

Плотность космологической сингулярности

Density of the cosmological singularity

Поройков С.Ю.

Канд. физ-мат. наук, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», г. Москва
e-mail: sporoykov@mail.ru

Poroykov S.Yu.

Candidate of Physics and Mathematics. Sciences, Moscow State University named after M.V. Lomonosov, Moscow
e-mail: sporoykov@mail.ru

Аннотация

Согласно общепринятым представлениям Вселенная эволюционировала из космологической сингулярности планковской плотности $\rho_{Pl} \sim 5 \cdot 10^{93}$ г/см³. Сравнены оценки планковской плотности, достижимые в различных моделях. Плотность квазичастицы планковской массы (КПМ) – максима $\rho_m \sim 1,2 \cdot 10^{93}$ г/см³ сравнима с плотностью замкнутой 3-мерной сферической сингулярности $\rho_s \sim 10^{93}$ г/см³ (в ~ 5 раз ниже планковской плотности), следующей из уравнения Эйнштейна для упрощенной космологической модели эллиптического пространства, адаптированной к сферическому пространству. Так, переход от плоского пространства к растянутому 3-мерному сферическому пространству равного радиуса при сохранении массы материи понизит ее плотность в $3\pi/2 \approx 5$ раз. Показано, что сингулярность планковского радиуса, реализуемую в 3-мерном сферическом пространстве, могут заполнить 4 КПМ.

Ключевые слова: сингулярность, планковская плотность, космологическая модель Эйнштейна, сферическое пространство.

Abstract

According to generally accepted concepts, the Universe evolved from a cosmological singularity with a Planck density of $\rho_{Pl} \sim 5 \cdot 10^{93}$ g/cm³. Estimates of the Planck density achievable in various models are compared. The density of the Planck mass quasiparticle (PMQ) – the maximon $\rho_m \sim 1,2 \cdot 10^{93}$ g/cm³ is comparable to the density of a closed 3-dimensional spherical singularity $\rho_s \sim 10^{93}$ g/cm³ (~ 5 times lower than the Planck density), following from the Einstein equation for a simplified cosmological model of elliptical space, adapted to spherical space. Thus, the transition from flat space to an extended 3-dimensional spherical space of equal radius, while maintaining the mass of matter, will reduce its density by $3\pi/2 \approx 5$ times. It is shown that the singularity of the Planck radius, realized in a 3-dimensional spherical space, can be filled with 4 PMQs.

Keywords: singularity, Planck density, Einstein's cosmological model, spherical space.

Введение

Согласно принятым представлениям Вселенная эволюционировала из космологической сингулярности планковской плотности [1, с. 522]. Планковская плотность вводится соотношениями $\rho_{Pl} \sim M_{Pl}/l_{Pl}^3 \sim c^5/\hbar G^2$ [2, с. 41], чему соответствует $\rho_{Pl} \sim 5,2 \cdot 10^{93}$ г/см³. При этом известные оценки планковской плотности $10^{93} - 10^{94}$ г/см³ [3, с. 348]; [4, с. 480] отличаются на порядок величины. В этой связи оценим плотность космологической сингулярности, достижимую в различных моделях.

1. Квазичастица планковской массы

Оценим плотность *квазичастицы планковской массы* (КПМ) – максимона. Радиус максимона вводится соотношением, следующим из первой космической скорости:

$$l_{Pl} \sim GM_{Pl}/c^2, \quad (1.1)$$

где c – скорость света; G – гравитационная постоянная; M_{Pl} – планковская масса; l_{Pl} – планковская длина [2, с. 41].

Планковская масса $M_{Pl} = 2,18 \cdot 10^{-5}$ г отвечает радиусу $l_{Pl} = 1,62 \cdot 10^{-33}$ см.

Предполагается, что черные дыры могут испаряться по механизму Хокинга, сокращаясь в размерах и массе до максимона [2, с. 41]. При этом гравитационный радиус изолированной черной дыры (Шварцшильда) определяется второй космической скоростью:

$$R_h = 2GM/c^2, \quad (1.2)$$

где M – масса [5, сс. 191, 452].

В пределе $M = M_{Pl}$ имеем $R_h = 2l_{Pl}$, т.е. гравитационный радиус (1.2) выше радиуса горизонта (1.1) в 2 раза. Вместе с тем, радиус горизонта черной дыры приравнивается к гравитационному радиусу [3, с. 517]. Гравитационный радиус $R_h = l_{Pl}$ при $M = 2M_{Pl}$, что противоречит определению радиуса горизонта для планковской массы (1.1). Тем самым, строго говоря, максимон не соответствует определению черной дыры (изолированной).

КПМ могут наполнять замкнутую на себя 3-мерную сферическую сингулярность сравнимой плотности (§ 3). При этом в точках касания соседних КПМ (как сфер расположенных за горизонтом друг друга), возможен переход из одной сферы в другую, поскольку гравитация соседних КПМ уравнивает друг друга (в точках Лагранжа). Тем самым, в наполняемой КПМ сингулярности могут распространяться волны поля.

Оценим плотность КПМ $\rho_m = M_{Pl}/V$ сферической формы в плоском пространстве объемом $V = 4\pi l_{Pl}^3/3$, представимой в виде максимона:

$$\rho_m = 3M_{Pl}/4\pi l_{Pl}^3. \quad (1.3)$$

$M_{Pl} = 2,18 \cdot 10^{-5}$ г; $l_{Pl} = 1,62 \cdot 10^{-33}$ см. Плотность КПМ (максимона) $\rho_m \approx 1,23 \cdot 10^{93}$ г/см³, что в $\sim 4,3$ раза ниже оценки планковской плотности $\rho_{Pl} \sim 5,2 \cdot 10^{93}$ г/см³.

2. Сингулярность в 3-мерном сферическом пространстве

Рассмотрим модель замкнутой на себя сингулярности, из которой могла эволюционировать замкнутая Вселенная. Согласно недавним исследованиям расширение Вселенной замедляется при параметре замедления $q = 0,178 \pm 0,061$ [6], что свидетельствует в пользу закрытой модели Вселенной.

Рассмотрим сингулярность как замкнутое на себя 3-мерное сферическое пространство. Подобное сферическое пространство имеет объем:

$$V_s = 2\pi^2 R^3, \quad (2.1)$$

где R – радиус сферического пространства [5, с. 377]; [7, с. 197].

Объем 3-мерного сферического пространства (Римана) выше объема сферы в плоском пространстве (Евклида) $V = 4\pi R^3/3$ аналогичного радиуса:

$$V_s/V = 3\pi/2. \quad (2.2)$$

Напомним, сфера в плоском пространстве представима как 2-мерное сферическое пространство постоянной положительной кривизны (Рис. 1).

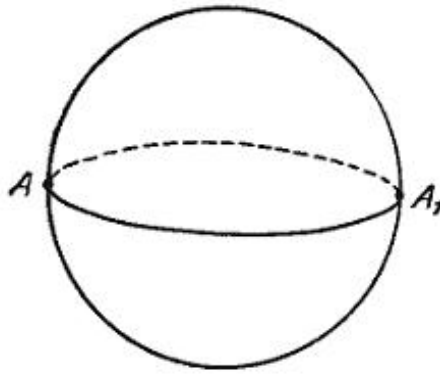


Рис. 1. Противоположные точки на сфере

Прямая на поверхности сферы становится кругом [8, с. 571], так что движение наблюдателя по прямой из точки A в направлении диаметрально противоположной точки A_1 сначала удаляет его от исходной точки A , а затем возвращает к ней, что иллюстрирует рис. 1.

Оценим массу 3-мерной сферической сингулярности объемом $V_s = 2\pi^2 l_{Pl}^3$ (2.1), наполненную материей с плотностью КПМ (максимона):

$$M_s = 2\pi^2 \rho_m l_{Pl}^3, \quad (2.3)$$

где ρ_m – плотность максимона.

При $\rho_m \sim 1,2 \cdot 10^{93}$ г/см³ (1.3) масса сингулярности $M_s \approx 10^{-4}$ г, или $M_s \sim 4,7 M_{Pl}$.

Сингулярность может содержать целое (квантуемое) число КПМ, что ограничит их число:

$$K = [M_s/M_{Pl}], \quad (2.4)$$

где M_s – масса сферической сингулярности.

При $M_s \sim 10^{-4}$ г (2.3); $M_{Pl} = 2,18 \cdot 10^{-5}$ г число квазичастиц $K = 4$.

Так, объем 3-мерного сферического пространства V_s больше объема сферы аналогичного радиуса в плоском пространстве в $3\pi/2 \approx 4,7$ раз (2.2), т.е. оно может вместить $K = [3\pi/2] = 4$ непересекающиеся сферы при их плотной пространственной упаковке. Тем самым, из геометрического подхода следует, что *3-мерную сферическую сингулярность могут наполнить 4 квазичастицы планковской массы.*

Доля пространства в зазорах между сферами в расчете на одну сферу:

$$\delta_s = V_s/4V. \quad (2.5)$$

Параметр $\delta_s \approx 0,18$. Для сравнения, в плоском пространстве одинаковые сферы могут быть плотно упакованы в гранцентрированной кубической решетке или гексагональной плотноупакованной решетке. В решетках обоих типов плотность заполнения пространства сферами $\pi/3\sqrt{2} \approx 0,74$ (по Гауссу), т.е. в зазорах между сферами находится $\delta \sim 0,26$ пространства, что сравнимо с δ_s .

Оценим среднюю плотность 3-мерной сферической сингулярности, содержащей $K = 4$ (2.4) КПМ:

$$\rho_{cp} = 2M_{Pl}/\pi^2 l_{Pl}^3. \quad (2.6)$$

Средняя плотность космологической сингулярности $\rho_{cp} \approx 1,04 \cdot 10^{93}$ г/см³, что ниже плотности максимона $\sim 1,23 \cdot 10^{93}$ г/см³ (1.3) из-за превышения объема 3-мерного сферического пространства над объемом 4 сфер в плоском пространстве равного радиуса на 18% (2.5).

С учетом соотношения $M_{Pl} = l_{Pl}c^2/G$, следующего из (1.1), средняя плотность сингулярности (2.6) представима в виде:

$$\rho_{cp} = 2c^2/\pi^2 G l_{Pl}^2. \quad (2.7)$$

Из (2.3) следует, что в плоском пространстве объемом $V = 4\pi R_h^3/3$ радиус сферического горизонта соответствует критической плотности:

$$\rho_c = 3c^2/4\pi G R_h^2. \quad (2.8)$$

При $R_h = l_{Pl}$ плотность КПМ $\rho_c \approx 1,2 \cdot 10^{93}$ г/см³, что равно плотности максимона (1.3).

3. Сингулярность согласно космологической модели Эйнштейна

Рассмотрим космологическую сингулярность с учетом космологической модели Эйнштейна. В данной модели Эйнштейна, основанной на ОТО, стационарная Вселенная реализуема в 3-мерном сферическом пространстве, однородно наполненном материей, которое «конечно (т.е. имеет конечный объем), но не имеет границ» [7, с. 198].

Эйнштейн обосновывает замкнутую на себя 3-мерную сферическую Вселенную [7, с. 199]. Вместе с тем, в связи с невозможностью описания всего многообразия событий [8, с. 531] Эйнштейн использует упрощенную модель, описывая центрально-симметричное эллиптическое пространство, в котором противоположные точки отождествляются [7, с. 198].

В эллиптическом пространстве (Римана) [8, с. 527] согласно космологической модели Эйнштейна плотность замкнутой Вселенной:

$$\rho_r = 2/\kappa R^2, \quad (3.1)$$

где R – радиус Вселенной [7, с. 199]; $\kappa = 8\pi G/c^2$ – эйнштейновская гравитационная постоянная.

Для сравнения, средняя плотность черной дыры связана с ее радиусом соотношением [5, с. 190]:

$$\rho_h = c^2/8\pi G R_h^2. \quad (3.2)$$

С учетом эйнштейновской гравитационной постоянной κ соотношение (3.2) сводимо к простому виду:

$$\rho_h = 1/\kappa R_h^2. \quad (3.3)$$

Из формул (3.1) и (3.3) следует соотношение $\rho_h = \rho_r/2$, обусловленное введением Эйнштейном космологического Λ -члена. При этом множитель 2 в уравнении (3.1) возникает из условия баланса между гравитацией материи и антигравитационным эффектом космологической постоянной.

Анализ уравнения Эйнштейна (3.1) показывает, что Λ -член может учитывать гравитацию материю за горизонтом Вселенной в *сопутствующей системе отсчета* (ССО). В данной модели пространства Римана материя в полярных областях, находящихся за горизонтом друг друга, в силу чего они должны друг друга уравнивать, учитывается как материя в пределах горизонта в ССО, стремящаяся сжаться за счет сил гравитации [9]; [10].

Эйнштейн ввел космологический Λ -член [7, с. 212] при редукции 3-мерного сферического пространства (где есть полярные точки) к центрально-симметричному эллиптическому пространству, где противоположные точки отождествляются [7, с. 198]. Так, в принятой модели пространства Римана (эллиптического) «условившись каждую пару диаметрально противоположных точек» отождествлять и «рассматривать как один объект, называют этот объект "точкой"» [8, с. 528].

Подобная математическая операция, сопряженная с определением граничных условий, сводит сферическое пространство (у любой ССО есть полярная) к центрально-симметричному (у ССО нет полярной). Между тем в сферическом пространстве полярные точки не совпадают (Рис. 1) [9].

Исходя из космологической модели Эйнштейна в сингулярности за горизонтом КПМ может находиться парная КПМ, т.е. сингулярность в эллиптическом пространстве наполнят 2 КПМ. Сходный вывод также следует из соотношения (3.5).

Действительно, формула Эйнштейна (3.1) представима в виде:

$$\rho_r = c^2/4\pi G R^2. \quad (3.4)$$

При $R = l_{Pl}$ плотность сингулярной Вселенной $\rho_r \approx 4,2 \cdot 10^{92}$ г/см³, что ниже принятой оценки планковской плотности $\rho_{Pl} \approx M_{Pl}/l_{Pl}^3$ ($\sim 5,2 \cdot 10^{93}$ г/см³) [2, с. 41] на порядок (в 12 раз), а также меньше плотности КПМ $\sim 1,2 \cdot 10^{93}$ г/см³ (1.3) в $\rho_m/\rho_r \approx 2,9$ раза и средней плотности сингулярности, содержащей 4 КПМ (2.7) в $\rho_{cp}/\rho = 8/\pi \approx 2,5$ раза.

В связи с отличием плотности сингулярной Вселенной в различных моделях оценим ее массу исходя из ее кратности планковской массе (массе КПМ), а также с учетом симметрии сферического пространства.

С учетом (3.4) масса Вселенной Эйнштейна объемом V_s (2.1) планковского радиуса:

$$M = [\pi M_{Pl}/2]. \quad (3.5)$$

Т.к. $\pi/2 \approx 1,57$, то $M \approx 1,57 M_{Pl}$, что в симметричной квантуемой системе физически не реализуемо. Тем самым, формула Эйнштейна (3.1), связывающая плотность и радиус 3-мерной сферической Вселенной, в планковском масштабе является приближением.

При $[\pi/2] = 1$, т.е. одна КПМ реализуема в плоском пространстве, но не в 3-мерном сферическом континууме. Потолок числа $[\pi/2] = 2$ соответствует двум КПМ массой $M = 2 M_{Pl}$.

Напомним, 3-мерная сферическая сингулярность может вместить 4 КПМ (2.4). Двойная разница в оценках объяснима тем, что, в уравнении (3.1) для сферической Вселенной следует учитывать не только массу полярной области, что неявным образом учитывает введенный Эйнштейном Λ -член, а массу всей области за горизонтом [10].

При равной плотности среды полную массу характеризует разница объемов сферического и центрально-симметричного пространства $V_s/V = 3\pi/2$ (2.2). С учетом данной поправки из соотношения (3.1) следует плотность 3-мерной сферической Вселенной:

$$\rho_s = 3\pi/2\kappa R^2. \quad (3.6)$$

Соответственно, из соотношения (3.2) следует форма записи:

$$\rho_s = 3c^2/16GR^2. \quad (3.7)$$

При $R = l_P$ плотность сингулярности $\rho_s \approx 9,9 \cdot 10^{92}$ г/см³, что в $3\pi/4 \approx 2,4$ раза выше плотности сингулярной Вселенной Эйнштейна $4,2 \cdot 10^{92}$ г/см³ (3.4).

Плотность 3-мерной сферической сингулярности сравнима с плотностью максимона $\sim 1,2 \cdot 10^{93}$ г/см³ (1.3), т.е. *3-мерную сферическую сингулярность могут наполнять максимоны*.

Оценка (3.7) в $\rho_{cp}/\rho_s \approx 1,05$ раз ниже средней плотности сингулярности $\rho_{cp} \sim 1,04 \cdot 10^{93}$ г/см³ (2.6), содержащей $K = 4$ КПМ. Данное отличие объяснимо эффектом квантования в планковском масштабе (число квазичастиц может быть целым). В нашем случае $K' = K[\rho_{cp}/\rho_s] = K$.

Тем самым, из формулы Эйнштейна (3.1) для эллиптического пространства, адаптированной к сферическому пространству в виде формулы (3.7) следует, что 3-мерную сферическую сингулярность наполняют 4 КПМ, что подтверждает ранее сделанное предположение (§ 2).

4. Выводы

1. Согласно принятым представлениям Вселенная эволюционировала из космологической сингулярности планковской плотности $\sim 5 \cdot 10^{93}$ г/см³, что в ~ 5 раз выше плотности *квазичастицы планковской массы* (КПМ) $\sim 10^{93}$ г/см³.

2. Объем замкнутого на себя 3-мерного сферического пространства выше объема сферы равного радиуса в плоском пространстве в $3\pi/2 \approx 5$ раз, т.е. переход от плоского пространства к растянутому сферическому пространству при сохранении массы материи понизит ее плотность в ~ 5 раз.

3. Космологическая сингулярность, реализуемая в замкнутом 3-мерном сферическом пространстве, заполненном 4 КПМ, может иметь среднюю плотность ~ 1093 г/см³ (в ~ 5 раз ниже планковской плотности).

4. В космологической модели Эйнштейна, основанной на общей теории относительности, стационарная Вселенная описана как эллиптическое пространство (Римана). Соответствующую сингулярность плотностью $\sim 4 \cdot 10^{92}$ г/см³ (на порядок ниже планковской плотности) могут наполнить 2 КПМ.

5. Равновесную Вселенную в 3-мерном сферическом пространстве (имеющее полярные точки) Эйнштейн в упрощенном виде свел к центрально-симметричному эллиптическому пространству, где полярные точки отождествляются, с одновременным введением космологического Λ -члена.

6. Λ -член может учитывать гравитацию материи за горизонтом (в полярной области), компенсирующую гравитацию материи в пределах горизонта в сопутствующей системе отсчета, что требует увеличивающей поправки $3\pi/2$, а не 2 в уравнение Эйнштейна $rg = 2/\kappa R^2$ (где $\kappa = 8\pi G/c^2$), связывающее плотность и радиус Вселенной. С учетом данной поправки при $R = l_P$ плотность сингулярности $\rho_s = 3\pi/2\kappa R^2 \approx 1093$ г/см³.

7. Плотность максимона сравнима с плотностью 3-мерной сферической сингулярности ~ 1093 г/см³ (при адаптации уравнения Эйнштейна для эллиптического пространства к сферическому пространству), т.е. 3-мерную сферическую сингулярность могут наполнять КПМ.

Литература

1. А.М. Прохоров. Физическая энциклопедия, т. 4. М.: Научное издательство «Большая Российская энциклопедия». – 1994. – 704 с.
2. А.М. Прохоров. Физическая энциклопедия, т. 3. М.: Научное издательство «Большая Российская энциклопедия». – 1992. – 672 с.
3. А.М. Прохоров. Физическая энциклопедия, т. 1. М.: Научное издательство «Большая Российская энциклопедия». – 1988. – 704 с.
4. А.М. Прохоров. Физическая энциклопедия, т. 2. М.: Научное издательство «Большая Российская энциклопедия». – 1998. – 703 с.
5. А.М. Прохоров. Физическая энциклопедия, т. 5. М.: Научное издательство «Большая Российская энциклопедия». – 1998. – 784 с.
6. J. Son, Y.-W. Lee, C. Chung, S. Park, H. Cho. Strong progenitor age bias in supernova cosmology – II. Alignment with DESI BAO and signs of a non-accelerating universe Open Access // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2025. – V. 544. – Is. 1. – P. 975-987.
7. А. Эйнштейн. Теория относительности. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». – 2000.
8. Ю.В. Прохоров. Большой энциклопедический словарь. Математика. – М.: Научное издательство «Большая Российская энциклопедия». – 2000. – 848 с.
9. С.Ю. Поройков. Допущения и идеализации, используемые в космологических моделях // Основания фундаментальной физики и математики: материалы VII Российской конференции (ОФФМ-2022) / под ред. Ю.С. Владимирова, В.А. Панчелюги – М.: РУДН. – 2022. – С. 222-227.
10. С.Ю. Поройков. Учет ненаблюдаемой (временеподобной) части Вселенной в космологических моделях // Журнал естественнонаучных исследований. – 2022. – Т. 7. – № 4. – С. 2-26.