

DOI: 10.12737/article_5bd95a73a46853.19300139

^{1,*}Тухфатуллин Б.А., ¹Путеева Л.Е., ¹Григорьев А.И., ¹Раков В.Д.¹Томский государственный архитектурно-строительный университет

Россия, 634003, Томск, пл. Соляная, д. 2

*E-mail: bat9203@gmail.com

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕЦИАЛЬНОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА СМЕШАННОГО МЕТОДА ДЛЯ РАСЧЁТА УСИЛЕНИЯ СТАЛЬНОЙ СТРОПИЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация. В статье рассмотрены вопросы применения, разработанного ранее специального конечного элемента смешанного метода, предназначенного для определения внутренних усилий и перемещений в плоских стержневых системах. Рассчитываемые системы состоят из стержней двутаврового поперечного сечения, имеющих от одного до трёх элементов усиления. Обе полки или стенка усиливаются стальными листами с заданными размерами поперечного сечения и известными координатами начала и конца мест их расположения. Решение поставленной задачи осуществляется методом конечных элементов в форме смешанного метода, для чего получены формулы вычисления матрицы откликов и вектора грузовых коэффициентов; при вычислении интегралов используется численная процедура. Выполнен расчёт плоской стальной стропильной системы, состоящей из основной балки двутаврового сечения, надколонников, подкосов и затяжки. В качестве элементов усиления основной балки использованы стальные накладные пластины, размещаемые на верхней и нижней полках в месте опирания балки на подкосы. Результаты расчёта по предложенному алгоритму сравнивались с результатами, полученными в программном комплексе ЛИРА САПР. Показано преимущество предложенного в статье подхода для решения задач усиления.

Ключевые слова: специальный конечный элемент, смешанный метод, усиление наращиванием сечения, матрица откликов.

Введение. Модернизация промышленного производства зачастую требует реконструкции зданий и сооружений, что в свою очередь приводит к необходимости усиления их несущих элементов. При усилении стальных каркасов наиболее распространённым приёмом является способ наращивания сечения, при котором усиливается не вся конструкция, а наиболее напряжённые её части [1–3]. Усиление элементов, имеющих поперечное сечение в виде прокатного или составного двутавра, производится стальными листами, привариваемыми к полкам или стенке. С целью экономии материала, расходуемого на усиление, данная задача может быть поставлена как задача оптимального проектирования [4–7], в том числе при проектировании новой конструкции, когда с точки зрения экономии материала рациональной является конструкция переменного по длине поперечного сечения. В настоящее время подобные конструкции достаточно часто применяются в мостостроении [8], и существенно реже в промышленном и гражданском строительстве [9, 10].

Задача определения усилий и перемещений в стержневых системах, имеющих элементы усиления, может быть решена с применением программных комплексов [11, 12], использующих конечные элементы (КЭ) двух типов: стержневого КЭ и КЭ оболочки. Для каждого рассчитываемого варианта усиления конечно-элементную модель приходится создавать заново, что явля-

ется нерациональным с точки зрения времени, затрачиваемого на принятие проектного решения. В связи с этим обстоятельством в работе [13] предложен специальный КЭ смешанного метода, предназначенный для расчёта плоских стержневых систем, элементы которых имеют поперечное сечение в виде прокатного или составного двутавра с двумя осями симметрии. Количество элементов усиления на одном КЭ ограничивается тремя; в зависимости от выбранного способа усиливаться могут либо обе полки, либо стенка. В качестве исходной информации должны быть заданы: способ усиления, размеры усиливающего элемента, координаты начала и конца участка усиления (рис. 1).

Методология. Решение поставленной задачи осуществляется методом конечных элементов (МКЭ) в форме смешанного метода [14, 15]. Основная система смешанного метода получается из заданной (рис. 2, а) за счёт врезания шарниров во все узлы системы и последующего добавления линейных связей, обеспечивающих геометрическую неизменяемость (рис. 2, б). Таким образом, в качестве неизвестных принимаются горизонтальные и вертикальные перемещения узлов системы и внутренние усилия (изгибающие моменты) по концам КЭ.

Разрешающая система уравнений смешанного метода включает в себя уравнения двух групп. Первая группа выражает условие равенства нулю реакций в добавленных связях;

вторая – условие равенства нулю перемещений по направлению отброшенных связей:

$$[B] \cdot \{X\} + \{D\} = \{0\};$$

$$\{X\} = \begin{Bmatrix} Z \\ M \end{Bmatrix}; \quad \{D\} = \begin{Bmatrix} R \\ \Delta \end{Bmatrix}; \quad (1)$$

где $[B]$ – матрица коэффициентов системы уравнений смешанного метода (матрица откликов); $\{X\}$ – вектор неизвестных; $\{D\}$ – вектор грузовых коэффициентов.

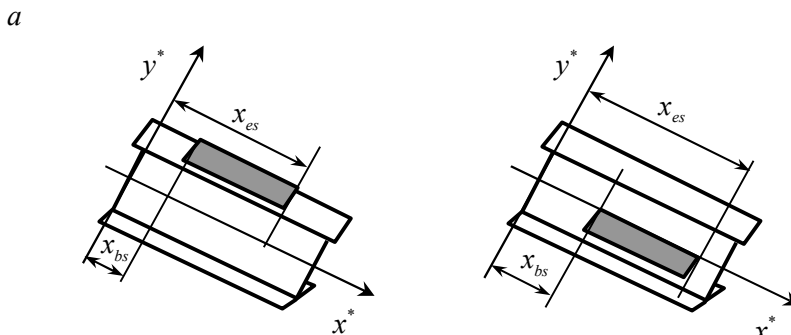


Рис. 1. Схема расположения элементов усиления

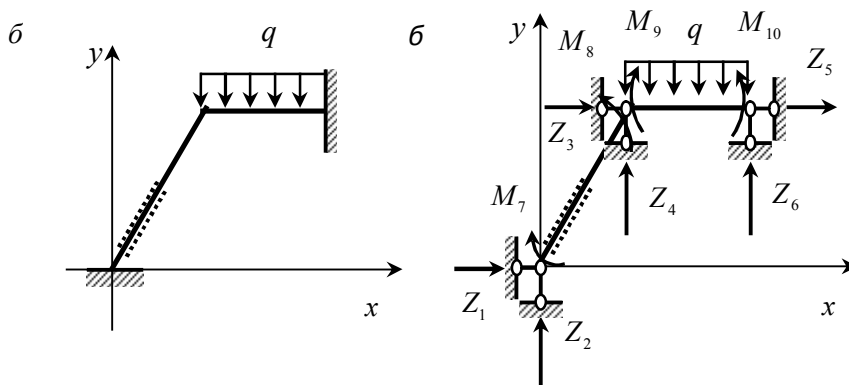


Рис. 2. Заданная система (а) и основная система смешанного метода (б)

Для формирования системы уравнений (1) необходимо вычислить для каждого КЭ матрицы

откликов в местной системе координат $[B_i^*]$ и вектор грузовых коэффициентов $\{D_i^*\}$:

$$[B_i^*] = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & r_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{r}_{25} & \dot{r}_{26} \\ r_{31} & 0 & r_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{r}_{45} & \dot{r}_{46} \\ 0 & \dot{\delta}_{52} & 0 & \dot{\delta}_{54} & \delta_{55} & \delta_{55} \\ 0 & \dot{\delta}_{62} & 0 & \dot{\delta}_{64} & \delta_{65} & \delta_{66} \end{bmatrix}; \quad \{D_i^*\} = \begin{bmatrix} R_{x,н} \\ R_{y,н} \\ R_{x,к} \\ R_{y,к} \\ \Delta_н \\ \Delta_к \end{bmatrix}; \quad (2)$$

где элементы матрицы $[B_i^*]$ и вектора $\{D_i^*\}$ вычисляются по формулам:

$$r_{11} = r_{33} = \frac{1}{\int_0^\ell \frac{dx}{EA(x)}}; \quad r_{31} = r_{13} = -\frac{1}{\int_0^\ell \frac{dx}{EA(x)}}; \quad (3)$$

$$\dot{\delta}_{52} = \dot{\delta}_{64} = \frac{1}{\ell}; \quad \dot{\delta}_{54} = \dot{\delta}_{62} = -\frac{1}{\ell}; \quad \dot{r}_{25} = \dot{r}_{46} = -\frac{1}{\ell}; \quad \dot{r}_{26} = \dot{r}_{45} = \frac{1}{\ell}; \quad (4)$$

$$\delta_{55} = \int_0^l \frac{M_5^*(x)M_5^*(x)}{EJ(x)} dx, \quad \delta_{66} = \int_0^l \frac{M_6^*(x)M_6^*(x)}{EJ(x)} dx \tag{5}$$

$$\delta_{56} = \delta_{65} = \int_0^l \frac{M_5^*(x)M_6^*(x)}{EJ(x)} dx, \quad M_5^*(x) = 1 - \frac{x}{l}; \quad M_6^*(x) = \frac{x}{l}; \tag{6}$$

$$R_{xH} = F_{xH} \frac{q_x l}{2}; R_{yH} = F_{yH} \frac{q_y l}{2}; R_{xK} = F_{xK} \frac{q_x l}{2}; R_{yK} = F_{yK} \frac{q_y l}{2}; \tag{7}$$

$$\Delta_H = \int_0^l \frac{M_5^*(x)M_F(x)}{EJ(x)} dx; \quad \Delta_K = \int_0^l \frac{M_6^*(x)M_F(x)}{EJ(x)} dx; \quad M_F(x) = \frac{qx}{2}(\ell - x); \tag{8}$$

$$q = q_x \sin \alpha - q_y \cos \alpha. \tag{9}$$

В формулах (3) – (9) обозначено: q_x, q_y – равномерно распределённые нагрузки, приложенные к КЭ; $A(x), J(x)$ – площадь и осевой момент инерции в сечении с координатой x соответственно; обозначения остальных величин,

входящих в формулы, приведены на рис. 3. В (3) – (8) все интегралы вычисляются численно по способу прямоугольников.

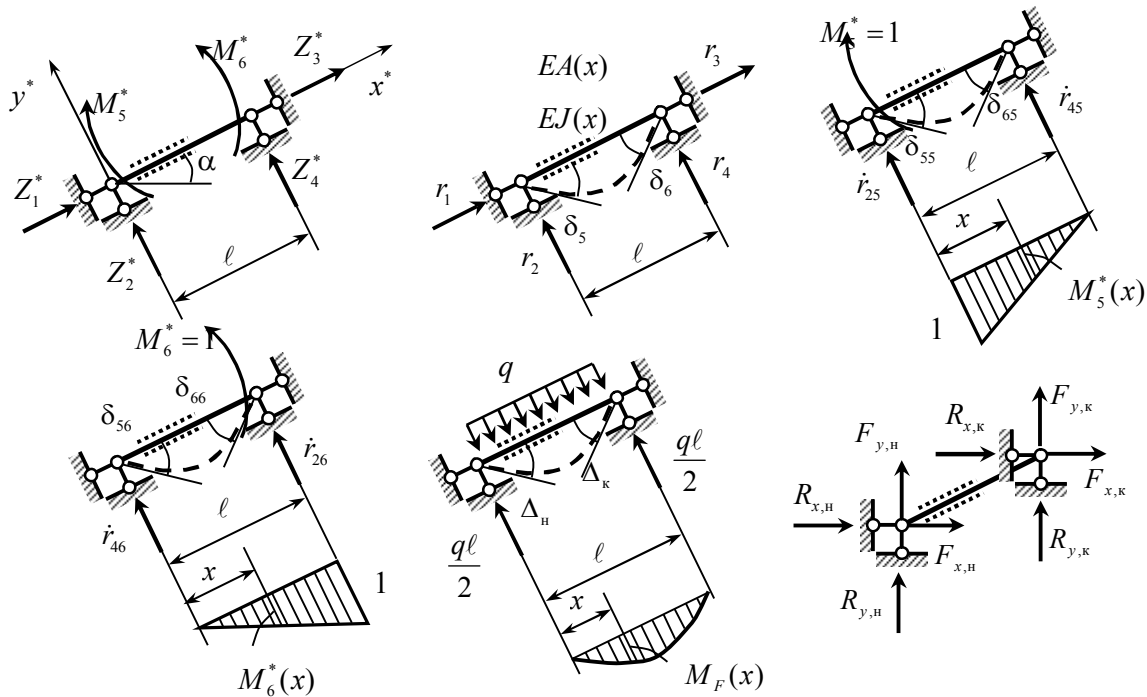


Рис. 3. Схемы для формирования матрицы откликов и вектора грузовых коэффициентов

Перед формированием системы уравнений смешанного метода матрица откликов КЭ переводится из местной системы координат в общую с помощью матрицы направляющих косинусов

$[C_i]$ и рассылается в общую матрицу откликов $[B]$ в уравнениях (1):

$$[C_i] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$[B_i] = [C_i] \times [B_i^*] \times [C_i]^T =$$

$$= \begin{bmatrix} r_{11} \cos^2 \alpha & r_{11} \cos \alpha \sin \alpha & r_{13} \cos^2 \alpha & r_{13} \cos \alpha \sin \alpha & -\dot{r}_{25} \sin \alpha & -\dot{r}_{26} \sin \alpha \\ r_{11} \cos \alpha \sin \alpha & r_{11} \sin^2 \alpha & r_{13} \sin \alpha \cos \alpha & r_{13} \sin^2 \alpha & \dot{r}_{25} \cos \alpha & \dot{r}_{26} \cos \alpha \\ r_{31} \cos^2 \alpha & r_{31} \cos \alpha \sin \alpha & r_{33} \cos^2 \alpha & r_{33} \sin \alpha \cos \alpha & -\dot{r}_{45} \sin \alpha & -\dot{r}_{46} \sin \alpha \\ r_{31} \cos \alpha \sin \alpha & r_{31} \sin^2 \alpha & r_{33} \sin \alpha \cos \alpha & r_{33} \sin^2 \alpha & \dot{r}_{45} \cos \alpha & \dot{r}_{46} \cos \alpha \\ -\dot{\delta}_{52} \sin \alpha & \dot{\delta}_{52} \cos \alpha & -\dot{\delta}_{54} \sin \alpha & \dot{\delta}_{54} \cos \alpha & \delta_{55} & \delta_{56} \\ -\dot{\delta}_{62} \sin \alpha & \dot{\delta}_{62} \cos \alpha & -\dot{\delta}_{64} \sin \alpha & \dot{\delta}_{62} \cos \alpha & \delta_{65} & \delta_{66} \end{bmatrix}$$

Полученная в результате система уравнений должна быть скорректирована с учётом имеющихся в конструкции опорных связей и условий примыкания КЭ к узлам [16, 17].

В отличие от варианта МКЭ в форме метода перемещений [18], применяемого в программных комплексах [11, 12] для расчёта конструкций, при решении поставленной задачи используется только один тип КЭ [13], позволяющий в рамках предложенного подхода варьировать формой поперечного сечения основной конструкции, количеством и видом элементов усиления и т. д.

Основная часть. При апробации предложенного КЭ смешанного метода, предназначенного для расчёта усиления плоских стальных рам, был рассчитан пример, рассмотренный в [9, 10]. Стропильная конструкция покрытия представляет собой балку из прокатного двутавра с участками усиления полок листовыми накладками. Балка на участках наибольшей жёсткости

опирается на подкосы с образованием консолей, концы которых объединены с верхними сечениями надколонников. Нижние концы подкосов и надколонников соединены в узлах опирания конструкции покрытия на колонны и связаны между собой затяжкой (рис. 4).

Верхний пояс конструкции выполнен из прокатного профиля (двутавра) №35 Ш 1 по СТО АСЧМ 20-93. Надколонники – из прокатного двутавра 30 Б 1 того же сортамента. Подкосы и затяжка выполнены из трубы 140×12 мм и 121×10 мм соответственно. Листы усиления имеют размеры 2350×1195×10 мм. Все узлы сопряжения элементов между собой, кроме конькового и узла примыкания подкосов к балке – шарнирные (рис. 5). В расчётах ширина листа усиления согласно [9, 10] принималась по всей длине одинаковой.

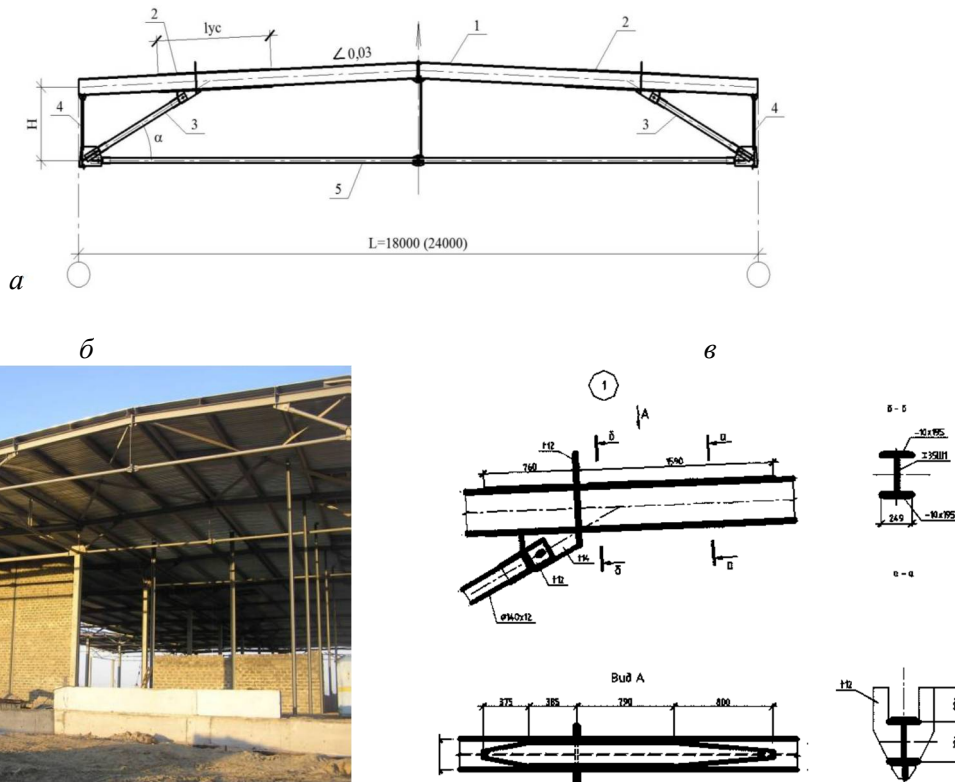


Рис. 4. Стальная балочная конструкция покрытия переменной жёсткости с подкосами и затяжкой [9, 10]; общий вид (а); фотография (б); узел усиления (в)

Расчёт конструкции покрытия также выполнялся в программном комплексе ЛИРА САПР (рис. 6). При создании расчётной модели по разработанной программе, прокатные профили были заменены составными двутаврами с размерами, указанными на рис. 7. Результаты расчёта в разработанной программе и в программном

комплексе ЛИРА САПР приведены на рис. 8. Величины прогибов конькового узла составили $v_{лира} = 89,29$ мм, $v_{МКЭ} = 89,67$ мм. Близость полученных результатов свидетельствует о корректном решении поставленной задачи.

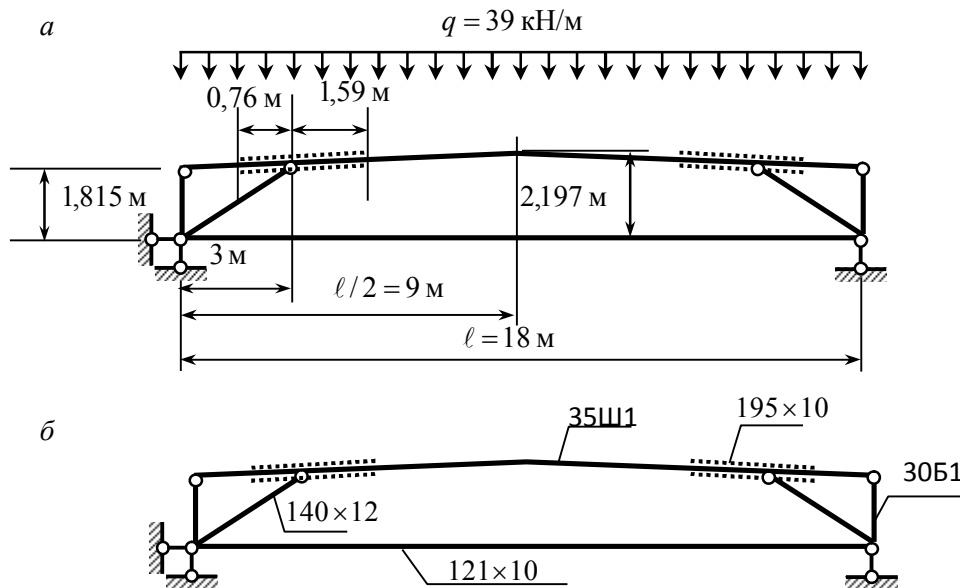


Рис. 5. Стальная балочная конструкция покрытия переменной жёсткости с подкосами и затяжкой; расчётная схема (а); поперечные сечения элементов (б)

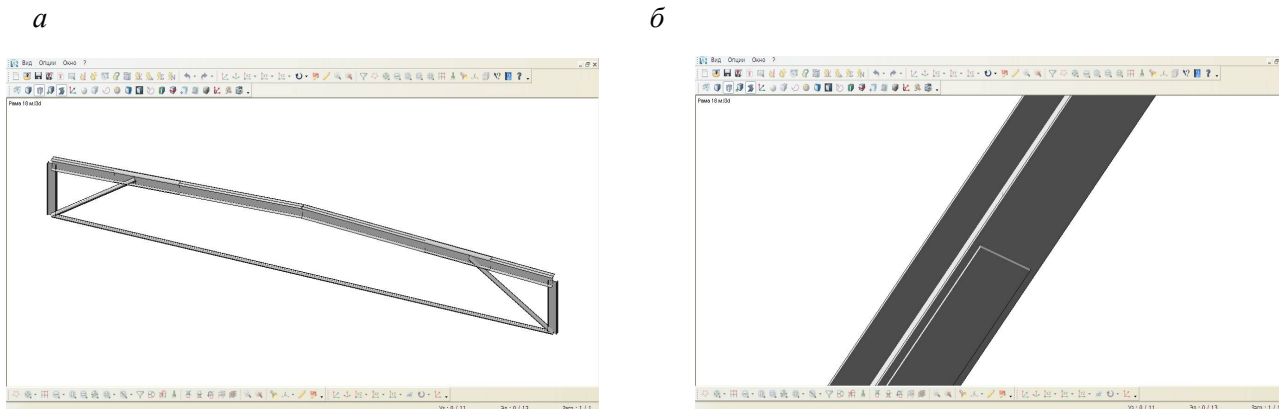


Рис. 6. КЭ модель конструкции покрытия для расчёта в ПК ЛИРА САПР; общий вид (а); усиление пояса, фрагмент (б)

При конструировании узла усиления с целью уменьшения концентрации напряжений накладка выполнялась переменной ширины. Усложним задачу расчёта, принимая размеры усиливающего листа согласно рис. 4, в. В этом случае при вычислении геометрических характеристик усиленного сечения, входящих в формулы (3) – (8), учитывалась фактическая ширина накладки, что привело к следующим результатам. Изгибающий момент в коньковом узле составил 205,24 кНм в узле усиления – 340,33 кНм

прогиб $v_{МКЭ} = 90,19$ мм. Изменение расчётных величин в сравнении с расчётом при накладке постоянной ширины составило от 0,66 % до 1,02 %

Таким образом, предложенный алгоритм смешанного метода позволяет рассчитывать конструкции с элементами усиления переменной ширины, что отвечает требованиям практики проектирования стальных конструкций.

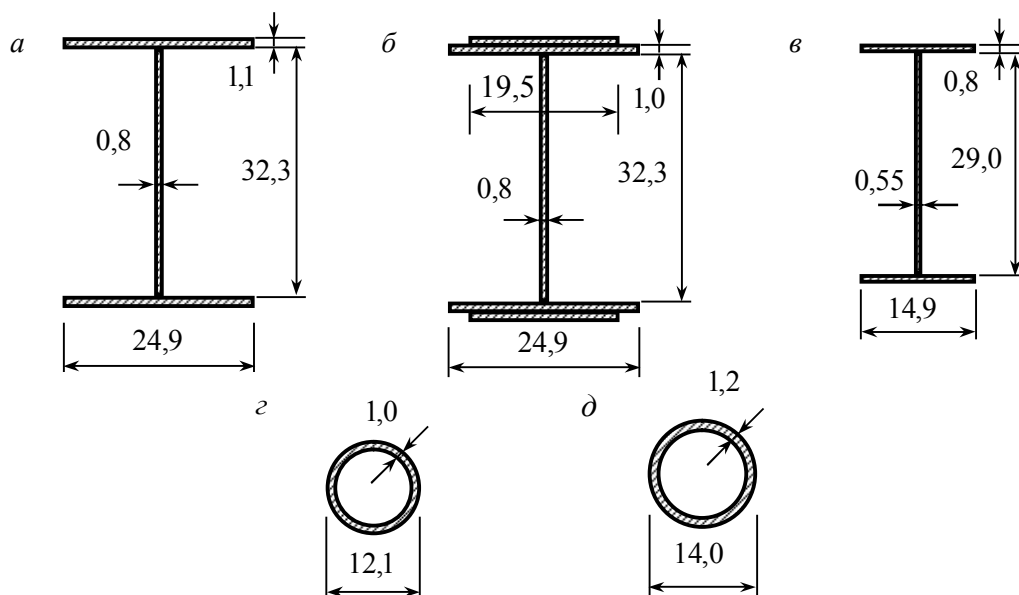


Рис. 7. Поперечные сечения элементов конструкции покрытия (все размеры указаны в см); верхняя балка (а); верхняя балка с усилением полки (б); надколонник (в); затяжка (г); подкос (д)

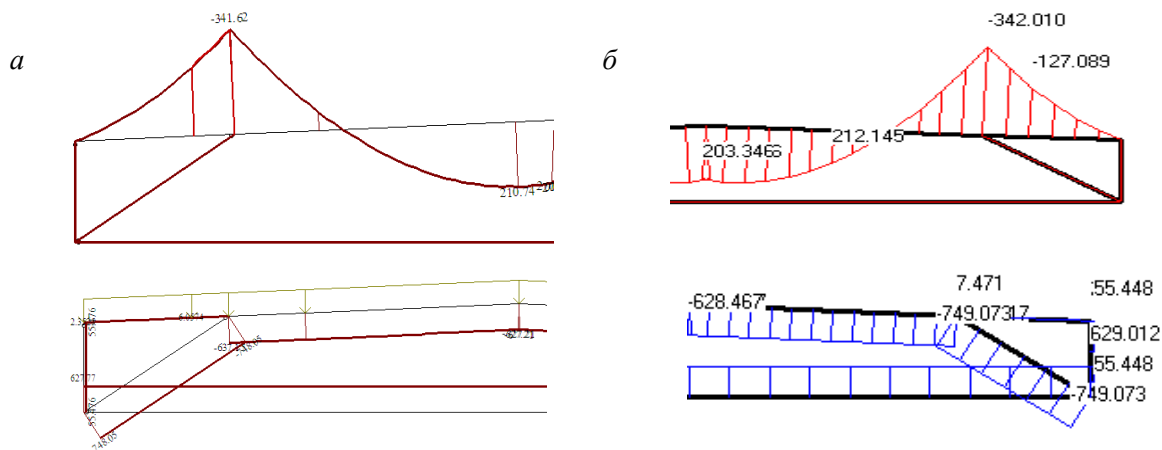


Рис. 8. Результаты расчёта в ПК ЛИРА САПР (а); по разработанной программе (б)

Вывод. Сравнение двух подходов к решению задачи с использованием программного комплекса ЛИРА САПР и по предложенному алгоритму, показывает, что:

- при изменении размеров и места положения усиливающего элемента в программных комплексах расчётную схему требуется каждый раз создавать заново, используя для этого стержневые и пластинчатые КЭ модели;
- разработанный КЭ позволяет изменять размеры и количество усиливающих элементов, не меняя при этом схему разбиения на узлы и КЭ; изменению подлежат координаты расположения усиливающих листов и их размеры.

Таким образом, предложенный КЭ для расчёта усиления стальных рам, по сравнению с используемыми в инженерной практике программными комплексами, является более эффективным.

Источник финансирования. Государственное задание Министерства образования и науки РФ (номер проекта 7.8899.2017/8.9).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ребров И.С. Усиление стержневых металлических конструкций: проектирование и расчёт. Л.: Стройиздат, Ленинградское отделение, 1988. 288 с.
2. Рекомендации по усилению и ремонту строительных конструкций инженерных сооружений. М.: ЦНИИпромзданий. 178 с.
3. Serazutdinov M.N., Ubaydulloyev M.N. Method of Calculation of Strengthening of the Loaded Rod Structures Taking into Account Plastic Deformations // Procedia Engineering. 2016. Vol. 150. Pp. 1741–1747.
4. Алдушкин Р.В. Развитие и совершенствование рациональных методов усиления и ре-

гулирования усилий в металлических конструкциях балочного типа и фермах: автореф. дис. канд. техн. наук. Орёл, 2008. 20 с.

5. Пелешко И.Д., Блихарский З.Я., Балук И.М. Формирование расчётных схем и определение напряжённо-деформированного состояния стержневых металлических конструкций в процессе реконструкции и усиления // Металлические конструкции. 2013. Т. 19. № 1. С. 37–47.

6. Алексейцев А.В. Оптимальный структурно-параметрический синтез систем усиления металлических ферм // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. № 2 (2). С. 37–46.

7. Ляхович Л.С., Тухфатуллин Б.А., Путеева Л.Е., Григорьев А.И. Использование методов оптимизации в задачах усиления конструкции // Вестник ТГАСУ. 2015. № 6 (53). С. 57–70.

8. Картопольцев В.М., Картопольцев А.В. Разработка перспективных (гибридных) конструкций пролётных строений мостов из сталей различной прочности // Вестник ТГАСУ. 2017. № 3. С. 171–182.

9. Пронозин Я.А., Корсун Н.Д. Экспериментально-теоретические исследования работы стальной балочной конструкции покрытия переменной жёсткости с подкосами и затяжкой // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 3. 3 с.

10. Корсун Н.Д. Экспериментально-теоретические исследования стальной балочной конструкции переменной жёсткости с подкосами и затяжкой: дис. ...канд. техн. наук. Тюмень, 2014. 220 с.

11. Карпиловский В.С., Криксунов Э.З., Маляренко А.А., Перельмутер А.В., Перельмутер М.А., Фиалко С.Ю. SCAD Office. Версия 21. Вычислительный комплекс SCAD++. М.: «СКАД СОФТ», 2015. 848 с.

12. Городецкий Д.А., Барабаш М.С., Титок В.П., Артамонова А.Е.; под ред. Городецкого

А.С. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2013: учебное пособие. К.-М.: Электронное издание, 2013. 376 с.

13. Раков В.Д., Григорьев А.И., Тухфатуллин Б.А., Путеева Л.Е. Разработка и апробация конечного элемента смешанного метода для расчёта усиления стальных рам // Инновации технических решений в машиностроении и транспорте. Сборник статей IV Всероссийской научно-технической конференции для молодых учёных и студентов с международным участием, 14–15 марта 2018 г. Пенза, Межотраслевой научно-информационный центр, 2018. С. 214–218.

14. Ignatyev A.V., Ignatyev V.A. On the efficiency of the finite element method in the form of the classical mixed method // Procedia Engineering, 2016. Vol. 150. Pp. 1760–1765.

15. Юдин Ю.Я. Энергетический метод в автоматизации инженерных расчётов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986. 256 с.

16. Клёнов Д.А., Путеева Л.Е., Тухфатуллин Б.А. Программная реализация МКЭ для расчёта плоских стержневых систем в форме смешанного метода. Сообщение 1 // Перспективы развития фундаментальных наук [Электронный ресурс]: сборник трудов XII Междун. Конференция студентов и молодых ученых (21–24 апреля 2015 г.) / Томский политехнический университет. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2015. С. 1329–1331.

17. Марина Н.И., Тухфатуллин Б.А., Путеева Л.Е. Конечный элемент сжато-изгибаемого стержня переменного сечения при расчёте смешанным методом // Избранные доклады 63-й университетской научно-технической конференции студентов и молодых ученых [Электрон. текстовые дан.]. Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2017. С. 57–65.

18. Трушин С.И. Строительная механика. Метод конечных элементов: учебное пособие. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. 305 с.

Информация об авторах

Тухфатуллин Борис Ахатович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительной механики. E-mail: bat9203@gmail.com. Томский государственный архитектурно-строительный университет. Россия, 634003, Томск, пл. Соляная, д. 2.

Путеева Лариса Евгеньевна, кандидат технических наук, доцент кафедры строительной механики. E-mail: ple@sibmail.com. Томский государственный архитектурно-строительный университет. Россия, 634003, Томск, пл. Соляная, д. 2.

Григорьев Антон Игоревич, аспирант. E-mail: mag917@mail.ru. Томский государственный архитектурно-строительный университет. Россия, 634003, Томск, пл. Соляная, д. 2.

Раков Валерий Дмитриевич, магистрант. E-mail: valerysstr@gmail.com. Томский государственный архитектурно-строительный университет. Россия, 634003, Томск, пл. Соляная, д. 2.

Поступила в август 2018 г.

© Тухфатуллин Б.А., Путеева Л.Е., Григорьев А.И., Раков В.Д., 2018

^{1,*}Tukhfatullin B.A., ¹Puteeva L.E., ¹Grigoriev A.I., ¹Rakov V.D.

¹Tomsk State University of Architecture and Building
Russia, 634003, Tomsk, Solyanaya sq., 2

*E-mail: bat9203@gmail.com

APPLICATION OF A SPECIAL FINITE ELEMENT OF A MIXED METHOD FOR CALCULATION OF STEEL STRIPE SYSTEM STRENGTHENING

Abstract. The article deals with the application of the previously developed special finite element of the mixed method designed to determine the internal forces and displacements in complanate rod systems. The systems to be calculated consist of I-beam cross-section rods, having one to three reinforcements. Steel plates with specified cross-section dimensions and known coordinates of its collocation straighten the shelves and wall. The solution of the issue is carried out by the finite element of a mixed method, which derives the formulas to calculate the response matrix and the vector of freight coefficients. A numerical procedure is used to calculate the integrals. The flat steel truss system consisting of the main beam of I-beam section, pillar sections, struts and straining beam is calculated. To strengthen the main beam, steel plates are used: they are located on the upper and lower shelves in the place the beam leans the strut. The results of the calculation according to the proposed algorithm were compared with the results obtained in the LIRA SAPR software complex. The advantage of the approach proposed in the article to solve the problems of amplification is shown.

Keywords: special finite element, mixed method, reinforcement by section extension, response matrix.

REFERENCES

1. Rebrov I.S. Strengthening of the rod metal structures: design and calculation. L.: Stroiizdat, Leningrad Branch, 1988, 288 p.
2. Recommendations on strengthening and repair of building structures of engineering structures. Moscow: TsNIIpromzdaniy, 178 p.
3. Serazutdinov M.N., Ubaydulloyev M.N. Method of Calculation of Strengthening of the Loaded Rod Structures Taking into Account Plastic Deformations. Procedia Engineering, 2016, vol. 150, pp. 1741–1747. doi: 10.1016/j.proeng.2016.07.164
4. Aldushkin R.V. Development and improvement of rational methods of strengthening and regulating efforts in metal constructions of beam type and farms: author's abstract. dis. Cand. tech. sciences. Orel, 2008. 20 p.
5. Peleshko I.D., Blikharsky Z.Ya., Baluk I.M. Formation of calculation schemes and determination of the stress-strain state of the rod metal structures in the process of reconstruction and strengthening. Metallic structures, 2013, vol. 19, no. 1, pp. 37–47.
6. Alexeytsev A.V. Optimal structural-parametric synthesis of reinforcement systems for metal trusses. Construction mechanics of engineering structures and structures, 2014, no. 2 (2), pp. 37–46.
7. Lyakhovich L.S., Tukhfatullin B.A., Puteeva L.E., Grigoriev A.I. The use of optimization methods in problems of strengthening the construction. Bulletin of TGASU, 2015, no. 6 (53), pp. 57–70.
8. Kartopoltsev V.M., Kartopoltsev A.V. Development of perspective (hybrid) structures of spans of bridges from steels of various strength. Bulletin of TGASU, 2017, no. 3, pp. 171–182.
9. Pronosin Y.A., Korsun N.D. Experimental-theoretical studies of the steel beam construction of variable hardness coating with struts and puffing. Modern problems of science and education, 2014, no. 3, 3 p.
10. Korsun N.D. Experimental-theoretical studies of a steel beam structure of variable rigidity with struts and puffing: dis. ... cand. tech. sciences. Tyumen, 2014, 220 p.
11. Karpilovsky V.S., Kriksunov E.Z., Malyarenko A.A., Perelmutter A.V., Perelmutter M.A., Fialko S.Yu. SCAD Office. Version 21. Computing complex SCAD ++. M.: «SCAD SOFT», 2015, 848 p.
12. Gorodetsky D.A., Barabash M.S., Titok V.P., Artamonova A.E.; Ed. Gorodetsky A.S. The program complex LIRA-SAPR 2013: a study guide. K.-M.: Electronic publication, 2013, 376 p.
13. Rakov V.D., Grigoriev A.I., Tukhfatullin B.A., Puteeva L.E. Development and approbation of the finite element of the mixed method for calculating the reinforcement of steel frames // Innovations of technical solutions in engineering and transport. Collection of articles of the IV All-Russian Scientific and Technical Conference for Young Scientists and Students with International Participation, March 14-15, 2018 Penza, Interdisciplinary Scientific Information Center, 2018, pp. 214–218.
14. Ignatyev A.V., Ignatyev V.A. On the efficiency of the finite element method in the form of the classical mixed method. Procedia Engineering, 2016, vol. 150, pp. 1760–1765. doi: 10.1016/j.proeng.2016.07.167
15. Yudin Yu. Ya. Energy method in automation of engineering calculations. Tomsk: Publishing house Tom. University, 1986, 256 p.

16. Klyonov D.A., Puteeva L.E., Tukhfatullin B.A. Software implementation of FEM for the calculation of flat rod systems in the form of a mixed method. Communication 1. Prospects for the development of fundamental sciences [Electronic resource]: Proceedings XII Int. Conference of students and young scientists (April 21-24, 2015). Tomsk Polytechnic University. Tomsk: Publishing house of Tomsk Polytechnic University, 2015, pp. 1329–1331.

17. Marina N.I., Tukhfatullin B.A., Puteeva L.E. Finite Element of a Compressed-Flexible Rod of Variable Section when Calculating by a Mixed Method. Selected Reports of the 63rd University Scientific and Technical Conference of Students and Young Scientists. [Electron. text data.]. Tomsk: Publishing house Tom. state. architect-builds. Univ., 2017, pp. 57–65.

18. Trushin S.I. Structural mechanics. The finite element method: a tutorial. M.: SIC INFRA-M, 2016, 305 p.

Information about the author

Tukhfatullin, Boris A. PhD, Assistant professor. E-mail: bat9203@gmail.com. Tomsk State University of Architecture and Building. Russia, 634003, Tomsk, Solyanaya sq., 2.

Puteeva, Larisa E. PhD, Assistant professor. E-mail: ple@sibmail.com. Tomsk State University of Architecture and Building. Russia, 634003, Tomsk, Solyanaya sq., 2.

Grigoriev, Anton I. Postgraduate student. E-mail: mag917@mail.ru. Tomsk State University of Architecture and Building. Russia, 634003, Tomsk, Solyanaya sq., 2.

Rakov, Valery D. Master student. E-mail: valerysstr@gmail.com. Tomsk State University of Architecture and Building, Russia, 634003, Tomsk, Solyanaya sq., 2.

Received in August, 2018

Для цитирования:

Тухфатуллин Б.А., Путеева Л.Е., Григорьев А.И., Раков В.Д. Применение специального конечного элемента смешанного метода для расчёта усиления стальной стропильной системы // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2018. №10. С. 43–51. DOI: 10.12737/article_5bd95a73a46853.19300139

For citation:

Tukhfatullin B.A., Puteeva L.E., Grigoriev A.I., Rakov V.D. Application of a special finite element of a mixed method for calculation of steel stripe system strengthening. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov, 2018, no. 10, pp. 43–51. DOI: 10.12737/article_5bd95a73a46853.19300139