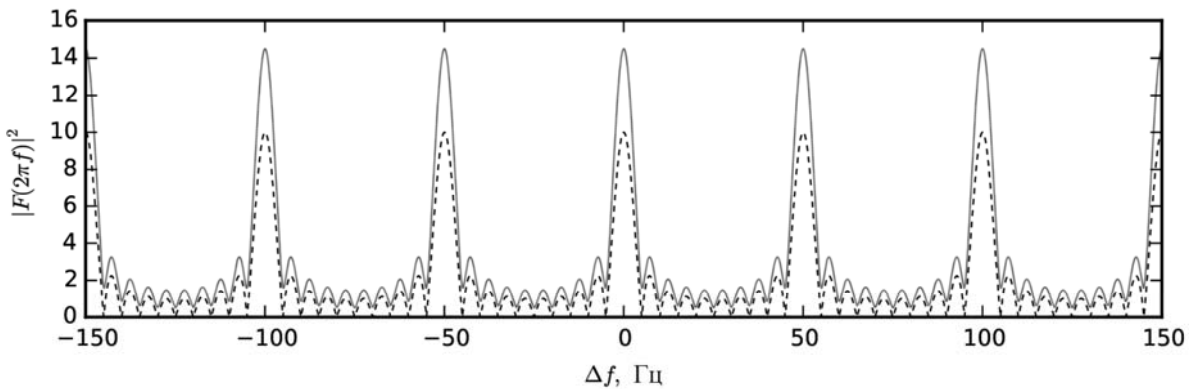


Рис. 4. Спектр когерентной последовательности импульсов при линейном изменении γ_0

Следует отметить, что фаза импульса может быть определена с точностью только до $2\pi n$, где n — любое целое число. Для того чтобы сохранить непрерыв-

ность и однозначность определения фазы, следует наложить условие, что разница фаз соседних импульсов не может превышать по модулю π . Обычно

в ионосферном радиоканале в КВ-диапазоне доплеровский сдвиг частоты не превышает 10 Гц. При условии максимальной разницы фаз между импульсами и максимальной скорости изменения частоты можно получить ограничение на период повторения импульсов T :

$$T \leq \frac{1}{2f_{\max}}, \quad (14)$$

где f_{\max} — предполагаемый максимальный сдвиг частоты. Для f_{\max} порядка 10 Гц величина T не должна превышать 0.05 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ

Моделирование доплеровского сдвига проводилось на основе метода нормальных волн. В рамках данного подхода (в отличие от геометрического) можно моделировать изменения поля в конкретной точке пространства, что позволяет отслеживать плавные изменения фаз импульсов.

В методе нормальных волн передаточная функция канала [Куркин и др., 1981] может быть записана как

$$H(\omega) = \sum_n \frac{A_n}{r_0^2 \sqrt{\sin \theta}} I_n(r_0, 0) I_n(r, \theta) \exp \left[ika \int_0^\theta \gamma_n(\theta') d\theta' \right], \quad (15)$$

где A_n — системный коэффициент, r_0 — высота излучателя, r и θ — координаты приемника, I_n — коэффициенты возбуждения, a — радиус Земли, k — волновое число, γ_n — спектральный параметр радиального уравнения.

Для фиксированных точек излучения и приема в случае квазимонохроматического сигнала на несущей частоте ω_0 сумма распадается на несколько сумм, соответствующих геометрическим лучам [Потехин, Орлов, 1981], что позволяет воспользоваться терминологией геометрической оптики.

В качестве примера рассмотрим как многолучевой радиоканал ионосферу, нормированный профиль электронной концентрации которой представим в виде двух квазипарабол [Куркин и др., 1981]:

$$q(h) = \begin{cases} 0, & h < h_b, \\ d_1 \left(1 - \frac{h_b + a}{h + a} \right)^2, & h_b \leq h \leq h_0, \\ 1 - d_2 \left(\frac{h_m + a}{h + a} - 1 \right)^2, & h_0 \leq h \leq h_m, \end{cases} \quad (16)$$

где a — радиус Земли, h — высота, h_b — высота начала ионосферы, h_m — высота максимума, h_0 — точка сшивки, а d_1 и d_2 определяются выражениями

$$d_1 = \left[\left(1 - \frac{h_b + a}{h_0 + a} \right) \left(1 - \frac{h_b + a}{h_m + a} \right) \right]^{-1},$$

$$d_2 = \left[\left(\frac{h_m + a}{h_b + a} - 1 \right) \left(\frac{h_m + a}{h_0 + a} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (17)$$

С течением времени критическая частота меняется по закону

$$f_{cr} = f_{0cr} \left[1 + a_f \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \sin \left(\frac{10\pi t}{T} \right) \right], \quad (18)$$

где $a_f=0.01$ и $T=7200$ с.

Изменяется также положение точки начала ионосферы:

$$h_b = h_{0b} \left[1 + 0.5a_h - 0.5a_h \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right], \quad (19)$$

где $a_h=0.000785$.

Выбраны следующие начальные значения параметров ионосферы: высота нижней границы ионосферы — 90 км, точка сшивки — 195 км, высота максимума — 300 км, критическая частота — 6 МГц. Через данный радиоканал была пропущена последовательность когерентных импульсов с частотой несущего сигнала 10 МГц, длительность одного импульса — 120 мкс. Расстояние между точками излучения и приема — 3500 км.

В каждый момент времени моделировалось прохождение одного импульса через ионосферный радиоканал. В точке приема, после демодуляции, импульсы разделялись по задержкам и для каждого импульса находились средние амплитуда и фаза. Период повторения импульсов был выбран 0.05 с.

Фазы отдельно взятых лучей, полученные в результате моделирования прохождения когерентной последовательности импульсов через ионосферный радиоканал, представлены на рис. 5. В точку приема приходят четыре луча: два двухскачковых и два трехскачковых. Видно, что нижние лучи более чувствительны к изменениям параметров нижней части ионосферы, где лежат их области отражения. В то же время верхние лучи более чувствительны к изменениям характеристик верхней части ионосферы (в данном случае к изменению критической частоты). При этом в обоих случаях более чувствительными оказываются двухскачковые лучи. Такое поведение хорошо согласуется с физическим представлением процесса.

Доплеровское смещение частоты определяется как скорость изменения фазы (рис. 6). Таким образом, мы можем наблюдать тонкую структуру доплеровского смещения частоты в зависимости от изменения параметров среды.

Результаты моделирования прохождения непрерывного квазимонохроматического сигнала частотой 10 МГц представлены на рис. 7. Из-за сильной интерференции и малости частотных сдвигов определение доплеровского смещения отдельно взятого луча в общем случае, как упоминалось выше, не всегда возможно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен метод измерения доплеровского смещения частоты в многолучевых радиоканалах для каждого луча в отдельности с помощью когерентной последовательности импульсов, позволяющий отслеживать детально изменения параметров радиоканала (тонкую структуру).

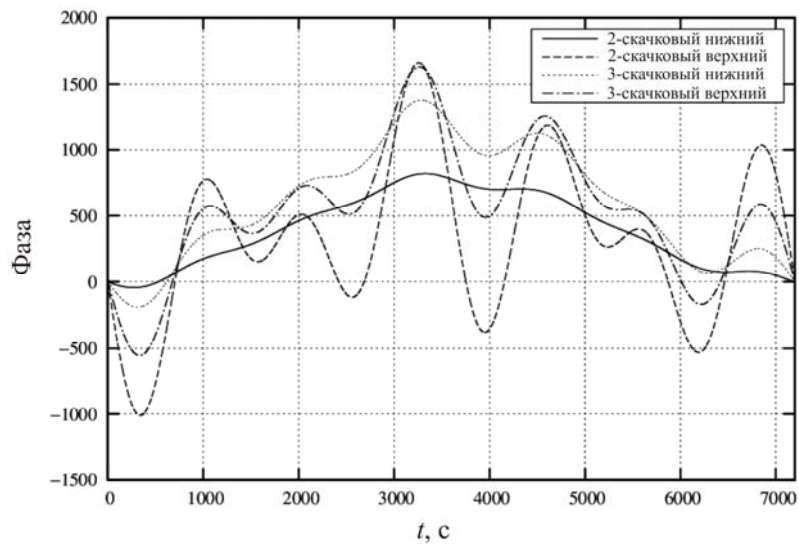


Рис. 5. Фазы отдельных импульсов

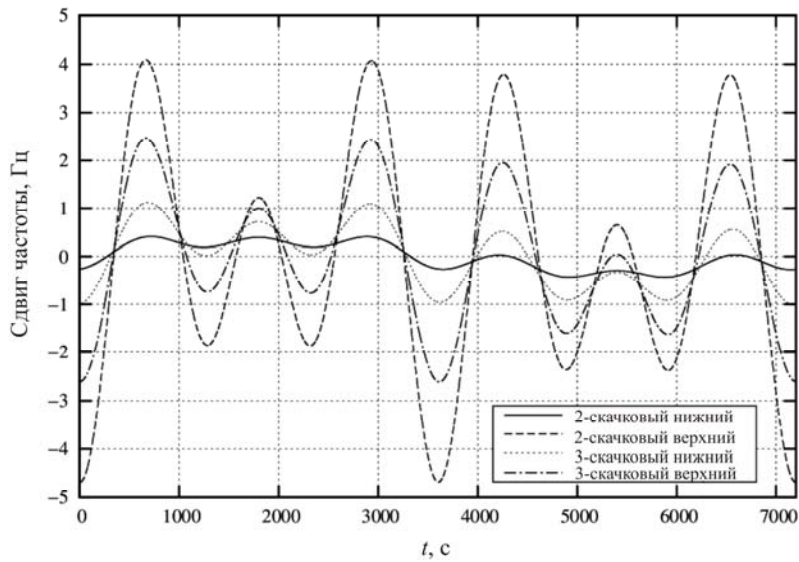


Рис. 6. Доплеровское смещение частоты отдельных импульсов

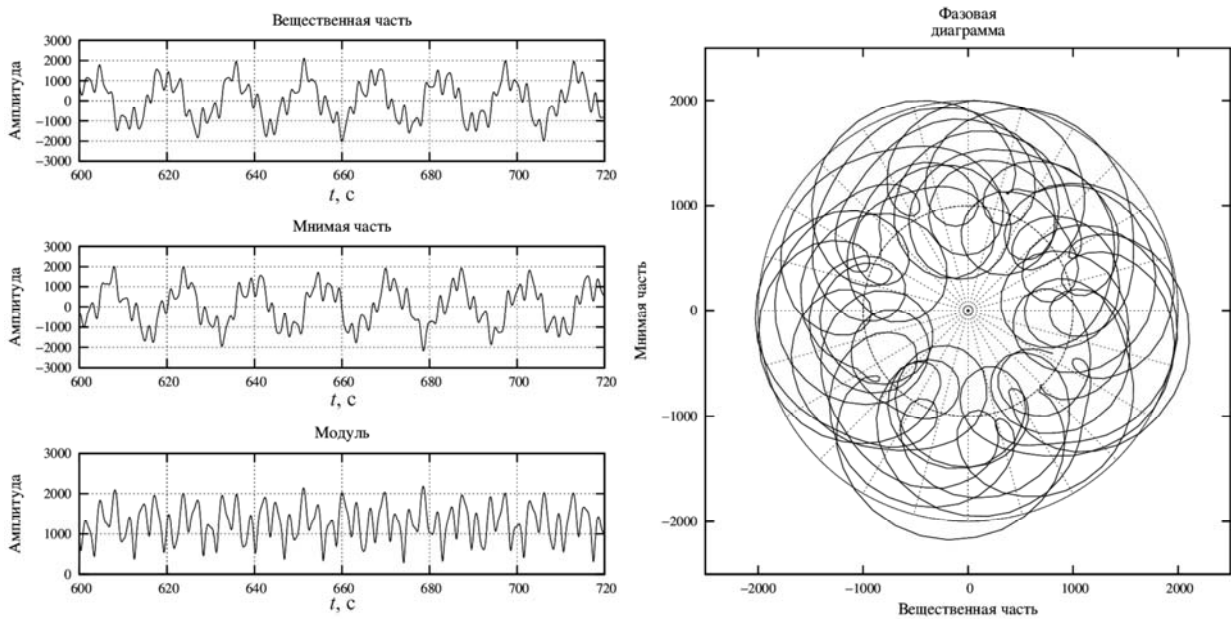


Рис. 7. Непрерывный сигнал

Показано, что наибольший вклад в доплеровское смещение частоты вносит изменение фазы передаточной функции канала.

На основе рассмотренного метода было проведено моделирование распространения когерентной импульсной последовательности в простейшем случае плоскостной ионосферы с медленно меняющимися с течением времени параметрами. Результаты моделирования показывают, что на изменение характеристик отдельного луча влияют вариации параметров ионосферы в областях отражения, что качественно соотносится с экспериментальными данными.

Таким образом, если имеется модель динамики ионосферы, то можно анализировать поведение фаз и амплитуды лучей по отдельности. При этом на изменение параметров луча фактически будут влиять только вариации параметров ионосферы в областях отражения. На основе этого можно определить характер изменения доплеровского смещения частоты и попытаться выяснить, существуют ли какие-либо особенности в проявлении эффекта Доплера, характерного для данной модели динамики ионосферы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 13-05-00979-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Батухин В.И., Иванов В.А., Колчев А.А., Розанов С.З. Измерение доплеровского смещения частоты отдельных лучей с помощью ЛЧМ-ионозонда // Известия вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 12. С. 1044–1054.

Иванов Д.В., Егосин А.Б., Иванов В.А., Рябова Н.В. Информационно-аналитическая система для исследования ионосферы и каналов декаметрового радиосвязи. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2006. 256 с.

Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи. М.: Наука, 1981. 124 с.

Потехин А.П., Орлов И.И. Приближенная формула суммирования ряда нормальных волн // Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца. М.: Наука, 1981. Вып. 57. С. 135–137.

Baddeley L.J., Yeoman T.K., Wright D.M. HF Doppler sounder measurements of the ionospheric signatures of small scale ULF waves // *Ann. Geophys.* 2005. V. 23. P. 1807–1820.

Barnes A.E. The calculation of instantaneous frequency and instantaneous bandwidth (Short Note) // *Geophysics.* 1992. V. 57, N 11. P. 1520–1524.

Bianchi C., Altadill D. Ionospheric Doppler measurements by means of HF-radar techniques // *Ann. Geophys.* 2005. V. 48, N 6. P. 989–993.

Cohen L. *Time-Frequency Analysis*. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1995. 206 p.

Petrova I.R., Bochkarev V.V., Latipov R.R. Application of HF Doppler measurements for the investigation of internal atmospheric waves in the ionosphere // *Adv. Space Res.* 2009. V. 44, N 6. P. 685–692.

REFERENCES

Baddeley L.J., Yeoman T.K., Wright D.M. HF Doppler sounder measurements of the ionospheric signatures of small scale ULF waves. *Ann. Geophys.* 2005, vol. 23, pp. 1807–1820.

Barnes A.E. The calculation of instantaneous frequency and instantaneous bandwidth (Short Note). *Geophysics.* 1992, vol. 57, no. 11, pp. 1520–1524.

Batukhin V.I., Ivanov V.A., Kolchev A.A., Rozanov S.Z. Measuring the Doppler frequency shift of particular rays using LFM ionosonde. *Izvestiya vuzov. Radiofizika* [Radiophysics and Quantum Electronics]. 2000, vol. 43, no. 12, pp. 1044–1054 (in Russian).

Bianchi C., Altadill D. Ionospheric Doppler measurements by means of HF-radar techniques. *Ann. Geophys.* 2005, vol. 48, no. 6, pp. 989–993.

Cohen L. *Time-Frequency Analysis*. New Jersey, Prentice Hall Ptr, 1995, 206 p.

Ivanov D.V., Yegoshin A.B., Ivanov V.A., Ryabova N.V. Informatsionno-Analiticheskaya Sistema Dlya Issledovaniya Ionosfery i Kanalov Dekametrovoi Radiosvyazi [*Information-Analytical System for Studying the Ionosphere and Channels of Decameter Radio Communication*]. Yoshkar-Ola, Volga State University of Technology Publ., 2006, 256 p. (in Russian).

Kurkin V.I., Orlov I.I., Popov V.N. *Method Normal'nykh Voln v Problem Korotkovolnvoi Radiosvyazi* [Method of Normal Waves in the Problem of Short-Wave Radio Communication]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 124 p. (in Russian).

Petrova I.R., Bochkarev V.V., Latipov R.R. Application of HF Doppler measurements for the investigation of internal atmospheric waves in the ionosphere. *Adv. Space Res.* 2009, vol. 44, no. 6, pp. 685–692.

Potekhin A.P., Orlov I.I. Approximate formula of summation of a sequence of normal waves. *Issledovaniya po geomagnetizmu, aeronomii i fizike Solntsa* [Research on geomagnetism, Aeronomy and Solar Physics]. Moscow, Nauka Publ., 1981, iss. 57, pp. 135–137 (in Russian).

Статья подготовлена по материалам Конференции молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом» Международной Байкальской молодежной школы по фундаментальной физике.