

УДК 539.4

М.В.Зернин

КРИТЕРИИ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ НАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ И ОБОБЩЕННАЯ ДИАГРАММА ДЕФОРМИРОВАНИЯ БАББИТА НА ОСНОВЕ ОЛОВА

Описаны методики и приведены результаты экспериментальных исследований баббита на основе олова при различных видах напряженного состояния. Уточнены параметры критерия эквивалентности напряженных состояний и получена единая диаграмма деформирования баббита.

Ключевые слова: баббит на основе олова, пластические свойства, многоосное напряженное состояние, критерии эквивалентности, обобщенная диаграмма деформирования.

Постановка задачи. На кафедре «Динамика и прочность машин» БГТУ в течение многих лет выполняются исследования различных механических свойств антифрикционных материалов для подшипников скольжения (ПС). В частности, исследованы свойства баббита Б83, содержащего кроме Sn 10...12% Sb и 5,5...6,5% Cu и представляющего собой твердый раствор Sb и Cu в олове (α -фаза). В этом твердом растворе находятся интерметаллиды Cu_3Sn и Cu_6Sn_5 в виде дендритных образований (γ -фаза) и кубовидные кристаллы интерметаллидов $SbSn$ (β -фаза).

В реальных конструкциях напряженно-деформированное состояние (НДС) практически никогда не бывает одноосным. Так и антифрикционные материалы в ПС практически всегда нагружены многоосным НДС, часто называемым также сложным напряженным состоянием (СНС). В общем случае имеется 9 компонент тензора НДС (6 из них – независимые) [1]. Поэтому для реализации возможности выполнения расчетов НДС в упругопластической постановке необходимо проводить экспериментальные исследования влияния вида НДС на упругопластические свойства материала. После проведения экспериментальных исследований и обработки их результатов должен быть получен критерий эквивалентности НДС, позволяющий привести многоосное напряженное состояние к некоторой одной компоненте НДС (или к двум–трем). Кроме того, для выполнения расчетов необходима диаграмма деформирования материала, построенная в координатах «эквивалентные напряжения – эквивалентные деформации», называемая обобщенной диаграммой деформирования. При построении теорий пластичности при СНС используют гипотезу о существовании единой диаграммы деформирования материала, в качестве которой выбирают именно обобщенную диаграмму.

Результаты экспериментальных исследований баббитов на основе олова обобщены в наших монографиях [2; 3], где приведены некоторые сведения о поведении баббитов при СНС. В предлагаемой статье приведены результаты дополнительно проведенных экспериментов. Все имеющиеся результаты более подробно проанализированы и обработаны.

Влияние вида напряженного состояния на упругопластические свойства материала. Важное значение в теории пластичности [1] имеет получение закономерностей упругопластического поведения материала при произвольном виде многоосного напряженного состояния. Любое СНС можно преобразовать таким образом, чтобы осталось всего 3 нормальных напряжения $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, называемых главными напряжениями. Можно представить любое напряженное состояние вектором в пространстве главных напряжений (рис. 1а). Причем направление этого вектора характеризует вид напряженного состояния, а модуль вектора – уровень напряжений.

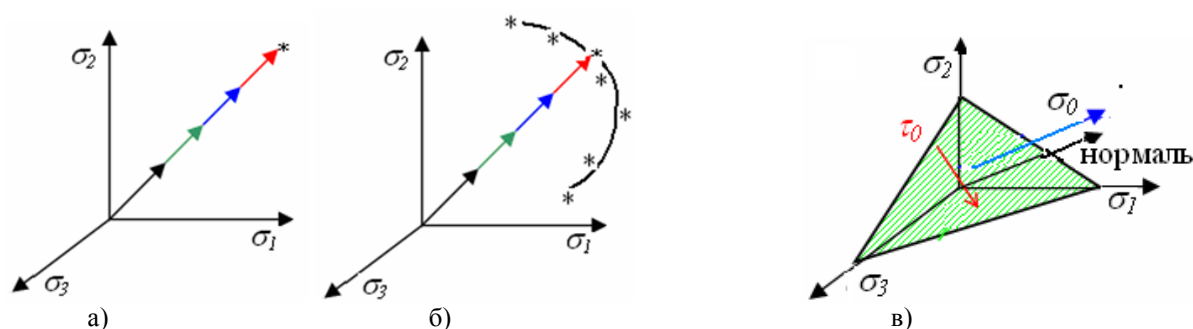


Рис. 1. Геометрическая интерпретация напряженного состояния в пространстве главных напряжений (а) и фрагмент поверхности пластичности (б), а также октаэдрическая плоскость с действующими нормальными и касательными напряжениями (в)

Если при дополнительном догрузении объекта вектор напряжений не изменяет направления, а только изменяется его длина (вид напряженного состояния остается постоянным, а уровень увеличивается), то реализуется простое нагружение (рис. 1а). Если изменяется направление вектора, то реализуется сложное нагружение. Увеличение длины вектора приведет к появлению пластического деформирования (отмечено звездочкой на рис. 1а). Если выполнить серию таких опытов при различных видах напряженного состояния, то получим серию таких точек в пространстве главных напряжений (рис. 1б). Соединив такую систему точек аппроксимирующей поверхностью, получим поверхность текучести, т.е. поверхность, каждая точка которой соответствует появлению первых пластических деформаций. Таким образом, поверхность текучести – поверхность в пространстве главных напряжений, каждая точка которой является пределом текучести для того вида НДС, вектор которого проходит через данную точку и начало координат.

Ниже используются несколько терминов, для пояснения смысла которых приведен рис. 1в. Октаэдрической (девиаторной) плоскостью является плоскость, равно наклоненная ко всем осям главных напряжений. По нормали к этой октаэдрической плоскости приложено среднее напряжение $\sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$, часто называемое также октаэдрическим нормальным напряжением. По касательной к такой площадке приложено октаэдрическое касательное напряжение $\tau_0 = \left[\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2} \right] / 3$.

Применение различных критериев эквивалентности НДС (теорий прочности) фактически соответствует использованию различных предельных поверхностей. Общеизвестны четыре теории прочности. Однако теорий прочности (критериев эквивалентности НДС) существует значительно больше. Причем для различных материалов следует применять различные теории прочности. Достаточно полный обзор по этому вопросу приведен в монографии [4] и справочных изданиях [5; 6]. Кратко опишем некоторые варианты, имеющие отношение к обработке результатов испытаний баббита.

Наиболее простой теорией прочности является теория наибольших нормальных напряжений, называемая в дисциплине «Сопrotивление материалов» первой теорией прочности. Согласно этой теории, опасное состояние материала наступает при достижении одним из главных напряжений предела прочности материала. Первое главное напряжение сравнивается с пределом прочности материала при растяжении ($\sigma_1 \leq \sigma_p$), а третье главное напряжение (обычно отрицательное) сравнивается с пределом прочности при сжатии ($\sigma_3 \geq \sigma_c$). Первая теория прочности применяется не только как критерий хрупкого разрушения материала, но и как критерий предельного состояния материала по условию достижения пластического состояния [4]. В таком, более общем случае выражение условия прочности принимает вид

$$\sigma_c \leq \sigma_1 \leq \sigma_p. \quad (1)$$

Первой теории прочности соответствует предельная поверхность, представляющая собой куб, грани которого пересекаются координатными осями в точках σ_p в направлении положительных напряжений и в точках σ_c в направлении отрицательных напряжений (рис. 2а). Если напряженное состояние двухосное, то предельная поверхность вырождается в контур предельных состояний (рис. 2б), представляющий собой квадрат. Эта теория плохо соответствует результатам испытаний многих материалов, так как не объясняет практически неограниченную прочность при высоких гидростатических давлениях (отрицательное значение среднего напряжения $\sigma_0 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$). Для описания этого эффекта предельная поверхность должна быть не замкнута в направлении отрицательных (сжимающих) напряжений (рис. 2в). Тот факт, что в стандартных экспериментах при сжатии образцы разрушаются при некотором значении сжимающего напряжения σ_c , можно объяснить наличием в других направлениях растягивающих компонент напряжений.

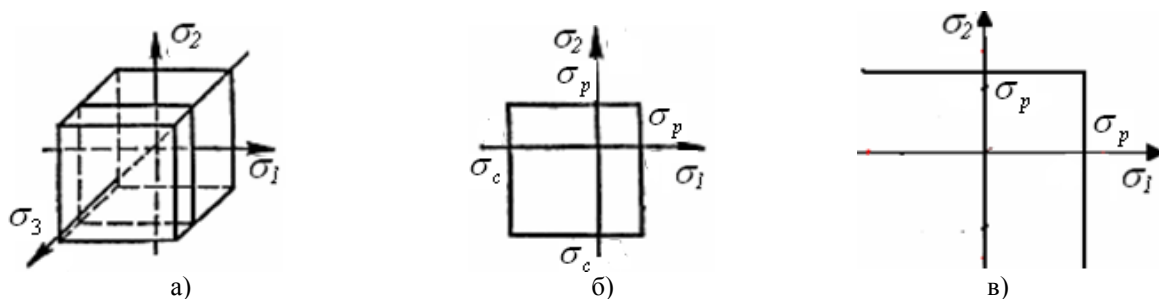


Рис. 2. Геометрическая интерпретация первой теории прочности при трехмерном (а) и двухмерном (б) НДС, а также реальный предельный контур для большинства хрупких материалов (в)

Широкое распространение получила так называемая четвертая теория прочности, или теория энергии формоизменения. В теории пластичности она получила название теории Хубера (Губера) – Генки – Мизеса.

Предельная поверхность представляет собой бесконечно длинный цилиндр, ось которого совпадает с направлением нормали к октаэдрической площадке (рис. 3а). При двухмерном НДС предельный контур представляет собой эллипс (рис. 3б). Математическая запись этой теории прочности сводится к формуле $\sigma_i \leq \sigma_p$ (здесь учтено, что $\sigma_c = \sigma_p$), где интенсивность напряжений линейно связана с октаэдрическим касательным напряжением: $\sigma_i = 3\tau_0 / \sqrt{2}$. Таким образом, четвертая теория прочности имеет вид

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq \sigma_p. \quad (2)$$

То, что цилиндр, по рис. 3а не замкнут в октаэдре отрицательных напряжений, соответствует экспериментально получаемому факту неразрушения материала при гидростатическом сжатии. То, что цилиндр, по рис. 3а, не замкнут в октаэдре положительных напряжений, не соответствует действительности.

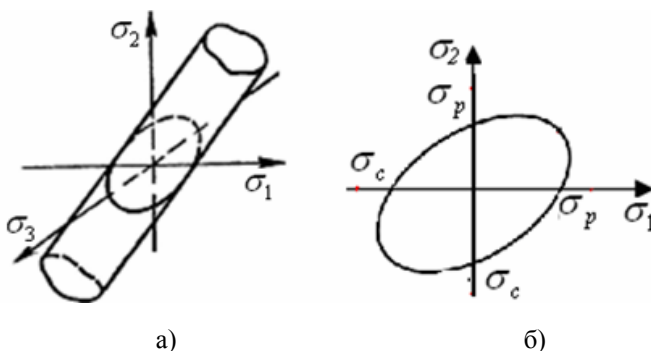


Рис. 3. Геометрическая интерпретация четвертой теории прочности при трехмерном (а) и двухмерном (б) НДС

Существуют объединенные теории прочности, лишенные указанного недостатка. Отличительной особенностью объединенных теорий прочности является использование в качестве критерия разрушения не одного параметра НДС, а нескольких. В результате анализа большого количества экспериментальных данных Г.С.Писаренко и А.А.Лебедев [4] предложили и продемонстрировали высокую точность критерия эквивалентности

$$\chi\sigma_i + (1 - \chi)\sigma_1 \leq \sigma_p, \quad (3)$$

где параметр χ можно определить как характеристику степени участия в макроразрушении сдвиговой деформации, разрыхляющей материал и приводящей к появлению трещин [4; 5]. Значение этого параметра можно вычислить на основе результатов экспериментов при двух различных видах одноосного НДС. Например, если получены предельные напряжения при растяжении, сжатии и кручении σ_p, σ_c и τ_k , то

$$\chi = \sigma_p / \sigma_c, \quad (4)$$

$$\chi = \frac{\sigma_p - \tau_k}{(\sqrt{3} - 1)\tau_k}. \quad (5)$$

Причем если материал является пластичным, то $\sigma_p = \sigma_c$ и $\chi = 1$, а критериальное выражение (3) вырождается в выражение критерия (2), обычно применяемого для идеально пластичных материалов: $\sigma_i \leq \sigma_p$. Если же свойства материала приближаются к идеально хрупким, его прочность при сжатии σ_c стремится к бесконечности, а параметр χ устремляется к нулю. Критерий (3) вырождается в критерий (1) для идеально хрупких материалов, который в этом случае имеет вид $\sigma_1 \leq \sigma_p$.

На рис. 4а приведены предельные поверхности, соответствующие объединенному критерию Писаренко – Лебедева (3) (конус) и близкому к нему обобщенному критерию Кулона – Мора (вписанная в конус шестигранная пирамида, показанная пунктирными линиями). Оси этих двух поверхностей совпадают с направлением нормали к октаэдрической площадке. На рис. 4б представлены 4 предельных контура, соответствующие четырем критериям.

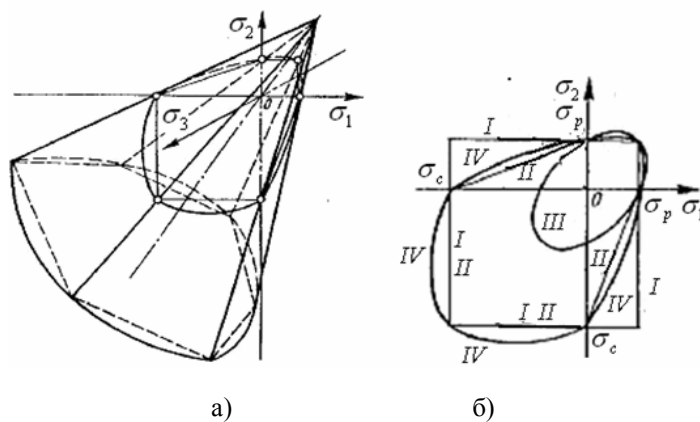


Рис. 4. Геометрическая интерпретация теорий прочности Кулона – Мора и Писаренко – Лебедева (а) и 4 контура предельных состояний (б) в соответствии с критериями: I – максимальных нормальных напряжений (1); II – Кулона – Мора; III – энергии формоизменения (четвертой теории прочности); IV – Писаренко – Лебедева

Объединенная теория прочности Писаренко – Лебедева не имеет отмеченных выше недостатков. Кроме того, немаловажно, что в критерии эквивалентности (3) требуется экспериментально определить лишь один параметр χ , выполнив всего два эксперимента при различных видах одноосного НДС.

Методика экспериментальных исследований механических свойств материалов при различных видах одноосного НДС. При испытаниях металлов на растяжение по ГОСТ 1497-84 применяют образцы по рис. 5а. Длина образца в 10 раз превышает его диаметр, выполнены плавные галтельные переходы от рабочей части образца к захватным частям. Поэтому краевой эффект от приложения нагрузки затухает, напряжение распределяется равномерно (в теории НДС используется термин – «однородно») и разрушение

происходит в рабочей части. При испытаниях на сжатие обычно применяют короткие образцы по рис. 5б. На разрушение таких образцов влияет много факторов, и в целом характеристики материала при сжатии определяются некорректно. При такой схеме нагружения в образце реализуется трехмерное НДС с влиянием краевого эффекта. Обычно в дисциплине «Сопротивление материалов» такой эксперимент с хрупким чугуном образцом демонстрирует эффект разрушения его по винтовой линии – под углом 45° (рис. 5в). Именно перпендикулярно этой линии действует растягивающая компонента НДС – первое главное напряжение σ_1 . Таким образом, вместо испытания материала на сжатие выполняется его испытание при трехмерном НДС, и разрушается образец не от сжимающих напряжений, а от растягивающих компонент НДС. Такую схему испытаний некорректно называть испытаниями на сжатие.

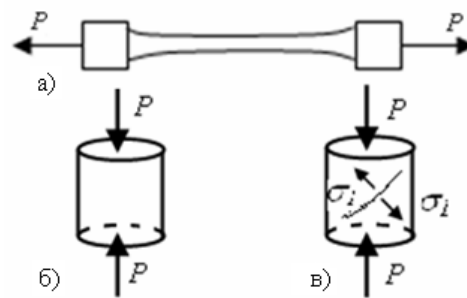


Рис. 5. Схемы испытаний образца на растяжение (а), сжатие (б) и схема разрушения сжимаемого образца (в)

При нагружении круглоцилиндрического образца чистым кручением (рис. 6а) в его сечении действует неоднородное поле касательных напряжений (рис. 6б). Вследствие этого затруднен переход к координатным осям в напряжениях, а именно от крутящего момента к касательным напряжениям с учетом пластического деформирования материала.

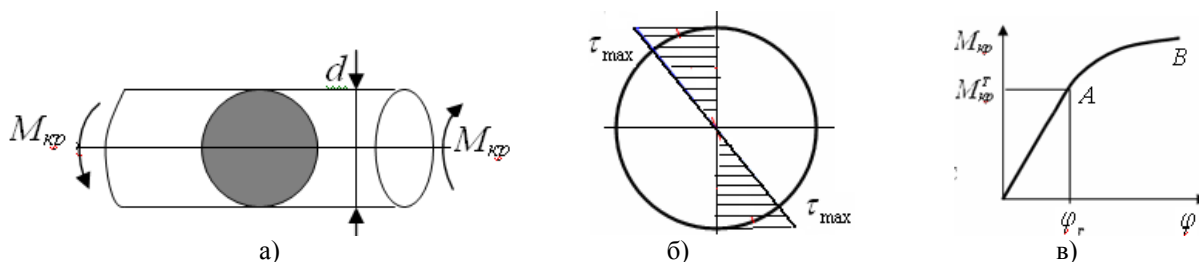


Рис. 6. Схема нагружения круглоцилиндрического образца чистым кручением (а), эпюра касательных напряжений в сечении образца (б) и получаемая на стенде диаграмма зависимости крутящего момента от угла закручивания (в)

По указанным причинам для исследования свойств материала при сложном НДС применяют образцы специальной формы [4; 5]. По общему мнению, предпочтительней всего тонкостенные трубчатые образцы (рис. 7а). Обычно применяют трубчатые образцы с отношением диаметра рабочей части к ее длине 1:2,5 и с плавным галтельным переходом к резьбовым захватным участкам.

На рис. 7б показан такой образец из баббита с накрученными наконечниками (подготовленный для испытаний на растяжение или сжатие). Причем при сжатии такого образца в его рабочей части реализуется одномерное однородное напряженное состояние – чистое сжатие (в отличие от неоднородного трехосного НДС для образца, нагружаемого по схеме, приведенной на рис. 5б). Тонкостенный трубчатый образец с отношением диаметра к длине 1:2,5 устойчив при сжимающей нагрузке, если она приложена вдоль его оси. На рис. 7в показан образец, подготовленный

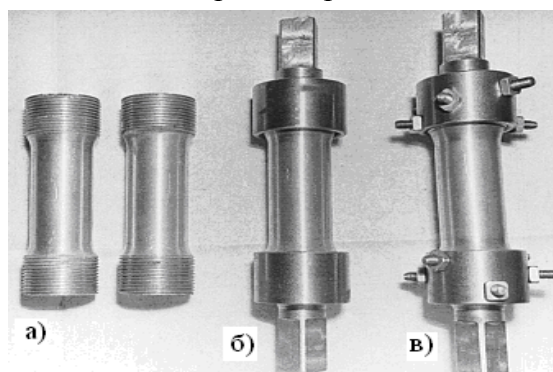


Рис. 7. Трубчатые баббитовые образцы (а), они же, подготовленные для испытаний на растяжение и сжатие (б) и для испытаний на кручение (в)

для испытаний на кручение (наконечники зафиксированы шпильками для предотвращения откручивания).

Эпюра касательных напряжений в сечении тонкостенного трубчатого образца приведена на рис. 8. Напряжения действуют только на тонкую стенку трубы. Чем меньше отношение толщины стенки h к среднему диаметру D , тем справедливее гипотеза о постоянстве напряжений τ по всему сечению образца. Таким образом, можно добиться однородности касательных напряжений по всей рабочей части образца. Итак, для осевых σ и касательных τ напряжений, осевых ε и касательных γ деформаций можно использовать простейшие формулы:

$$\sigma = \frac{N}{\pi Dh}; \tau = \frac{2M_{кр}}{\pi D^2 h}; \varepsilon = \Delta l / l_0; \gamma = \varphi D / 2l_0,$$

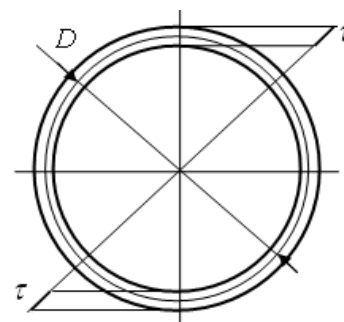


Рис. 8. Эпюра касательных напряжений в сечении тонкостенного трубчатого образца

где l_0 и Δl – длина и удлинение рабочей части образца; φ – угол закручивания рабочей части образца.

Формулы для первых главных напряжений σ_1 и интенсивностей напряжений σ_i приведены в таблице. Здесь же приведены формулы, связывающие первые главные деформации ε_1 и интенсивности деформаций ε_i с действующими деформациями ε и γ .

Таблица

Формулы для главных напряжений (деформаций) и интенсивностей напряжений (деформаций) при различных видах одноосного НДС

| Вид НДС | Первое главное напряжение | Интенсивность напряжений | Первая главная деформация | Интенсивность деформаций |
|------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------------|---|
| Растяжение | $\sigma_1 = \sigma$ | $\sigma_i = \sigma$ | $\varepsilon_1 = \varepsilon$ | $\varepsilon_i = 2(1 + \mu)\varepsilon / 3$ |
| Сжатие | $\sigma_1 = 0$ | $\sigma_i = \sigma$ | $\varepsilon_1 = \mu\varepsilon$ | $\varepsilon_i = 2(1 + \mu)\varepsilon / 3$ |
| Кручение | $\sigma_1 = \tau$ | $\sigma_i = \tau\sqrt{3}$ | $\varepsilon_1 = \gamma / 2$ | $\varepsilon_i = \gamma / \sqrt{3}$ |

При проведении таких испытаний важно, чтобы при всех видах одноосного НДС использовались одинаковые образцы, чтобы не сказывалось влияние других эффектов, например влияние масштабного фактора. Для тонкостенных трубчатых образцов это условие выполняется.

Результаты испытаний тонкостенных трубчатых баббитовых образцов при трех различных видах одноосного НДС. Нами проведены испытания таких образцов одинакового типа и размера из баббита Б83 при трех видах одноосного НДС: растяжении, сжатии и кручении. Диаграммы деформирования показаны на рис. 9а. Заметны существенные различия этих трех диаграмм – и по значениям пределов текучести и прочности, и по виду самих диаграмм. Диаграмма растяжения образца близка к диаграмме для хрупкого материала, диаграмма при кручении приближается к диаграмме деформирования пластического материала, диаграмма при сжатии – нечто среднее.

На рис. 9б показаны фотографии образцов после проведения испытаний. При растяжении образец разрушился практически хрупко, трещина перпендикулярна направлению растягивающих напряжений. При кручении образца появилась трещина, разделяющая образец на части и направленная под углом 45° к его оси, т.е. тоже перпендикулярно первым главным напряжениям. При сжатии процесс разрушения образца состоял из нескольких этапов. Сначала на образце появились волны выпучивания, как при потере устойчивости тонкостенных цилиндров. Потом этот процесс локализовался – в одном из сечений появи-

лось существенное утолщение вследствие значительного выпучивания. Далее в этой зоне появились мелкие продольные трещины. На последнем этапе здесь же появилась кольцевая трещина, разделившая образец на две половины.

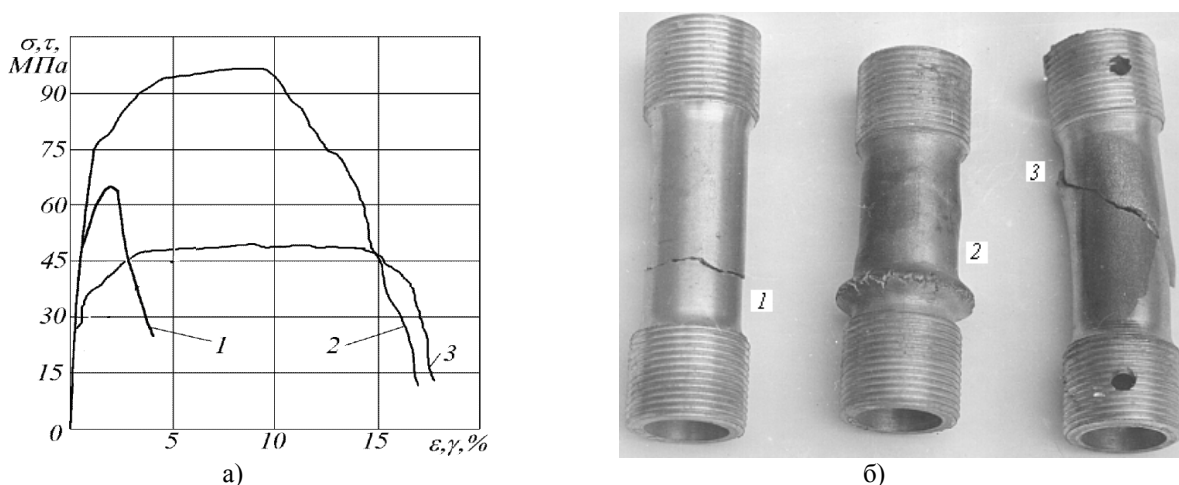


Рис. 9. Диаграммы деформирования баббитовых образцов (а) и вид разрушенных образцов (б): 1 – при растяжении; 2 – при сжатии; 3 – при кручении

При каждом виде НДС испытано несколько образцов и получены следующие осредненные значения предельных напряжений: предел текучести при растяжении $\sigma_{Tp} = 49$ МПа, предел текучести при сжатии $\sigma_{Tc} = 75$ МПа, предел текучести при кручении $\tau_{Tk} = 27$ МПа; предел прочности при растяжении $\sigma_{Bp} = 65$ МПа, предел прочности при сжатии $\sigma_{Bc} = 96$ МПа, предел прочности при кручении $\tau_{Bk} = 49$ МПа. Вычисленный по формулам (4) и (5) для многих сочетаний пар испытанных образцов параметр χ после осреднения взят равным 0,78. Таким образом, критерий (3) для баббита Б83 принимает вид $0,78\sigma_i + 0,22\sigma_1 \leq \sigma_p$. Это означает, что эквивалентные напряжения $\sigma_{эkv}$ и эквивалентные деформации $\varepsilon_{эkv}$ в трубчатых баббитовых образцах определяются формулами

$$\sigma_{эkv} = 0,78\sigma_i + 0,22\sigma_1, \quad (6)$$

$$\varepsilon_{эkv} = 0,78\varepsilon_i + 0,22\varepsilon_1. \quad (7)$$

Построение обобщенной диаграммы деформирования баббита. Все три диаграммы, представленные на рис. 9а, преобразованы к координатам «эквивалентные напряжения $\sigma_{эkv}$ – эквивалентные деформации $\varepsilon_{эkv}$ » с применением программы Excel. Для этого на диаграммах выбрано некоторое количество точек и подсчитаны первые главные напряжения σ_1 , интенсивности напряжений σ_i , первые главные деформации ε_1 и интенсивности деформаций ε_i по формулам из таблицы, а также эквивалентные напряжения $\sigma_{эkv}$ и эквивалентные деформации $\varepsilon_{эkv}$ по формулам (6) и (7). Далее построено несколько диаграмм (рис. 10), на каждой из которых нанесены точки на плоскости координат «эквивалентные напряжения $\sigma_{эkv}$ – эквивалентные деформации $\varepsilon_{эkv}$ » для двух или трех видов НДС. Видно, что все точки группируются достаточно близко к некой единой кривой линии. Таким образом, подтверждается применимость критерия эквивалентности Писаренко – Лебедева (3) для баббита Б83 при значении параметра $\chi = 0,78$. Следовательно, баббит проявил свойства квазихрупкого материала. Также подтверждается существование для баббита единой (обобщенной) кривой деформирования.

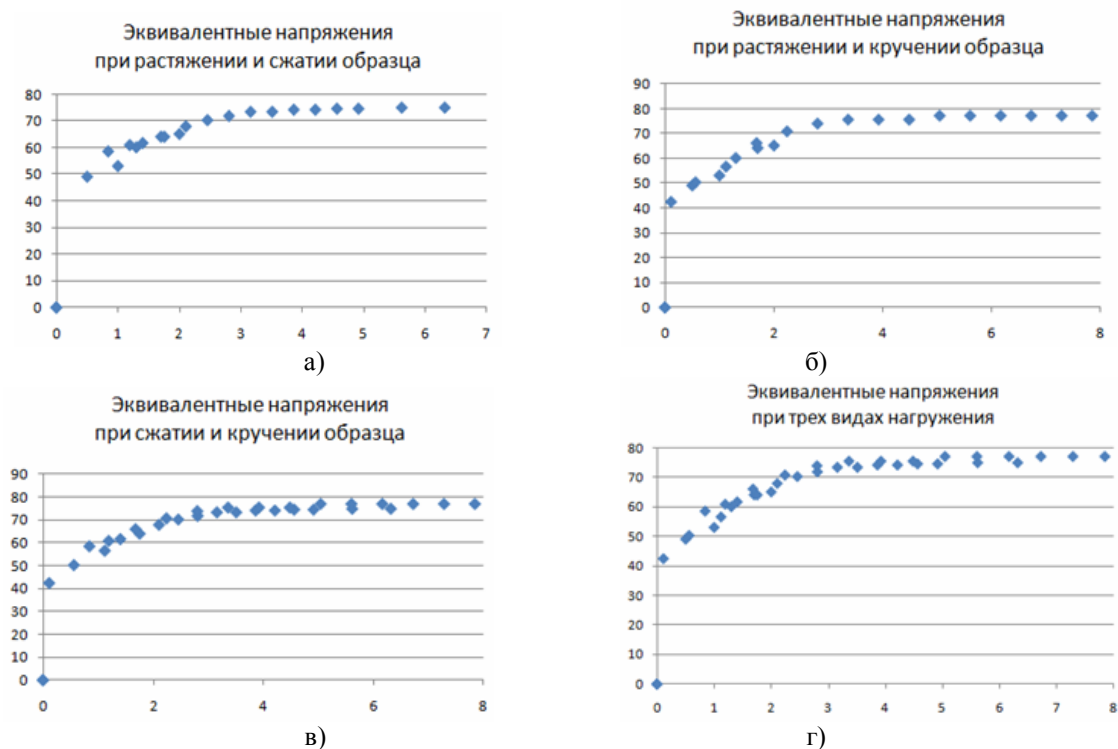


Рис. 10. Варианты обобщенной диаграммы деформирования баббита, построенные по двум (а–в) и трем (г) экспериментам при различных видах одноосного напряженного состояния

Диаграмма, построенная по трем экспериментам (рис. 10г), аппроксимирована полиномиальной функцией 6-й степени, формула которой приведена на рис. 11. Однако видно, что полиномиальная аппроксимация плохо описывает линейный участок обобщенной диаграммы деформирования (участок упругого деформирования).

Если отбросить линейный участок и оставить только нелинейный (рис. 12), то появляется возможность аппроксимировать эту систему точек логарифмической и степенной функциями. Формулы таких аппроксимирующих функций и полинома 6-й степени приведены на рис. 12. Там же показаны величины R^2 , характеризующие достоверность этих аппроксимаций: для полинома 6-й степени $R^2 = 0,9802$, для логарифмической функции $R^2 = 0,9388$, для степенной – $R^2 = 0,9461$. Следовательно, аппроксимация полиномом 6-й степени - наилучшая среди возможных. Для баббита целесообразно применять формулу из двух частей: на первом участке (участке упругого деформирования) использовать формулу $\sigma_{\text{экр}} = E \varepsilon_{\text{экр}}$, где E – модуль упругости, а на нелинейном участке – полиномиальную формулу, отмеченную на рис. 12 цифрой 3.



Рис. 11. Диаграмма деформирования баббита, построенная по результатам испытаний при трех видах одноосного НДС, и ее аппроксимация полиномом 6-й степени

Итак, дополнительно испытано несколько тонкостенных трубчатых образцов из баббита Б83 при трех видах одноосного НДС: растяжении, сжатии и кручении. Получено, что параметр $\chi = 0,78$ и критериальное выражение Писаренко – Лебедева имеет вид $0,78\sigma_i + 0,22\sigma_1 \leq \sigma_p$. В соответствии с этим критерием построена обобщенная диаграмма деформирования баббита Б83 на плоскости координат «эквивалентные напряжения $\sigma_{эkv}$ – эквивалентные деформации $\varepsilon_{эkv}$ ».

Получено несколько формул, аппроксимирующих ее нелинейный участок, и оценена точность этих формул.



Рис. 12. Нелинейный участок обобщенной диаграммы деформирования баббита Б83, построенный по трем экспериментам при различных видах одноосного НДС, и его аппроксимация логарифмической (1) и степенной (2) функциями, а также полиномом 6-й степени (3)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малинин, Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учеб. для студентов вузов / Н.Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 398 с.
2. Морозов, Е.М. Контактные задачи механики разрушения / Е.М. Морозов, М.В. Зернин. – М.: Машиностроение, 1999. – 544 с.
3. Морозов, Е.М. Контактные задачи механики разрушения / Е.М. Морозов, М.В. Зернин. – 2-е изд. – М.: Либроком, 2010. – 544 с.
4. Писаренко, Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии / Г.С.Писаренко, А.А.Лебедев. – Киев: Наукова думка, 1976. – 416 с.
5. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: справочник/ под ред. В.Т.Трощенко. – Киев: Наукова думка, 1983. – 368 с.
6. Машиностроение: энциклопедия. Т. I-3. Кн. 1. - М.: Машиностроение, 1994. – 534 с.

Материал поступил в редколлегию 21.05.14.