

Разработка задач для олимпиад по начертательной геометрии

Developing tasks for descriptive geometry Olympiads

Сальков Н.А.

Канд. тех. наук, профессор кафедры архитектуры, действительный член Петровской академии наук и искусств, ФГБОУ ВО «Московский государственный академический художественный институт имени В.И. Сурикова при Российской академии художеств», г. Москва

e-mail: nikolaysalkov@mail.ru

Salkov N.A.

Candidate of Technical Sciences, Professor of the Department of Architecture, Full Member of the Petrovskaya Academy of Sciences and Arts, Moscow State Academic Art Institute named after V.I. Surikov under the Russian Academy of Arts, Moscow

e-mail: nikolaysalkov@mail.ru

Аннотация

В работе указывается на роль начертательной геометрии для технического образования, показывается решение пары геометрических задач повышенной трудности для внутривузовских олимпиад с применением для составления задач элементов параметрической геометрии и предлагается для решения составленная на базе параметрической геометрии задача для «гимнастики ума».

Ключевые слова: высшее образование, начертательная геометрия, студенческие олимпиады, разработка задач.

Abstract

The paper highlights the role of descriptive geometry for technical education, shows the solution of a pair of geometric problems of increased difficulty for intra-university Olympiads using elements of parametric geometry to compose problems, and suggests solving a problem based on parametric geometry for mental gymnastics.

Keywords: higher education, descriptive geometry, student Olympiads, task development.

Некоторые наши коллеги называют начертательную геометрию гимнастикой для ума, более ничего серьезного почему-то в ней не видя. Что-же, они в какой-то мере правы: развивать логическое мышление – а начертательная геометрия к этому и стремится – призвание любого технического учебного предмета [1; 8; 9], иначе инженера и не подготовить. Давать новое знание и способствовать развитию мозга – главное условие в педагогическом процессе обучения для технического вуза, для любой науки.

Олимпиады по начертательной геометрии, очевидно, способствуют развитию эвристического мышления у студентов [7; 11] или, в некотором смысле, включают его как лампочку. Начертательная геометрия предполагает развитие и оттачивание таких психических процессов как пространственное восприятие и пространственное воображение [2; 4-6]. Такое влияние для мозга, естественно, происходит не только посредством начертательной геометрии, но и посредством любой другой науки, которая способствует развитию мозга в том или ином творческом направлении. Поэтому олимпиады любого уровня и по любой дисциплине должны приветствоваться абсолютно всеми чиновниками от образования, если они, конечно, радуют за развитие российской науки и появление в стране российских ученых и вообще – умных людей, способных в конце концов взять штурвал руководства как наукой

или производством, так и страной в целом, в свои руки.

Рассмотрим, как можно разработать задачи для студенческих олимпиад по начертательной геометрии для внутривузовской или городской олимпиады, учитывая ее сложность и возможность решения. Будем опираться на задачу, которая была предложена когда-то, но ее никто не решил.

Прежде всего требуется разработать задачу геометрического характера на геометрическое построение или определение различных геометрических характеристик, такую, чтобы она не выходила за рамки учебного курса начертательной геометрии, но и не являлась типовой задачей наподобие тех, что предлагаются студентам во всех вузах страны: решать такие задачи на олимпиаде – это было бы слишком тривиально. Таким образом, прежде всего надо придумать соответствующую задачу.

Предположим, что будем рассматривать следующее задание.

Пусть нужно построить равносторонний треугольник ABC , у которого вершина A принадлежит горизонтальной плоскости проекций Π_1 , вершина B – фронтальной плоскости проекций Π_2 , вершина C – профильной плоскости проекций Π_3 .

При этом необходимо учитывать вопросы наличия количества параметров, присутствующих для каждой из новых задач, а для этого нужно иметь ввиду количество параметров, необходимое для каждой геометрической фигуры и каждого геометрического условия [3].

Вообще, когда нам нужно зафиксировать в пространстве три точки, что должно означать о фиксированных 9 параметров: по три на каждую из точек [2; 3; 10]. С применением параметрической геометрии [3; 10; 12] мы и будем исследовать нижеприведенные задачи.

Рассмотрим два случая.

Задача 1 (рис. 1).

По условию первого случая точка A однозначно задана на плоскости проекций Π_1 и задана длина сторон равностороннего треугольника AB (см. рис. 1,а). Здесь требуется найти точки B и C .

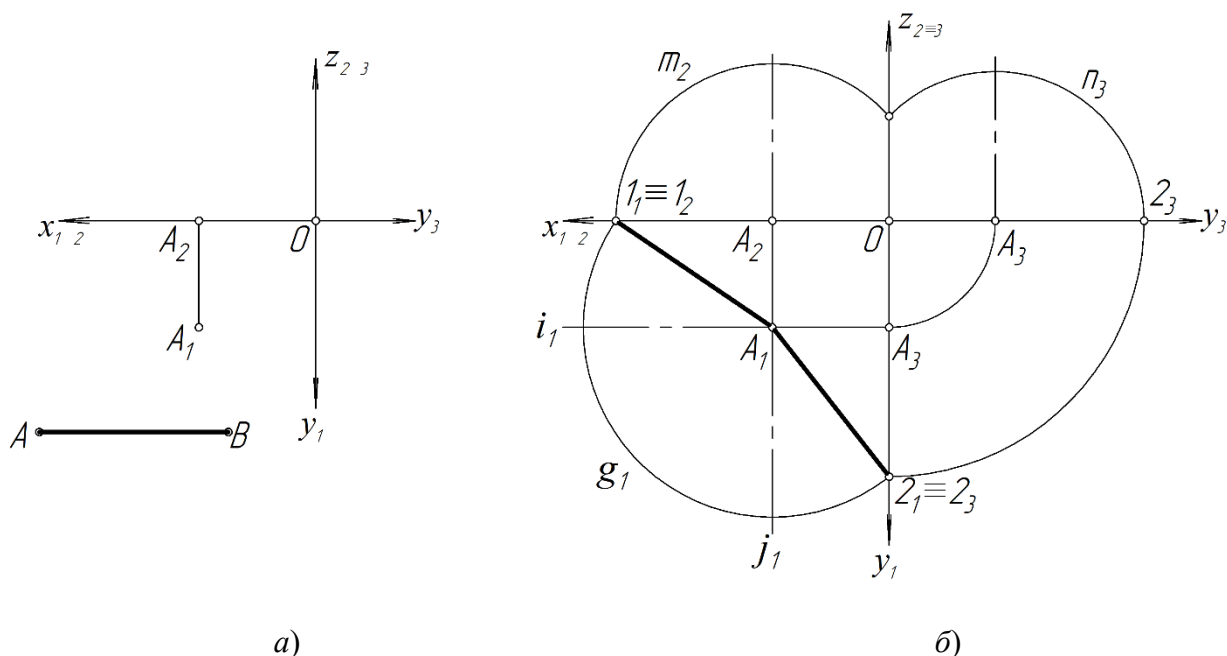


Рис. 1.

Таблица 1

Геометрические условия для точки

№	Условие	e_Y
1	$M \subset t$	2
2	$M \subset b$	2
3	$M \subset \Sigma$	1
4	$M \subset \Omega$	1
5	$ M, T = \text{const.}$	1

№	Условие	e_Y
6	$ M, t = \text{const.}$	1
7	$ M, b = \text{const.}$	1
8	$ M, \Sigma = \text{const.}$	1
9	$ M, \Omega = \text{const.}$	1

Таблица 2

Геометрические условия для прямой

№	Условие	e_Y
1	$l \supset T$	2
2	$l \cap t$	1
3	$l \cap b$	1
4	$l \perp t$	1
5	$l \perp a$	1
6	$l \parallel t$	2
7	$l \subset \Sigma$	2
8	$l \parallel \Sigma$	1
9	$l \perp \Sigma$	2

№	Условие	e_Y
10	$l \perp \Omega$	2
11	$l \subseteq k$	3
12	$l \subseteq \Omega$	1
13	$ l, M = \text{const.}$	1
14	$ l, t = \text{const.}$	1
15	$ l \wedge t = \text{const.}$	1
16	$ l, \Sigma = \text{const.}$	1
17	$ l \wedge \Sigma = \text{const.}$	1
18	$l \subset \infty^1 \Sigma$	1

Три точки – это значит, что мы должны зафиксировать 9 параметров. Заданная точка A фиксирует 3 параметра, длина отрезка AB – еще один параметр (см. табл. 2), принадлежность двух оставшихся точек плоскостям проекций – отнимает еще 2 параметра [см табл. 1]. Всего получается 6 параметров из 9-ти. В соответствии с рис. 1,б, точки B и C должны находиться на конусах вращения с осями j и i , а точнее – на окружностях m_2 и n_3 , являющихся основаниями соответствующих конусов на плоскостях проекций Π_2 и Π_3 , то есть, на окружностях, каждая точка которых находится на расстоянии AB от точки A . Принадлежность двух точек двум окружностям отнимает еще 2 параметра. Таким образом, мы имеем 8 зафиксированных параметров из 9-ти. То есть, в результате задача имеет ∞^1 (однопараметрическое множество) действительных решений.

На рис 1,б представлено такое решение. Две окружности m и n могут быть геометрическими фигурами, имеющими искомые точки B и C . Для окончательного решения необходимо выбрать расположение одной из точек на соответствующей окружности, вторая точка находится из условия фиксированного расстояния между всеми точками.

Вывод. Задача 1 с предложенным условием имеет ∞^1 решений.

Задача 2 (рис. 2).

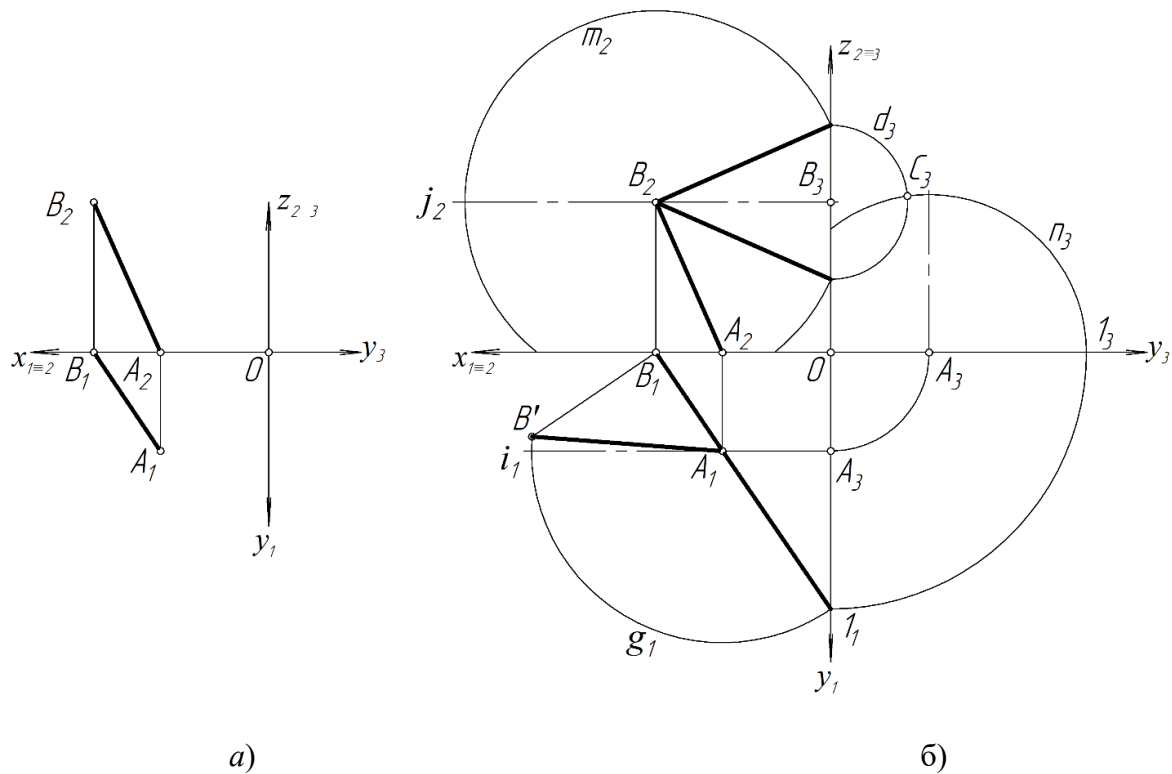


Рис. 2.

На рис. 2 представлена задача с решением ∞^0 , т.е. действительные решения существуют, а не бесконечное их множество, как в задаче 1.

Решение представлено на рис. 2,б.

По условию второго случая заданы две точки: A и B , которые фиксируют 6 параметров. Кроме этого, величина AB уже имеется. Точка C , принадлежащая плоскости проекций Π_1 , с одной стороны – это 1 параметр, а с другой – окружностям n и d , что дает еще 2 параметра, имеет в конечном итоге зафиксированными 3 параметра. Это означает, что для решения задачи все 9 параметров в наличии, что дает нам 2 действительных решения: пересечения окружностей.

Задача решается при помощи конусов вращения с величиной образующих, равных отрезку AB с осями j и i , перпендикулярными плоскости проекций Π_3 . В пересечении с плоскостью Π_3 получаем их основания n_3 и d_3 , а они уже пересекаются в искомых точках. На рис. 2,б приведена только одна точка C , вернее, ее профильная проекция C_3 . Нахождение двух других проекций не представляет затруднение.

А теперь задача более сложная.

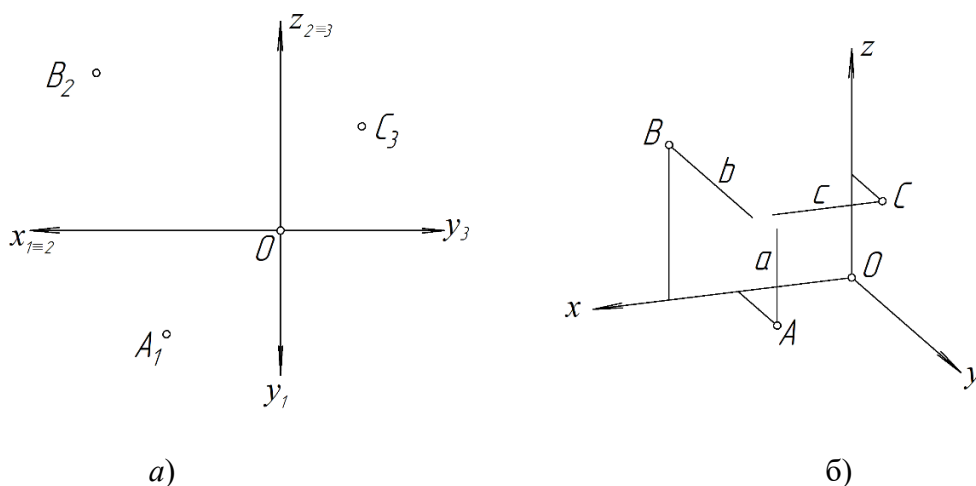


Рис. 3.

Задача 3 (рис. 3)

Здесь заданы горизонтальная проекция точки A , которая фиксирует два параметра, фронтальная проекция точки B , также фиксирующая два параметра и профильная проекция точки C с фиксацией очередных двух параметров (рис. 3,а).

На рис 3,б показана аксонометрическая проекция данных, показанных на рис. 3,а.

По условию задачи все три точки должны принадлежать трем проецирующим прямым: a , b и c соответственно, что фиксирует еще три параметра.

Таким образом, из девяти параметров для трех точек все девять зафиксированы, поэтому задача имеет конечное количество действительных решений.

Читателю предлагается решить эту задачу, а решение прислать в редакцию журнала «Геометрия и графика».

Литература

1. Монж Г. Начертательная геометрия [Текст] / Г. Монж. – Ленинград: Издательство Академии Наук СССР, 1947. – 292 с.
2. Рыжов Н.Н. Начертательная геометрия (понятия, их определения и пояснения) [Текст] / Н.Н. Рыжов. – М.: МАДИ, 1993. – 60 с.
3. Рыжов Н.Н. Параметрическая геометрия [Текст] / Н.Н. Рыжов. – М.: МАДИ, 1988. – 56 с.
4. Сальков Н.А. Геометрическое моделирование и начертательная геометрия [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. – 2016. – Т. 4. – № 4. – С. 8-9. DOI: 10.12737/22841.
5. Сальков Н.А. Геометрическая составляющая технических инноваций [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. – 2018. – Т. 6. – № 2. – С. 85–94. – DOI: 10.12737/article5b55a5163fa05307622109.
6. Сальков Н.А. Начертательная геометрия: Конструирование поверхностей [Текст] / Н.А. Сальков. — Москва: ИНФРА-М, 2022. — 220 с.
7. Сальков Н.А. Олимпиады по начертательной геометрии как катализатор эвристического мышления [Текст] / Н.А. Сальков [и др.] // Геометрия и графика. — 2017. — Т. 5. — № 2. — С. 93–101. — DOI: 10.12737/article_5953f3767ble80.12067677.
8. Сальков Н.А. Феномен присутствия начертательной геометрии в других учебных дисциплинах [Текст] / Н.А. Сальков, Н.С. Кадыкова // Геометрия и графика. — 2020. — Т. 8. — № 1. — С. 61–73. — DOI: 10.12737/2308-4898-2021-8-4-61-73.
9. Сальков Н.А. Изучение геометрии как важнейший способ развития эвристического мышления [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2024. — Т. 12. — № 1. — С. 22–31. — DOI: <https://doi.org/10.12737/2308-4898-2024-12-1-22-31>.
10. Сальков Н.А. Моделирование геометрических форм автомобильных дорог: монография [Текст] / Н.А. Сальков. — Москва, ИНФРА-М, 2019. — 162 с.
11. Сальков Н.А. Организация студенческих предметных олимпиад высшего уровня [Текст] /

- Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2013. — Т. 1. — № 1. — С. 80–82. — DOI: 10.12737/2099.
12. Сальков Н.А. Параметрическая геометрия в геометрическом моделировании [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2014. — Т. 2. — № 3. — С. 7–13. — DOI: 10.12737/6519.