DOI: 10.12737/23928

Шевченко А.В., канд. техн. наук, доц.,
Шаповалов С.М., канд. техн. наук, доц.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

РАСЧЕТ СОСТАВНЫХ ДЕРЕВЯННЫХ БАЛОК НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА

andsheff@rambler.ru

Актуальность исследования заключается в оптимизации расчета при конструировании балок деревянных зданий с определением усилий и деформаций, возникающих в брусе, элементах каркаса и обшивке, путем применения вариационного метода В.З. Власова, когда деревянный брус представлен как стержень составного сечения.

Ключевые слова: *деревянный брус, составные стержни, метод В.З. Власова.*

Введение. При расчете и конструировании балок деревянных зданий необходимо определить усилия и деформаций, как в самом брусе, так и в отдельных элементах каркаса и обшивки. Возможным решением этой задачи является применение вариационного метода В.З. Власова в форме [1], рассматривая деревянный брус как стержень составного сечения.

Методология. Рассмотрим составной стержень, состоящий из *n* балок (рис. 1). Согласно принятым гипотезам изменение деформаций по высоте сечения можно принять линейным. При этом составляющие вектора перемещений представлены в следующем виде:

$$U(x,z)=\sum_{c=2}^{\Omega_0}\overline{U}_c(x)\overline{\xi_c}(z)+\sum_{i=0}^{\Omega_1}U_i(x)\xi_i(z)$$

$$\left(U_i(x)=-V_i'(x),\xi_i'(z)=\eta_i(z)\right), \qquad (1)$$

где $\overline{U_c}(x),U_i(x),V_i(x)$ – искомые функции обобщенных перемещений; $\overline{\xi_c}(z),\xi_i(z),\eta_1(z)$ – единичные функции, зависящие от координаты z по сечению составного стержня; Ω_0,Ω_1 – число степеней свободы поперечной полоски шириной dx. Принятые для составного стержня функции $\xi_0(z)$ и $\xi_1(z)$ описывают изгиб и сжатие (растяжение) как монолитного. Функции $\overline{\xi_2}(z)-\overline{\xi_n}(z)$ характеризуют сдвиг элементов. Число единичных функций $\xi_i(z)$ равно $\Omega_1=2$, а функций $\overline{\xi_c}(z)$ равно числу швов сдвига $\Omega_0=n-1$.

Основная часть. Для определения функций обобщенных перемещений $\overline{U}_c(x),U_i(x),V_i(x)$ по методике [1] составляются две группы интегральных уравнений элементарной полоски шириной dx в форме работы действующих на нее усилий. В результате получена система из двух групп интегральных уравнений метода перемещений, представленная в таблице 1.

Таблица 1

Система групп интегральных уравнений метода перемещений

Группы уравнений	Функции		Свободные члены
	$\overline{U}_c(x)$	$V_i(x)$	
I	$\sum_C\left(\overline{J}_{dc}D^2-b_{dc}\right)$	$-\sum_C J^*_{di}D^3$	$\overline{p}_d$
II	–	$\sum_i J_{ji}D^4$	$-\left(p_j'+q_j\right)$

Вычисление коэффициентов уравнений таблиц производится интегрированием соответствующих функций единичных перемещений по следующим формулам:

$$\overline{J}_{dc}=\int_h A_1\overline{\xi}_d(z)\overline{\xi}_c(z)dz;\ J^*_{di}=\int_h A_1\overline{\xi}_d(z)\xi_i(z)dz;\ J_{ji}=\int_h A_1\xi_j(z)\xi_i(z)dz;$$

$$b_{dc}=G_d\left[\overline{\xi}_d^{н}(z)-\overline{\xi}_d^{в}(z)\right]\left[\overline{\xi}_c^{н}(z)-\overline{\xi}_c^{в}(z)\right] \qquad (2)$$

$$\overline{p}_d=\int_h q_x\overline{\xi}_d(z)dz;\ q_j=\int_h q_z\xi_j'(z)dz;\ p_j'=\int_h\frac{\partial q_x}{\partial x}\xi_j(z)dz.$$

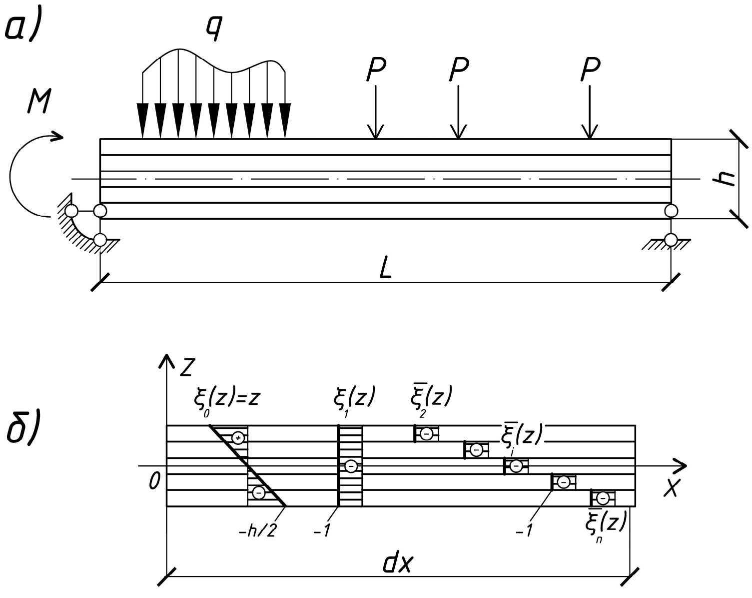

Рис. 1. Расчетные схемы составного стержня из n стержней:
а) расчетная схема, б) единичные функции

С учетом ортогональности функций $\bar{\xi}_c(z)$ в развернутом виде система запишется:

$$\begin{cases} \bar{J}_{22}\bar{U}_2''(x)-b_{22}\bar{U}_2(x)+J_{21}^*U_1''(x)-J_{20}^*V_0'''(x)=\bar{p}_2 \\ \bar{J}_{33}\bar{U}_3''(x)-b_{33}\bar{U}_3(x)+J_{31}^*U_1''(x)-J_{30}^*V_0'''(x)=\bar{p}_3 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \bar{J}_{nn}\bar{U}_n''(x)-b_{nn}\bar{U}_n(x)+J_{n1}^*U_1''(x)-J_{n0}^*V_0'''(x)=\bar{p}_n \\ J_{12}^*\bar{U}_2'''(x)+\dots+J_{1n}^*\bar{U}_n'''(x)-J_{11}U_1'''(x)+J_{10}V_0^{IV}(x)=-p_1 \\ J_{02}^*\bar{U}_2'''(x)+\dots+J_{0n}^*\bar{U}_n'''(x)-J_{01}U_1'''(x)+J_{00}V_0^{IV}(x)=-q_0 \end{cases} \quad (3)$$

Граничные условия могут задаваться или относительно кинематических факторов, которые формулируются относительно функций обобщенных перемещений $\bar{U}_c(x), U_i(x), V_i(x)$ или относительно статических моментов $M(x), N(x), T_c(x)$, которые определяются из выражений:

$$T_c(x)=\int_A \sigma\bar{\xi}_c(z)dA\,; \quad (4)$$

$$M(x)=\int_A \sigma\xi_0(z)dA\,; \quad (5)$$

$$N(x)=\int_A \sigma\xi_1(z)dA\,. \quad (6)$$

Так, в случае, если конец составного стержня жестко защемлен, то функции обобщенных перемещений примут следующие значения:

$$\bar{U}_c(x)=0,\ V_0(x)=0,\ V_0'(x)=0\,. \quad (7)$$

Если на торце стержня отсутствует препятствия сдвигу, то граничные условия примут следующий вид:

$$T_c=0, T_c''=0, V_0'=\varphi\,, \quad (8)$$

где φ – угол поворота составного стержня-элемента рамы.

Для расчета составного стержня из трех балок составляющие вектора перемещений (перемещения сдвига и прогибы) представлены в следующем виде:

$$U(x,z)=U_0\xi_0(z)+\bar{U}_1(x)\bar{\xi}_1(z)+\bar{U}_2(x)\bar{\xi}_2(z)\,,$$

$$V(x,z)=V_1(x)\eta_1(z), \quad (9)$$

$$\left(U_i(x)=-V_i'(x), \xi_i'(z)=\eta_i(z)\right),$$

где $\bar{U}_1(x), \bar{U}_2(x), V_1(x), U_0(x)$ – искомые функции обобщенных перемещений; $\bar{\xi}_1(z), \xi_1(z)$ – единичные функции, зависящие от координаты z по сечению составного стержня. Принятая для составного стержня функция $\xi_0(z), \xi_1(z)$ описывает растяжение и изгиб как монолитного стержня соответственно, $\overline{\xi}_1(z), \overline{\xi}_2(z)$ характеризуют сдвиг элементов составного стержня.

Для такого составного стержня достаточно составить систему из четырех уравнений

$$\begin{cases} \overline{J}_{11}\overline{U}_1''(x) - b_{11}\overline{U}_1(x) + \overline{J}_{12}\overline{U}_2''(x) - b_{12}\overline{U}_2(x) - J_{11}^*V_1'''(x) + J_{10}^*U_0'''(x) = 0, \\ \overline{J}_{21}\overline{U}_1''(x) - b_{21}\overline{U}_1(x) + \overline{J}_{22}\overline{U}_2''(x) - b_{212}\overline{U}_2(x) - J_{21}^*V_1'''(x) + J_{20}^*U_0'''(x) = 0, \\ -J_{01}^*U_1'''(x) - J_{02}^*U_2'''(x) - J_{01}V_1^{IV}(x) - J_{00}U_0'''(x) = 0, \\ -J_{11}^*U_1'''(x) - J_{12}^*U_2'''(x) - J_{11}V_1^{IV}(x) - J_{10}U_0'''(x) - q_1 = 0. \end{cases} \quad (10)$$

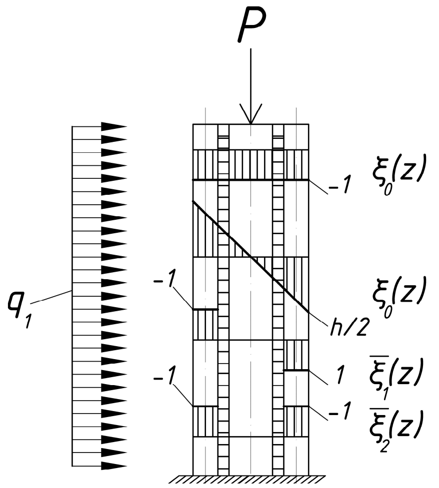

Рис. 2. Расчетная схема составного стержня из трех стержней

Общее решение имеет вид:

$$\begin{cases} \overline{U}_2(x) = C_1 sh(\lambda_0 x) + C_2 ch(\lambda_0 x), \\ \overline{U}_1(x) = C_6 sh(\lambda_1 x) + C_7 ch(\lambda_1 x) - \dfrac{B}{\lambda_1}x + C8, \\ U_0(x) = -\dfrac{J_{20}^*(C_1 sh(\lambda_0 x) + C_2 ch(\lambda_0 x))}{J_{00}} + C_3 x + C_4, \\ V_1(x) = \dfrac{J_{11}^*}{\lambda J_{11}} C_6 ch(\lambda_1 x) + C_7 \dfrac{J_{11}^*}{\lambda J_{11}} sh(\lambda_1 x) + \dfrac{q\ x^4}{24 J_{11}} + C_5 x^3 + C_9 x^2 + C_{10} x + C_{11}. \end{cases} \quad (11)$$

Далее, задавая граничные условия, решаем уравнения и определяем напряжения в каждом стержне.

Выводы. Разработанная методика позволяет анализировать напряженно-деформированное состояние деревянных балок и применять ее для практических расчетов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Милейковский И.Е., Трушин С.И. Расчет тонкостенных конструкций. М.: Стройиздат, 1989. 200 с.

2. Байдин О.В., Шевченко А.В., Шаповалов С.М.Экспериментальное исследование трещиностойкости стержневых сборно-монолитных конструкций // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2009. № 2. С. 78 – 83.

3. Байдин О.В., Шевченко А.В., Шаповалов С.М. Расчет сборно-монолитных конструкций с применением вариационного метода и интегрального модуля деформации //Строительная механика и расчет сооружений. 2009. №4. С. 9–13.

4. Байдин О.В., Шевченко А.В., Шаповалов С.М. Учет температурных деформаций при расчете замкнутых цилиндрических оболочек вариационным методом //Строительная механика и расчет сооружений. 2009. №5. С. 6–9.

5. Шевченко А.В., Шаповалов С.М., Шаповалова В.А. Расчет усилий в элементах вертикальных связей на основе вариационного метода Власова-Милейковского// Промышленное и гражданское строительство. 2014. №12. С. 55–58.

6. Шевченко А.В., Шаповалов С.М., Шаповалова В.А. Расчет вертикальных связей каркасных систем с учетом деформаций //Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2015. № 1. С. 65–67.

7. Смоляго Г.А., Байдин О.В., Шевченко А.В. Расчет сборно-монолитных конструкций с учетом пространственной работы шва: сб. материалов третьей Всероссийской научно-

технической конференции «Вузовская наука-региону. Вологда: ВоГТУ, 2005. С. 87–90.

8. Бондаренко В.М. Бондаренко С.В. Инженерные методы нелинейной теории железобетона. М.: Стройиздат, 1982. 287 с.

9. Смоляго Г.А. Предельная растяжимость бетона. Белгород: Изд-во БГТУ, 2004. 90 с.

10. Колчунов В.И., Панченко Л.И. Расчет составных тонкостенных конструкций. М.: Изд-во АСВ, 1999. 281 с.

Shevchenko A.V., Shapovalov S. M.

CALCULATION OF COMPOSITE WOOD BEAMS IS BASED ON VARIATIONAL METHOD

The relevance of the study is to optimize the calculation in the design of beams of wooden buildings with the definition of efforts and deformations of the beam, the elements of the frame and the casing, by applying the variational method V. Z. Vlasov, when a wooden beam is represented as a rod of composite sections.

***Key words**: hardwood timber, composite rods, the method of V. Z. Vlasov.*

Шевченко Андрей Викторович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительства и городского хозяйства.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.
E-mail: andsheff@rambler.ru

Шаповалов Сергей Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительства и городского хозяйства.
Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.
Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.
E-mail: seregashap@yandex.ru