

Машиностроение и машиноведение

УДК 621.891

DOI: 10.30987/1999-8775-2019-2019-12-4-12

В.П. Тихомиров, М.А. Измеров

**ВЛИЯНИЕ ВОЛНИСТОСТИ И ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ
НА НОРМАЛЬНУЮ КОНТАКТНУЮ ЖЕСТКОСТЬ
ПЛОСКОГО СТЫКА**

Произведена оценка влияния волнистости и шероховатости инженерной поверхности на нормальную контактную жесткость плоского стыка методами компьютерного моделирования волнистой и фрактальной (шероховатой) поверхности. Показано, что зависимость нормальной контактной жесткости от нагрузки носит ярко выраженный

нелинейный характер, а жесткость волнистой поверхности примерно в 30 раз больше жесткости шероховатого слоя.

Ключевые слова: волнистость, шероховатость, контактная жесткость, фрактальная модель, имитационное моделирование.

V.P. Tikhomirov, M.A. Izmerov

**IMPACT OF CORRUGATION AND ROUGHNESS OF SURFACE UPON
NORMAL CONTACT STIFFNESS OF FLAT JOINT**

A contact stiffness of a flat joint in engineering surfaces depends upon the presence of corrugation and roughness which are actually on any surface. An efficient method for the analysis of a contact interaction between wavy surfaces is a simulation: statistical methods for the estimate are unacceptable because of a small number of waves and the absence of a proper statistical distribution of their height, and a fractal model manifesting the peculiarities of rough layer structure and the presence of self-affinity is most suitable for the estimate of contact stiffness.

In this paper there is carried out an estimate of the impact of corrugation and roughness of an engineering surface upon normal contact stiffness of a flat joint by methods of the computer modeling of the con-

tact interaction between a wavy and fractal (rough) surfaces. With this purpose there was developed a two-level model of the contact interaction of engineering surfaces according to which on the first level there were estimated parameters of wave contact interaction.

There were obtained outline spots of a contact on which were modeled fractal surfaces emulating roughness, and estimated the actual spots of a contact. A computer experiment has shown that the dependence of normal contact stiffness upon a load has a vivid non-linear character, and a stiffness of wavy surface is about 30 times larger than a stiffness of a rough layer.

Key words: corrugation, roughness, contact stiffness, fractal model, simulation.

Введение

Контактная жесткость плоского стыка инженерных поверхностей зависит от наличия волнистости и шероховатости. Практически любая инженерная поверхность одновременно имеет отклонения от идеальной формы в виде волнистости и шероховатости. Волнистость поверхности не проявляет фрактальных свойств, которые присущи шероховатости. Это обстоятельство служит основанием для разного подхода при оценке нормальной контактной жесткости для волнистости и шероховатости поверхности. В первом случае эффек-

тивным методом анализа контактного взаимодействия является имитационное моделирование: статистические методы оценки неприемлемы ввиду малого количества волн и отсутствия надлежащего статистического распределения их высот. Во втором случае на основе анализа таких известных моделей контакта шероховатых поверхностей, как модели Арчарда, Гринвуда - Вильямсона и Маджумдара - Бхушана, можно сделать вывод, что фрактальная модель, отражающая особенности строения шероховатого слоя и наличие са-

моаффинности, наиболее пригодна для оценки контактной жесткости фрактальной

поверхности.

Двухуровневая модель контактного взаимодействия

Инженерные поверхности достаточно больших размеров кроме макроотклонения (form) имеют и другие отклонения от правильной геометрической формы: волнистость (waviness) и шероховатость (roughness), представленные на рис. 1а.

Макроотклонения от идеальной формы и волнистость не являются фракталь-

ными объектами в отличие от шероховатости, которая характеризуется фрактальными параметрами. Определение параметров контактного взаимодействия при наличии волнистости и шероховатости требует разных подходов. На рис. 1б показаны элементы поверхности, включающие волнистость и шероховатость.

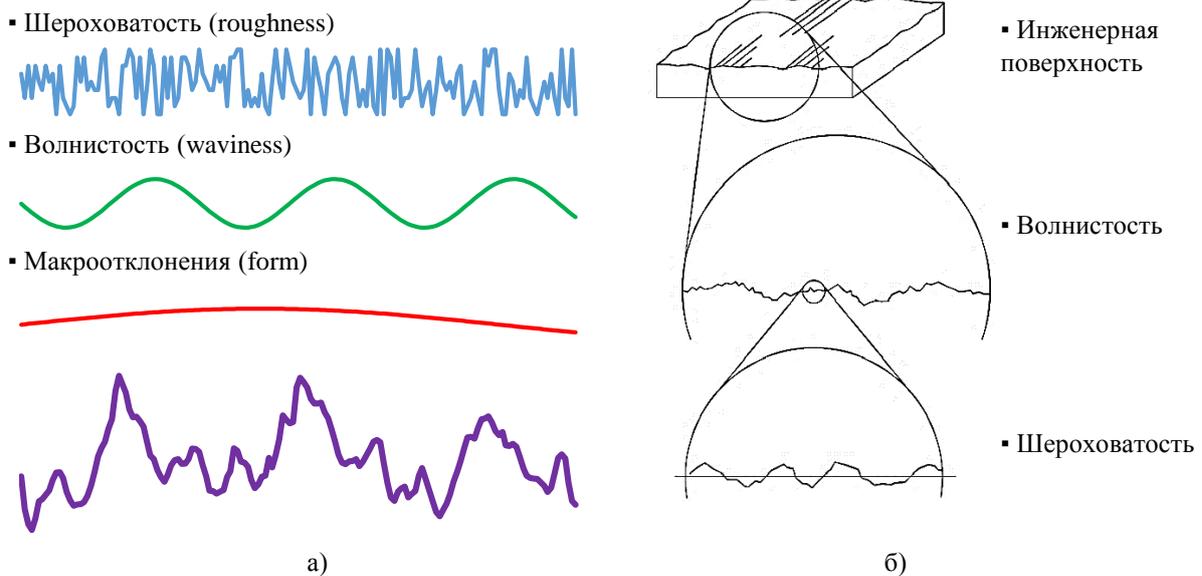


Рис. 1. Профиль инженерной поверхности:

а - отклонения от идеальной геометрической формы; б - элементы инженерной поверхности

Для оценки параметров контактного упругого взаимодействия волнистых поверхностей следует использовать имитационное моделирование - с учетом небольшого количества волн и невозможности применения статистических методов анализа. Параметры контакта шероховатых поверхностей можно определить с помощью фрактальной модели. Предлагаемый подход основан на раздельном определении деформации волн δ_w под действием нормальной нагрузки F на сопряжение,

позволяющей найти контактное давление и фактическую (в данном случае - контурную) площадь и деформацию δ_R шероховатого слоя, расположенного на контурной площади и нагруженного той же силой, что и волнистая поверхность. Суммарная деформация равна $\delta = \delta_w + \delta_R$. Контактная жесткость плоского стыка в этом случае определяется зависимостью

$$K_N = \left(\frac{\delta_w}{F} + \frac{\delta_R}{F} \right)^{-1}.$$

Контакт волнистой поверхности с гладкой

Задачу контактного взаимодействия двух волнистых поверхностей можно упростить, рассматривая контакт эквивалентной волнистой поверхности с эквивалентными параметрами с гладкой. Рассмотрим процедуру определения парамет-

ров контактного взаимодействия таких поверхностей. Полагаем, что распределение высот цилиндрических волн подчиняется определенному закону (рис. 2).

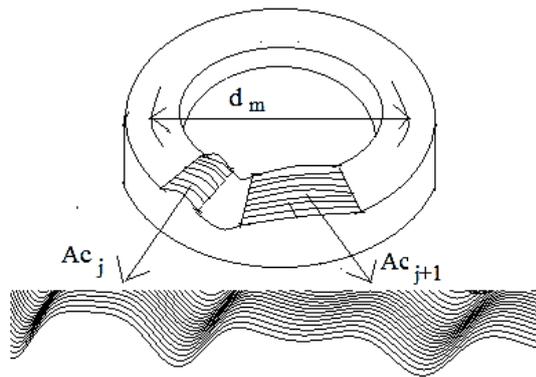


Рис. 2. Волнистая торцовая поверхность

Наиболее точный закон распределения выступов волн с разной высотой расположения - логарифмически нормальный. Пусть X^R - случайная величина, распределенная равномерно на отрезке $[0,1]$. Тогда можно найти зависимость случайной величины (максимальной высоты волны), распределенной по логарифмически нормальному закону, от X^R . Используя данные ра-

боты [1], после сглаживания данных получим уравнение регрессии вида

$$X^{LN} = 1,60 \cdot 10^{-3} \exp(9,78X^R) + 7,06.$$

Здесь $X^{LN} = W_{max}$ имеет размерность, выражаемую в мкм.

С помощью представленного уравнения регрессии будем задавать набор вершин волн ($h_{wi} \sim W_{max}/2$) и выполнять имитационное моделирование по следующему алгоритму.

На первом этапе зададим нагрузку F , приходящуюся на n_w волн поверхности, и радиус закругления верхней части волн r_w . Приняв логарифмически нормальный закон распределения вершин волн по высоте, смоделируем волну, состоящую из n_w случайных величин (СВ). Определим начальное сближение δ_{max} волн, считая на первом этапе, что имеем только одну волну, по формуле

$$\delta = \frac{F}{L} (\lambda_1 + \lambda_2) \left\{ \ln \left[\frac{L^3}{4(\lambda_1 + \lambda_2) F r_w} \right] + 2,38629 \right\}.$$

Здесь L - длина линии контакта ($L = r_2 - r_1$ - толщина пояса торцового уплотнения); $\lambda_i = (1 - \mu_i^2) / (\pi E_i)$, где μ - коэффициент Пуассона, E - модуль упругости; r_w - ради-

ус волны; F - нагрузка, приходящаяся на волну, которая сдеформирована до сближения δ (рис. 3).

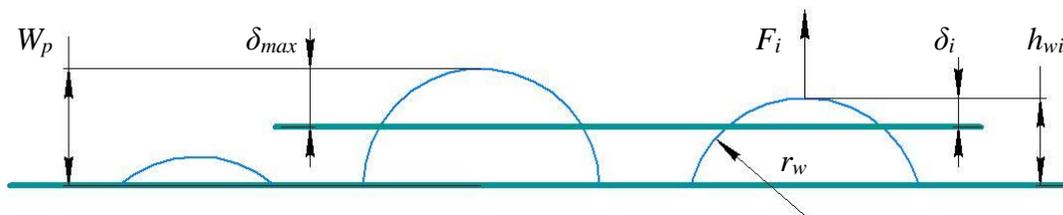


Рис. 3. Схема нагрузки на волны

При предварительно рассчитанной величине сближения δ_{max} деформация i -й волны, согласно рис. 3, оказывается равной

$$\delta_i = h_{wi} - (W_p - \delta_{max}).$$

На втором этапе найдем реакцию i -й волны F_i , соответствующую деформации δ_i . Сравним сумму реакций, приходящихся на n_w волн, ΣF_i с заданной внешней нагрузкой F . Если $\Sigma F_i > F$, то следует уменьшить сближение: $\delta_{max} = \delta_{max} - \Delta$, где $\Delta = \delta_{max} / 2$. Если $\Sigma F_i < F$, то следует соответственно увеличить сближение: $\delta_{max} =$

$\delta_{max} + \Delta$. Если происходит смена неравенства с большего на меньшее или наоборот, то методом половинного деления уменьшаем Δ до $\Delta/2$. Расчет следует закончить, если выполняется условие

$$\frac{F - \sum_{i=1}^{n_w} F_i}{F} \leq [\varepsilon].$$

Здесь $[\varepsilon]$ - заданная точность (например 0,01).

Для получения статистически значимых результатов алгоритма выполним N прогонов моделирования волн (предварительно примем $N = 20$) и определим в каж-

дом случае сближение $\delta_i, i = 1, \dots, N$. По результатам N прогонов представляется возможным вычислить среднее арифметическое отклонение $\bar{\delta}(N)$ и половину доверительного интервала $d(N, \alpha)$ по формулам

$$\bar{\delta}(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i;$$

$$d(N, \alpha) = t_{N-1; 1-\alpha/2} \sqrt{\frac{S^2(N)}{N}}.$$

Здесь дисперсия отклика (величины сближения) равна

$$S^2(N) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\delta_i - \bar{\delta}(N)]^2.$$

Табличные значения параметра t (критерия Стьюдента) можно найти в справочных пособиях; так, при $N = 20$ и $\alpha = 0,10$ имеем $t(19; 0,95) = 2,09$.

Если отношение $\frac{d(N, \alpha)}{\bar{\delta}(N)} < \gamma'$, то используем $\bar{\delta}(N)$ как точечную оценку и завершаем процедуру моделирования для

данной нагрузки. В итоге получаем соотношение $F_1 \sim \delta(N)$. Погрешность моделирования можно оценить по формуле $\gamma' = \frac{\gamma}{1+\gamma}$, где γ - относительная погрешность ($0 < \gamma < 1$), доверительный интервал - 100 $(1-\alpha)$ %. В противном случае число прогонов следует увеличить.

Изменив начальную нагрузку на волны, в соответствии с предложенной процедурой можно найти другие соотношения нагрузки и величины сближения, такие как $F_2 \sim \delta(N), F_3 \sim \delta(N), \dots, F_n \sim \delta(N)$.

Для выполнения расчётов по представленному алгоритму авторами была написана программа в среде программирования C++ Rad Studio 10. На рис. 4 представлены исходные данные и результаты расчета контактного взаимодействия эквивалентной волнистой поверхности с гладкой.

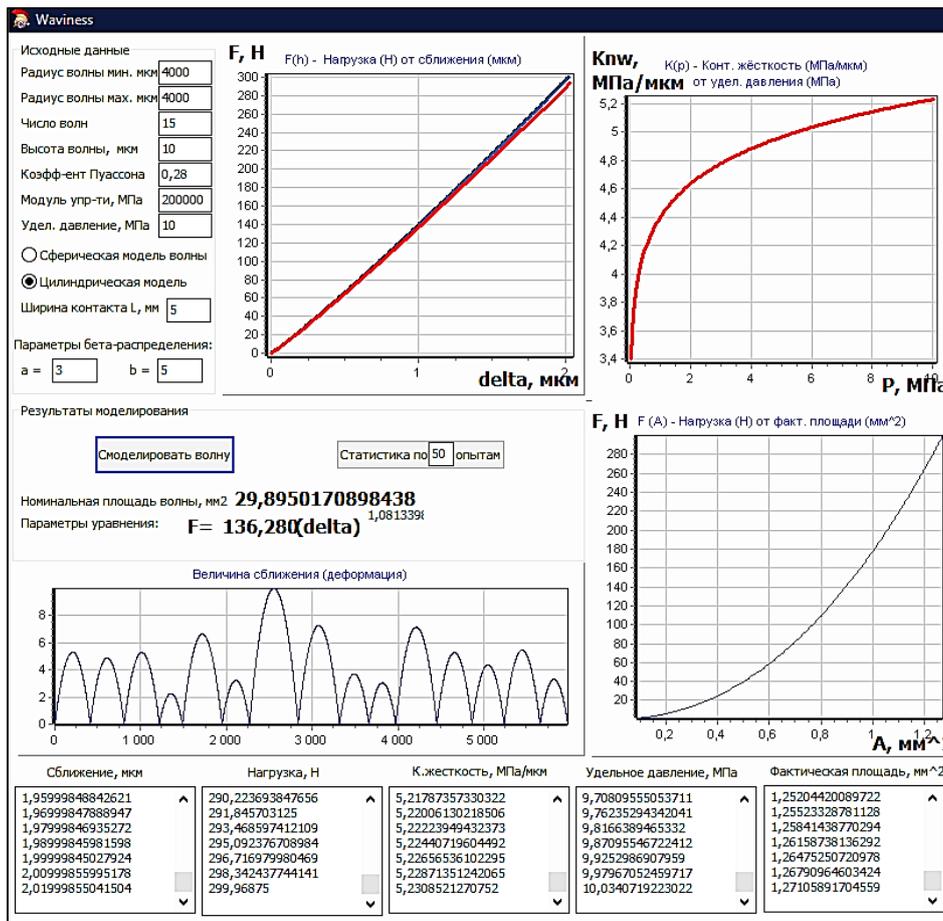


Рис. 4. Результаты моделирования контактного взаимодействия волнистых поверхностей

Полученная зависимость сближения от нагрузки при данных, приведенных на рис. 4, представлена уравнением

$$\delta_W = 0,011 F_W^{0,925}.$$

Здесь приняты следующие размерности: $[F_W]$, Н; $[\delta_W]$, мкм.

$$K_{NW} = \frac{1}{29,89} 0,011 \cdot 1,081 \delta_W^{1,081-1} = 3,978 \cdot 10^{-4} \delta_W^{0,081} \text{ МПа/мкм.}$$

Определим номинальную площадь поверхности с учетом шероховатости. Она равна контурной площади волнистой поверхности. Т.е., принимая во внимание рис. 4, найдем для нагрузки ($F_W = 290 \text{ Н}$),

Удельная контактная жесткость волнистой поверхности равна

$$K_{NW} = \frac{dF}{A_a d\delta_W} = \frac{1}{A_a} mn \delta^{n-1}.$$

Для данного примера

воспринимаемой волнистой поверхностью, номинальную площадь шероховатой поверхности, несущую ту же нагрузку: $A = A_{aR} = 1,25 \text{ мм}^2$.

Фрактальная модель контактного взаимодействия шероховатых поверхностей

Контакт между шероховатыми поверхностями характеризуется взаимодействием микронеровностей, которое приводит к образованию фактической площади контакта, являющейся небольшой частью геометрической (или номинальной) обла-

сти контакта. В 1957 г. Арчард рассматривал шероховатую поверхность в виде набора сферических сегментов, покрытых также сферическими сегментами меньшего размера (рис. 5а).

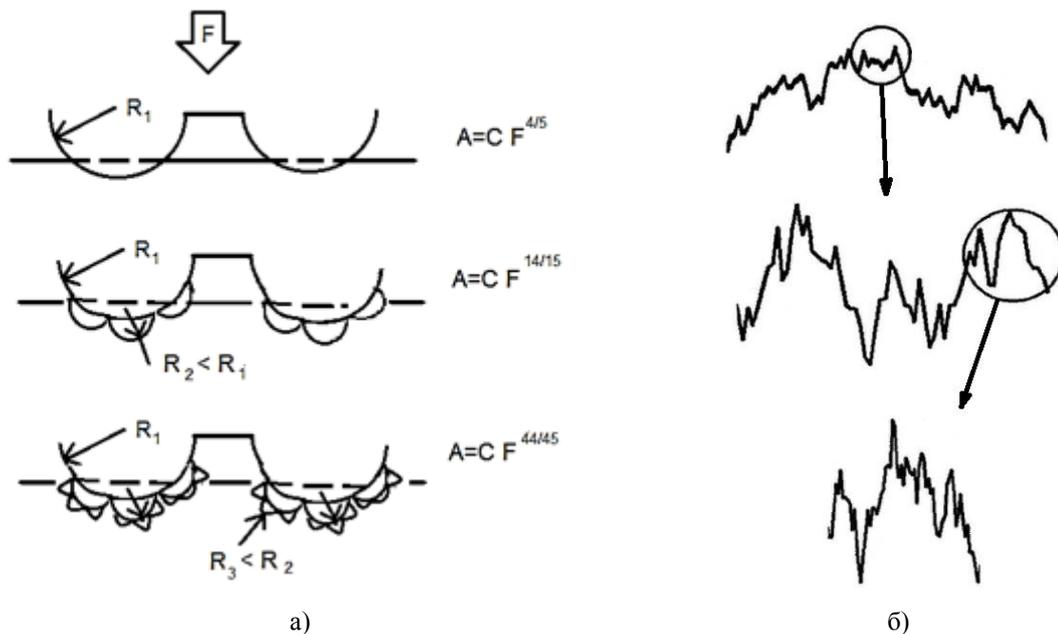


Рис. 5. Модели шероховатых поверхностей: а - модель Арчарда; б - фрактальная модель и самоаффинность профиля

Отметим, что увеличение более мелких неровностей приводит к тому, что связь между площадью контакта A и нагрузкой F носит характер, близкий к линейному. Увеличение мелких неровностей приближает структуру поверхности к фрактальному состоянию.

Позже Гринвуд и Вильямсон предложили статистическую модель контакта, названную моделью $G-W$. Модель $G-W$

стала основой расчета параметров контактного взаимодействия номинально плоских шероховатых поверхностей. На основе модели $G-W$ было предложено заменить контакт между двумя шероховатыми поверхностями сопряжением эквивалентной шероховатой поверхности и твердой плоской поверхности без учета взаимодействия неровностей. Статистические параметры (высота шероховатости, наклон

неровностей и радиус закругления верхней части неровностей) сильно зависят от разрешения измерительного прибора или любой формы фильтра сигнала. Это обстоятельство приводит к выводу о необходимости корректировать статистические модели контактного взаимодействия для получения адекватных результатов. Чтобы преодолеть недостаток статистической модели контакта, Маджумдар и Бхушан [2; 3] разработали фрактальную модель контакта (рис. 5б), названную моделью М-В, в которой мера изрезанности поверхности определяется фрактальной размерностью D_S ($2 < D_S < 3$) и параметром фрактальной шероховатости G . Фрактальная размерность профиля соотносится с размерностью поверхности (по Мандельброту) как $D = D_S - 1$. Отличительной особенностью модели М-В является представление поверхности в виде фрактального объекта, для которого характерно аффинное самоподобие. Самоподобие основывается на равном масштабном преобразовании во всех направлениях, т.е. полной масштабной инвариантности, однако у многих объектов для получения подобия необходимо применить неодинаковое масштабное увеличение разных направлений. Такие объекты называют самоаффинными. Примером самоаффинного фрактального объекта является профиль шероховатости поверхности (рис. 5б).

Как можно видеть из рис. 5б, фрагментам профиля, выделенным окружностями, для получения подобия требуется неодинаковое масштабное увеличение. Увеличение участка профиля приводит к большей детализации – выявлению перво-

го уровня субшероховатости, затем второго уровня и т.д. Наличие мелких деталей шероховатости позволило в модели М-В считать, что неровности, вступившие в контакт, вначале деформируются пластически, а затем, по мере роста площади контакта, упруго (рис. 6). Это связано с тем, что меньшие субшероховатости имеют меньшие радиусы кривизны и поэтому с большей вероятностью подвергаются пластической деформации.

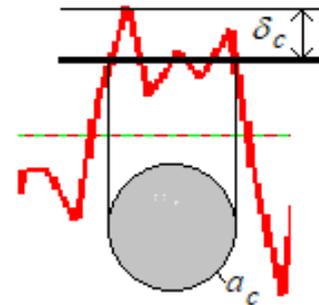


Рис. 6. Деформация выступа

С точки зрения физической природы контактного взаимодействия и особенностей строения фрактальной поверхности это предположение является оправданным. В модели Гринвуда - Вильямсона шероховатая поверхность представлена в виде набора независимых неровностей, верхняя часть которых имеет сферическую форму с постоянным радиусом закругления R . Следовательно, для каждой неровности в модели $G-W$ применима теория Герца. Модель $G-W$ предполагает, что высоты выступов изменяются случайным образом с определенным распределением вероятностей.

Контактная жесткость

Нормальная жесткость отдельного выступа определяется зависимостью

$$k_n = \frac{d\Delta F_e}{d\delta} = \frac{d}{d\delta} \left(\frac{4}{3} E R^{1/2} \delta^{3/2} \right) = \frac{2E}{\sqrt{\pi}} a^{1/2}.$$

Здесь E - модуль упругости (рассматривается контакт неровности с гладким штампом); δ - деформация, выражаемая через площадь пятна a и радиус верхней части выступа R и равная $\delta = a/(\pi R)$.

Представленное выражение для определения контактной жесткости спра-

ведливо для упругого состояния выступа, когда $a \geq a_c$. Критическую площадь пятна контакта a_c запишем в виде [4]

$$a_c = \frac{G^2}{\left(\frac{H}{2E} \right)^{\frac{2}{D-1}}}.$$

При множественном контакте число пятен, имеющих площадь больше a , подчиняется закону

$$N(A > a) = (a_L/a)^{D/2},$$

где a_L – максимальная площадь.

Размерное распределение площадей пятен контакта имеет вид

$$n(a) = \frac{dN(A > a)}{a} = \frac{D}{2} a_L^{D/2} a^{-(D+2)/2}.$$

Фактическая площадь множественного контакта равна

$$A_r = \int_0^{a_L} a' n(a') da' = \frac{D}{2-D} a_L.$$

Тогда контактная жесткость шероховатого слоя определяется соотношением

$$K_{NR} = \int_{a_c}^{a_L} k_n n(a') da' = \frac{2ED}{\sqrt{\pi}} (a_L^{1/2} - a_c^{1/2}).$$

Найдем нагрузку, воспринимаемую шероховатым слоем. При этом следует учесть, что

$$a_L = \left(\frac{\delta}{G^{D-1}} \right)^{\frac{2}{2-D}}.$$

Тогда

$$F_R = K_{NR} \delta = \frac{2ED}{\sqrt{\pi}} \delta \left(\left(\frac{\delta}{G^{D-1}} \right)^{\frac{1}{2-D}} - a_c^{1/2} \right).$$

В качестве иллюстрации представим в графической форме (рис. 7) зависимость нагрузки от деформации шероховатого слоя при следующих данных: $D = 1,531$; $G = 7,285 \cdot 10^{-6}$ мм; $E = 10^5$ МПа, $H = 2000$ МПа.

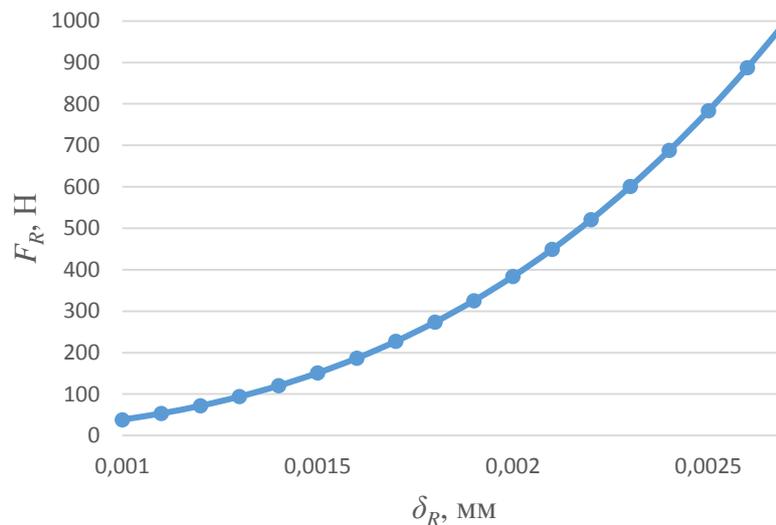


Рис. 7. Зависимость нагрузки от сближения

Связь между деформацией шероховатого слоя и нагрузкой выражается зависимостью

$$\delta_R = 0,337 F_R^{0,305}.$$

Общая контактная жесткость плоского стыка для данного примера после некоторого преобразования выражается следующей зависимостью:

$$K_N = \left(\frac{\delta_W}{F_W} + \frac{\delta_R}{F_R} \right)^{-1} = \left(\frac{0,011}{F_W^{0,075}} + \frac{0,337}{F_R^{0,695}} \right)^{-1}.$$

На рис. 8 показан график зависимости нормальной контактной жесткости плоского стыка с учетом волнистости и шероховатости, когда на стык действует сила прижатия, равная $F_W = F_R = F$.

Зависимость нормальной контактной жесткости от нагрузки носит ярко выраженный нелинейный характер. Анализ полученной зависимости показал, что жесткость волнистой поверхности в 30,6 раза

выше, чем жесткость шероховатого слоя. С ростом сжимающей нагрузки это соотно-

шение не изменяется.

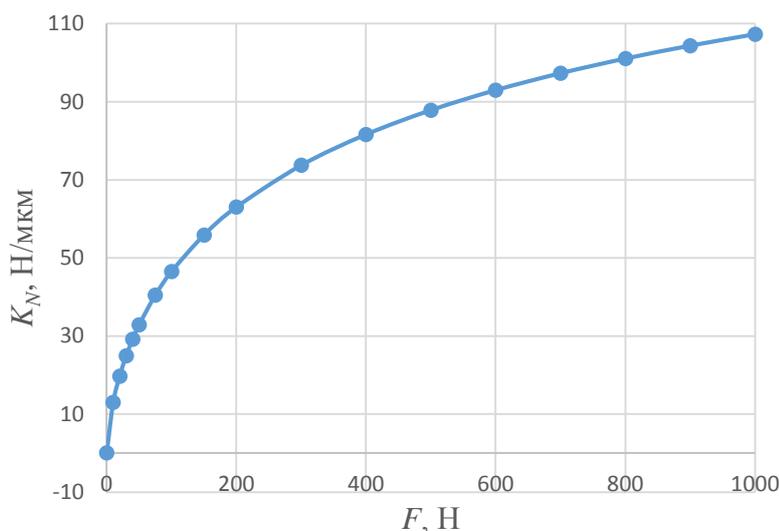


Рис. 8. Зависимость жесткости плоского стыка с учетом волнистости и шероховатости

Заключение

В работе произведена оценка контактной жёсткости стыка волнистых шероховатых поверхностей с применением компьютерного моделирования. Предлагаемые методы могут быть использованы при проектировании металл-металлических уплотнительных устройств и болтовых соединений, подвергнутых переменным нагрузкам, с учетом жесткости элементов сопряжения. Результаты расчёта позволяют сделать следующие выводы:

1. С помощью имитационного моделирования выявлена закономерность влияния параметров волнистости и нагрузки на оценку нормальной контактной жесткости плоского стыка.

2. Проведен анализ и предложена

фрактальная модель контактного взаимодействия, позволившая определить нормальную контактную жесткость шероховатого слоя. При этом модель учитывает особенность строения шероховатого слоя как фрактального объекта, при нагружении которого плоским штампом вначале имеет место пластическая деформация мелких неровностей выступа, а затем при формировании определенной площадки контакта наступает упругое состояние пятна.

3. Дана оценка нормальной контактной жесткости плоского стыка при учете волнистости и шероховатости. Численный пример показал, что жесткость волнистой поверхности примерно в 30 раз больше жесткости шероховатого слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихомиров В.П., Измеров М.А. Герметичность металл-металлических уплотнительных устройств // Вестник Брянского государственного технического университета. 2016. № 1. С. 89-99.
2. Tikhomirov V.P., Izmerov M.A. Distribution of contact spots sizes on rough surfaces // Proceedings of 2015 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems. 2015. С. 7414926.
3. Маджумдар А., Бхушан Б. Фрактальная модель упругопластического контакта шероховатых поверхностей // Современное машиностроение. Сер. Б. 1991. № 6. С. 11-23.
4. Gong Y., Shen J., Liu W., Chen L. Fractal Characteristics of Mechanical Interface Contact Parameters // MATEC Web of Conferences. IFCAE-IOT. 2018. P. 1-5.

1. Tikhomirov V.P., Izmerov M.A. Impermeability of metal-metal sealing arrangements // *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2016. No.1. pp. 89-99.
2. Tikhomirov V.P., Izmerov M.A. Distribution of contact spots sizes on rough surfaces // *Proceedings of 2015 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems*. 2015. С. 7414926.
3. Madjumdar A. Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact of rough surfaces // *Modern Mechanical Engineering. Series. B*. 1991. No.6. pp. 11-23.
4. Gong Y., Shen J., Liu W., Chen L. Fractal Characteristics of Mechanical Interface Contact Parameters // *MATEC Web of Conferences. IFCAE-IOT*. 2018. P. 1-5.

Ссылка для цитирования:

Тихомиров В.П., Измеров М.А. Влияние волнистости и шероховатости поверхности на нормальную контактную жесткость плоского стыка // *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2019. № 12. С. 4–12. DOI: 10.30987/1999-8775-2019-2019-12-4-12.

Статья поступила в редакцию 29.11.19.
Рецензент: д.т.н., профессор ИМАШ РАН
Буяновский И.А.,
член редсовета журнала «Вестник БГТУ».
Статья принята к публикации 10. 12. 19.

Сведения об авторах:

Тихомиров Виктор Петрович, д.т.н., профессор кафедры «Трубопроводные транспортные системы» Брянского государственного технического университета, тел. 8 (4832) 58-82-12, e-mail: dm-bgtu@yandex.ru.

Tikhomirov Victor Petrovich, Dr. Sc. Tech., Prof. of the Dep. “Pipeline Transportation Systems”, Bryansk State Technical University, e-mail: dm-bgtu@yandex.ru.

Измеров Михаил Александрович, к.т.н., доцент кафедры «Трубопроводные транспортные системы» Брянского государственного технического университета, тел. 8-952-960-17-19, e-mail: m.izmerov@yandex.ru.

Izmerov Michael Alexandrovich, Can. Sc. Tech., Assistant Prof. of the Dep. “Pipeline Transportation Systems”, Bryansk State Technical University, e-mail: m.izmerov@yandex.ru.