

УДК 51: 621: 891  
DOI: 10.12737/22006

К.С. Ахвердиев, А.М. Мукутадзе, Б.М. Флек

## ДЕМПФЕР С ПОРИСТЫМ АНИЗОТРОПНЫМ КОЛЬЦОМ

Представлено решение нестационарной задачи о коэффициенте передачи демпфера с пористым кольцом и сжимаемым масляным слоем, работающего с принудительной последовательной подачей смазочного материала в радиальном и окружном направлениях и учетом влияния ортогональной анизотропии пористого слоя. Особенно-

стью решения является одновременный суммарный учет комплекса переменных факторов, которые ранее рассматривались только изолированно.

**Ключевые слова:** гидродинамика, конечно-размерный демпфер, принудительная подача смазочного материала, пористое кольцо, анизотропия проницаемости в радиальном направлении.

K.S. Akhverdiev, A.M. Mukutadze, B.M. Flek

## DAMPER WITH POROUS ANISOTROPIC RING

In the work on the basis of Darcy equations defining lubricant flow in porous layers, and of Reynolds modified equation the problem of an unsteady motion of viscous incompressible lubricant in the gap of a porous damper is under solution. A case is under consideration when a forced lubricant supply is carried out in circumferential and radial directions taking into account the influence of orthogonal anisotropy of a porous layer.

As a result of the solution of the problem specified there is found a field of pressures in a porous and lubricating layer, and analytical dependences for efforts in an oil film are obtained. Besides, there is defined a module of an unbalance transmitted effort and also

stationary and transient ratios of transfer. It is proved that at the forced lubricant feed in a circumferential or radial direction taking into account the influence of orthogonal anisotropy of a porous layer, a damper functions more steadily.

The obtained specified calculated models allowed defining a number of supplementary factors and also carrying out a comparative analysis of results newly obtained and already existing ones. It confirmed a larger proximity of a new model an actual practice.

**Key words:** hydrodynamics, finite-dimensional damper, lubricant forced feed, porous ring, anisotropy of penetrability in radial direction.

### Введение

Демпфирование колебаний самой разной физической природы играет важную роль в повышении общего ресурса подшипниковых опор путем снижения уровня вибраций, передаваемых на корпус.

Эффект демпфирования определяется величиной коэффициента передачи демпфера, который зависит от конструкции и материала последнего.

Рассматриваемый демпфер представляет собой аналог подшипника скольжения с наружным кольцом, выполненным из пористого спеченного материала, и масляным слоем между этим кольцом и внутренним элементом демпфера. Жидкий смазочный материал, слой которого участвует в демпфировании, подается в рабочий зазор демпфера под давлением при последовательной смене направления его подачи с радиального на осевое. Кроме того, при решении задачи учитывается анизотропия

проницаемости пористой втулки демпфера.

В аналогичных задачах, посвященных гидродинамическим расчетам радиальных подшипников скольжения конечной длины с пористыми опорными втулками [1–10], их проницаемость считается постоянной, а направление подачи смазочного материала не учитывается. Такой набор переменных факторов не может обеспечить устойчивый жидкостный режим.

Разработке расчетной модели неоднородного пористого подшипника конечной длины при наличии принудительной подачи смазочного материала посвящена работа. Обобщение этой задачи для случаев, когда проницаемость меняется как в радиальном, так и окружном направлениях, позволит решить востребованную задачу.

Таким образом, объединение в единый расчетный комплекс указанных выше факторов повышает точность расчетных

моделей и приближает их результаты к требованиям практики.

**Постановка и решение задачи**

Используем при решении аналогию в условиях работы демпфера и радиального подшипника скольжения с пористой втулкой. Уравнения движения ротора для не-

стационарного движения центра вала в направлениях  $r$  и  $t$  (рис. 1) могут быть записаны в виде

$$m \left[ \frac{d^2 e}{dt^2} - e \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] = F_r - [W - K_Y (Y + \delta_Y)] \sin \varphi - K_X (X + \delta_X) \cos \varphi + u \omega^2 \cos (\varphi - \omega t), \tag{1}$$

$$m \left[ e \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \left( \frac{de}{dt} \right) \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) \right] = F_t - [W - K_Y (Y + \delta_Y)] \cos \varphi + K_X (X + \delta_X) \sin \varphi - u \omega^2 \sin (\varphi - \omega t). \tag{2}$$

Считаем рабочую нагрузку  $W$  неподвижной и направленной в соответствии со схемой на рисунке 2. Нагрузка демпфера вызывает начальные смещения, определяемые выражениями  $\delta_X = 0$  и  $\delta_Y = \frac{W}{K_Y}$ .

Приняв, что  $K_X = K_Y = K$ ,  $\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{e}}{C}$ ,  $T = \omega_r \cdot t$  и  $X = e \cos \varphi$ ,  $Y = -e \sin \varphi$ , можно представить уравнения (1) и (2), следующим образом:

$$\ddot{\varepsilon} - \varepsilon \dot{\varphi}^2 = \frac{F_r}{mC\omega_r^2} - \frac{K \cdot \varepsilon}{m\omega_r^2} + \frac{u}{mC} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \cos \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right], \tag{3}$$

$$\varepsilon \ddot{\varphi} + 2\dot{\varepsilon} \dot{\varphi} = \frac{F_t}{mC\omega_r^2} - \frac{u}{mC} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \sin \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right]. \tag{4}$$

Величины сил  $F_r$  и  $F_t$  находим интегрированием давления в слое смазочного материала по параметрам  $r$  и  $t$ . С этой целью необходимо предварительно решить уравнение для давлений в пористом кольце и слое жидкого масла, а также согласовать эти решения по границе раздела.

Следует отметить, что рассматриваемый демпфер (рис. 1) представляет собой аналог радиального подшипника с пористой втулкой. Поэтому вначале рассматривается нестационарное ламинарное течение жидкого смазочного материала при принудительной подаче смазочного мате-

риала в радиальном и окружном направлениях.

Подшипник с неоднородным пористым слоем считается неподвижным, а движение вала – заданным (рис. 2). Проницаемость пористого слоя задается следующей зависимостью

$$k' = A_0 e^{k_1 \left( \frac{z}{L} \right) \frac{y}{H}}.$$

Здесь  $A_0$  – заданная постоянная величина;  $k_1 \left( \frac{z}{L} \right)$  – известная безразмерная функция;  $L$  – длина подшипника,  $H$  – толщина пористого слоя.

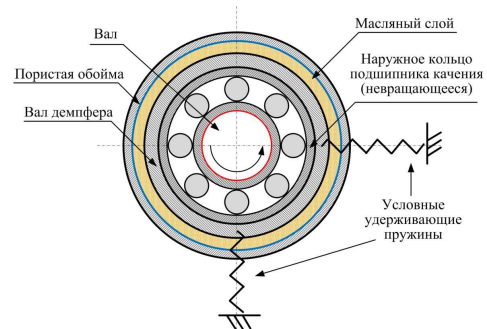


Рис. 1. Схема демпфера со сжимаемой масляной пленкой и пористой обоймой

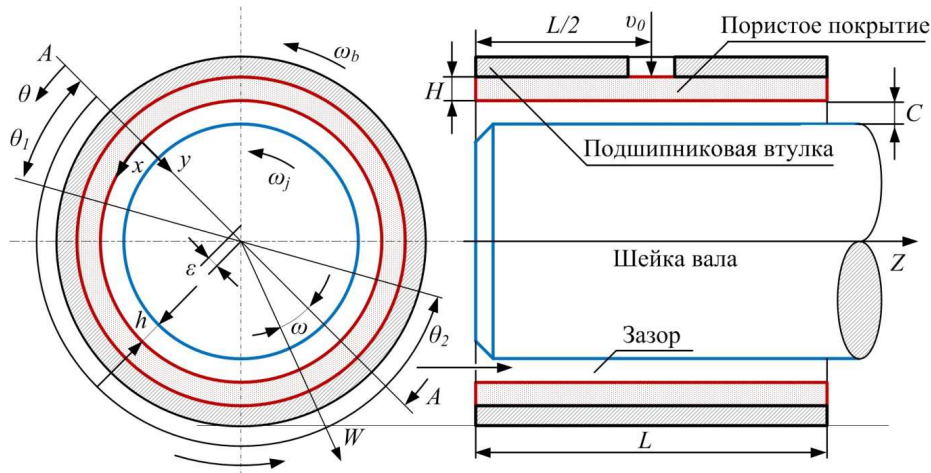


Рис. 2. Радиальный подшипник конечной длины с пористым кольцом

В дальнейшем будем считать, что координаты поверхности  $y = -H$ , проницаемость пористого слоя в направлении оси  $z$  меняется по нормальному закону, а давление подачи смазочного материала подчиняется параболической зависимости.

Уравнение, определяющее течение смазочного материала в пористой матрице, представляется в виде

$$\frac{\partial^2 p^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^*}{\partial z^2} + k_1 \left( \frac{z}{L} \right) \frac{1}{H} \frac{\partial p^*}{\partial y} + \frac{y}{H} \frac{\partial p^*}{\partial z} \frac{\partial k_1}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где  $y, z$  – прямоугольные координаты;  $p^*$  – гидродинамическое давление в пористом слое.

Давление в смазочном слое (между валом и втулкой) определяется на основе

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu \left( \left( \omega_b + \omega_j - 2\omega_L - 2 \frac{d\phi}{dt} \right) \frac{dh}{d\theta} + 2 \frac{de}{dt} \cos \theta \right) - 12\mu v_0 \Big|_{y=0}, \quad (6)$$

где  $h = c(1 + \epsilon \cos \theta)$  – толщина смазочного слоя;  $c$  – радиальный зазор;  $x, y, z$  – прямоугольные координаты;  $e$  – эксцентриситет вала;  $\omega_b$  – угловая скорость втулки;  $\omega_j$  – угловая скорость вала;  $\omega_L$  – угловая скорость нагрузки;  $v_0$  – компонента скорости в направлении  $y$  на границе между пористым подшипником и смазочным слоем.

В дальнейшем угловые скорости нагрузки и подшипниковой втулки принимаются равными нулю.

модифицированного уравнения Рейнольдса в рамках модели короткого подшипника

Величина  $v_0$  подчиняется закону Дарси

$$v_0 = - \frac{k'}{\mu} \left( \frac{\partial p^*}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad (7)$$

где  $k'$  – проницаемость материала пористого слоя.

Перейдем к безразмерным параметрам по формулам

$$P^* = \frac{p^* C^2}{\mu R_0^2 \omega_j}, \quad P = \frac{p C^2}{\mu R_0^2 \omega_j}, \quad Z = \frac{2z}{L}, \quad Y = \frac{y}{H},$$

$$k' = A_0 k, \quad k = e^{\frac{\beta Z^2 - Y}{4}}, \quad \Phi = \frac{A_0 H}{C^3}, \quad \tilde{p}_g = \frac{p_g C^2}{\mu R_0^2 \omega_j}, \quad \tilde{p}_a = \frac{p_a C^2}{\mu R_0^2 \omega_j}. \quad (8)$$

Установим закон подачи смазочного материала на поверхности  $Y = -1$ , а также проницаемость пористого слоя на этой поверхности в виде

$$\tilde{P}_g = \tilde{P}_a + \tilde{P}_g (Z^2 - 1), \quad \tilde{P}_g = \text{const}, \quad k = e^{-\beta \frac{Z^2}{4}}. \quad (9)$$

Подставляя (8–10) в уравнения (6) и (7), получим:

$$\frac{\partial^2 P^*}{\partial Y^2} + 4 \left( \frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 P^*}{\partial Z^2} + \beta \frac{Z^2}{4} \frac{\partial P^*}{\partial Y} + \left( \frac{H}{L} \right)^2 \frac{\beta Z}{2} Y \frac{\partial P^*}{\partial Z} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} = \frac{12 \left( \frac{L}{D} \right)^2}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \left[ \varepsilon \left( \phi - \frac{1}{2} \right) \sin \theta + \dot{\varepsilon} \cos \theta \right] + \frac{3\Phi}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3 \left( \frac{H}{L} \right)^2} \left( \frac{\partial P^*}{\partial Y} \right) \Big|_{Y=0}. \quad (11)$$

Граничные условия для уравнения (11) и (12) соответственно примем в виде:

$$P^* = P \text{ при } Y = 0; \quad P^* = \tilde{P}_g \text{ при } Y = -1; \\ P^* = P = \tilde{P}_a \text{ при } Z = -1; \quad P^* = P = \tilde{P}_a \text{ при } Z = 1; \quad (12)$$

$$P^* = P \text{ при } Y = 0; \quad \frac{\partial P^*}{\partial Y} = 0 \text{ при } Y = -1; \\ P^* = P = \tilde{P}_H \text{ при } Z = 0; \quad P^* = P = \tilde{P}_K \text{ при } Z = 1, \quad (13)$$

где  $\tilde{P}_H = \frac{p_H C^2}{\mu R_0^2 \omega_j}$ ;  $\tilde{P}_K = \frac{p_K C^2}{\mu R_0^2 \omega_j}$ ;  
 $a = \frac{\tilde{P}_K - \tilde{P}_H}{2}$ ;  $b = \frac{\tilde{P}_K + \tilde{P}_H}{2}$ ;  $\tilde{P}_g$  – давление пода-  
 чи смазочного материала;  $\tilde{P}_a$  – атмосфер-

ное давление;  $\tilde{P}_H$  – давление в начальном сечении;  $\tilde{P}_K$  – давление в конечном сечении.

Полагая толщину пористого слоя малой, уравнение (11) усредним по толщине смазочного слоя. Тогда уравнение (11) запишется в виде

$$\int_0^1 \left( \frac{\partial^2 P^*}{\partial Y^2} + 4 \left( \frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 P^*}{\partial Z^2} + \beta \frac{Z^2}{4} \frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{2} \left( \frac{H}{L} \right)^2 \beta Z Y \frac{\partial P^*}{\partial Z} \right) dY = 0. \quad (14)$$

Решение уравнения (15), удовлетворяющее граничным условиям (13), будем искать в виде

$$P^* = A_1 Y^3 + A_2 Y^2 + A_3 Y + \tilde{P}_a + P_1(Z, 0). \quad (15)$$

Подставляя (16) в (15), с учетом граничных условий (13), приходим к следующей системе уравнений:

$$-A_1 + A_2 - A_3 + P_1 + \tilde{P}_a = \tilde{P}_g; \\ A_1 + 2P_1 - 2A_3 - 2\tilde{P}_g(Z^3 - 1) + \beta \frac{Z^2}{4} (-A_1 + A_2 - A_3) + \left( \frac{H}{L} \right)^2 \beta \frac{Z}{2} \left( -\frac{1}{5} \frac{\partial A_1}{\partial Z} + \frac{1}{4} \frac{\partial A_2}{\partial Z} - \frac{1}{3} \frac{\partial A_3}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial P_1}{\partial Z} \right) + 4 \left( \frac{H}{L} \right)^2 \left( \frac{1}{4} \frac{\partial^2 A_1}{\partial Z^2} - \frac{1}{3} \frac{\partial^2 A_2}{\partial Z^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial Z^2} - \frac{\partial^2 P_1}{\partial Z^2} \right) = 0.$$

Полагая

$$\frac{2}{3} \left( \frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 A_3}{\partial Z^2} - \frac{\beta \tilde{P}_g}{4} (Z^4 - Z^2) - 2\tilde{P}_g (Z^2 - 1) = 0 \quad (16)$$

и решая уравнение (12) с учетом (17), получим следующее выражение:

$$P_1 = \frac{\left(\frac{L}{D}\right)^2}{(1+\varepsilon \cos \theta)^3} \left[ \varepsilon \left( \dot{\phi} - \frac{1}{2} \right) \sin \theta + \dot{\varepsilon} \cos \theta \right] (Z^2 - 1) + \frac{9\Phi}{2(1+\varepsilon \cos \theta)^3} \left( \frac{L}{H} \right)^4 \left[ \frac{\beta}{480} \tilde{P}_g \left( \frac{Z^8}{14} - \frac{Z^6}{3} + \frac{11}{42} \right) + \frac{1}{12} \tilde{P}_g \left( \frac{Z^6}{15} - Z^4 + \frac{14}{15} \right) + \frac{1}{4} \tilde{P}_g \left( \frac{\beta}{40} + \frac{5}{3} \right) (Z^2 - 1) \right].$$

Тогда

$$P = aZ + b + P_1(Z, \theta) = \frac{\tilde{P}_K - \tilde{P}_H}{2} z + \frac{\tilde{P}_K + \tilde{P}_H}{2} + \frac{\left(\frac{L}{D}\right)^2}{(1+\varepsilon \cos \theta)^3} \left[ \varepsilon \left( \dot{\phi} - \frac{1}{2} \right) \sin \theta + \dot{\varepsilon} \cos \theta \right] (Z^2 - 1) + \frac{9\Phi}{2(1+\varepsilon \cos \theta)^3} \left( \frac{L}{H} \right)^4 \left[ \frac{\beta}{480} \tilde{P}_g \left( \frac{Z^8}{14} - \frac{Z^6}{3} + \frac{11}{42} \right) + \frac{1}{12} \tilde{P}_g \left( \frac{Z^6}{15} - Z^4 + \frac{14}{15} \right) + \frac{1}{4} \tilde{P}_g \left( \frac{\beta}{40} + \frac{5}{3} \right) (Z^2 - 1) \right]. \quad (17)$$

Перейдем к случаю осевой подачи смазочного материала через зазор. Уравнение (11) усредним по зазору:

$$\int_0^{-1} \left[ \frac{\partial^2 P^*}{\partial Y^2} + \left( \frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 P^*}{\partial Z^2} + \beta Z^2 \frac{\partial P^*}{\partial Y} + 2\beta ZY \left( \frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial P^*}{\partial Z} \right] dY = 0.$$

Решение уравнений (11) и (12) с учетом граничных условий (14) будем искать в виде

$$P = aZ + b + P_1(Z, \theta), \quad P^* = A_1 Y^3 + A_2 Y^2 + A_3 Y + aZ + b + P_1. \quad (18)$$

Подставляя (20) в (11), с учетом граничных условий (14) будем иметь

$$3A_1 - 2A_2 + A_3 = 0, \\ 2A_1 - A_2 - A_3 + \beta Z^2 (-A_1 + A_2 - A_3) + 2 \left( \frac{H}{L} \right)^2 \beta Z \left( -\frac{1}{5} \frac{\partial A_1}{\partial Z} + \frac{1}{4} \frac{\partial A_2}{\partial Z} - \frac{1}{3} \frac{\partial A_3}{\partial Z} \right) + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \frac{\partial P_1}{\partial Z} + \left( \frac{H}{L} \right)^2 \left( \frac{1}{4} \frac{\partial^2 A_1}{\partial Z^2} - \frac{1}{3} \frac{\partial^2 A_2}{\partial Z^2} - \frac{\partial^2 P_1}{\partial Z^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial Z^2} \right) = 0.$$

Полагая

$$\left( \frac{H}{L} \right)^2 \beta Z a + \frac{4}{3} \left( \frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 A_3}{\partial Z^2} = 0 \quad (19)$$

и решая уравнение (21) с граничными условиями (14), получим

$$A_3 = \frac{1}{2} a \beta (Z^3 - Z). \quad (20)$$

С учетом (22) решение уравнения (12) запишется в виде

$$P_1 = \frac{24 \left(\frac{L}{D}\right)^2}{(1+\varepsilon \cos \theta)^3} \left[ \varepsilon \left( \dot{\phi} - \frac{1}{2} \right) \sin \theta + \dot{\varepsilon} \cos \theta \right] (Z^2 - Z) + \frac{6\Phi a \beta}{(1+\varepsilon \cos \theta)^3 \left(\frac{H}{L}\right)^2} \left( \frac{Z^5}{20} - \frac{Z^3}{6} + \frac{1}{6} Z^2 - \frac{Z}{20} \right).$$

Тогда  $P$  для осевой подачи смазочного материала получим в виде

$$\begin{aligned}
 P = aZ + b + P_1(Z, \theta) &= \frac{\tilde{P}_K - \tilde{P}_H}{2} z + \frac{\tilde{P}_K + \tilde{P}_H}{2} + \\
 &+ \frac{24(L/D)^2}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} \left[ \varepsilon \left( \phi - \frac{1}{2} \right) \sin \theta + \dot{\varepsilon} \cos \theta \right] (Z^2 - Z) + \\
 &+ \frac{6\Phi a \beta}{(1 + \varepsilon \cos \theta)^3 (H/L)^2} \left( \frac{Z^5}{20} - \frac{Z^3}{6} + \frac{1}{6} Z^2 - \frac{Z}{20} \right).
 \end{aligned} \tag{21}$$

Перейдем к определению усилий в масляном слое.

В рассматриваемом случае эти усилия вычисляются интегрированием по положительной области распределения давления.

Неполное заполнение смазочным материалом имеет место при  $\dot{\varepsilon} = 0, \phi = 0$ .

В случае подачи смазочного материала в радиальном направлении подшипника:

$$\begin{aligned}
 F_r = -\frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \int_{-1}^1 \int_{\theta_1}^{\theta_1 + \pi} P \cos \theta d\theta dZ &= \frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \left[ 2b \sin \theta_1 + \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{\varepsilon^2}{3} (\cos 3\theta_1 + 3 \cos \theta_1) + \right. \\
 &+ \left. \frac{\Phi \beta \tilde{P}_g}{240 \left( \frac{H}{L} \right)^4} \left( 2 \sin \theta_1 + \frac{3}{2} \pi \right) + \frac{26}{105} \tilde{P}_g \sin \theta_1 - \frac{2}{3} \tilde{P}_g \left( \frac{\beta}{40} + \frac{5}{3} \right) \sin \theta_1 \right].
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 F_t = -\frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \int_{-1}^1 \int_{\theta_1}^{\theta_1 + \pi} P \sin \theta d\theta dZ &= \frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \left[ -2b \cos \theta_1 + \frac{\varepsilon}{3} \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\pi + 3\varepsilon \sin \theta_1 - \varepsilon \sin 3\theta_1) - \right. \\
 &- \left. \frac{\Phi \beta \tilde{P}_g \cos \theta_1}{120 \left( \frac{H}{L} \right)^4} - \frac{26}{105} \tilde{P}_g \cos \theta_1 + \frac{2}{3} \tilde{P}_g \left( \frac{\beta}{40} + \frac{5}{3} \right) \cos \theta_1 \right].
 \end{aligned} \tag{23}$$

Здесь выражение для  $P$  определяется формулой (19).

В случае подачи смазочного материала в окружном направлении

$$F_r = -\frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \int_{-1}^1 \int_{\theta_1}^{\theta_1 + \pi} P \cos \theta d\theta dZ = \frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \left[ 2b \sin \theta_1 + 4\varepsilon^2 \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\cos 3\theta_1 + 3 \cos \theta_1) + \frac{4\Phi a \beta}{3 \left( \frac{H}{L} \right)^2} \left( 2 \sin \theta_1 + \frac{3}{2} \pi \right) \right]; \tag{24}$$

$$F_t = -\frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \int_{-1}^1 \int_{\theta_1}^{\theta_1 + \pi} P \sin \theta d\theta dZ = \frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \left[ -2b \cos \theta_1 + 4\varepsilon \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\pi + 3\varepsilon \sin \theta_1 - \varepsilon \sin 3\theta_1) - \frac{4\Phi a \beta \cos \theta_1}{3 \left( \frac{H}{L} \right)^2} \right], \tag{25}$$

где  $P$  определяется формулой (24).

При полном заполнении смазочным материалом зазора будем иметь:

а) в случае подачи смазочного материала в радиальном направлении

$$F_r = -\frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} P \cos \theta d\theta dZ = \frac{\mu R^3 \omega_j L^3}{2C^2} \left[ \frac{4}{3D^2} \dot{\varepsilon} \pi + \frac{\Phi \beta \tilde{P}_g \pi L^2}{80H^4} \right]; \tag{26}$$

$$F_t = -\frac{\mu R^3 \omega_j L}{2C^2} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} P \sin \theta d\theta dZ = \frac{2\pi \mu R^3 L^3 \omega_j \varepsilon \left( \phi - \frac{1}{2} \right)}{3D^2 C^2}, \quad (27)$$

где  $P$  определяется формулой (19);

б) в случае подачи смазочного материала в окружном направлении

$$F_r = -\frac{\mu R^3 \omega_j L}{C^2} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} P \cos \theta d\theta dZ = \frac{2\pi \mu R^3 L^3 \omega_j}{C^2} \left( \frac{\Phi a \beta}{H^2} - \frac{8\varepsilon}{C^2} \right); \quad (28)$$

$$F_t = -\frac{\mu R^3 \omega_j L}{C^2} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} P \sin \theta d\theta dZ = -\frac{16\mu R^3 L^3 \omega_j \pi \left( \phi - \frac{1}{2} \right)}{D^2 C^2}, \quad (29)$$

где  $P$  определяется формулой (24).

Подставляя полученные аналитические выражения  $F_r$  и  $F_t$  в уравнения (3) и (4), получим:

– при неполном заполнении зазора смазочным материалом:

а) при подаче смазочного материала в радиальном направлении

$$\begin{aligned} & \frac{\mu R^3 L}{2mC^3 \omega_r} \left[ 2b \sin \theta_1 + \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{\varepsilon^2}{3} (\cos 3\theta_1 + 3 \cos \theta_1) + \right. \\ & \left. + \frac{\Phi \beta \tilde{P}_g}{240 \left( \frac{H}{L} \right)^4} \left( 2 \sin \theta_1 + \frac{3}{2} \pi \right) + \frac{26}{105} \tilde{P}_g \sin \theta_1 - \frac{2}{3} \tilde{P}_g \left( \frac{\beta}{40} + \frac{5}{3} \right) \sin \theta_1 \right] + \end{aligned} \quad (30)$$

$$+ \frac{u}{mc} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \cos \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right] - \frac{K \cdot \varepsilon}{m\omega_r^2} = 0;$$

$$\frac{\mu R_0^3 L}{2mC^3 \omega_r} \left[ -2b \cos \theta_1 + \frac{\varepsilon}{3} \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\pi + 3\varepsilon \sin \theta_1 - \varepsilon \sin 3\theta_1) - \right.$$

$$\left. - \frac{\Phi \beta \tilde{P}_g \cos \theta_1}{120 \left( \frac{H}{L} \right)^4} - \frac{26}{105} \tilde{P}_g \cos \theta_1 + \frac{2}{3} \tilde{P}_g \left( \frac{\beta}{40} + \frac{5}{3} \right) \cos \theta_1 \right] - \quad (31)$$

$$- \frac{u}{mc} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \sin \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right] = 0;$$

б) при подаче смазочного материала в окружном направлении

$$\frac{\mu R^3 L}{2mC^3 \omega_r} \left[ 2b \sin \theta_1 + 4\varepsilon^2 \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\cos 3\theta_1 + 3 \cos \theta_1) + \frac{4\Phi a \beta}{3 \left( \frac{H}{L} \right)^2} \left( 2 \sin \theta_1 + \frac{3}{2} \pi \right) \right] + \quad (32)$$

$$+ \frac{u}{mc} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \cos \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right] - \frac{K \cdot \varepsilon}{m\omega_r^2} = 0;$$

$$\frac{\mu R_0^3 L}{2mC^3 \omega_r} \left[ -2b \cos \theta_1 + 4\varepsilon \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\pi + 3\varepsilon \sin \theta_1 - \varepsilon \sin 3\theta_1) - \frac{4\Phi\beta \cos \theta_1}{3 \left( \frac{H}{L} \right)^2} \right] - \frac{u}{mc} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \sin \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right] = 0; \quad (33)$$

– при полном заполнении зазора подшипника смазочным материалом имеем:

а) в случае подачи смазочного материала в радиальном направлении

$$\ddot{\varepsilon} - \varepsilon \dot{\varphi}^2 = \frac{\mu R^3 L^3 \pi}{2mC^3 \omega_r} \left( \frac{4\dot{\varepsilon}}{3D^2} + \frac{\Phi\beta \tilde{P}_g L^2}{80H^4} \right) + \frac{u}{mc} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \cos \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right] - \frac{K \cdot \varepsilon}{m\omega_r^2}; \quad (34)$$

$$\varepsilon \dot{\varphi} + 2\dot{\varepsilon} \dot{\varphi} = \frac{2\pi\mu R^3 L^3 \varepsilon \left( \dot{\varphi} - \frac{1}{2} \right)}{3mD^2 C^3 \omega_r} - \frac{u}{mc} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \sin \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right]; \quad (35)$$

б) в случае подачи смазочного материала в окружном направлении

$$\ddot{\varepsilon} - \varepsilon \dot{\varphi}^2 = \frac{2\pi\mu R^3 L^3}{mC^3 \omega_r} \left( \frac{\Phi\beta}{H^2} - \frac{8\dot{\varepsilon}}{C^2} \right) + \frac{u}{mc} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \cos \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right] - \frac{K \cdot \varepsilon}{m\omega_r^2}; \quad (36)$$

$$\varepsilon \dot{\varphi} + 2\dot{\varepsilon} \dot{\varphi} = - \frac{16\pi\mu R^3 L^3 \left( \dot{\varphi} - \frac{1}{2} \right)}{mD^2 C^3 \omega_r} - \frac{u}{mc} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right)^2 \sin \left[ \varphi - \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) T \right]. \quad (37)$$

Введем обозначение

$$B = \frac{\mu R^3 L}{mC^3 \omega_r}, \quad U = \frac{u}{mC}, \quad \omega_s = \sqrt{K/m}, \quad \Omega_s = \frac{\omega_s}{\omega_r}, \quad \Omega = \frac{\omega_j}{\omega_r}, \quad \beta = \varphi - \Omega T,$$

где  $B$  – параметр демфера;  $U$  – безразмерный дисбаланс;  $\omega_s$  – собственная частота ротора;  $\Omega_s$  и  $\Omega$  – собственная и угловая частота вала.

Уравнения (33)–(36), описывающие стационарное движение центра вала, и (37)–(40), описывающие его нестационарное движение, приобретают следующий вид:

а) при стационарном движении вала:

$$\frac{B}{2} \left[ 2b \sin \theta_1 + \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{\varepsilon^2}{3} (\cos 3\theta_1 + 3 \cos \theta_1) + \frac{\Phi\beta \tilde{P}_g}{240 \left( \frac{H}{L} \right)^4} \left( 2 \sin \theta_1 + \frac{3}{2} \pi \right) + \frac{26}{105} \tilde{P}_g \sin \theta_1 - \frac{2}{3} \tilde{P}_g \left( \frac{\beta}{40} + \frac{5}{3} \right) \sin \theta_1 \right] + U \Omega^2 \cos \beta - \Omega_s^2 \varepsilon = 0; \quad (38)$$

$$\frac{B}{2} \left[ -2b \cos \theta_1 + \frac{\varepsilon}{3} \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\pi + 3\varepsilon \sin \theta_1 - \varepsilon \sin 3\theta_1) - \frac{\Phi\beta \tilde{P}_g \cos \theta_1}{120 \left( \frac{H}{L} \right)^4} - \frac{26}{105} \tilde{P}_g \cos \theta_1 + \frac{2}{3} \tilde{P}_g \left( \frac{\beta}{40} + \frac{5}{3} \right) \cos \theta_1 \right] - U \Omega^2 \sin \beta = 0; \quad (39)$$



$$\frac{B}{2} \left[ 2b \sin \theta_1 + 4\varepsilon^2 \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\cos 3\theta_1 + 3 \cos \theta_1) + \frac{4\Phi a \beta}{3 \left( \frac{H}{L} \right)^2} \left( 2 \sin \theta_1 + \frac{3}{2} \pi \right) \right] + U \Omega^2 \cos \beta - \Omega_s^2 \varepsilon = 0; \quad (40)$$

$$\frac{B}{2} \left[ -2b \cos \theta_1 + 4\varepsilon \left( \frac{L}{D} \right)^2 (\pi + 3\varepsilon \sin \theta_1 - \varepsilon \sin 3\theta_1) - \frac{4\Phi a \beta \cos \theta_1}{3 \left( \frac{H}{L} \right)^2} \right] - U \Omega^2 \sin \beta = 0; \quad (41)$$

б) при нестационарном движении вала

$$\ddot{\varepsilon} - \varepsilon \dot{\varphi}^2 = \frac{BL^2 \pi}{2} \left( \frac{4\dot{\varepsilon}}{3D^2} + \frac{\Phi \beta \bar{P}_g L^2}{80H^4} \right) + U \Omega^2 \cos \beta - \Omega_s^2 \varepsilon; \quad (42)$$

$$\varepsilon \ddot{\varphi} + 2\dot{\varepsilon} \dot{\varphi} = \frac{2B\pi L^2 \varepsilon \left( \dot{\beta} + \Omega - \frac{1}{2} \right)}{3D^2} - U \Omega^2 \sin \beta; \quad (43)$$

$$\ddot{\varepsilon} - \varepsilon \dot{\varphi}^2 = 2B\pi L^2 \left( \frac{\Phi a \beta}{H^2} - \frac{8\dot{\varepsilon}}{C^2} \right) + U \Omega^2 \cos \beta - \Omega_s^2 \varepsilon; \quad (44)$$

$$\varepsilon \ddot{\varphi} + 2\dot{\varepsilon} \dot{\varphi} = - \frac{8B\pi L^2 \left( \dot{\beta} + \Omega - \frac{1}{2} \right)}{D^2} - U \Omega^2 \sin \beta. \quad (45)$$

Уравнения (41)–(48) обсчитывались численным методом, разработанным Гиrom [14]. Результаты численного анализа представлены на рисунках 4–7. Все они

соответствуют нулевым начальным скоростям и конечному возмущению начального положения вала.

## Результаты и их обсуждение

Коэффициент передачи определяется как отношение модуля силы, передаваемой на корпус, к модулю центробежной силы дисбаланса, т.е. при абсолютно жесткой опоре коэффициент передачи равен единице. Следует отметить, что при некоторых условиях работы трибосистемы демпфер способен даже усиливать воздействие дисбаланса. В этой связи очень важно определить рабочий режим и проницаемость наружного пористого кольца демпфера, которые приводили бы к ослаблению передаваемого усилия.

Модуль передаваемого усилия  $F_{тр}$  определим как квадратный корень из суммы квадратов его составляющих

$$|F_{тр}| = \left[ (F_r - Ke)^2 + F_t^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Для случая подачи смазочного материала в радиальном и окружном направле-

ниях при стационарном движении центра вала модуль определяем с помощью формул (25)–(28), а при нестационарном – с помощью формул (29)–(32).

Поскольку модуль дисбаланса равен  $u\omega^2$ , то коэффициент передачи  $T_r$  может быть представлен выражением:

$$T_r = \frac{|F_{тр}|}{u\omega^2} = \frac{\left[ (F_r - Ke)^2 + F_t^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{u\omega^2}.$$

Для стационарного и нестационарного движения центра вала при подаче смазочного материала в радиальном и окружном направлениях коэффициент передачи  $T_r$  определяется с помощью формулы (49).

Демпферы описанной конструкции обеспечивают значительное снижение влияния колебаний рабочих нагрузок и дисбаланса вала на опорные подшипники качения.

Таким образом, на основе выполненных расчетов установлено, что в исследованной области рассматриваемые демпферы с пористым кольцом при принудительной подаче смазочного материала в радиальном и окружном направлениях и при учете в моделях проницаемости пористого

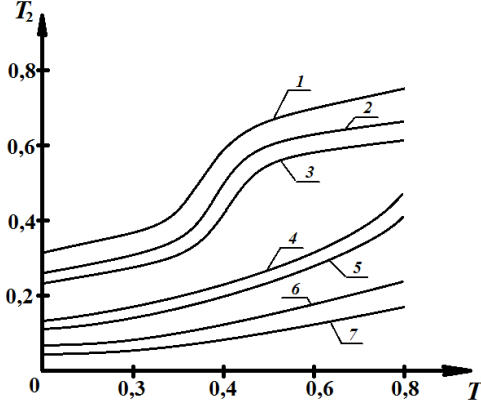


Рис. 3. Зависимость стационарного коэффициента передачи от параметра  $T$ :

$$B = 0,1; \Omega = 1,1; H/L = 0,1; \Phi = \frac{A_0 H}{C^3}; \beta = 0,01; \bar{p}_g = 1,1;$$

$$\bar{p}_a = 1,1; \bar{P}_n = 0,04 \text{ мПа}; \bar{P}_k = 0,03 \text{ мПа};$$

$$\varepsilon(0) = 0,8; \theta_1 = 0; \theta_2 = \pi;$$

$$1) \Phi = 0,001; 2) \Phi = 0,0015; 3) \Phi = 0,02;$$

$$4) \Phi = 0,01; 5) \Phi = 0,015; 6) \Phi = 0,03; 7) \Phi = 0,04$$

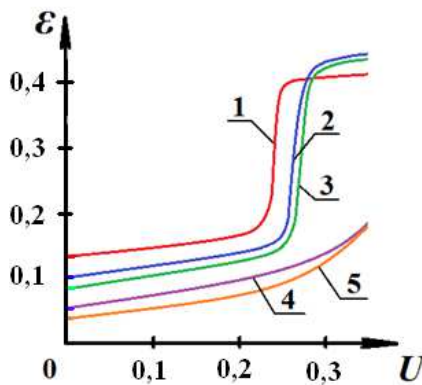


Рис. 5. Зависимость нестационарного относительного эксцентриситета демфера от эксцентриситета дисбаланса:

$$B = 0,4; U = 0,3; \Omega = 1,1; \Omega_s = 0,5; \dot{\varepsilon}(0) = 0,1;$$

$$\varepsilon(0) = 0,8; H/L = 0,1; \theta_1 = 0; \theta_2 = 2\pi;$$

$$1) \Phi = 0,001; 2) \Phi = 0,005; 3) \Phi = 0,004;$$

$$4) \Phi = 0,01; 5) \Phi = 0,03$$

### Заключение

Полученные результаты показывают, что демпферы рассматриваемой конструкции (с пористым анизотропным наружным кольцом и сжимаемым масляным слоем)

эффективно ослабляют передаваемые усилия дисбаланса. По результатам численных расчетов построены графики, приведенные на рисунках 4–7. Анализ полученных расчетных моделей и графиков позволяет сделать нижеследующие заключения.

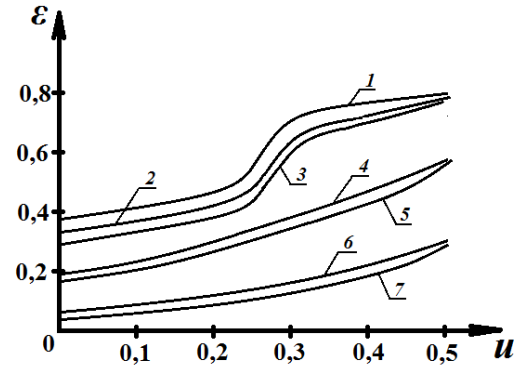


Рис. 4. Зависимость стационарного эксцентриситета  $\varepsilon$  составного демфера от эксцентриситета дисбаланса  $U$ :

$$B = 0,2; \Omega = 1,1; H/L = 0,1; \Phi = \frac{A_0 H}{C^3}; \beta = 0,1; \bar{p}_g = 1,5;$$

$$\bar{p}_a = 1,5; \bar{P}_n = 0,04 \text{ мПа}; \bar{P}_k = 0,03 \text{ мПа};$$

$$\varepsilon(0) = 0,8; \theta_1 = 0; \theta_2 = \pi;$$

$$1) \Phi = 0,001; 2) \Phi = 0,005; 3) \Phi = 0,004;$$

$$4) \Phi = 0,02; 5) \Phi = 0,01; 6) \Phi = 0,03; 7) \Phi = 0,3$$

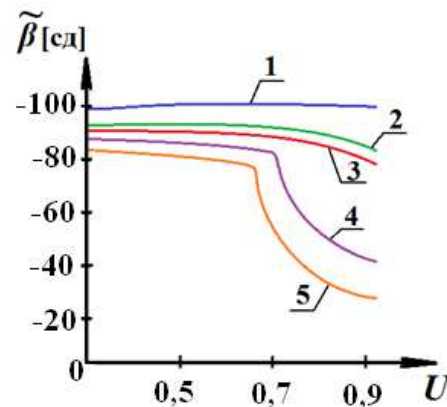


Рис. 6. Зависимость эксцентриситета дисбаланса от нестационарного относительного эксцентриситета демфера:

$$B = 0,4; U = 0,2; \Omega = 1,1; \Omega_s = 0,6; \dot{\varepsilon}(0) = 0;$$

$$\varepsilon(0) = 0,9; \beta(0) = -2,6; \dot{\beta}(0) = 0; H/L = 0,1;$$

$$\theta_1 = 0; \theta_2 = 2\pi;$$

$$1) \Phi = 0,001; 2) \Phi = 0,005; 3) \Phi = 0,0055;$$

$$4) \Phi = 0,015; 5) \Phi = 0,035$$

обеспечивают благодаря коэффициенту передачи значительное снижение влияния вибрации на радиальные подшипники.

Кроме того, отмечено, что последовательная принудительная подача смазочного материала в осевом или радиальном направ-

лении обеспечивает более устойчивую работу как демпферов, так и радиальных подшипников с пористой втулкой.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы», Соглашение о предоставлении субсидии № 14.607.21.0040 от 22.07.2014 г., проект RFMEFI60714X0040.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Конри, К. Об устойчивости пористых радиальных подшипников / К. Конри, К. Кузано // Конструирование и технология машиностроения. – 1974. – № 2. – С. 206–216.
2. Ахвердиев, К.С. Об устойчивости двухслойных пористых радиальных подшипников / К.С. Ахвердиев, О.В. Муленко // Вестник РГУПС. – 2002. – № 3 – С. 5–7.
3. Гидродинамический расчет двухслойного пористого подшипника бесконечной длины с учетом анизотропии проницаемости пористого слоя и сил инерции / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, В.С. Новгородова, Т.С. Черкасова // Вестник ДГТУ. – 2013. – № 5/6(74). – С. 36–43.
4. Кузано, К. Исследование коэффициента передачи упругой опоры качения в демпфере со сдвигаемой пленкой и пористой обоймой / К. Кузано (C. Cusano), П.Е. Фанк (P.E. Funk) // Проблемы трения и смазки : Тр. Амер. о-ва инж.-мех. – 1977. – № 1. – С. 54–61.
5. Гидродинамический расчет радиального пористого подшипника бесконечной длины с повышенной несущей способностью с учетом сил инерции / М.А. Мукутадзе, Е.Е. Александрова, А.А. Константинов, А.И. Шевченко // Вестник РГУПС. – 2012. – № 2(46). – С. 194–197.
6. Zadorozhnaya, E.A. Solving a thermohydrodynamic lubrication problem for complex-loaded sliding bearings with allowance for rheological behavior of lubricating fluid / E.A. Zadorozhnaya // Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2015. – No44(1), pp. 46–56.
7. Rozhdestvensky, Y. A simulation of the thermal state of heavily loaded tribo-units and its evaluation / Y. Rozhdestvensky, E. Zadorozhnaya // Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software, 2014. – No 7(4), pp. 51–64.
8. Толпинская, Н.Б. Пористый подшипник конечной длины с подачей смазки через поры вкладыша : дис. ... канд. техн. наук / Н.Б. Толпинская. – Ростов н/Д, 1986. – С. 20–40.
9. Rahmatabadi, A.D. Micropolar lubricant effects on the performance of noncircular lobed bearings / A.D. Rahmatabadi, M. Nekoeimehr, R. Rashidi // Tribology International. – 2010. – Vol. 43. – P. 404–413.
10. Ахвердиев, К.С. Нестационарная математическая модель гидродинамической смазки сложнагруженного составного конического подшипника с пористым слоем на его рабочей поверхности с учетом его конструктивной особенности / К.С. Ахвердиев, С.Ф. Кочетова, М.А. Мукутадзе // Вестник РГУПС. – 2009. – № 1. – С. 135–143.
1. Conry, C. On stability of porous journal bearings / C. Conry, C. Cusano // Design & Engineering Techniques. – 1974. – № 2. – pp. 206–216.
2. Akhverdiev, K.S. On stability of double-layer porous radial bearings / K.S. Akhverdiev, O.V. Mullenko // Bulletin of RSIVS. – 2002. – № 3 – pp. 5–7.
3. Hydrodynamic computation of double-layer porous radial infinite bearing taking into account anisotropy of porous layer permeability and inertia / K.S. Akhverdiev, M.A. Mukutadze, V.S. Novgorodova, T.S. Cherkasova // Bulletin of DSTU. – 2013. – № 5/6(74). – pp. 36–43.
4. Cusano, C. Investigation of transfer coefficient in resilient rolling bearing in damper with squeezed film and porous cage / C. Cusano, P.E. Funk // Problems of Friction and Lubrication : Proceedings of American Society of Mechanical Engineers – 1977. – № 1. – pp. 54–61.
5. Hydrodynamic computation of radial porous infinite bearing with increased load-carrying capacity taking into account inertia / M.A. Mukutadze, E.E. Alexandrova, A.A. Konstantinov, A.I. Shevchenko // Bulletin of RSUC. – 2012. – № 2(46). – pp. 194–197.
6. Zadorozhnaya, E.A. Solving a thermohydrodynamic lubrication problem for complex-loaded sliding bearings with allowance for rheological behavior of lubricating fluid / E.A. Zadorozhnaya // Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2015. – No44(1), pp. 46–56.
7. Rozhdestvensky, Y. A simulation of the thermal state of heavily loaded tribo-units and its evaluation / Y. Rozhdestvensky, E. Zadorozhnaya // Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modeling, Programming and Computer Software, 2014. – No 7(4), pp. 51–64.
8. Tolpinskaya, N.B. Porous Finite Bearing with Lubrication Feed through Bearing Insert Pores: Thesis for Can.Eng. Degree competition / N.B. Tolpinskaya. – Rostov-uon-Don, 1986. – pp. 20–40.
9. Rahmatabadi, A.D. Micropolar lubricant effects on the performance of noncircular lobed bearings /

- A.D. Rahmatabadi, M. Nekoeimehr, R. Rashidi // *Tribology International*. – 2010. – Vol. 43. – P. 404–413.
10. Akhverdiev, K.S. Transient simulator of hydrodynamic lubrication for complex-loaded compound ta-

pered bearing with porous layer on its working surface taking into account its design peculiarities / K.S. Akhverdiev, S.F. Kochetova, M.A. Mukutadze // *Bulletin of RSUC*. – 2009.– № 1. – pp. 135–143.

*Статья поступила в редколлегию 23.06.2016.  
Рецензент: д.т.н., профессор Южного  
федерального университета  
Снопов А.И.*

#### Сведения об авторах:

**Ахвердиев Камил Самедович**, д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Высшая математика» Ростовского государственного университета путей сообщения (РГУПС), e-mail: [vm\\_2@kaf.rgups.ru](mailto:vm_2@kaf.rgups.ru).

**Мукутадзе Александр Мурманович**, аспирант кафедры «Высшая математика» Ростовского госу-

дарственного университета путей сообщения (РГУПС), e-mail: [mykyt@yandex.ru](mailto:mykyt@yandex.ru).

**Флек Борис Михайлович**, к.т.н., доцент Ростовского государственного университета путей сообщения (РГУПС), e-mail: [borf.me@me.com](mailto:borf.me@me.com).

**Akhverdiev Camil Samedovich**, D.Eng., Prof., Head of the Dep. “Higher Mathematics”, Rostov State University of Communications (RSUC), e-mail: [vm\\_2@kaf.rgups.ru](mailto:vm_2@kaf.rgups.ru).

**Mukutadze Alexander Murmanovich**, Post graduate student of the Dep. “Higher Mathematics”, Rostov

State University of Communications (RSUC), e-mail: [mykyt@yandex.ru](mailto:mykyt@yandex.ru).

**Flek Boris Mikhailovich**, Can.Eng., Assistant Prof. of Rostov State University of Communications (RSUC), e-mail: [borf.me@me.com](mailto:borf.me@me.com).