
ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ГРУПП ЭКВИДИСТАНТНЫХ ЧАСТОТ В СПЕКТРАХ ГЕОМАГНИТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ

DETECTING GROUPS OF EQUIDISTANT FREQUENCIES IN SPECTRA OF GEOMAGNETIC PULSATIONS

А.Р. Поляков

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, polar@iszf.irk.ru*

A.R. Polyakov

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, polar@iszf.irk.ru*

Аннотация. Представлена модифицированная версия нового метода обработки сигналов, основанного на анализе специальным образом сконструированной корреляционной функции флуктуаций амплитуды и фазы (КФАФ). Метод позволяет обнаруживать присутствие группы эквидистантных частот в спектре исходного сигнала и измерять разность двух соседних частот Δf в такой группе. Конечным продуктом обработки является гистограмма множества значений Δf . Исследовано влияние помех, которые могут присутствовать в составе исходного сигнала. Показано, что даже при очень высоком уровне шума, когда его составляющая в спектре полностью поглощает и маскирует спектральные пики эквидистантных частот полезного сигнала, метод КФАФ успешно справляется с проблемой детектирования этих частот. Впервые он был применен для обработки природных сигналов, в качестве которых использованы записи возмущений геомагнитного поля ультранизкочастотного (УНЧ) диапазона. На примере сравнения одной из гистограмм с традиционным спектром показано, что хаотичный спектр, который всегда было принято считать спектром шума, на самом деле имеет строго упорядоченную структуру. Оказалось, что большинство спектральных пиков принадлежит одной из множества (более 10) эквидистантных частотных групп. В полном спектре пики этих групп накладываются друг на друга и образуют сложную хаотическую последовательность. Анализ пиков всех гистограмм позволяет сделать вывод, что эквидистантные частотные группы, которые соответствуют пикам на каждой гистограмме, являются собственными частотами резонатора 2D альфвеновских волн. Существование такого резонатора в магнитосфере в окрестности внешней кромки плазмоспаузы было ранее предсказано в теоретических работах [Гульельми, Поляков, 1983; Леонович, Мазур, 1987]. Метод обработки КФАФ позволяет экспериментально подтвердить это предсказание.

Ключевые слова: техника обработки сигналов, корреляционная функция, собственные частоты.

Abstract. This paper presents a revised version of the new signal processing method based on the analysis of a specially constructed correlation function of amplitude and phase fluctuations (APCF). This method allows us to detect the presence of a group of equidistant frequencies in the spectrum of the original signal and to measure the difference of two adjacent frequencies Δf in such a group. The end product of the processing is a histogram of a set of Δf . The effect of noise that may be present in the original signal has been examined. It has been shown that even with a very high level of noise when its component in the spectrum completely absorbs and masks spectral peaks of equidistant frequencies of the desired signal, the APCF method copes with the problem of detecting these frequencies. This method was first applied to processing of natural signals, for which recordings of geomagnetic field disturbances of an ultralow frequency (ULF) range were used. The comparison of one of the histograms with the traditional spectrum indicates that the chaotic spectrum, which has always been considered to be a noise spectrum, actually has a strictly ordered structure. It has been found that most spectral peaks belong to one of the sets (more than 10) of equidistant frequency groups. In the entire spectrum, peaks of these groups are superimposed on each other and form a complex chaotic sequence. The analysis of peaks of all histograms allows us to conclude that the equidistant frequency groups, which correspond to peaks in each histogram, are eigenfrequencies of the 2D Alfvén wave resonator. The existence of such a resonator in the magnetosphere in the vicinity of the outer edge of the plasmopause has been predicted in theoretical studies [Guglielmi, Polyakov, 1983; Leonovich, Mazur, 1987]. The processing method APCF enables us to experimentally confirm this prediction.

Keywords: signal processing technique, correlation functions, eigenfrequencies.

ВВЕДЕНИЕ

Данная статья является продолжением цикла работ [Поляков, 2010; Polyakov, 2014, 2017], в которых сформулирована и развивается новая оригинальная техника анализа гармонической структуры широкополосных колебательных процессов. Предлагаемый метод обработки не связан со спектральным анализом. Основанием для него служит анализ специальным образом сконструированной корреляционной функции флуктуаций амплитуды и фазы (КФАФ), которые являются преобразованными компонентами исходного сигнала. Более подробно детали техники обработки обсуждаются ниже в следующем разделе.

В работах [Поляков, 2010; Polyakov, 2014] на примерах обработки колебаний в 1D- и 2D-резонаторах разных типов волн было обнаружено важное фундаментальное свойство КФАФ. При появлении в спектре исходного сигнала группы эквидистантных частот на графиках зависимости КФАФ от τ образуются пики, следующие друг за другом через равные интервалы. В этих работах была получена также универсальная эмпирическая формула, которая связывает эти интервалы с разностью двух соседних частот эквидистантной группы. После этого стало очевидно, что, анализируя пики КФАФ программными средствами, мы получаем возможность детектирования групп эквидистантных частот в спектре широкополосного сигнала.

В следующей работе цикла [Polyakov, 2017] предложен новый, более эффективный алгоритм первого этапа обработки (см. раздел 1), который делает новую технику КФАФ и компьютерную программу обработки более универсальной. Теперь мы можем использовать этот метод для обработки любых исходных сигналов, заданных в дискретном виде, для которых имеет смысл преобразование в спектр Фурье.

В последнее время удалось продвинуться по пути совершенствования алгоритмов процедур, отвечающих за анализ пиков готовых корреляционных функций. Компьютерная программа наконец-то приняла законченный вид. Обработка смоделированных сигналов показала, что все обновления программы сделали ее более качественной. Конечный результат во всех случаях имеет гораздо меньший статистический разброс.

В перечисленных выше работах основное внимание уделялось решению методологических вопросов. Теперь, когда эти исследования подошли к концу, и мы имеем почти готовый метод и соответствующую компьютерную программу, логичным шагом становится переход к обработке реальных природных сигналов. Необходимо убедиться, что в этом случае предлагаемый метод будет давать достоверные результаты, и сопоставить их с результатами традиционного спектрального анализа. В данной работе это является главной целью. В качестве реальных сигналов были выбраны временные записи возмущения геомагнитного поля в ультранизкочастотном (УНЧ) диапазоне на дневной стороне магнитосферы.

Реальные колебания, в отличие от смоделированных, очень часто содержат случайный шум при-

родного или антропогенного происхождения. Поэтому, перед тем как приступить к обработке, необходимо выяснить, насколько сильно присутствие шума может исказить получаемые результаты. Результаты изучения этой проблемы представлены в разделе 2.

1. МЕТОД ОБРАБОТКИ

Как было указано выше, в данной работе используется модернизированная программа, причем изменения касаются не только последних процедур, которые определяют присутствие на корреляционных функциях периодически повторяющихся пиков. Предыдущий вариант достаточно подробно описан в [Polyakov, 2017]. Здесь мы кратко повторим это описание, обратив особое внимание на изменения, которые внесены за последнее время. Так же, как в [Polyakov, 2017], все процедуры разделены на три группы. Каждую группу можно считать одним из этапов обработки, который приводит к определенному промежуточному результату.

1.1. Преобразование фильтрации

Исходный сигнал $x(t_i)$ должен быть задан в дискретном виде: $t_i = (i-1)\Delta t$; $i = 1, 2, \dots, N$, где Δt — временной шаг. Единственным условием применимости метода КФАФ является большой размер массива значений, как минимум $N \sim 50$ тыс., лучше 100–200 тыс.

Техника преобразования исходного сигнала на первом этапе подобна цифровой фильтрации с помощью преобразования Фурье. Она детально описана в [Polyakov, 2017] и с тех пор остается без изменений.

Преобразованный сигнал представляет собой сумму монохроматического колебания и исходного сигнала с сильно уменьшенной амплитудой на всех частотах. На осциллограмме он выглядит как слегка зашумленная синусоида, в которой монохроматические колебания являются средней линией (в дальнейшем мы будем их называть средними колебаниями). Исходный сигнал создает малые отклонения от этой линии.

Частота средних колебаний f_0 и амплитуда A_0 заданы в программе. В ходе обработки используются три значения f_0 . Исходный сигнал после преобразования имеет определенный частотный диапазон, границы которого мы задаем в программе перед началом обработки. Амплитуды на всех частотах становятся примерно на два порядка меньше амплитуды A_0 .

1.2. Флуктуации амплитуды и фазы

В начале этого этапа задаем длину короткого временного интервала с числом шагов $N_0 \ll N$. Этот интервал мы будем перемещать вдоль преобразованного квазимонохроматического сигнала от начала до конца с шагом $N_0/5$. После каждого шага в интервал попадает новый временной участок этого сигнала. Все следующие процедуры обработки применяются для каждого такого короткого участка.

Определяем флуктуации амплитуды и фазы. Дискретные значения сигнала и время приводим к безразмерному виду: $x_i \rightarrow x_i / A_0$; $t_i \rightarrow 2\pi f_0 t_i$.

На каждом шаге вычисляем производную $y_i=dx_i/dt$ и точки (x_i, y_i) наносим на поверхность прямоугольных фазовых координат x, \dot{x} . Среднее колебание в этих координатах представляет собой окружность единичного радиуса (средний цикл). Для колебаний после преобразования фильтрации с учетом вклада малых флуктуаций траектории (циклы) будут проходить вблизи этой окружности. В старом варианте [Polyakov, 2017] среднее колебание определялось [Гудзенко, 1962] как среднее всех циклов. В настоящее время решено отказаться от этой процедуры и считать средним циклом окружность единичного радиуса. Это почти не изменяет результаты обработки, зато значительно сокращает ее длительность.

Далее для каждой точки (x_i, y_i) определяем отклонение от среднего цикла вдоль направления нормали (для окружности это направление вдоль радиуса) n_i и фазу среднего цикла Θ_i в точке его пересечения с нормалью. На фазовой плоскости Θ_i совпадает с длиной пути изображающей точки вдоль среднего цикла, а t_i (с учетом нормировки) — с длиной пути вдоль исходных циклов. Поэтому разность фаз $\gamma_i=\Theta_i-t_i$ можно считать тангенциальным отклонением точки от среднего цикла. Для колебаний после преобразования фильтрации нормальные и тангенциальные отклонения на каждом шаге $n_i(\Theta_i)$ и $\gamma_i=(\Theta_i)$ представляют собой отклонения амплитуды и фазы от амплитуды и фазы среднего колебания. С учетом того, что $\gamma_i \ll 1$, фаза среднего колебания $\Theta_i=2\pi f_0 t_i$, где t_i — реальное ненормированное время.

Необходимо подчеркнуть, что малые отклонения от среднего колебания обусловлены исключительно одним исходным сигналом, поэтому флуктуации амплитуды и фазы следует считать двумя разными независимыми компонентами этого сигнала.

1.3. Корреляционные функции

На этом этапе для флуктуаций $n(\Theta)$, $\gamma(\Theta)$ находим кросскорреляционные и автокорреляционные функции и подставляем их в соотношение:

$$G(\tau) = \frac{[\overline{\gamma(\Theta)\gamma(\Theta-\tau)}] [\overline{n(\Theta)n(\Theta-\tau)}] - [\overline{\gamma(\Theta)n(\Theta-\tau)}] [\overline{n(\Theta)\gamma(\Theta-\tau)}]}{[\overline{\gamma(\Theta)\gamma(\Theta-\tau)}] [\overline{n(\Theta)n(\Theta-\tau)}]} \quad (1)$$

В отличие от [Polyakov, 2017], в данной работе каждый коррелятор, отмеченный чертой сверху, зависит только от сдвига фазы τ и для каждого его значения определяется путем усреднения по фазе Θ , подобно тому, как в радиофизических методах определяется традиционная корреляционная функция исходного сигнала. Кроме того, в (1) присутствует одна, а не три функции. От двух других решено отказаться, поскольку они содержат в составе корреляторов производные от n и γ по Θ , которые зачастую приводят к значительному разбросу конечных результатов обработки.

Функцию (1) будем иногда называть корреляционной функцией флуктуаций амплитуды и фазы (КФАФ), а технику ее получения и дальнейшего анализа — методом КФАФ. Как уже было отмечено во Введении, зависимость КФАФ от сдвига фазы τ имеет важное и в своем роде уникальное свойство.

В работах [Поляков, 2010; Polyakov, 2014] было проанализировано огромное количество КФАФ, полученных при обработке колебаний в численных моделях резонаторов (1D и 2D) и волноводов для разных видов волн (упругие волны [Поляков, 2010], волны быстрого магнитного звука (БМЗ) и альфвеновские волны с учетом поперечной дисперсии [Polyakov, 2014]). Установлено, что во всех случаях без исключения зависимость $G(\tau)$ представляет собой периодическую последовательность узких пиков. Показано также, что эти пики напрямую связаны с собственными частотами резонатора или волновода. Эта связь имеет аналогию с принципом действия оптической дифракционной решетки [Polyakov, 2017] — она такая же, как связь между щелями решетки (собственные частоты) и спектральными линиями на экране (пики зависимости $G(\tau)$).

Результаты работы [Polyakov, 2017] позволили сделать важное уточнение. Оказывается, аналогом щелей решетки могут служить не только собственные частоты, но и любая другая группа эквидистантных частот, если эта группа присутствует в спектре исходного колебания. Это могут быть частоты нелинейных колебаний или любые произвольно заданные эквидистантные частоты в составе временной зависимости, определяемой суммой гармонических функций. Во всех случаях $G(\tau)$ будет иметь вид периодической последовательности пиков.

Еще одним важным результатом предыдущих работ является универсальная эмпирическая формула, которая определяет для зависимости $G(\tau)$ положение пика с номером k на оси τ :

$$\tau_k = 2\pi k f_0 / \Delta f, \quad (2)$$

где Δf — разность двух соседних частот эквидистантной группы в спектре сигнала. Эта формула подобна [Polyakov, 2017] известному соотношению для определения углового положения спектральной линии оптической дифракционной решетки. В нашем методе мы будем использовать ее для измерения Δf , аналогично тому, как ее аналог используется в оптике.

1.4. Анализ пиков КФАФ

Вернемся к процедурам метода обработки. На этом этапе для готовой зависимости $G(\tau)$ определяются положения всех пиков τ_k . После этого специальная процедура анализирует отношения этих положений. Результаты анализа позволяют отбросить все τ_k , для которых $k > 1$. Остается только положение первого порядка. Значение τ_1 не обязательно должно быть единственным. Если в спектре присутствует не одна, а несколько групп эквидистантных частот, которые отличаются друг от друга разностью Δf , функция $G(\tau)$ будет содержать несколько периодических последовательностей пиков. Положения пиков в пределах одной последовательности определяются соотношением (2), в котором Δf является характеристикой одной из частотных групп. В этой ситуации после анализа пиков мы получим несколько значений τ_1 .

Подставляя эти значения в соотношение (2), для первого порядка получаем: $\Delta f = 2\pi f_0 / \tau_1$.

Следует напомнить, что КФАФ и Δf определяются для каждого короткого участка сигнала после преобразования фильтрации. Эти участки выделяет скользящий временной интервал. После того как он доходит до конца сигнала, мы переходим в начало этапа 1 (преобразование фильтрации), меняем частоту f_0 и снова обрабатываем все участки с этой частотой. Затем повторяем это в третий раз с еще одним значением f_0 .

В конце всех операций у нас накапливается большой массив значений Δf . На этом обработка методом КФАФ заканчивается. Конечным продуктом является гистограмма этих значений.

В традиционном спектре наличие пика на определенной частоте означает, что колебания этой частоты входят в состав исходного сигнала. В нашем спектре (гистограмма) каждый пик соответствует не одной, а целой группе эквидистантных частот колебаний в исходном сигнале. Положение пика на горизонтальной оси дает нам не отдельную частоту, а разность двух соседних частот, характерную для всей группы.

2. ВЛИЯНИЕ ПРИСУТСТВИЯ ШУМА В СОСТАВЕ ИСХОДНОГО СИГНАЛА

В данном разделе рассмотрим ситуацию, когда в составе сигнала, кроме колебаний на группе эквидистантных частот, присутствуют помехи, которые мы будем моделировать случайным белым шумом. Сигнал при этом представляется в виде суммы двух слагаемых, первое из которых представляет собой детерминированную временную зависимость, определяемую суммой гармонических функций с эквидистантными частотами. Второе слагаемое является случайной составляющей. В дискретном виде на временном шаге с номером i значения сигнала определяются соотношением

$$x_i = \sum_{m=1}^{30} \cos[2\pi f_m(i-1)] + aF_i; \\ f_m = 0.04151 + 0.00333(m-1), \quad (3)$$

где F_i — число в интервале от 0 до 1, которое на каждом шаге задается генератором случайных чисел, a — масштабный множитель. Амплитуда колебаний на всех частотах f_m одинакова и равна 1. Частоты f_m образуют эквидистантную группу с разностью $\Delta f = 0.00333$. Следует обратить внимание на то, что все частоты и их разности здесь, далее в тексте и на графиках выражаются в безразмерных единицах: $f \rightarrow f \Delta t$, где Δt — временной шаг исходного дискретного сигнала.

В данном случае нас интересуют колебания с высоким и низким уровнями помех, поэтому сигнал (3) мы будем обрабатывать при разных значениях множителя a .

На рис. 1, *a* представлены результаты обработки для случая $a = 0$, когда помехи полностью отсутствуют. На левой и центральной панелях приведены спектр и функция $G(\tau)$ для одного из временных участков на частоте $f_0 = 0.04$. С учетом нормировки сигнала после преобразования фильтрации спектр

$|x_{\omega}|$ (модуль комплексного преобразования Фурье) и функция G становятся безразмерными, а сдвиг фазы среднего колебания τ выражается в радианах.

Отметим, что спектр не является одним из промежуточных результатов техники обработки КФАФ. Здесь он приведен для иллюстрации связи между эквидистантной частотной группой в составе сигнала и периодическими пиками функции G . На нем, согласно (3), мы видим максимумы на частотах f_m . При этом на графике $G(\tau)$ отчетливо прослеживается периодическая последовательность пиков. Это в очередной раз подтверждает основной результат предыдущих работ [Поляков, 2010; Polyakov, 2014, 2017]. Отличие только в том, что в нашем случае мы задаем сигнал в виде готовой временной функции, а в этих работах он получался как результат численного моделирования стоячих волн.

На правой панели рис. 1, *a* представлена конечная гистограмма разностей Δf . В обозначении вертикальной оси нормировка n_0 есть полное количество всех обработанных временных участков. Значения Δf выражаются в безразмерных единицах. Видно, что все частотные разности образуют узкий пик, для которого $\Delta f = 0.00333$. Это значение, которое является результатом обработки, как мы видим, совпадает с разностью соседних частот f_m в исходном сигнале (3). Это совпадение подтверждает в данном случае достоверность получаемых результатов.

Следует отметить статистический характер конечного продукта обработки КФАФ, который отличает его от традиционного спектра. При обработке одного временного участка, разность Δf мы можем получить только в том случае, если спектр участка содержит группу эквидистантных частот. Если множество частотных разностей на гистограмме образует пик, это означает, что в спектрах большинства участков присутствуют эквидистантные группы с одинаковым значением Δf . При этом очевидно, что, если присутствие эквидистантных групп статистически значимо для ансамбля временных участков, в полном спектре всего исходного сигнала должны наблюдаться те же самые частотные группы.

Вернемся к исходному сигналу (3) и активизируем помехи: $a = 1$. В этом случае полный спектр сигнала представляет собой суперпозицию спектральных составляющих полезного сигнала и шума. На рис. 1, *b* (левая панель) видно, что шумовая составляющая дает большой вклад и существенно искажает составляющую полезного сигнала. Если сравнить этот спектр со спектром на рис. 1, *a*, можно заметить, что некоторые пики на частотах f_m почти полностью исчезли. От всей группы эквидистантных пиков во всем частотном диапазоне остались только отдельные фрагменты и среди них появились сравнимые по высоте пики шумовой составляющей. При этом, несмотря на столь существенные искажения в спектре, характеристики пиков функции $G(\tau)$ почти не изменились. Если сравнить их с пиками на рис. 1, *a* (центральная панель), становится очевидным, что ширина и положение на оси τ для каждого пика те же самые. Единственное существенное изменение коснулось высоты пиков — она уменьшилась почти на

порядок. Однако, поскольку эта высота никак не связана с методикой определения положения первого пика τ_1 и частотной разности, на конечной гистограмме (правая панель) мы получаем отчетливый пик с такими же характеристиками (ширина и положение на оси Δf), как у пика на гистограмме рис. 1, а. Увеличим уровень шума в два раза: $a=2$. В спектре на рис. 1, в вклад шумовой составляющей становится настолько большим, что она полностью поглощает и маскирует пики эквидистантных частот. Среди этих пиков появляется множество шумовых, и мы уже не можем отследить, какие из них являются эквидистантными. Более того, если ничего не знать о происхождении данного спектра, то по нему вообще невозможно установить, присутствуют в нем эквидистантные частоты или нет. При этом изменения функции $G(\tau)$ оказываются не столь существенными. На ней мы отчетливо видим те же самые пики, что и на рис. 1, а, б. Уменьшение высоты пиков не влияет на их обработку. Появляется небольшое количество новых, связанных с помехой пиков, которые должны давать вклад в конечную гистограмму. Действительно, на гистограмме (правая панель) мы видим вклад шумовой составляющей, которого нет на гистограммах рис. 1, а, б. Видно также, что пик на частотной разности $\Delta f=0.00333$ гораздо больше по высоте пиков шума и легко выявляется. По наличию этого отчетливого пика мы можем уверенно утверждать, что в хаотичном спектре (левая панель) присутствуют эквидистантные частоты с указанной разностью двух соседних частот.

В предлагаемом методе КФАФ помехой для группы эквидистантных частот в составе сигнала являются не только частоты случайного шума, но и

любые другие посторонние частоты. Это могут быть частоты еще одной эквидистантной группы с другой разностью Δf или частоты нескольких таких групп с разными значениями Δf . В спектре все эти частоты образуют сложную хаотическую структуру чередования пиков, в которой выявление частот каждой отдельной группы становится невозможным. Приведенный выше анализ результатов обработки сигнала (3) показывает, что метод КФАФ успешно справляется с этой проблемой. Он позволяет детектировать все группы эквидистантных частот даже в том случае, если сигнал имеет сложный хаотический спектр. Более того, метод КФАФ предназначен для обработки таких сигналов. Именно в таких случаях мы сможем получать новую интересную информацию, недоступную методам традиционной спектрометрии.

Как было отмечено ранее, метод КФАФ позволяет детектировать группы эквидистантных частот в составе исходных колебаний и определять характерную для них разность соседних частот. Это означает, что мы можем установить только сам факт присутствия этих частот. Конкретные их значения, а также общее число частот в группе мы определить не в состоянии. Обобщение результатов обработки модельных сигналов показывает, что число частот в группе является одним из факторов, определяющих высоту пиков функции $G(\tau)$. Другим фактором являются частоты помехи (посторонние для группы частоты). Если число частот в группе невелико, при большом уровне помех мы будем иметь малые по высоте пики и на конечной гистограмме не получим соответствующего этой группе максимума. Если увеличить число частот в группе (например, для сигнала (3) это число равно 30), действие помех преодо-

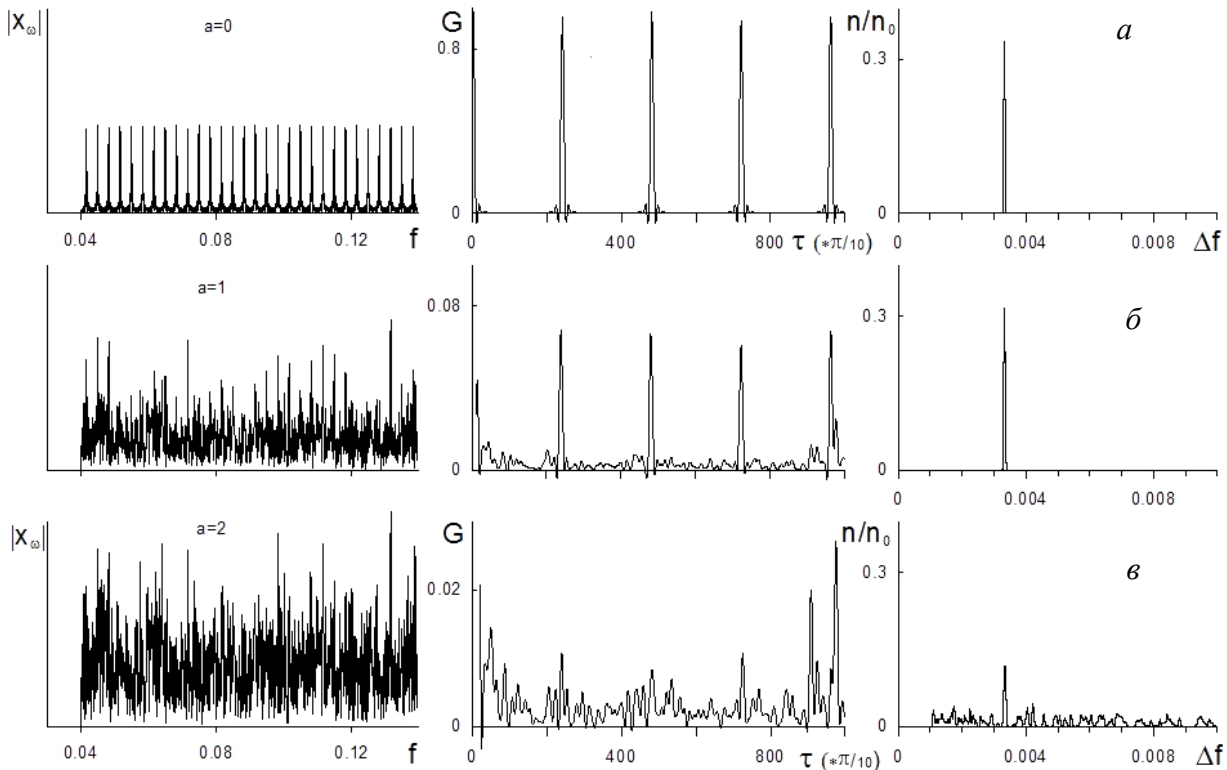


Рис. 1. Зависимость результатов обработки методом КФАФ от уровня помех в исходном сигнале

леается более успешно, на гистограмме виден отчетливый максимум, как на рис. 1, *в*. Опыт обработки модельных сигналов показывает, что число частот в группе не должно быть меньше 5. Только в этом случае при не очень высоком уровне шума мы можем рассчитывать, что метод КФАФ позволит детектировать такую группу.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ПРИРОДНЫХ СИГНАЛОВ

В этом разделе мы переходим к обработке сигналов, которые дают природные явления или объекты. В качестве таких сигналов будем рассматривать развернутые по времени отклонения магнитного поля Земли от среднего значения в направлении С–Ю. Данные представлены в дискретном виде, шаг по времени составляет 0.1 с. В компьютерной программе КФАФ перед началом обработки исходного сигнала мы должны задать интервал частот, в пределах которого будет проводиться детектирование эквидистантных частотных групп. В данном случае этот интервал будет иметь границы от 0.02 до 0.22 (в безразмерных единицах). В герцах (0.2–2.2) этот интервал соответствует высокочастотной составляющей всего УНЧ-диапазона геомагнитных возмущений.

Каждый исходный сигнал имеет длительность 1 ч. Обработано четыре сигнала, которые были зарегистрированы 10 апреля 2000 г. в обс. Монды ($\Phi=46.7^\circ$, $\Lambda=173.6^\circ$, $L=2.1$), где Φ и Λ — исправленные геомагнитные широта и долгота, L — номер оболочки. Все сигналы наблюдаются на дневной стороне магнитосферы. Общее состояние возмущенности магнитосферы при этом соответствует среднему уровню с индексом $K_p \approx 3$.

В качестве конечного результата обработки методом КФАФ для каждого часового сигнала мы получаем гистограмму значений Δf . Одна из них представлена на рис. 2, *а*, здесь же указано мировое и местное время, соответствующее часовому интервалу. На рис. 2, *б* для сравнения изображен традиционный спектр в указанном выше диапазоне частот. Одного взгляда на гистограмму достаточно, чтобы понять, что она содержит не один пик, как на рис. 1, и даже не два пика, а целое множество очень четких, обособленных друг от друга и значительных по высоте пиков. Всего насчитывается 11 таких пиков, на графике каждый имеет порядковый номер.

Множественность пиков на гистограмме является крайне интересным результатом. Это должно означать, что в спектре на рис. 2, *а* присутствуют сразу 11 групп эквидистантных частот. Каждая группа соответствует одному из пиков гистограммы и характеризуется своим значением разности двух соседних частот, которое определяется положением пика на оси Δf . Каждая группа должна иметь в своем составе пять частот. Это предельная минимальная оценка. На самом деле, поскольку пики на гистограмме отчетливо видны, реальнее иметь 10 частот в группе. При этом получается, что в спектре на рис. 2, *а* каждая из ~110 частот и расположенных на этих

частотах пиков принадлежит той или иной эквидистантной группе. В состав разных групп входят если не все, то большинство пиков спектра.

Пики каждой группы, последовательно располагаясь друг за другом, должны покрывать определенный участок частотной оси. Очевидно, участки разных групп могут если не полностью, то хотя бы частично перекрывать друг друга. В результате мы должны наблюдать суперпозицию спектральных пиков разных эквидистантных групп с разными значениями Δf , причем в наложении друг на друга участвуют не две и не три группы пиков, а 11 групп. В результате спектр имеет такую высокую плотность пиков, которую мы наблюдаем на рис. 2, *а*. Анализ взаимного расположения этих пиков на частотной оси многократно усложняется и не позволяет выявить какие-либо закономерности — мы просто видим их хаотическое чередование.

Обычно спектр, подобный показанному на рис. 2, *а*, принято считать спектром шума. Он не содержит ярко выраженных пиков на каких-либо отдельных частотах и поэтому не дает полезной информации. Обработка методом КФАФ однозначно показывает, что на самом деле этот спектр имеет строго упорядоченную структуру разных частотных групп, которую мы можем выявлять во всех других подобных случаях.

На рис. 3 показаны конечные гистограммы значений Δf всех обработанных часовых сигналов. Локальное время каждого из них указано на графике. На новых гистограммах мы вновь наблюдаем такую же множественность очень четких, обособленных пиков, что и на гистограмме рис. 2, *б* и рис. 3, *а*. На некоторых из них, например, на рис. 3, *б*, *в* пиков даже больше. Это свидетельствует о том, что спектры всех обработанных сигналов имеют шумовые характеристики и по виду должны быть подобны спектру на рис. 2, *а*.

Анализ рис. 3 приводит к выявлению еще одной важной закономерности. На каждой гистограмме мы видим, что промежуток между пиками почти не меняется при изменении номера пика. Особенно это заметно на рис. 3, *а*. В остальных случаях можно также считать, что все пронумерованные пики являются эквидистантными. Мы снова сталкиваемся с этим свойством, но только теперь оно относится к пикам на гистограммах.

Однако, как видно на рис. 3, для некоторых номеров пиков это свойство может серьезно нарушаться. Не вдаваясь в причины этих нарушений, отметим, что в нашей технике обработки допустимо небольшое отклонение частотных разностей Δf от истинного значения. Иногда оно может достигать 5 %. Поскольку средний промежуток между пиками не очень велик, даже малые смещения пиков могут приводить к сильному нарушению эквидистантности.

Например, на рис. 3, *в* пики с номерами 7–10 явно не являются эквидистантными. Однако, если мы учтем возможность смещения пиков и передвинем пик 8 вправо, а пик 9 влево всего лишь на ширину каждого пика (5 % от Δf пика равно примерно его

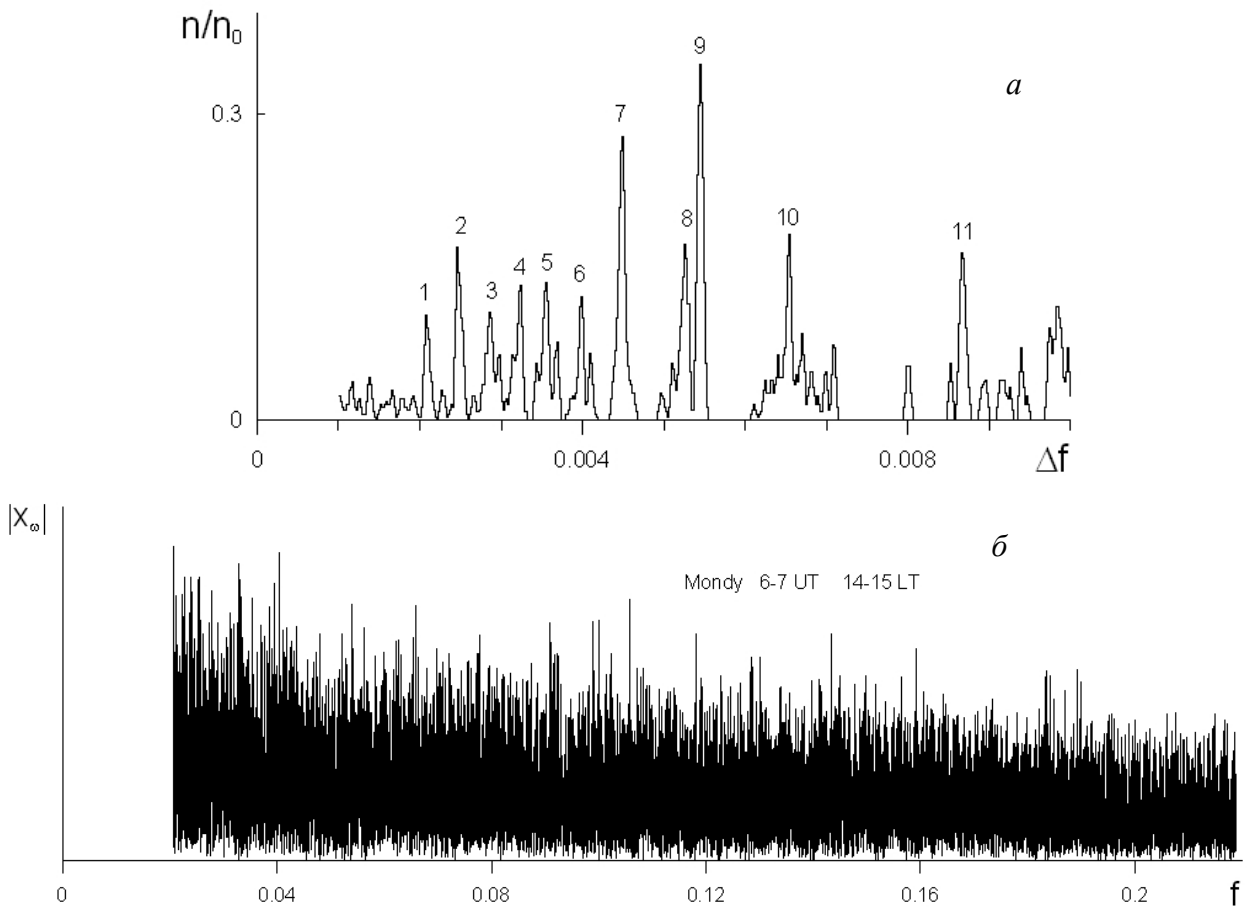


Рис. 2. Сравнение гистограммы значений Δf (конечный продукт обработки метода КФАФ) с традиционным спектром сигнала

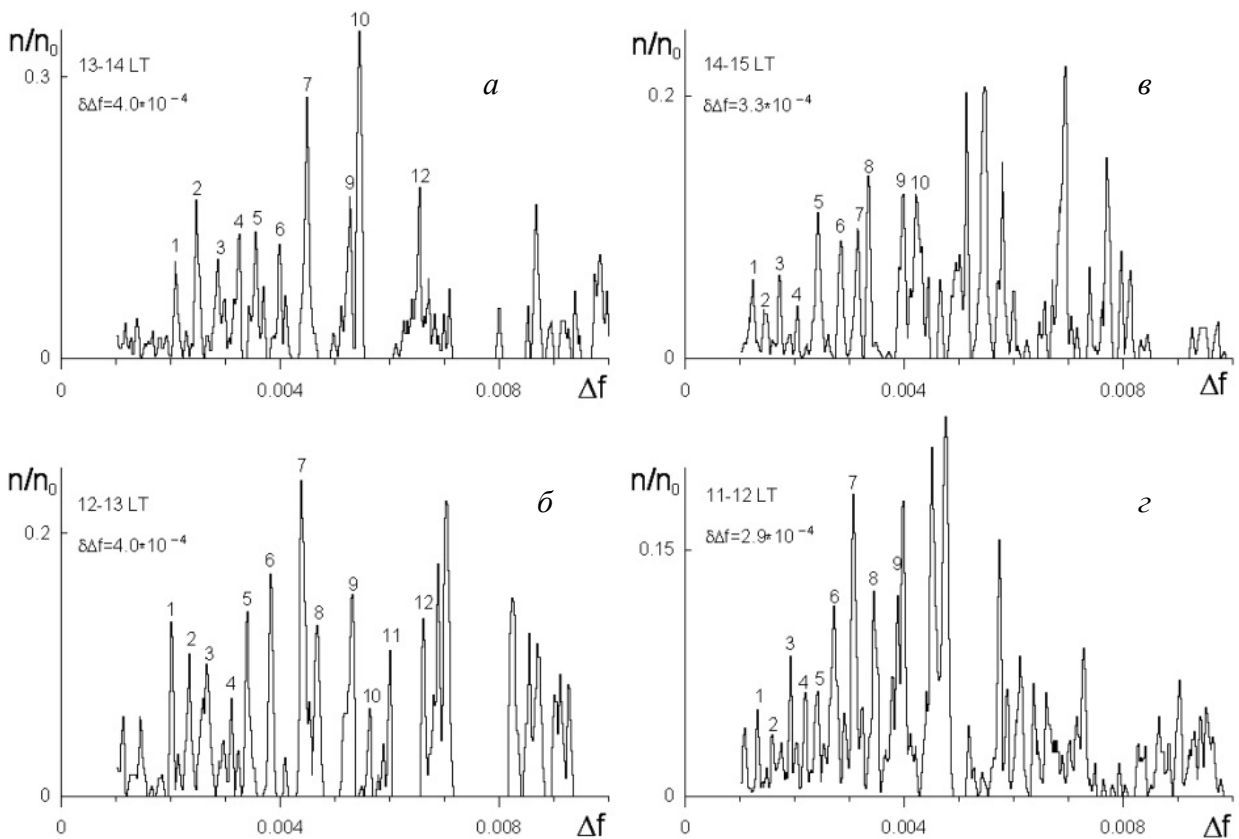


Рис. 3. Гистограммы значений Δf всех обработанных природных сигналов

ширине в верхней части), промежуток 8–9 значительно уменьшится, промежутки 7–8 и 9–10 увеличатся, а пики 7–10 станут почти эквидистантными. Такая же корректировка допустима для пиков 6–9 на рис. 3, б.

Перейдем к интерпретации полученных результатов. Каждый пик на гистограмме соответствует группе эквидистантных частот в составе исходных колебаний. Очевидно, этими частотами должны быть собственные частоты каких-то стоячих волн. Для одной стоячей альфвеновской волны (field line resonance) все собственные частоты создают один пик. В работе [Polyakov, 2017] было показано, что в 2D-резонаторе волн быстрого магнитного звука (БМЗ) собственные частоты содержат две эквидистантные группы. Каждая группа определяется частотами одной из двух возможных 1D стоячих волн. Значит, частоты 2D стоячей БМЗ-волны могут создавать на гистограмме два пика. Проблема в данном случае заключается в том, что в пределах всей дневной части магнитосферы мы не сможем отыскать достаточное количество различных стоячих БМЗ- и альфвеновских волн, для того чтобы с их помощью пытаться интерпретировать все многочисленные пики на гистограммах. Кроме того, нельзя ожидать, что параметры Δf собственных частот стоячих волн разного происхождения могут быть связаны условием эквидистантности. В связи с этим обратим внимание на резонатор еще одного вида МГД-волн, который может наблюдаться в дневной магнитосфере. Это резонатор 2D альфвеновских волн. Собственные частоты такого резонатора имеют подходящую структуру, которая может оказаться полезной для интерпретации пиков на гистограммах [Polyakov, 2017].

Относительно распределения альфвеновской скорости в разных областях магнитосферы известно, что, если на дневной стороне двигаться от Земли вдоль радиальной координаты, которая нумерует магнитные оболочки, альфвеновская скорость уменьшается и достигает минимума на внутренней кромке плазмопаузы. На плазмопаузе скорость увеличивается более чем на порядок и достигает максимума на внешней кромке. За плазмопаузой во внешней магнитосфере скорость снова убывает вплоть до самой магнитопаузы. В теоретических работах [Гульельми, Поляков, 1983; Леонович, Мазур, 1987] было показано, что если учесть малую поперечную дисперсию альфвеновских волн, то в окрестности максимума скорости на внешней кромке появляются благоприятные условия для возникновения резонатора 2D альфвеновских волн. Вдоль магнитного поля волны запираются, отражаясь от сопряженных ионосфер, а вдоль радиальной координаты они отражаются от стенок потенциальной ямы.

Дисперсионное соотношение с учетом поперечной дисперсии имеет вид

$$\omega^2 = k_z^2 A^2 (1 + S^2 k_x^2), \quad (4)$$

где A — альфвеновская скорость, k_z и k_x — компоненты волнового вектора вдоль направления магнитного поля и радиальной координаты, S — мас-

штаб дисперсии, равный ларморовскому радиусу протонов радиационного пояса в окрестности внешней кромки плазмопаузы.

Поскольку нас интересует только структура собственных частот таких стоячих волн, достаточно будет рассмотреть этот вопрос качественно в упрощенном виде. Будем считать, что в окрестности внешней кромки плазмопаузы магнитное поле прямое и однородное. Плотности плазмы и альфвеновская скорость также являются однородными. Существование резонатора 2D альфвеновской волны обусловлено наличием отражающих стенок, которые запирают ее вдоль координат z и x . Соответствующие расстояния между стенками обозначим l_z и l_x . В этом случае соотношения для собственных значений имеют вид $k_z = \pi N/l_z$ и $k_x = \pi n/l_x$, где N и n — номера гармоник вдоль координат z и x . Подставляя в (4), получаем соотношение для собственных частот

$$\omega_{Nn} = \frac{A\pi N}{l_z} \left(1 + \frac{S^2 \pi^2 n^2}{l_x^2} \right)^{1/2} = \Omega_N \left(1 + \frac{S^2 \pi^2 n^2}{l_x^2} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где Ω_N — собственные частоты продольных стоячих альфвеновских волн (field line resonance).

Каждому номеру N принадлежит группа частот с разными номерами n . Поскольку в данном случае $S \ll l_x$, эти частоты очень плотно заполняют частотную ось и их сложно обнаружить в составе сигнала с помощью обычного спектра. Согласно (5), при малых номерах n частоты в группе не являются эквидистантными. Однако при увеличении номера до $n > l_x/(\pi S)$ соотношение (5) преобразуется к виду

$$\omega_{Nn} = \Omega_N \frac{S\pi n}{l_x}, \quad (6)$$

а частоты с разными номерами n становятся эквидистантными. Среди всех частот (5) каждый номер N имеет свою эквидистантную группу. Основная характеристика такой группы — разность двух соседних частот — в безразмерных единицах определяется соотношением

$$\Delta f_N = \frac{\Delta t}{2\pi} (\omega_{N,n+1} - \omega_{N,n}) = \frac{\Delta t}{2\pi} \Omega_N \frac{S\pi}{l_x} = \frac{\Delta t}{T_N} \frac{S\pi}{l_x}, \quad (7)$$

где T_N — период гармоники N .

Очевидно, что эквидистантные группы (6), (7) собственных частот резонатора 2D альфвеновских волн как нельзя лучше подходят для интерпретации пиков на гистограммах, полученных методом КФАФ. В этом случае каждый пик соответствует группе частот (6) со своим номером N . Количество пиков совпадает с общим числом всех гармоник вдоль магнитного поля, которые возбуждаются в резонаторе. Например, на рис. 3, б множество следующих друг за другом без пропусков пиков соответствуют непрерывной последовательности номеров N . На одном графике мы видим подряд не 2–6, а целых 12 гармоник резонатора.

В работе [Леонович, Мазур, 2016] показано, что в реальных условиях магнитосферы (дипольное магнитное поле, распределение плотности плазмы и альфвеновской скорости) частоты Ω_N как тороидальной,

так и полоидальной мод, становятся почти эквидистантными, начиная с первого номера гармоники. Из соотношения (7) для положения пика на горизонтальной оси гистограммы следует, что $\Delta f_N = b\Omega_N$, где b — постоянный множитель. Это означает, что вдоль оси Δf пики должны располагаться эквидистантно. Такое свойство пиков мы наблюдаем на всех гистограммах рис. 3. Разность положений двух соседних пиков находим с помощью (7):

$$\begin{aligned} \delta\Delta f_N &= \Delta f_{N+1} - \Delta f_N = \\ &= \frac{\Delta t}{2\pi}(\Omega_{N+1} - \Omega_N) \frac{S\pi}{l_x} = \frac{\Delta t}{T_1} \frac{S\pi}{l_x}, \end{aligned} \quad (8)$$

где T_1 — период первой гармоники. С учетом эквидистантности частот Ω_N имеем $\Omega_{N+1} - \Omega_N = \Omega_1$. Экспериментальные значения среднего промежутка между пиками (8) мы вычислили для всех гистограмм. Результаты в безразмерных единицах приведены на графиках.

Обратим внимание на особенности строения резонатора 2D альфвеновских волн вдоль радиальной координаты. Внутренняя его стенка обусловлена резким увеличением альфвеновской скорости и располагается на плазмопаузе. Вдоль азимутальной координаты она движется за счет вращения вместе с плазмосферой. В нашем случае при средней геомагнитной возмущенности эта стенка находится на оболочке с номером $L \approx 4$ и на дневной стороне магнитосферы должна присутствовать без прерывания на всех азимутальных координатах, т. е. при любом местном времени.

Внешняя стенка обусловлена уменьшением альфвеновской скорости за пределами плазмосферы. Она не вращается вместе с Землей и должна быть неподвижна относительно магнитосферы. Если при определении альфвеновской скорости использовать усредненные или сглаженные значения плотности плазмы, ее уменьшение от максимума на внешней кромке плазмопаузы до минимума на магнитопаузе будет не очень большим (в 2–3 раза), имеющим пространственный масштаб, равный радиальному размеру всей внешней дневной магнитосферы [Леонович, Мазур, 2016]. Потенциальная яма при этом будет широкой и неглубокой. Образование стоячих волн вдоль радиальной координаты становится проблематичным.

Однако спутниковые наблюдения показывают [Нишида, 1980], что плазма во внешней магнитосфере присутствует в виде сгустков, ограниченных вдоль радиальной и азимутальной координат. Плотность плазмы внутри сгустка может быть на порядок больше, чем в окружающем пространстве внешней магнитосферы. Если такой сгусток располагается на небольшом расстоянии от плазмопаузы, он может обеспечить глубокое падение альфвеновской скорости от ее максимального значения на внешней кромке на малом радиальном расстоянии. В этом случае потенциальная яма становится узкой и глубокой и делает более эффективным процесс образования радиальных стоячих волн. Внешняя отражающая стенка резонатора будет располагаться на магнитной оболочке сгустка.

Одним из главных свойств такого резонатора 2D альфвеновских волн, который предполагает участие разных сгустков плазмы во внешней магнитосфере, является отсутствие азимутальной симметрии. Характеристики собственных частот резонатора для сгустков, которые располагаются на разных расстояниях от плазмопаузы, должны различаться. В зависимости от азимутальной координаты (местного времени) точки регистрации исходных колебаний параметров эквидистантных частотных групп, определяемых путем обработки методом КФАФ.

Вернемся к анализу графиков на рис. 3. Если сопоставить гистограммы смежных часовых интервалов на рис. 3, а, б, можно заметить, что все пики с одинаковыми номерами полностью соответствуют друг другу и имеют почти одинаковые значения Δf . На рис. 3, а пики с номерами 8 и 11 по какой-то причине не проявились. Однако их можно дополнить, поскольку они отчетливо видны на рис. 3, б. Средние промежутки между пиками для обоих интервалов также совпадают. В безразмерных единицах промежуток $\delta\Delta f = 4.0 \cdot 10^{-4}$. Все эти совпадения означают, что в смежных временных интервалах 12–13 и 13–14 LT эквидистантные группы собственных частот (6) имеют одинаковые характеристики (7) и (8).

В полуденном секторе магнитосферы номер оболочки плазмопаузы слабо зависит от азимутальной координаты. Значит, в правой части (8) ларморовский радиус S и период первой гармоники на внешней кромке T_1 также не зависят от этой координаты. Изменения промежутка $\delta\Delta f$ в зависимости от местного времени могут быть связаны только с изменением ширины резонатора l_x .

Приведенный выше анализ гистограмм на рис. 3, а, б позволяет сделать важный вывод. В угловом секторе азимутальных координат, который соответствует интервалу местного времени 12–14 LT, во внешней магнитосфере присутствует почти идеальная отражающая стенка. Во всем секторе она не содержит разрывов и располагается на одинаковом расстоянии l_x от внутренней отражающей стенки на плазмопаузе. Мы можем сделать оценку этого расстояния. В окрестности внешней кромки плазмопаузы ларморовский радиус протонов радиационного пояса с энергией 0.5 МэВ составляет $S = 200$ км (Ковтюх, Панасюк, 2008), а период первой гармоники $T_1 = 40$ с [Леонович, Мазур, 2016]. Подставляя эти значения в (8), с учетом $\Delta t = 0.1$ с и $\delta\Delta f = 4.0 \cdot 10^{-4}$ находим $l_x = 4000$ км = $0.60R_E$. Полученное значение больше толщины плазмопаузы, много меньше размера дневной внешней магнитосферы и вполне подходит для радиального размера резонатора 2D альфвеновских волн.

Перейдем к сравнению гистограмм на рис. 3, а, в. Заметно, что пики с одинаковыми номерами имеют такие значения разности Δf , которые никак не связаны друг с другом. Средний промежуток между пиками на гистограмме рис. 3, в существенно меньше: $\delta\Delta f = 3.3 \cdot 10^{-4}$. Отличия параметров пиков указывают на то, что в секторе с местным временем 14–15 LT мы имеем совсем другой резонатор, радиальный размер которого $l_x = 0.73R_E$. На каждой отдельной гистограмме мы видим отчетливые неискаженные пики.

Такие пики должны быть сформированы всей временной длиной сигнала, а не ее отдельной частью. Следовательно, переход от пиков в секторе 13–14 LT к пикам в секторе 14–15 LT должен происходить в окрестности 14 LT за очень короткое время. Точно так же на малом угловом расстоянии размер резонатора $l_x=0.60R_E$ в секторе 12–14 LT меняется на размер $l_x=0.73R_E$ в секторе 14–15 LT.

На гистограмме рис. 3, z средний промежуток между пиками еще меньше: $\delta\Delta f=2.9\cdot 10^{-4}$. Радиальный размер резонатора увеличивается до $l_x=0.83R_E$.

Общая картина азимутальных изменений выглядит следующим образом. В секторе 11–12 LT внешняя граница резонатора располагается на расстоянии $l_x=0.83R_E$ от внутренней границы на плазмопаузе. В секторе 12–14 LT она скачком приближается к плазмопаузе на расстояние $l_x=0.60R_E$, а в секторе 14–15 LT снова скачком удаляется от нее на $l_x=0.73R_E$.

Такую прерывистую азимутальную структуру резонатора 2D альфвеновских волн можно считать прямым свидетельством того, что в радиальном направлении внешней границей для него служат сгустки плазмы с повышенной плотностью, которые располагаются во внешней магнитосфере. Эти сгустки обособлены друг от друга, имеют разные угловые размеры и вдоль азимутальной координаты располагаются на разном расстоянии от плазмопаузы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Представлена модифицированная улучшенная версия нового метода обработки сигналов. Метод корреляционной функции флуктуаций амплитуды и фазы не связан со спектральным анализом. Его основой являются уникальные свойства КФАФ, которую мы получаем как результат воздействия последовательности специальных преобразований на исходный сигнал. Метод позволяет обнаруживать присутствие группы эквидистантных частот в спектре исходного сигнала и измерять разность двух соседних частот Δf в такой группе. Конечным продуктом обработки является гистограмма множества значений Δf .

В традиционном спектре наличие пика на определенной частоте означает, что колебания этой частоты входят в состав исходного сигнала. В нашем спектре (гистограмма) каждый пик соответствует не одной, а целой группе эквидистантных частот в исходном сигнале. Положение пика на горизонтальной оси дает нам не отдельную частоту, а разность двух соседних частот, характерную для всей группы.

2. Исследовано влияние помех, которые могут присутствовать в составе исходного сигнала. Показано, что даже при очень высоком уровне шума, когда его составляющая в спектре полностью поглощает и маскирует пики эквидистантных частот полезного сигнала, метод КФАФ успешно справляется с проблемой детектирования этих частот. На конечной гистограмме мы видим отчетливый максимум на том значении разности Δf , которое было установлено нами для полезного сигнала.

3. Впервые компьютерная программа КФАФ применена для обработки реальных природных сигналов. В качестве этих сигналов использованы записи

возмущений геомагнитного поля в интервале частот, который соответствует высокочастотной части УНЧ-диапазона. Обработано четыре разных интервала записи длительностью 1 ч. Для каждого интервала получена гистограмма частотных разностей Δf .

На примере сравнения одной из гистограмм с традиционным спектром (см. рис. 2) показано, что хаотичный спектр, который всегда было принято считать спектром шума, на самом деле имеет строго упорядоченную структуру. Оказалось, что большинство спектральных пиков принадлежат одной из множества (более 10) эквидистантных частотных групп. Каждая группа имеет свое, отличное от других групп, значение разности соседних частот Δf . При объединении в полный спектр пики этих групп накладываются друг на друга, причем в наложении участвуют не две и не три группы пиков, а 11 групп. В результате спектр имеет очень высокую плотность пиков, которую мы наблюдаем на рис. 2, а. Анализ взаимного расположения этих пиков на частотной оси многократно усложняется и не позволяет выявить каких-то закономерностей. Мы просто видим их хаотическое чередование.

4. Анализ всех полученных гистограмм позволил выявить две характерные особенности. На каждой из них наблюдается множество (более 10) отчетливых неискаженных пиков. Для большинства пиков положения на оси Δf имеют эквидистантные значения.

Показано, что эквидистантные частотные группы в спектре колебаний, которые соответствуют этим пикам, есть не что иное, как выделенные группы собственных частот резонатора 2D альфвеновских волн. Существование такого резонатора в магнитосфере в окрестности внешней кромки плазмопаузы было предсказано ранее в теоретических работах [Гульельми, Поляков, 1983; Леонович, Мазур, 1987]. Новый метод обработки позволил экспериментально подтвердить это предсказание.

5. Эквидистантные пики каждой гистограммы характеризуются значением среднего промежутка между двумя соседними пиками. Анализ зависимости этих промежутков от местного времени дает веские доказательства того, что внешняя граничная оболочка резонатора обусловлена присутствием на ней сгустка плотности фоновой плазмы. Такие сгустки имеют ограниченные размеры вдоль азимутальной координаты и в зависимости от этой координаты располагаются на разном расстоянии от плазмопаузы, которая совпадает с внутренней граничной оболочкой резонатора.

Работа выполнена в рамках базового финансирования программы ФНИ П.16. Результаты получены с использованием оборудования Центра коллективного пользования «Ангара», <http://ckp-rf.ru/ckp/3056>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Гудзенко Л.И. Статистический метод определения характеристик нерегулируемой автоколебательной системы // Изв. вузов. Радиофизика. 1962. Т. 5, № 3. С. 572–586.

Гульельми А.В., Поляков А.Р. О дискретности спектра альфвеновских колебаний // Геомагнетизм и аэронаука. 1983. Т. 23, вып. 2. С. 341–343.

Ковтюх А.С., Панасюк М.И. Радиационные пояса Земли // Плазменная гелиогеофизика / Под ред. Л.М. Зеленого, И.С. Веселовского. В 2 т. М.: Физматлит, 2008. Т. 1. С. 510–534.

Леонович А.С., Мазур В.А. Динамика мелкомасштабных альфвеновских волн в магнитосферном резонаторе // Физика плазмы. 1987. Т. 13, вып. 7. С. 800–810.

Леонович А.С., Мазур В.А. Линейная теория МГД-колебаний магнитосферы. М.: Физматлит, 2016. 480 с.

Нишида А. Геомагнитный диагноз магнитосферы. М.: Мир, 1980. 302 с.

Поляков А.Р. Новый метод обработки записей сейсмических колебаний, основанный на анализе корреляционных функций случайных флуктуаций амплитуды и фазы. Ч. 1–2 // Солнечно-земная физика. 2010. Вып. 15. С. 44–57.

Polyakov A.R. The structure of one-dimensional standing MHD waves in and at the boundary of the dayside plasma-sphere // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2014. V. 119. P. 193–202.

Polyakov A.R. A method for detecting equidistant frequencies in the spectrum of a wideband signal // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2017. V. 152. P. 30–40.

URL: <http://ckp-rf.ru/ckp/3056> (дата обращения 25 июня 2018 г.).

REFERENCES

Gudzenko L.I. A statistical method for determining the characteristics of a noncontrolled self-oscillatory system. *Izvestiya vuzov. Radiofizika* [Radiophysics and Quantum Electronics]. 1962, vol. 5, no. 3, pp. 572–586. (In Russian).

Guglielmi A.V., Polyakov A.R. On the discreteness of spectrum of Alfvén oscillations. *Geomagnetizm i aeronomiya* [Geomagnetism and Aeronomy]. 1983, vol. 23, iss. 2, pp. 341–343. (In Russian).

Kovtuykh A.S., Panasyuk M.I. Earth radiation belts. *Plazmennaya geliogeofizika* [Plasma Heliogeophysics] / eds. L.M. Zeleny, I.S. Veselovsky. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008, vol. 1, pp. 510–534. (In Russian).

Leonovich A.S., Mazur V.A. Dynamics of small-scale Alfvén waves in magnetospheric resonator. *Fizika plazmy* [Plasma Phys.]. 1987, vol. 13, iss. 7, pp. 800–810. (In Russian).

Leonovich A.S., Mazur V.A. *Lineinaya teoriya MGD-kolebanii magnitosfery*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2016, 480 p. (In Russian).

Nishida A. *Geomagnetic diagnosis of the magnetosphere*. Moscow, Mir Publ., 1980. 302 p. (In Russian). (English Edition: *Geomagnetic Diagnosis of the Magnetosphere*. Springer Science+Business Media, New York, 1978).

Polyakov A.R. New method of processing records of seismic oscillations based on analysis of correlation functions of random amplitude and phase fluctuations. Parts 1–2. *Solnechno-zemnaya fizika* [Solar-Terr. Phys.]. 2010, iss. 15, pp. 44–57. (In Russian).

Polyakov A.R. The structure of one-dimensional standing MHD waves in and at the boundary of the dayside plasma-sphere. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2014, vol. 119, pp. 193–202.

Polyakov A.R. A method for detecting equidistant frequencies in the spectrum of a wideband signal. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2017, vol. 152, pp. 30–40.

URL: <http://ckp-rf.ru/ckp/3056> (accessed July 25, 2018).

Как цитировать эту статью

Поляков А.Р. Детектирование групп эквидистантных частот в спектрах геомагнитных пульсаций. *Солнечно-земная физика*. 2018. Т. 4, № 4. С. 43–53. DOI: [10.12737/szf-44201805](https://doi.org/10.12737/szf-44201805).