

DOI:10.34031/article_5d079791aeaae3.67485144

¹Серебринный В.В., ¹Бошляков А.А., ^{1,*}Огородник А.И.¹Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Россия, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

*E-mail: alexander.ogorodnik@bmstu.ru

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ ЗАХВАТНЫХ УСТРОЙСТВ РОБОТОВ

Аннотация. На сегодняшний день актуальна задача повышения технических характеристик исполнительных модулей осязательных захватных устройств роботов. Во многом качество работы таких модулей определяется исполнительным двигателем и механической передачей, которая может внести дополнительные упругость, люфт и трение в систему. Внесение упругости, люфта и трения в контур управления в свою очередь приводит к снижению быстродействия и точности мехатронного модуля, а также может вызвать автоколебания. Однако, благодаря значительному прогрессу в производительности аппаратного обеспечения мехатронных и робототехнических систем, появляется возможность точнее оценивать и контролировать силомоментные параметры состояния в выходном звене, а также осуществлять активную алгоритмическую компенсацию эффектов трения и упругости. Такая оценка силомоментных параметров состояния системы проводится за счет использования детальных математических моделей и позволяет реализовывать силомоментное управление без использования специальных датчиков, что особенно важно в осязательных захватных устройствах из-за предъявляемых требований к масса-габаритным параметрам изделия. Поэтому целью данной работы является создание математической модели исполнительного модуля робота с рациональным соотношением сложности и точности, параметры которой можно легко идентифицировать из паспортных данных составных элементов или результатов эксперимента и которую можно использовать для косвенной оценки сил и моментов развиваемых приводом. В рамках статьи были рассмотрены различные математические модели трения. На основе данного анализа была предложена модифицированная модель трения, позволяющая проводить оценку параметров состояния механической передачи в реальном времени. Она была встроена в общую математическую модель мехатронного модуля. Теоретические данные, полученные на основе анализа общей модели исполнительного модуля, оказались близки к экспериментальным. Рассмотренная математическая модель исполнительного модуля может быть использована для идентификации параметров состояния мехатронного модуля в реальном времени и реализации силомоментного управления на основе косвенных измерений. Кроме того, полученная модель позволяет проводить детальное математическое моделирование робота с учетом динамики отдельных исполнительных модулей.

Ключевые слова: трение, мехатронный модуль, привод, люфт, упругость, редуктор, механическая передача.

Введение. Благодаря широкому применению мехатронных модулей и робототехнических систем остается актуальной задача описания и исследования их динамики. Кроме того, в следствии развития новых подходов к управлению исполнительными модулями выдвигаются новые требования к математическим моделям приводов с механическими передачами и появляется необходимость в улучшении этих математических моделей.

Активное развитие робототехнических систем и исполнительных модулей с силомоментным управлением увеличивает важность задачи идентификации и компенсации сил и моментов трения, поскольку трение существенно влияет на качество силомоментного управления [1]. Большинство методов компенсации трения требуют применения математических моделей, позволяющих производить достаточно точную оценку тре-

ния [2–6]. Вопрос математического моделирования трения глубоко проработан и существует множество математических моделей трения [7], однако существующие работы в данном направлении часто рассматривают моделирование трения отдельно от моделирования механической передачи исполнительного модуля, в следствии чего опускаются некоторые важные вопросы интеграции модели трения в общую модель механической передачи. В частности, вопросы исключения алгебраических петель и устойчивости численного решения.

Важным остается вопрос об оптимизации существующих математических моделей для оценки трения в реальном времени и уменьшения вычислительной сложности решения данной задачи. Существующие аппаратное обеспечение встраиваемых систем позволяет решать задачи идентификации и компенсации трения в сложных механических системах в реальном времени

с помощью статических моделей трения [2], [8]. Динамические модели трения позволяют точнее решать данные задачи [3], [9–11], однако для использования их в алгоритмах встраиваемых систем реального времени необходимо модифицировать динамические модели, чтобы гарантировать конвергенцию решения при заданном шаге численного интегрирования.

Для практического применения математической модели исполнительного модуля также важна простая идентификация параметров математической модели из технических данных составляющих изделий и сборочных единиц или результатов эксперимента.

В связи с этим, целью данной работы является создание математической модели исполнительного модуля, позволяющей проводить оценку и анализ влияния возмущающих сил, в частности сил трения и описывающей динамику машин и устройств, в которые встроен данный исполнительный модуль. Предложенная математическая модель исполнительного модуля должна позволять проводить оценку и компенсацию сил трения в реальном времени, а параметры математической модели должны быть легко идентифицируемыми и иметь простой физический смысл. Для достижения поставленной цели в модели исполнительного привода необходимо: учесть зависимость сил трения от момента передаваемого механической передачей; составить такую модель, чтобы избежать алгебраических петель при интеграции математической модели исполнительного модуля в общую модель робота

или мехатронного модуля; рассмотреть и модифицировать существующие модели трения, чтобы гарантировать конвергенцию численного решения при заданном шаге интегрирования; выявить зависимости, определяющие выбор шага интегрирования для достижения устойчивого численного решения и рассмотреть методику идентификации параметров разработанной математической модели исполнительного модуля.

1 Трение

Трение в приводах является сложным процессом, существенно влияющим на динамику исполнительных модулей [12–16] и зависящим от множества факторов, таких как температура, сила контакта, свойства смазки, относительные перемещения, скорости и ускорения трущихся поверхностей. Особенную сложность вызывает описание трения на скоростях близких к нулевым, где сила трения изменяется скачкообразно. В результате наличия трения в системе, могут наблюдаться следующие эффекты: Штрибек эффект, прерывистое движение, упругость при относительном микросмещении, гистерезис сил трения в зависимости от относительного перемещения трущихся поверхностей, лаг сил трения, гистерезис сил трения на кривой Штрибека, залипание.

Штрибек-эффект [7] проявляется в виде увеличения сил трения с уменьшением скорости относительного перемещения в области малых скоростей, а кривая зависимости силы трения от скорости называется кривой Штрибека рис. 1а.

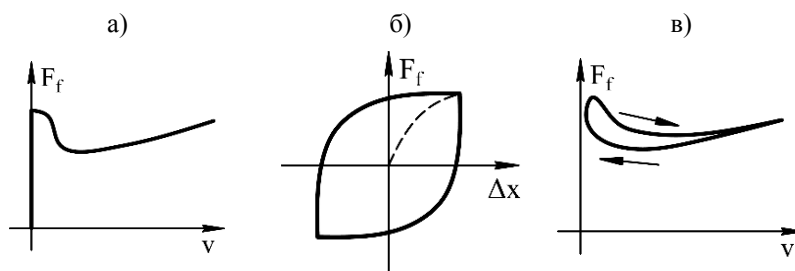


Рис. 1. График кривой Штрибека - а, График гистерезиса сил трения в зависимости от смещения и скорости соответственно – б и в

Трение в машинах и устройствах, особенно с активными системами управления или стабилизации, может вызывать прерывистое движение. Оно выражается в попеременном страгивании и залипании тел в месте контакта и вызвано нелинейной характеристикой трения (рис. 1а).

Для случая, когда необходимо моделировать динамические процессы в системе на «ползучих» скоростях и при малых перемещениях важно учитывать, что трение до момента страгивания ведет себя как упругость. При микроперемещениях сила трения стремится вернуть трущиеся тела в исходное положение. Это связано с взаи-

модействием трущихся поверхностей через шероховатости и смазку. Такой эффект называется упругим микросмещением. Если относительное перемещение становится больше упругой деформации шероховатости, то будет возникать неупругая деформация и на фазовой плоскости зависимости силы трения от относительного перемещения это будет проявляться в виде гистерезиса (рис. 1б).

Зависимость трения от относительного перемещения трущихся поверхностей вызывает лаг трения – запаздывание трения относительно скорости. Лаг трения возникает по причине того, что для появления трения необходимо сформировать

некоторое смещение трущихся поверхностей что проявляется в виде гистерезиса на кривой Штрибека (рис. 1в).

Еще одним эффектом трения, который существенно влияет на динамику машин и устройств, является эффект залипания, выражающийся в увеличении силы трения страгивания по мере увеличения времени покоя. Залипание в явном виде учитывается, например, в семи параметрической модели Армстронга [7].

Для математического описания рассмотренных эффектов трения разработаны различные модели, которые делятся на два класса: статические модели и динамические модели трения. Динамические модели трения отличаются от статических тем, что они содержат внутренние переменные состояния. Оба типа моделей актуальны поскольку обладают своими преимуществами и недостатками, а выбор наиболее подходящего типа модели зависит от конкретной задачи.

1.1 Статические модели трения

Статические математические модели трения в отличие от динамических менее детально описывают трение. Однако в большинстве задач их точности достаточно для моделирования динамики устройств. Тогда на первый план выходят такие положительные качества статических моделей как простота, невысокая сложность численного моделирования и относительно простая идентифицируемость параметров. Поэтому выбор статической модели трения является рациональным, если она обеспечивает необходимую точность математического описания.

Статические модели трения, используемые для моделирования динамических систем, аппроксимируют кривую Штрибека некоторой зависимостью. На рис. 2 изображены типовые зависимости сил трения от скорости используемые в математических моделях трения.

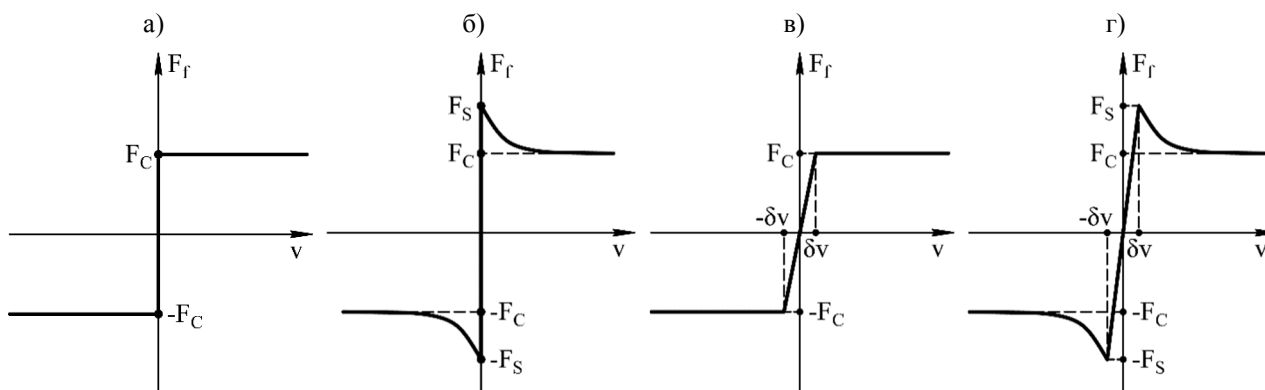


Рис. 2. Зависимости силы трения от скорости для различных моделей трения

Базовой математической моделью трения является модель кулоновского трения. Её зависимость максимальной силы трения от скорости изображена на рис. 2а и описывается уравнением $F_f(v) = F_C \text{sign}(v)$. Для уточнения модели кулоновского трения, при описании трения на малых скоростях, изменяют функцию $F_f(v)$, которая описывает зависимость трения от скорости. Это позволяет учесть эффект Штрибека и тот факт, что максимальное трение покоя F_S больше трения скольжения F_C . Такая математическая модель будет описываться уравнением:

$$F_f(v, F_E) = \begin{cases} F_f(v), & v \neq 0 \\ \min(|F_E|, F_S) \text{sign}(F_E), & v = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где F_E – суммарная внешняя сила, v – относительная скорость скольжения. Типовой график кривой Штрибека для данной модели изображен на рис. 2б, а самые распространённые функции, описывающие зависимость силы трения скольжения приведены в таблице 1.

Таблица 1

Функции, применяемые для описания зависимости силы трения от скорости

Лоренцевская зависимость:	$F_f(v) = \left(F_C + (F_S - F_C) \frac{1}{1 + (v/v_S)^2} \right) \text{sign}(v)$
Зависимость Тастина:	$F_f(v) = \left(F_C + (F_S - F_C) e^{- v /v_S} \right) \text{sign}(v)$
Гаусова зависимость:	$F_f(v) = \left(F_C + (F_S - F_C) e^{-(v/v_S)^2} \right) \text{sign}(v)$
Обобщенная зависимость:	$F_f(v) = \left(F_C + (F_S - F_C) e^{-(v /v_S)^\beta} \right) \text{sign}(v)$

Однако необходимо отметить, что базовая кулоновская модель трения и все ее вариации имеющие особую точку в области нулевых скоростей приводят при численном моделировании реверсивных систем к ошибкам, так как переменная v будет описываться вещественным числом с плавающей точкой и кроме как случайным образом не может стать равна 0. Таким образом возможны постоянные переключения силы трения между двумя значениями F_C и $-F_C$ в некоторой дельта области скорости v , размер которой будет определяться выбранным шагом решателя при численном моделировании. Это усложняет интеграцию данного семейства моделей в общую модель механизма или устройства и вызывает появление алгебраических петель, являющихся крайне нежелательными при моделировании. Использование модели Карнопа [7], где вводится некоторая дельта область малых скоростей в которой сила трения равна нулю не решает проблему, так как особые точки кривой Штрибека не устраняются и около них возникают переключения. Все это приводит к необходимости модификации модели кулоновского трения и аналогичных моделей для обеспечения устойчивого численного решения и упрощение ее интеграции в общие модели.

Наиболее универсальным методом обеспечения устойчивости численного решения является сглаживание (линеаризация) перехода зависимости силы трения от скорости в точке $v = 0$ [1]. Для этого выделяется некоторая дельта область $v \in (-\delta_V, \delta_V)$ в которой характеристика линеаризуется или заменяется другой кривой, которая дифференцируема и имеет по крайней мере ограниченную первую производную. Пример модификации характеристик, изображенных на рис. 2а и 2б приведен на рис. 2в и 2г соответственно.

Модифицированная кулоновская модель, график которой изображен на рис. 2в, будет описываться уравнением:

$$F_f(v) = F_C \min(k|v|, 1) \operatorname{sign}(v), \quad (2)$$

где k – коэффициент крутизны характеристики, определяемый из соотношения $k = 1/\delta_V$.

В математических моделях, учитывающих Штрибек-эффект, также легко убирается особая точка при $v = 0$. Предполагая, что кривая Штрибека изображенная на рис. 2г симметрична относительно начала координат, а область δ_V мала по сравнению с областями граничной и частичной смазываемости данная зависимость будет описываться уравнением:

$$F_f(v) = \begin{cases} F_f^0(|v| - \delta_V) \operatorname{sign}(v), & |v| > \delta_V \\ kv, & |v| \leq \delta_V \end{cases} \quad (3)$$

где $F_f^0(v)$ – нечетная функция, описывающая кривую Штрибека с не устраненной особой точкой, k – коэффициент крутизны характеристики, определяемый из соотношения $k = 1/\delta_V$.

1.2 Динамические модели трения

Для моделирования и проведения расчётов динамики машин и механизмов в случае не реверсивного движения достаточно статических стационарных и не стационарных математических моделей трения. Однако в области робототехники и мехатроники, где используются следящие системы, для которых характерно реверсивное движение и движение с малыми скоростями актуально более детальное описание трения. Особенно важно такое описание для систем силомоментным очувствлением, поскольку благодаря развитию вычислительных средств появляется возможность осуществлять идентификацию и компенсацию трения в реальном времени на основе более точных динамических математических моделей.

Одной из наиболее удачных динамических моделей трения, сочетающих одновременно достаточную точность и низкую сложность, является модель ЛуГре (LuGre) [17], [18]. Модель ЛуГре является развитием модели Даля [7] и позволяет дополнительно учитывать эффект Штрибека, использовать произвольную функцию, аппроксимирующую зависимость трения от скорости. Для модели гарантируются диссипативность и устойчивость при выборе коэффициентов в соответствии с методиками [19]. Модель ЛуГре описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + f(v) \\ \frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{v}{g(v)} z, \end{cases} \quad (4)$$

где σ_0, σ_1 – параметры определяющие жесткость и демпфирование трения, $g(v)$ – кривая Штрибека, $f(v)$ – зависимость характеризующая вязкое трение.

Для обеспечения диссипативности модели [19] должно выполняться соотношение:

$$\sigma_1(v) \leq 4\sigma_0 g(v)/|v| \quad (5)$$

В [19], предлагается определять коэффициент демпфирования из уравнения $\sigma_1(v) = \sigma_1(0)e^{(v/v_c)^2}$, однако поскольку рассматриваемые модели должны быть простыми и позволять проводить оценку параметров состояния системы, выберем следующую зависимость:

$$\sigma_1(v) = \min(\sigma_1(0), 4\sigma_0 g(v)/|v|) \quad (6)$$

Декремент затухания для данной модели трения определяется из формулы [19]:

$$\zeta = (\sigma_1(0) + f'(0))/(2\sqrt{\sigma_0}) \quad (7)$$

Для отсутствия колебательности в решении $\sigma_1(0)$ должно иметь такое значение, чтобы выполнялось неравенство $\zeta \geq 0,5$.

Поскольку текущие модели рассматриваются в контексте их применения для оценки параметров состояния механической передачи в реальном времени, необходимо обеспечить быстрое и стабильное решение системы дифференциальных уравнений, описывающих трение. Запишем систему (20) в операторной форме, полагая, что скорость изменяется много медленнее, чем сила трения:

$$F_f = \frac{\sigma_1^{p+1}}{g(|v|)^{p+1}} g(|v|) \text{sign}(v) + f(v) \quad (8)$$

В данном дифференциальном уравнении присутствует постоянная времени $T_f = \frac{g(|v|)}{\sigma_0|v|}$, которая определяет производную изменения силы и влияет шаг квантования, при котором будет найдено устойчивое численное решение. Причем T_f пропорционально уменьшается с увлечением скорости. Максимально допустимый шаг решателя должен быть в несколько раз меньше минимальной постоянной времени в математической модели $T_{solve} \ll T_f$. Следовательно, постоянная времени T_f определяет вычислительную сложность численного решения. Для составления математической модели трения, удовлетворяющей цели данной статьи, проведем модификацию классической модели ЛуГре. Ограничим постоянную времени T_f , чтобы возможно было проводить вычисления в реальном времени с фиксированным шагом квантования. Для этого определим параметр σ_0 как функцию от скорости в следующем виде:

$$\sigma_0(v) = \min\left(\sigma_0(0), \frac{g(v)}{|v|T_{min}}\right), \quad (9)$$

где T_{min} – минимально допустимая постоянная времени. В свою очередь пороговая скорость v_{th} на которой динамическая модель будет переходить в статическую будет являться решением уравнения:

$$v_{th} = \frac{g(v_{th})}{\sigma_0(0)T_{min}} \quad (10)$$

Причем, если принять допущение $v_{th} \gg v_s$ для кривых Штрибека из таблицы 1 и рис. 2г приближенную пороговую скорость v_{th} можно найти из выражения:

$$v_{th} = \frac{F_c}{\sigma_0(0)T_{min}} \quad (11)$$

Тогда окончательно получим модифицированную модель ЛуГре пригодную для идентификации трения в механической передаче:

$$\begin{cases} F_f = \sigma_0(v)z + \sigma_1(v) \frac{dz}{dt} + f(v) \\ \frac{dz}{dt} = v - \sigma_0(v) \frac{v}{g(v)} z \\ \sigma_1(v) = \min\left(\sigma_1(0), \frac{4\sigma_0 g(v)}{|v|}\right) \\ \sigma_0(v) = \min\left(\sigma_0(0), \frac{g(v)}{|v|T_{min}}\right) \end{cases} \quad (12)$$

Для анализа применяются также более точные модели, чем модель ЛуГре, например, эласто-пластичная модель [7], [20–22], модель Лёвена [23], модель Максвелла [24]. Однако они имеют больше параметров, требующих идентификацию, имеют более сложные зависимости и поэтому менее пригодны для реализации вычислений в реальном времени.

2 Математическая модель исполнительного модуля мехатронной системы с учетом трения, люфта и упругости в механической передаче.

Рассмотрим кинематическую схему элементарного звена с передаточным отношением i_R , предложенную в работе [1] и изображенную на рис. 3. Предположим, что упругость звена (У) описывается законом Гука, внутреннее трение в материале (Т) вязкое, а люфт (Л) не зависит от углового положения звеньев. Будем считать, что вал звена 1 (В1) вращает электропривод, формирующий входной момент для механической передачи, а на вал звена 2 (В2) установлена нагрузка и действует внешнее возмущающее воздействие.

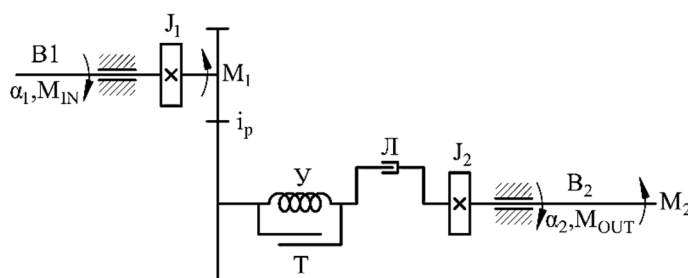


Рис. 3. Кинематическая схема элементарного звена механической передачи

На основе принятых допущений составим систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику звена механической передачи.

Крутящие моменты, действующие на вал 1 формируют ускорение в соответствии с формулой:

$$J_1 \varepsilon_1 = M_{IN} - M_1, \quad (13)$$

где M_{IN} – входной крутящий момент механической передачи, действующий на вал 1, M_1 – крутящий момент противодействия со стороны звена 2, J_1 – момент инерции звена 1, включающий момент инерции ротора двигателя и первую часть момента инерции механической передачи, ε_1 – угловое ускорение звена 1.

Определим угол скручивания механической передачи θ , приведенный к выходу:

$$\theta = \alpha'_1 - \alpha_2, \quad (14)$$

где α'_1 – приведенное угловое положение входного звена к выходу.

Тогда крутящий момент M'_1 передающийся с помощью сил упругости в вязкого трения на выходное звено определяются во формуле:

$$M'_1 = K_{V1} b'(\theta) \frac{d\theta}{dt} + cb(\theta), \quad (15)$$

где c – жесткость механической передачи, K_{V1} – приведенный коэффициент вязкого трения материала механической передачи, $b(\theta), b'(\theta)$ – функции, описывающие влияние люфта θ_{Bh} , изображенные на рис. 4 и вычисляемые по формулам:

$$b(\theta) = \begin{cases} \theta - \theta_{Bh}, & \theta > \theta_{Bh} \\ \theta + \theta_{Bh}, & \theta < -\theta_{Bh} \\ 0, & |\theta| \leq \theta_{Bh} \end{cases} \quad (16)$$

$$b'(\theta) = \begin{cases} 1, & |\theta| > \theta_{Bh} \\ 0, & |\theta| \leq \theta_{Bh} \end{cases} \quad (17)$$

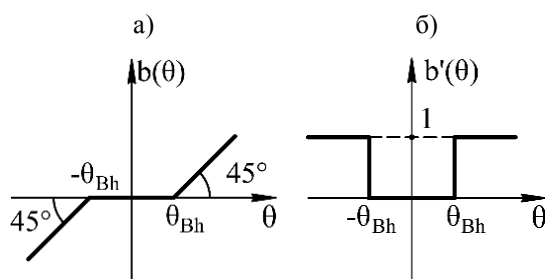


Рис. 4. Графики функций (16) и (17), описывающие влияние люфта θ_{Bh} в механической передаче

Крутящий момент M'_1 – является приведенным к выходному звену и определяется по формуле:

$$M'_1 = M_1 i_R \quad (18)$$

Тогда ускорение выходного звена определяется из уравнения:

$$J_2 \varepsilon_2 = M'_1 + M_{OUT} - M'_F - M_2, \quad (19)$$

где J_2 – суммарный момент инерции нагрузки и второй части приведенного момента инерции механической передачи к выходному звену, ε_2 – ускорение выходного звена, M_{OUT} – внешний возмущающий момент, M'_F – крутящий момент трения, M_2 – крутящий момент противодействия со стороны следующего звена, если моделируется цепь механических передач.

Момент трения M'_F имеет две основные составляющие: независимую и зависящую линейно от передаваемого механической передачей момента поскольку увеличиваются силы реакции опор [1]. Исходя из этого, можно записать выражение, определяющее силу трения:

$$M'_F = \begin{cases} (|M'_1| K_{ML} + 1) M_F(t, \Omega_2, z) + f(\Omega_2) \\ f(\Omega_2) = K_{V2} \Omega_2 \end{cases}, \quad (20)$$

где K_{ML} – коэффициент пропорциональности между передаваемым моментом и моментом трения, $M_F(t, \Omega_2, z)$ – статическая или динамическая модель описания трения, K_{V2} – коэффициент вязкого трения. Для решения поставленной задачи наиболее подходящими являются модели трения, соответствующие уравнениям (3) и (12) с кривой Штрибека описываемой обобщенной зависимостью из таблицы 1. Тогда статическая модель трения примет вид:

$$M_F(\Omega_2) = \begin{cases} M_C + (M_S - M_C) e^{-(|\Omega_2| - \delta_{\Omega_2})^\beta}, & |\Omega_2| > \delta_{\Omega_2} \\ M_S / \delta_{\Omega_2} \cdot \Omega_2, & |\Omega_2| \leq \delta_{\Omega_2} \end{cases} \quad (21)$$

где $\Omega_2 \in [-\delta_{\Omega_2}, \delta_{\Omega_2}]$ – линеаризуемая область.

А динамическая описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} M_F = \sigma_0(\Omega_2) z + \sigma_1(\Omega_2) \frac{dz}{dt} + f(\Omega_2) \\ \frac{dz}{dt} = \Omega_2 - \sigma_0(\Omega_2) \frac{\Omega_2}{g(\Omega_2)} z \\ \sigma_0(\Omega_2) = \min\left(\sigma_0(0), \frac{g(\Omega_2)}{|\Omega_2| T_{min}}\right) \\ \sigma_1(\Omega_2) = \min\left(\sigma_1(0), \frac{4\sigma_0 g(\Omega_2)}{|\Omega_2|}\right) \\ g(\Omega_2) = M_C + (M_S - M_C) e^{-(\Omega_2 / \Omega_{2S})^\beta} \\ f(\Omega_2) = K_{V2} \Omega_2 \end{cases} \quad (22)$$

где T_{min} – константа, ограничивающая снизу постоянную времени модели трения для того, чтобы гарантировать конвергенцию решения при заданном шаге численного интегрирования. Скорость перехода начиная с которой ограничиваться скоростью изменения трения приближенно определяется по формуле:

$$\Omega_{2th} = \frac{T_{qc}}{\sigma_0(0) T_{min}} \quad (23)$$

Результирующая модель исполнительного мехатронного модуля с учетом линейной модели

двигателя будет описываться системой дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} U &= L \frac{di}{dt} + Ri + k_E \frac{d\alpha_1}{dt} \\ M_{ДВ} &= k_M i \\ J_1 \frac{d^2\alpha_1}{dt^2} &= M_{ДВ} - M_1 \\ \alpha_1' &= \frac{\alpha_1}{i_R} \\ \theta &= \alpha_1' - \alpha_2 \\ M_1' &= K_{V1} b'(\theta) \frac{d\theta}{dt} + c b(\theta) \\ M_1' &= M_1 i_R \\ J_2 \frac{d^2\alpha_2}{dt^2} &= M_1' + M_{OUT} - M_F' - M_2 \\ M_F' &= (|M_1'| K_{ML} + 1) M_F \left(t, \frac{d\alpha_2}{dt}, z \right), \end{aligned} \right. \quad (24)$$

где U, i, L, R – напряжение, ток, индуктивность и сопротивление в цепи якоря двигателя, k_E, k_M – постоянные противоЭДС и крутящего момента исполнительного двигателя, $b(\theta), b'(\theta)$ – функции описываемые системами уравнений (16) и (17) соответственно, $M_F \left(t, \frac{d\alpha_2}{dt}, z \right)$ – модель трения описываемая системами уравнений (21) или (22).

На рис. 5 изображена структурная схема математической модели механической передачи, соответствующая системе уравнений (24).

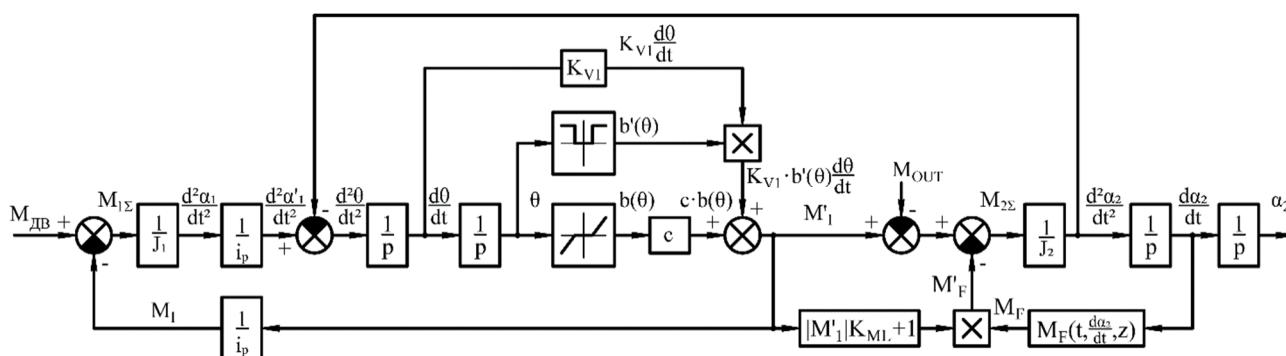


Рис. 5. Структурная математической модели механической передачи с учетом трения, люфта и упругости

3 Определение параметров математической модели исполнительного модуля

Большинство параметров модели исполнительного модуля из системы уравнений (24) определяется по паспортным данным соответствующих изделий, однако нахождение параметров моделей трения из (21) и (22) затруднено. Поэтому рассмотрим определение параметров моделей трения и сравним экспериментальные данные с теоретическими зависимостями.

Некоторые производители механических передач приводят зависимость КПД от входного $\eta(M_1')$ или выходного $\eta(M_{OUT})$ крутящих моментов. Такую кривую также можно получить по результатам эксперимента. Проведем идентификацию параметров K_{ML} и M_C моделей трения (21) или (22). В таблице 2 приведены данные измерения КПД η механической передачи при определенном входном крутящем моменте, приведенном к выходу по средством умножения на передаточное отношение.

Таблица 2

Данные измерения зависимости КПД от приведенного к выходу входного момента

$M_1', \text{ Нм}$	0,1	0,11	0,15	0,2	0,24	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\eta, \text{ ед.}$	0,461	0,500	0,600	0,664	0,700	0,732	0,766	0,786	0,801	0,810

Рассмотрим установившийся процесс ($\varepsilon_2 = 0$) для однозвенной или одноступенчатой передачи ($M_2 = 0$). Тогда из уравнения (38) получим:

$$M_1' - M_F' = M_{OUT} \quad (25)$$

В установившемся процессе КПД определяется из формулы:

$$\eta = \frac{M_{OUT}}{M_1} = \frac{M_1' - M_F'}{M_1'} = \frac{M_1' - (|M_1'| K_{ML} + 1) M_F}{M_1'} \quad (26)$$

Тогда из (25) и (26) предполагая $M_1' > 0$, $|\Omega_2| \gg \delta_{\Omega_2}$ и $|\Omega_2| \gg \Omega_{2S}$ получим соотношения для идентификации параметров:

$$\eta = \frac{M_1'(1 - K_{ML} M_C) - M_C}{M_1'} \quad (27)$$

$$\eta = \frac{M_{OUT}(1-K_{ML}M_C)}{M_{OUT}+M_C} \quad (28)$$

Таким образом уравнение (27) задает зависимость $\eta(M'_1)$, а (28) зависимость $\eta(M_{OUT})$. Используя метод наименьших квадратов по зависимости (27) и данным из таблицы 2, находим ис-

комые параметры. На рис. 6 показана идентифицированная зависимость $\eta(M'_1)$. Из формулы (27), с помощью MATLAB, определены математические ожидания величин $K_{ML} = 3,266$, $M_C = 0,04052$, причем величины лежат в доверительном интервале 95% $K_{ML} \in (3,204; 3,328)$, $M_C \in (0,04022; 0,04082)$.

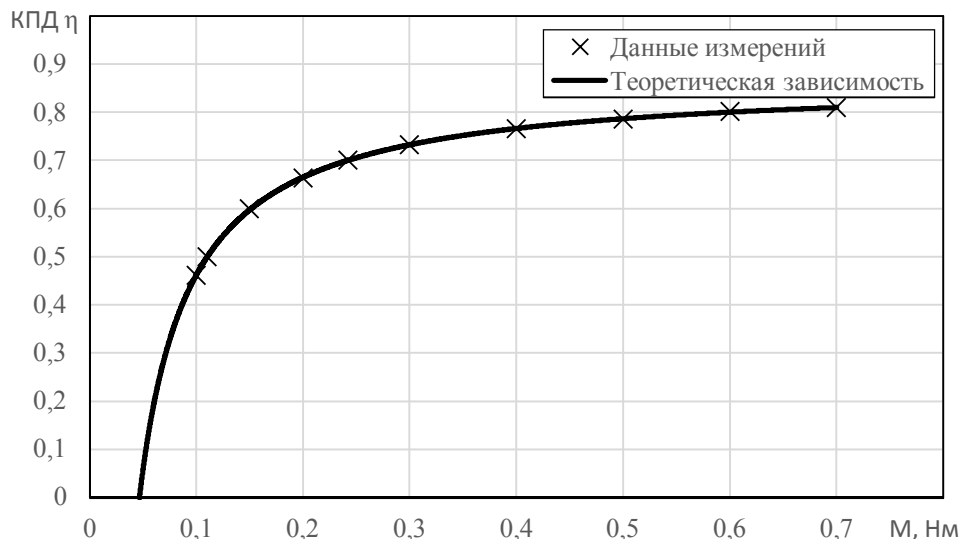


Рис. 6. Теоретическая и экспериментальная зависимость КПД от приведенного входного крутящего момента механической передачи

Момент трения покоя M_S может быть определен из момента страгивания редуктора или вместе с параметром Ω_{2S} идентифицирован методом наименьших квадратов из кривой Штрибека (зависимости момента трения от скорости).

Размер линеаризуемой области δ_{Ω_2} определяет погрешность вычисления скорости около нуля и максимальный шаг численного интегрирования, при котором будет наблюдаться устойчивое численное решение. Поэтому область линеаризации необходимо сделать меньше допустимой погрешности вычисления скорости $\delta_{\Omega_2} < \Omega_{2\text{погр}}$, а шаг интегрирования находить из соотношения:

$$dt < \frac{2\delta_{\Omega_2} \cdot J_2}{k \cdot M_S}, \quad (29)$$

где k – коэффициент, зависящий от решателя. Рекомендуется принимать $k > 6 \div 10$.

Определение параметров динамической модели трения (22) можно привести аналогичным образом, только с тем различием, что для определения величины σ_1 требуются динамические испытания. Параметр динамической модели σ_0 характеризует жесткость соединения трения и может быть измерен по упругому относительному микросмещению трущихся поверхностей.

4 Математическое моделирование исполнительных модулей захватных устройств роботов

Для верификации полученных математических моделей приводов была проведена идентификация параметров модели (24) привода захватного устройства как со статической моделью трения (21), так и с динамической (22) и проведено моделирование характерных явлений. В результате идентификации были получены следующие значения параметров модели: $L = 0,746\text{мГн}$, $R = 7,25\text{Ом}$, $k_E = 0,0453\text{В} \cdot \text{с/рад}$, $k_M = 0,0452\text{Нм/А}$, $J_1 = 9,49 \cdot 10^{-7}\text{кг} \cdot \text{м}^2$, $i_R = 28$, $K_{V1} = 0,146\text{Нм} \cdot \text{с/рад}$, $c = 1003\text{Нм/рад}$, $J_2 = 0,0021\text{кг} \cdot \text{м}^2$, $K_{ML} = 3,266$, $M_C = 0,0405\text{Нм}$, $M_S = 0,0467\text{Нм}$, $\delta_{\Omega_2} = 10^{-4}\text{рад/с}$, $\Omega_{2S} = 10,47\text{рад/с}$, $K_{V2} = 0\text{Нм} \cdot \text{с/рад}$, $\sigma_0 = 100\text{Нм/рад}$, $\sigma_1 = 0,923\text{Нм} \cdot \text{с/рад}$, $T_{min} = 2 \cdot 10^{-6}\text{с}$.

На рис. 7 представлено моделирование гистерезиса момента трения в области упругих микросмещений без взаимного проскальзывания поверхностей. Моделировалось перемещение при воздействии крутящего момента $M = a(t) \cdot \sin(\omega t)$, где амплитуда $a(t)$ линейно возрастает, но не превышает момент страгивания

M_s . Из рис. 7 видно, что полученная динамическая модель учитывает гистерезис сил трения при

микродвижениях. Для статической модели петля гистерезиса вырождается в линию.

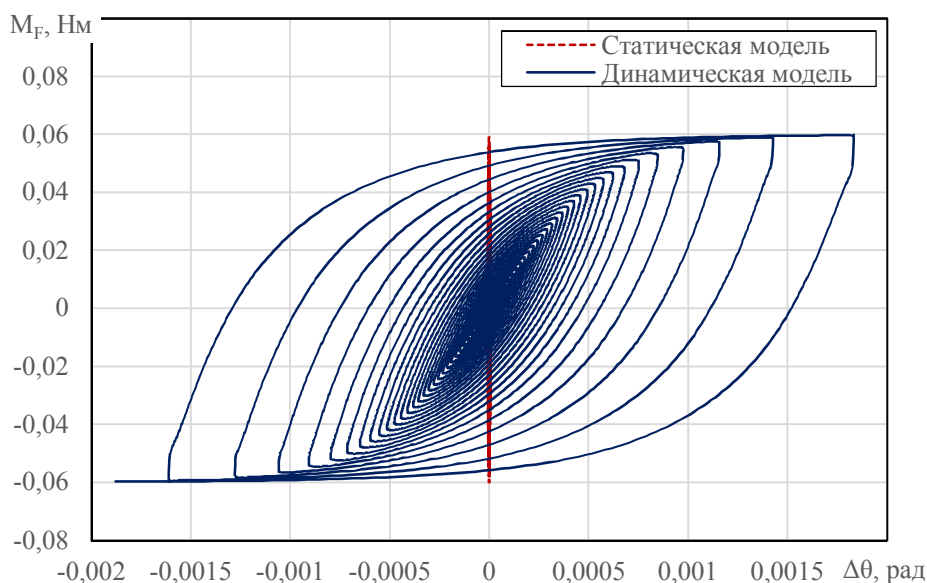


Рис. 7. График момента трения при упругом микроперемещении без проскальзывания

На рис. 8 представлено сравнение зависимостей силы трения от скорости. Относительная скорость в месте контакта менялась по закону $\Omega = a \cdot \sin(\omega t) + b$. Из рисунка видно, что обе

модели учитывают эффект Штрибека, однако динамическая модель, кроме этого, обеспечивает учет гистерезиса, вызванного лагом трения, а также корректно описывает трения при микроперемещениях без скольжения. Ω_2 , рад/с

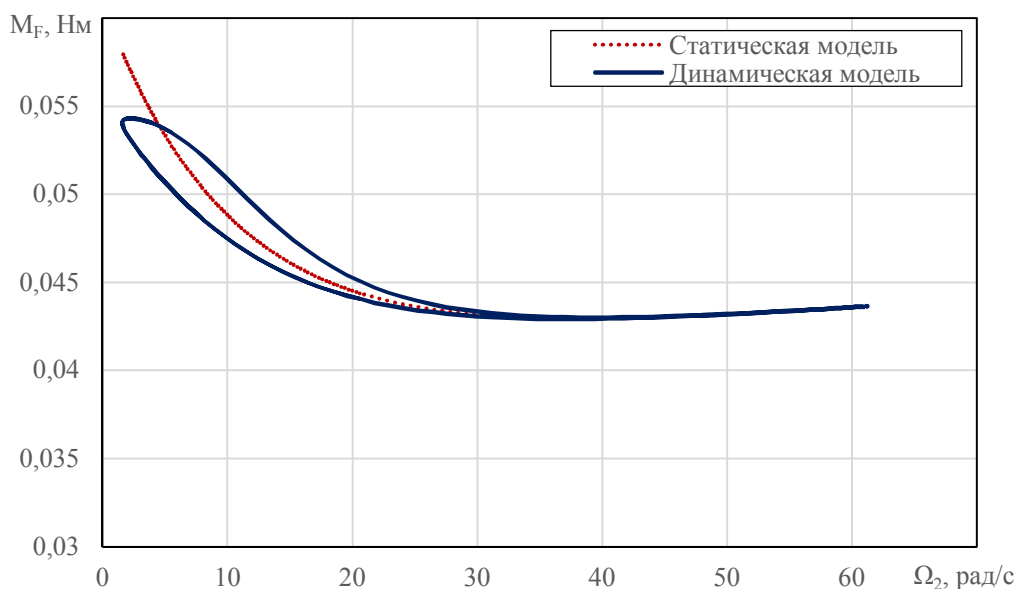


Рис. 8. Зависимость силы трения от угловой скорости

Заключение. В рамках статьи были рассмотрены статические и динамические математические модели трения пригодные для моделирования динамики мехатронных модулей. За основу статической модели трения в мехатронном модуле была взята модель кулоновского трения с обобщенной зависимостью Штрибека линеаризованной в области нулевых скоростей, а за основу динамической модели была взята модель

ЛуГре. Модель трения ЛуГре была модифицирована таким образом, чтобы обеспечить конвергенцию численного решения при заданном шаге интегрирования, что позволяет ее использовать в системах реального времени в отличие от классической модели [19].

Так же была предложена обобщенная модель механической передачи мехатронного модуля учитывающая люфт, упругость, трение, а

также зависимость трения от нагрузочного момента, отличающаяся отсутствием алгебраических петель в сравнении с моделью, предложенной в труде [1]. В данную модель были интегрированы предложенные модели трения.

Для предложенной математической модели мехатронного модуля был рассмотрен подход к идентификации ее параметров. Сравнение характеристик, полученных на основе идентификации параметров с экспериментальными данными показал их достаточно точное совпадение.

Математическое моделирование эффектов трения по статической и динамической моделям показало, что они могут использоваться для учета каких эффектов как: Штрибек эффект, гистерезис сил трения в зависимости от относительного перемещения трущихся поверхностей, лаг сил трения, гистерезис сил трения на кривой Штрибека, прерывистое движение и упругость при относительном микросмещении.

Математическая модель исполнительных мехатронных модулей, рассмотренная в данной работе, за счет своей относительной вычислительной простоты, может быть использована как при моделировании захватных устройств и манипуляторов роботов с учётом динамики приводов, так и в системах реального времени для оценки параметров состояния систем. В частности, такие модели могут использоваться для компенсации влияния трения в силомоментных и позиционно-силовых системах управления. Кроме того, за счет отсутствия алгебраических петель данная модель может быть реализована в множестве прикладных приложений для математического моделирования имеющих встроенный численный решатель дифференциальных уравнений. А простота модели исполнительного мехатронного модуля позволяет оценивать большинство ее параметров по паспортным данным составляющих изделий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Блейз Е.С., Бродовский В.Н., Введенский В. А. Следящие приводы. Т. 1: Электрические следящие приводы. Чемоданов Б.К., ред. Москва, Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999, 904 с.
2. Grossard M., Martin J., Cruz Pacheco G. F. Control-oriented design and robust decentralized control of the CEA dexterous robot hand // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2015. Vol. 20. №4. Pp. 1809–1821.
3. Bona B., Indri M. Friction compensation in robotics: an overview // Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. IEEE, 2005. Pp. 4360–4367.
4. Marton L., Lantos B. Control of robotic systems with unknown friction and payload // IEEE

Transactions on Control Systems Technology. 2011. Vol. 19. №6. Pp. 1534–1539.

5. Lu L., Yao B., Wang Q., Chen Z. Adaptive robust control of linear motors with dynamic friction compensation using modified LuGre model // Automatica. 2009. Vol. 45. №12. Pp. 2890–2896.

6. Haddadin S., De Luca A., Albu-Schäffer A. Robot collisions: A survey on detection, isolation, and identification // IEEE Transactions on Robotics. 2017. Vol. 33. №6. Pp. 1292–1312.

7. Marques F., Flores P., Claro J., Lankarani H. A survey and comparison of several friction force models for dynamic analysis of multibody mechanical systems // Nonlinear Dynamics. 2016. Vol. 86. №3. Pp. 1407–1443.

8. Grossard M., Felipe G., Hamon G. Force sensing strategy for the backdrivable and dexterous CEA hand // Advanced Robotics (ICAR), 2013 16th International Conference on. IEEE. 2013. Pp. 1–7.

9. Freidovich L., Robertsson A., Shiriaev A., Johansson R. LuGre-model-based friction compensation // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2010. Vol. 18. №1. Pp. 194–200.

10. Jamaludin Z., Brussel V., Swevers J. Friction compensation of an XY feed table using friction-model-based feedforward and an inverse-model-based disturbance observer // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2009. Vol. 56. №10. Pp. 3848–3853.

11. Yao J., Jiao Z., Ma D. RISE-based precision motion control of DC motors with continuous friction compensation // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2014. Vol. 61. №12. Pp. 7067–7075.

12. Нгуен Ч.К. Влияние люфта и сухого трения на устойчивость мехатронного привода (аналитическое исследование) // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2006. № 28. С. 157–162.

13. Bittencourt A., Wernholt E., Sander-Tavallaey S., An extended friction model to capture load and temperature effects in robot joints // Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on. IEEE. 2010. Pp. 6161–6167.

14. Lantos B., Marton L. Nonlinear control of vehicles and robots. Springer Science & Business Media. 2010. P. 461.

15. Ruderman M. Modeling of elastic robot joints with nonlinear damping and hysteresis // Robotic Systems-Applications, Control and Programming. InTech. 2012. Pp. 293–312.

16. Ruderman M. Tracking control of motor drives using feedforward friction observer // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2014. Vol. 61. №7. Pp. 3727–3735.

17. De Wit C., Olsson H., Astrom K., Lischinsky P. A new model for control of systems with

friction // IEEE Transactions on automatic control. 1995. Vol. 40. №3. Pp. 419–425.

18. Lee T.H., Tan K.K., Huang S. Adaptive friction compensation with a dynamical friction model // IEEE ASME transactions on mechatronics. 2011. Vol. 16. №1. Pp. 133–140.

19. Johansson K., De-Wit C. Revisiting the LuGre friction model // IEEE control Systems. 2008. Vol. 28. №6. Pp. 101–114.

20. Dupont P., Hayward V., Armstrong B., Alt-peter F. Single state elastoplastic friction models // IEEE Transactions on automatic control. 2002. Vol. 47. №5. Pp. 787–792.

21. Liu Y.F., Li J., Zhang Z.M., Hu X.H., Zhang W.J. Experimental comparison of five friction mod-

els on the same test-bed of the micro stick-slip motion system // Mechanical Sciences. 2015. Vol. 6. №1. Pp. 15–28.

22. Pennestri E., Rossi V., Salvini P., Valentini P. Review and comparison of dry friction force models // Nonlinear dynamics. 2016. Vol. 83. №4. Pp. 1785–1801.

23. Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C., Projogo T. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation // IEEE Transactions on automatic control. 2000. Vol. 45. №4. Pp. 675–686.

24. Al-Bender F., Lampaert V., Swevers J. The generalized Maxwell-slip model a novel model for friction simulation and compensation // IEEE Transactions on automatic control. 2005. Vol. 50. №11. Pp. 1883–1887.

Информация об авторах

Серебряный Владимир Валерьевич, кандидат технических наук, заведующий кафедрой СМ-7 "Робототехнические системы и мехатроника". E-mail: vsereb@bmsu.ru. Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. Россия, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Бошляков Андрей Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, заместитель заведующего кафедрой СМ-7 "Робототехнические системы и мехатроника". E-mail: boshlyakov@mail.ru. Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. Россия, 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Огородник Александр Иванович, ассистент преподавателя кафедры СМ-7 "Робототехнические системы и мехатроника". E-mail: alexander.ogorodnik@bmsu.ru. Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. 105005, г. Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Поступила в апрель 2019 г.

© Серебряный В.В., Бошляков А.А., Огородник А.И., 2019

¹Serebrennyj V.V., ¹Boshlyakov A.A., ^{1,*}Ogorodnik A.I.

¹Bauman Moscow State Technical University
Russia, 105005, Moscow, st. Baumanskaya 2-ya, 5
*E-mail: alexander.ogorodnik@bmsu.ru

DRIVE UNIT MATHEMATICAL MODEL OF ROBOT GRIPPING DEVICES

Abstract. Today, the task of increasing the drive unit technical characteristics of robot gripping devices is relevant. In many respects, the drive motor and gear unit determine the quality of work of such modules, which can introduce additional elasticity, backlash and friction into the system. In turn, backlash and friction in the control loop decrease the speed and accuracy of the mechatronic module and can cause self-oscillations. However, significant progress in hardware performance of mechatronic and robotic systems makes it possible to more accurately estimate and control the force and torque state parameters in the output link and to carry out active algorithmic compensation for the effects of friction and elasticity.

Such observers are usually based on detailed mathematical models and allows to implement force control without the use of special sensors, which is especially important in advanced gripping devices due to the requirements imposed on the mass-dimensional parameters of the product. Therefore, the purpose of this article is to make a general mathematical model of the robot drive unit with a rational relationship of complexity and accuracy. The models' parameters should be easily identified from the constituent elements of passport data or the experiment results. The model should allow estimating the state parameters of mechanical transmission in real time; take into account the main friction effects. However, it should be simple enough for analytical conclusion and numerical modeling. As part of the article, various friction models are considered. On the basis of this analysis, a modified friction model is proposed. It makes possible to estimate the state parameters of mechanical transmission in real time. It is built into the general mathematical model of the mechatronic

module. The results of mathematical simulation are close to experimental data. The considered drive unit mathematical model can be used to identify the state parameters of the mechatronic module in real time and implement force control based on estimation. In addition, the obtained model allows to conduct mathematical simulation of the robot taking into account the drive unit dynamics.

Keywords: friction, mechatronic module, drive, backlash, elasticity, gearbox, mechanical transmission.

REFERENCES

1. Blejz E.S., Brodovskij V.N., Vvedenskij V.A. Follower drives [*Sledyashhie privody*]. V.1: Electric tracking drives. Chemodov, B.K., ed. Moscow, Moscow State Technical University Publishing House. N.E. Bauman. 1999. 904 p. (rus)
2. Grossard M., Martin J., Cruz Pacheco G.F. Control-oriented design and robust decentralized control of the CEA dexterous robot hand. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. 2015. vol. 20(4). Pp. 1809–1821.
3. Bona B., Indri M. Friction compensation in robotics: an overview. *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE. 2005. Pp. 4360–4367.
4. Marton L., Lantos B. Control of robotic systems with unknown friction and payload. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2011. Vol. 19(6). Pp. 1534–1539.
5. Lu L., Yao B., Wang Q., Chen Z. Adaptive robust control of linear motors with dynamic friction compensation using modified LuGre model. *Automatica*. 2009. Vol. 45(12). Pp. 2890–2896.
6. Haddadin S., De Luca A., Albu-Schäffer A. Robot collisions: A survey on detection, isolation, and identification. *IEEE Transactions on Robotics*. 2017. Vol. 33(6). Pp. 1292–1312.
7. Marques F., Flores P., Claro J., Lankarani H. A survey and comparison of several friction force models for dynamic analysis of multibody mechanical systems. *Nonlinear Dynamics*. 2016. Vol. 86(3). Pp. 1407–1443.
8. Grossard M., Felipe G., Hamon G. Force sensing strategy for the backdrivable and dexterous CEA hand. *Advanced Robotics (ICAR)*. 2013 16th International Conference on. IEEE. 2013. Pp. 1–7.
9. Freidovich L., Robertsson A., Shiriaev A., Johansson R. LuGre-model-based friction compensation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2010. Vol. 18(1). Pp. 194–200.
10. Jamaludin Z., Brussel V., Swevers J. Friction compensation of an XY feed table using friction-model-based feedforward and an inverse-model-based disturbance observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2009. Vol. 56(10). Pp. 3848–3853.
11. Yao J., Jiao Z., Ma D. RISE-based precision motion control of DC motors with continuous friction compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2014. Vol. 61(12). Pp. 7067–7075.
12. Nguen CH. K. Effect of backlash and dry friction on the stability of mechatronic drive (analytical study) [*Vliyaniye lyufta i sukhogo treniya na ustojchivost' mekhatronnogo privoda (analiticheskoe issledovanie)*]. *Nauchno-tekhnicheskij vestnik informatsionnykh tekhnologij, mekhaniki i optiki*. 2006. No. 28. Pp. 157–162. (rus)
13. Bittencourt A., Wernholt E., Sander-Tavalaey S. An extended friction model to capture load and temperature effects in robot joints. *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on*, IEEE. 2010. Pp. 6161–6167.
14. Lantos B., Marton L. Nonlinear control of vehicles and robots. *Springer Science & Business Media*. 2010. P. 461.
15. Ruderman M. Modeling of elastic robot joints with nonlinear damping and hysteresis. *Robotic Systems-Applications, Control and Programming*. InTech. 2012. Pp. 293–312.
16. Ruderman M. Tracking control of motor drives using feedforward friction observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2014. Vol. 61(7). Pp. 3727–3735.
17. De Wit C., Olsson H., Astrom K., Lischinsky P. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on automatic control*. 1995. Vol. 40(3). Pp. 419–425.
18. Lee T.H., Tan K.K., Huang S. Adaptive friction compensation with a dynamical friction model. *IEEE ASME transactions on mechatronics*. 2011. Vol. 16(1). Pp. 133–140.
19. Johansson K., De-Wit C. Revisiting the LuGre friction model. *IEEE control Systems*. 2008. Vol. 28(6). Pp. 101–114.
20. Dupont P., Hayward V., Armstrong B., Alt-peter F. Single state elastoplastic friction models. *IEEE Transactions on automatic control*. 2002. Vol. 47(5). Pp. 787–792.
21. Liu Y.F., Li J., Zhang Z.M., Hu X.H., Zhang W.J. Experimental comparison of five friction models on the same test-bed of the micro stick-slip motion system. *Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 6(1). Pp. 15–28.
22. Pennestrì E., Rossi V., Salvini P., Valentini P. Review and comparison of dry friction force models. *Nonlinear dynamics*. 2016. Vol. 83(4). Pp. 1785–1801.
23. Swevers J., Al-Bender F., Ganseman C., Projogo T. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transactions on automatic control*. 2000. Vol. 45(4). Pp. 675–686.

24. Al-Bender F., Lampaert V., Swevers J. Transactions on automatic control. 2005. Vol. 50(11). Pp. 1883–1887.
The generalized Maxwell-slip model a novel model for friction simulation and compensation. IEEE

Information about the authors

Serebrennyj, Vladimir V. PhD. E-mail: vsereb@bmstu.ru. Bauman Moscow State Technical University, Russia, 105005, Moscow, st. Baumanskaya 2-ya, 5.

Boshlyakov, Andrej A. PhD, Associate Professor. E-mail: boshlyakov@mail.ru. Bauman Moscow State Technical University, Russia, 105005, Moscow, st. Baumanskaya 2-ya, 5.

Ogorodnik, Aleksandr I. Assistant Lecturer. E-mail: alexander.ogorodnik@bmstu.ru. Bauman Moscow State Technical University. Russia, 105005, Moscow, st. Baumanskaya 2-ya, 5.

Received in April 2019

Для цитирования:

Серебрянный В.В., Бошляков А.А., Огородник А.И. Математическая модель исполнительных модулей захватных устройств роботов // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 6. С. 123–135. DOI:10.34031/article_5d079791aeaae3.67485144

For citation:

Serebrennyj V.V., Boshlyakov A.A., Ogorodnik A.I. Drive unit mathematical model of robot gripping devices. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2019. No. 6. Pp. 123–135. DOI:10.34031/article_5d079791aeaae3.67485144