

**С.М. Братан**, д.т.н.,  
**С.Е. Сазонов**, к.т.н.,  
**А.Г. Колесов**, преподаватель  
(ФГАОУ ВО Севастопольский государственный университет)  
E-mail: serg.bratan@gmail.com

## Моделирование процессов доводки абразивными пастами

*На основе положений теории абразивной обработки предложены зависимости для вычисления вероятности удаления материала, сил прижима и шероховатости поверхности. Они позволяют прогнозировать съём материала, дифференцированно оценивать влияние отдельных факторов на параметры качества детали и скорость протекания процесса.*

**Ключевые слова:** доводка; абразивные зерна; вероятность удаления материала; сила прижима; составляющие силы резания.

**S.M. Bratan**, d.en.s.,  
**S.E. Sazonov**, c.en.s.,  
**A.G. Kolesov**, lecturer  
(FSAEI HE Sevastopol State University)

## Modeling of processes of finishing by abrasive pastes

*The results of modeling of finishing process are given in this article. At modeling it is taking into account, that the process of removal of material, arising from contact of rough surfaces of workpiece and lap with lapping compound, which contains the aggregate of grains of different sizes and shapes, is a stochastic process. The obtained dependences allow to predict material removal, differentially assess the impact of individual factors on parameters of quality of parts and speed of the process.*

**Keywords:** finishing; abrasive grains; probability of material removing; pressing force; cutting force components.

Научно-технический прогресс в машиностроении сопровождается повышением мощности и скорости машин с одновременным ростом их надежности, точности и долговечности. Непрерывное развитие многих областей техники, в частности приборостроительной, автомобильной, сельскохозяйственной, станкостроительной и других, связано с использованием большого количества ответственных деталей, например, таких как подшипники качения, плунжерные пары, различные опоры колебательных или вращательных механизмов. В большинстве случаев качество функционирования всего устройства неразрывно связано с показателями качества и эксплуатационными характеристиками деталей. Требования к качеству изготовления ответственных деталей и их эксплуатационным показателям непрерывно возрастают, что требует постоянного совершенствования методов финишной обработки, к числу которых относятся процессы доводки.

Особенностью процесса доводки является то, что абразивные зерна под действием сил резания шаржируют поверхность инструмента.

Зерна абразивной пасты, которые расположены между микронеровностями заготовки и инструмента, вдавливаются в поверхность инструмента. При этом их вершины царапают обрабатываемую поверхность.

Абразивные зерна и порошки из синтетических алмазов и других сверхтвердых материалов, используемых для приготовления доводочных паст и суспензий, представляют собой совокупность зерен различной величины и формы: монокристаллы, осколки, сростки и поликристаллы. При производстве и контроле порошок подразделяют на фракции.

Получить абразивный порошок, состоящий только из зерен одного размера, не представляется возможным, поэтому, кроме основной фракции в составе порошков содержатся побочные фракции, которые крупнее или мельче основной. В табл. 1 (см. обложку) приведены данные объединения Европейских производителей абразивных материалов и компании «Винтертур» (сайт FEPA), отражающие состав алмазных микропорошков и закон распределения размеров абразивных зерен при получении

нии микропорошков методами отслаивания [1].

Поскольку паста, наносимая ровным слоем на поверхность доводочного инструмента, тщательно перемешана, то число зерен в единице объема равно

$$n_3 = \frac{\chi}{l_0^2}, \quad (1)$$

где  $l_0$  – размер зерна в поперечнике;  $\chi$  – коэффициент учитывающий долю прочих компонентов пасты.

По данным работы [2]

$$\chi = \frac{1,55}{\left(1 + \frac{1-\xi}{\xi} \frac{\gamma_3}{1-\gamma_3}\right)}, \quad (2)$$

где  $\gamma_3$  – объемный вес зерен;  $\xi$  – часть веса зерен в единице веса пасты.

Параметры внедрения единичного зерна в поверхности заготовки и инструмента определяются с помощью расчетной модели (рис. 1, см. обложку).

В работе [3] показано, что нормальная сила резания  $P_H$  единичным зерном характеризуется соотношением

$$P_{Hi} = 11,8\tau_{сдв.и} a_i^2 \frac{(1+\xi_c)^3}{\xi_c}, \quad (3)$$

$$\forall i = \{ \text{притир, заготовка} \}, \{ \text{и, з} \},$$

где  $\tau_{сдв.и}$  – величина касательных напряжений вдоль условной плоскости сдвига материала;  $\xi_c$  – коэффициент усадки стружки;  $a_i$  – глубина внедрения зерна в притир или заготовку соответственно.

Для взаимодействия каждого абразивного зерна с материалом заготовки и доводочного инструмента справедливо очевидное равенство

$$P_{Hi} = P_{Hз} \quad (4)$$

где  $P_{Hi}$ ,  $P_{Hз}$  – силы реакций, возникающих при внедрении единичного зерна в материал инструмента и заготовки, соответственно.

С учетом зависимостей (3) и (4):

$$11,8\tau_{сдв.з} a_3^2 = 11,8\tau_{сдв.и} a_u^2. \quad (5)$$

Обозначив сумму внедрений зерна в материалы заготовки и инструмента через  $\Delta = a_3 + a_u = d - L$ , из пропорции (5) получим:

$$\Delta = \left( \frac{\sqrt{\tau_{сдв.з}} + \sqrt{\tau_{сдв.и}}}{\sqrt{\tau_{сдв.з}}} \right) a_3. \quad (6)$$

Откуда

$$a_3 = \mu(d - L), \quad (7)$$

где  $\mu = \left( \frac{\sqrt{\tau_{сдв.и}}}{\sqrt{\tau_{сдв.и}} + \sqrt{\tau_{сдв.з}}} \right)$ ,  $\tau_{сдв.з}$ ,  $\tau_{сдв.и}$  – величины

касательных напряжений вдоль условных плоскостей сдвига материалов заготовки и инструмента;  $a_3$  – глубина внедрения зерна в материал заготовки.

В силу того, что для доводки используются микропорошки с зернистостью от 14/10, у которых закон распределения величин диаметров зерен близок к нормальному [1], запишем:

$$f(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} \exp\left[-\frac{(d-m_d)^2}{2\sigma_d^2}\right], \quad (8)$$

где  $m_d = \frac{d_{HЗ}}{\sqrt{\sum_{i=1}^p \frac{d_{HЗ}^3 P_{FRi}^{\%}}{d_{Fpi}^3 100}}}$ ,

$\sigma_d = m_d \sqrt{\sum_{i=1}^p \left(\frac{d_{Fpi}}{m_d} - 1\right)^2 \frac{m_d^3 P_{FRi}^{\%}}{d_{Fpi}^3 100}}$  – математическое

ожидание и среднее квадратическое отклонение размера абразивных зерен, соответственно;  $d_{HЗ}$  – диаметральный размер зерен, соответствующий номеру зернистости;  $d_{Fpi}$  – средний размер зерен  $i$ -й фракции;  $P_{Fpi}^{\%}$  – процентное содержание  $i$ -й фракции по весу.

Неровности доводочного инструмента и заготовки подчиняются независимым гауссовским распределениям [4]. Поэтому расстояние между инструментом и заготовкой имеет нормальный закон распределения с функцией плотности

$$f_L = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2}} \exp\left[-\frac{[(u_1 + u_2) - (m_{u1} + m_{u2})]^2}{2(\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2)}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_L^2}} \exp\left[-\frac{[L - m_L]^2}{2\sigma_L^2}\right], \quad (9)$$

где  $u_1$  и  $u_2$  – величины, характеризующие неровности поверхности инструмента и заготовки, ( $L = u_1 + u_2$ );  $m_{u1}$ ,  $m_{u2}$  – математические ожидания и  $\sigma_{u1}$ ,  $\sigma_{u2}$  – среднее квадратические отклонения соответственно.

Зерно размером  $d$  может оставлять риск на поверхности заготовки, если выполняется условие  $(d - L) > 0$ . При этом внедрение зерен в заготовку определяется вероятностным законом

$$fa_3(d, L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\mu}{\sqrt{\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2 + \sigma_d^2}} \times \exp\left[-\frac{[(d - u_1 - u_2) - (m_d - m_{u1} - m_{u2})]^2}{2(\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2 + \sigma_d^2)}\right] = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma_{a3}} \exp\left[-\frac{(a_3 - m_{a3})^2}{2\sigma_{a3}^2}\right]. \quad (10)$$

Таким образом, получена функция плотности распределения глубины внедрения зерен в материал заготовки, учитывающая шероховатость поверхности материалов заготовки и притира и их физико-механические свойства.

Для получения математической модели, позволяющей рассчитывать съём материала, рассмотрим процесс взаимодействия инструмента с заготовкой на микроуровне. Удаление материала в зоне контакта можно рассматривать как случайное событие, характеризующее вероятностью удаления материала. Для установления связи вероятности удаления материала от числа и геометрии абразивных зерен, рассмотрим процесс обработки, когда вершины зерен расположены на одном уровне и внедряются в металл на одинаковую глубину.

Допустим, что случайное распределение царапин удовлетворяет следующим условиям:

1. Царапины распределяются на оси абсцисс независимо друг от друга, т.е. вероятность попадания того или другого числа зерен на заданный отрезок не зависит от того, сколько их попало на любой другой отрезок, не перекрывающийся с ним.

2. Вероятность попадания на малый участок  $\Delta x$  двух или более зерен стремится к нулю по сравнению с вероятностью попадания одного зерна. Рассмотрим на оси  $X$  малый участок  $\Delta x$  и вычислим вероятность того, что через этот участок пройдет хотя бы одно зерно.

Если две соседние царапины перекрывают друг друга на уровне  $y$  (рис. 2, см. обложку), то материал между ними будет удален полностью. Для любого уровня  $y$  это условие можно записать

$$0 \leq l_{\text{мп}} \leq 0,5(b_1(y) + b_2(y)), \quad (11)$$

где  $l_{\text{мп}}$  – расстояние между двумя соседними траекториями на поверхности заготовки в сечении, перпендикулярном вектору скорости резания;  $b_1(y)$  и  $b_2(y)$  – ширины зерен, движущихся по соседним траекториям на уровне  $y$ .

Если ширины зерен для одного уровня  $y$  равны, то условие их перекрытия можно переписать:  $0 \leq l_{\text{мп}} \leq b(y)$ .

Вероятность удаления материала заготовки  $P(y)$  на уровне  $y$  равна вероятности попадания случайной величины  $l_{\text{мп}}$  на отрезок  $[0, b(y)]$ .

Обозначив плотность распределения вероятности случайной величины  $l_{\text{мп}}$  через  $f(l_{\text{мп}})$  запишем

$$P(y) = P(0 \leq l_{\text{мп}} \leq b(y)) = \int_0^{b(y)} f(l_{\text{мп}}) dl_{\text{мп}}. \quad (12)$$

Появление на поверхности заготовки царапин можно рассматривать, как результат воздействия потока зерен с ограниченным после-

действием. Из теории массового обслуживания следует, что его можно считать простейшим, с плотностью распределения [2]:

$$f(l_{\text{мп}}) = \lambda e^{-\lambda l_{\text{мп}}} \quad (13)$$

где  $\lambda$  – интенсивность прохождения зерен через поверхность заготовки на уровне  $y$ .

Для экспериментальной проверки зависимости (13) определили расстояния между единичными абразивными зернами на поверхности притира, шаржированного зернами из карбида кремния зеленого зернистостью 25 мкм. Расстояния вычислялись как разность координат вершин зерен, которые замерили на большом инструментальном микроскопе на участке инструмента шириной 1,8 мм, длиной 5 и 10 мм. Полученные экспериментальные данные по частоте расстояний приведены ломаными линиями (кривые 1 и 2 соответственно) (рис. 3, см. обложку). Статистическую проверку гипотезы о законе распределения расстояний  $l_{\text{мп}}$  выполнили по критерию согласия  $\chi^2$ . При уровне доверительной вероятности 0,95 расчетные и табличные значения  $\chi^2$  соответственно равны: для кривой 1 – 13,11 и 16,9; для кривой 2 – 13,5 и 15,5.

Вероятность удаления материала с поверхности заготовки характеризуется

$$P(y) = \int_0^{b(y)} (\lambda \exp[-\lambda l_{\text{мп}}]) dl_{\text{мп}} = 1 - \exp[-\lambda b(y)] = 1 - \exp[-u_y] \quad (14)$$

Вероятность удаления  $P(y)$  (или неудаления  $P(\bar{y})$ ) материала заготовки на любом из рассматриваемых уровней  $y$  определяется шириной и интенсивностью прохождения зерен через рассматриваемое сечение.

В соответствии с (14) на уровне  $y$

$$\Delta u_y = \Delta \lambda b_y. \quad (15)$$

Через единичное сечение поверхностного слоя заготовки  $1 \cdot \Delta a_3 \cdot \Delta \tau \cdot v_u$  проходит  $\Delta \lambda$  зерен:

$$\Delta \lambda = n_3 f a_3 (d, L) \Delta a_3 v_u \Delta \tau \quad (16)$$

где  $v_u$  – скорость зерен в материале заготовки.

При теоретических расчетах и моделировании сложная геометрическая форма реальных алмазных и абразивных зерен исследователями, в зависимости от решаемой задачи, заменяется упрощенным эквивалентом на базе трехосного эллипсоида: шаром или эллипсоидом вращения с постоянным соотношением осей. Проведенные расчеты по изменению вероятности удаления материала по глубине слоя шероховатости при моделировании зерна (рис. 4, см. обложку) показали, что для микропорошков форма зерна оказывает незначительное влияние на вероятность удаления материала.

Использование модели зерна в виде трехосного эллипсоида и эллипсоида вращения с постоянным соотношением осей не улучшает точности расчета. Учитывая, что для достаточно большой выборки таких зерен их средняя форма будет асимптотически приближаться к шару с диаметром равным математическому ожиданию закона распределения размеров, то целесообразно использовать шар для моделирования эквивалентной формы зерен.

При аппроксимации профиля зерна шаром получаем:

$$b_3 = \sqrt{a_3 \cdot (d - a_3)}. \quad (17)$$

После подстановки (13) в (12), а затем (16), (17) в (15) и интегрирования по глубине внедрения зерна в материал заготовки  $a_3$  и времени  $\tau$  получим:

$$u_y(a_3, \tau) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma_{a_3}} \frac{\chi v_u}{l_0^2} (t - t_0) \times \int_0^{t_f - y} \left( \sqrt{a_3(d - a_3)} \exp\left[-\frac{(a_3 - m_{a_3})^2}{2\sigma_{a_3}^2}\right] \right) da_3. \quad (18)$$

С учетом условия ( $y = 0$ ) и вытекающего из него соотношения  $P(y) = \beta_0$ , уравнение (18) определяет выражение для расчета съема материала в зоне контакта заготовки с инструментом в виде:

$$1 - \beta = \exp\left[ \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma_{a_3}} \frac{\chi v_u}{l_0^2} (t - t_0) \times \int_0^{t_f - y} \left( \sqrt{a_3(d - a_3)} \exp\left[-\frac{(a_3 - m_{a_3})^2}{2\sigma_{a_3}^2}\right] \right) da \right]. \quad (19)$$

Полученная зависимость (19) позволяет рассчитать относительную опорную длину профиля (рис. 5, см. обложку)  $t_p(y) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n b_i$ , путем расчета вероятности удаления материала на уровне  $y = p$ :

$$t_p(y) = P(\bar{y}). \quad (20)$$

Полагая, что профиль обработанной поверхности характеризуется случайной стационарной функцией с нормальным распределением ординат, что подтверждается данными [5], получим выражение для оценки значений среднего арифметического отклонения профиля  $Ra$ , связанное с относительной опорной длиной профиля

$$Ra = 2 \int_0^\infty t_p dy_m, \quad (21)$$

где  $y_m$  – расстояние от уровня до средней линии профиля.

Подстановка  $P(y)$  в (21) позволяет получить выражение для расчета параметра  $Ra$  процесса доводки:

$$Ra = 2 \int_0^\infty P(\bar{y}) dy_m. \quad (22)$$

Параметр  $R_{max}$ , может быть рассчитан в соответствии с рекомендациями [4]

$$R_{max} \approx 12 \int_0^\infty P(\bar{y}) dy_m. \quad (23)$$

Для вывода математических зависимостей, позволяющих рассчитывать силу прижима, рассмотрим схему процесса доводки (рис. 6, см. обложку). Предварительно шаржированный притир, совершая вращательное движение с угловой скоростью  $\omega$ , прижимается с усилием  $P_{пр}$  к поверхности заготовки, при этом абразивные зерна внедряются в обрабатываемый материал на глубину  $a_3$ .

На каждое абразивное зерно действуют тангенциальная  $P_{3z}$  и радиальная  $P_{3y}$  составляющие силы резания.

На основании положений теории пластичности С.Н. Корчаком были получены зависимости для расчета тангенциальной  $P_{3z}$  и радиальной  $P_{3y}$  составляющих сил при микрорезании единичным абразивным зерном, имеющим площадку износа

$$P_{3z} = \left( \frac{\sqrt{3,25} a_3 \sin \beta}{\sin \beta_1} + 0,5 \mu_{mp} b(z) \right) \tau_3, \quad (24)$$

$$P_{3y} = \left( \frac{\sqrt{3,25} a_3 \sin \beta}{\sin \beta_1} + 0,5 b(z) \right) \tau_3,$$

где  $a_3$  – глубина микрорезания единичным абразивным зерном;  $\beta$  – угол между равнодействующей силы резания и скоростью резания,  $\beta = 34^\circ$ ;  $\beta_1$  – угол сдвига,  $\beta_1 = 22^\circ$ ;  $\tau_3$  – среднее касательное напряжение в плоскости сдвига;  $\mu_{mp}$  – коэффициент трения;  $b(z)$  – ширина площадки на вершине абразивного зерна в направлении скорости резания.

Для получения математической модели, позволяющей рассчитывать силу прижима при воздействии совокупности зерен, выделим в зоне контакта детали с притиром для момента времени  $\tau$  элементарный объем с глубиной  $\Delta a_3$  и шириной, равной длине контакта  $L_k$  по образующей притира с обрабатываемой поверхностью. Тогда число абразивных зерен  $\Delta \lambda$  на длине дуги контакта притира с обрабатываемым материалом  $l$ , вершины которых одновременно находятся в выделенном микрообъеме, определяется по плотности распределения  $f_{a_3}(d, L)$ :

$$\Delta \lambda = L_k n_3 f_{a_3}(d, L) \Delta a_3 l, \quad (25)$$

где  $n_3$  – количество абразивных зерен;  $\Delta a_3$  – глубина внедрения зерна в материал заготовки для единичного сечения;  $f_{a_3}(d, L)$  – плотность распределения абразивных зерен, которые внедрились в материал заготовки

$$f_{a_3}(d, L) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma_{a_3}} \exp\left[-\frac{(a_3 - m_{a_3})^2}{2\sigma_{a_3}^2}\right], \quad (26)$$

где  $m_{a_3}$  и  $\sigma_{a_3}$  – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение величины  $a_3$  соответственно.

Длина дуги контакта притира с обрабатываемой поверхностью  $l$  определяется геометрически (рис. 6, см. обложку) и равна:

$$l = \frac{\pi}{180^\circ} r \psi = 0,03491 r \arcsin\left(\frac{\sqrt{h(2r-h)}}{r}\right), \quad (27)$$

где  $\psi$  – угол, для которого рассчитывается длина дуги контакта;  $h$  – глубина врезания притира в заготовку;  $r$  – радиус притира.

В формуле (24) величина  $b(z)$  зависит от глубины микрорезания

$$h_i = h_{i-1} + a_{3i}, \quad (28)$$

где  $h_i$  и  $h_{i-1}$  – глубина врезания притира в заготовку на  $i$ -м и  $i-1$ -м обороте притира соответственно;  $a_{3i}$  – глубина резания на  $i$ -м обороте притира.

С учетом уравнения (28) зависимость (27) глубины врезания притира в материал заготовки для  $i$ -го оборота запишется в виде:

$$l_i = 0,03491 r \arcsin\left(\frac{\sqrt{(h_{i-1} + a_{3i}) \cdot (2r - (h_{i-1} + a_{3i})))}}{r}\right).$$

Введем понятие условной длины режущей кромки абразивных зерен выделенного микрообъема  $b_\Sigma$ . Если бы все точки вершин абразивных зерен контактировали с обрабатываемым материалом, то условная длина режущей кромки микрообъема определялась бы произведением ширины площадки износа на число зерен  $\Delta\lambda$ . С учетом вероятности контакта запишем выражение для расчета условной длины режущей кромки

$$b_\Sigma = b P(y) \Delta\lambda, \quad (29)$$

где  $b_\Sigma$  – условная длина режущей кромки;  $P(y)$  – вероятность контакта абразивных зерен с материалом заготовки, численно равная вероятности удаления материала;  $b$  – длина режущей кромки единичного зерна.

Величина суммарных сил, действующих на абразивные зерна, вершины которых расположены в выделенном микрообъеме, вычисляется произведением сил, рассчитываемых по уравнению (24), на длину условной режущей кромки микрообъема:

$$\Delta P_{\Sigma 3z} = P_{3z} b_\Sigma, \quad \Delta P_{\Sigma 3y} = P_{3y} b_\Sigma. \quad (30)$$

С учетом зависимостей (24), (25) и (29) уравнение (30) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \Delta P_{\Sigma 3z} &= P_{3z} \cdot b \cdot P(y) \cdot L_k \cdot n_3 \cdot f_{a_3}(d, L) \cdot \Delta a_3 \cdot l, \\ \Delta P_{\Sigma 3y} &= P_{3y} \cdot b \cdot P(y) \cdot L_k \cdot n_3 \cdot f_{a_3}(d, L) \cdot \Delta a_3 \cdot l. \end{aligned} \quad (31)$$

Проинтегрировав уравнения (31) по глубине получим зависимости для расчета силы прижима и тангенциальной составляющей силы резания.

$$P_{\Sigma 3z} = \int_0^{t_f} P_{3z} b P(y) L_k n_3 f_{a_3}(d, L) l da_3, \quad (32)$$

$$P_{\Sigma 3y} = \int_0^{t_f} P_{3y} b P(y) L_k n_3 f_{a_3}(d, L) l da_3.$$

Полученные зависимости моделируют механизм изменения сил в процессе доводки деталей абразивными пастами и могут быть использованы при расчете режимов, прогнозировании качества обработанной поверхности при доводке из условий заданного состояния поверхностного слоя детали.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Доброскок В.Л., Гарашченко Я.Н. Выбор параметров размеров распределения зерен шлифпорошка в соответствии с заданными требованиями по содержанию фракций // Высокие технологии в машиностроении: сб. науч. тр., Харьков, 2000. Вып.1(3). С. 55–63.
2. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке. Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2012. 304 с.
3. Королев А.В. Исследование процессов образования поверхностей инструмента и детали при абразивной обработке. Саратов, 1975. 189 с.
4. Шероховатость поверхностей. Теоретиковероятностный подход / А.П. Хусу, Ю.Р. Витенберг, В.А. Пальмов. М.: Наука, 1975. 344 с.
5. Братан С.М. Технологические основы обеспечения качества и повышения стабильности высокопроизводительного чистового и тонкого шлифования. Дис... д-ра техн. наук: Одесса, 2006. 339с.

## REFERENCES

1. Dobroskok V.L., Garashchenko Ya.N. Selection of parameters of dimensions of distribution of microgrit grains, according to specified requirements to fractions content. High Tech in mechanical engineering. Proceedings of scientific conference. Khar'kov. 2000. Iss. 1(3). Pp. 55-63.
2. Novoselov Yu.K. Dynamics of shaping of surfaces at abrasive treatment. Sevastopol: SevNTU publishers. 2012. 304 p.
3. Korolev A.V. Research of processes of generating surfaces of tool and part at abrasive treatment. Saratov, 1975.189 p.
4. Surface roughness. Probability-theoretical approach. A.P. Khusu, Yu.R. Vitenberg, V.A. Pal'mov. Moscow: Nauka, 1975. 344 p.
5. Bratan S.M. Technological bases of support of quality and increase of stability of high performance of finish and fine grinding. Doctor of engineering science dissertation. Odessa, 2006. 339 p.

Рецензент д.т.н. А.В. Хандоужко