

Расширенное исследование фрактала «горящий корабль»

Extended study of algebraic fractals "burning ship"

УДК 004.92: 517.9

Получено: 13.07.2025

Одобрено: 20.08.2025

Опубликовано: 25.09.2025

Бойков А.А.

Старший преподаватель кафедры инженерной графики, ФГБОУ ВО «МИРЭА - Российский технологический университет», г. Москва
e-mail: albophx@mail.ru

Bojkov A.A.

Senior Lecturer Department of Engineering Graphics, MIREA - Russian Technological University, Moscow
e-mail: albophx@mail.ru

Толстых И.С.

Студент, ФГБОУ ВО «МИРЭА - Российский технологический университет», г. Москва

Tolstykh I.S.

Student, MIREA - Russian Technological University, Moscow

Аннотация

В статье представлены результаты студенческой научной работы, которые могут представлять интерес для исследователей в области алгебраических фракталов, а также разработчиков программ для графического и предметного дизайна. С позиции многомерной геометрии исследована разновидность степенного фрактала Жюлиа-Мандельброта, известная как фрактал «горящий корабль».

Ключевые слова: алгебраические фракталы, множество Мандельброта, множество Жюлиа, фрактал «горящий корабль».

Abstract

The article presents the results of a student research work that may be of interest to researchers in the field of algebraic fractals, along with developers of software for graphic and industrial design. Power fractals of Julia-Mandelbrot of various orders are studied from the perspective of multidimensional geometry.

Keywords: algebraic fractals, Mandelbrot set, Julia set, "burning ship" fractal.

Введение

В работе [1] предлагается методика исследования степенных фракталов типа множество Мандельброта путем рассмотрения показателя степени в качестве свободной координаты, что делает двухмерный фрактал 3- (показатель степени – действительное число) или 4-мерным (показатель степени – комплексное число). В работах [2, 3, 4] предлагается методика исследования фракталов типа множество Мандельброта (ФМ) вместе с фракталами типа множество Жюлиа (ФЖ) в рамках общего многомерного подхода, где ФМ и ФЖ получаются рассечением многомерного фрактального объекта (гиперфрактала) сечениями некоторых параллельных плоскостей.

В настоящем исследовании указанные методики применяются совместно к частному виду фракталов, получивших название «горящий корабль». Эту разновидность фракталов можно рассматривать как частную модификацию базовой формулы степенного фрактала Мандельброта. Ниже представлены полученные серии изображений.

1. Фрактал «горящий корабль»

Итерационная формула – $F(z) = |z^2| + c$.

Для ФМ (рис. 1) значение Z_0 менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение C принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$.

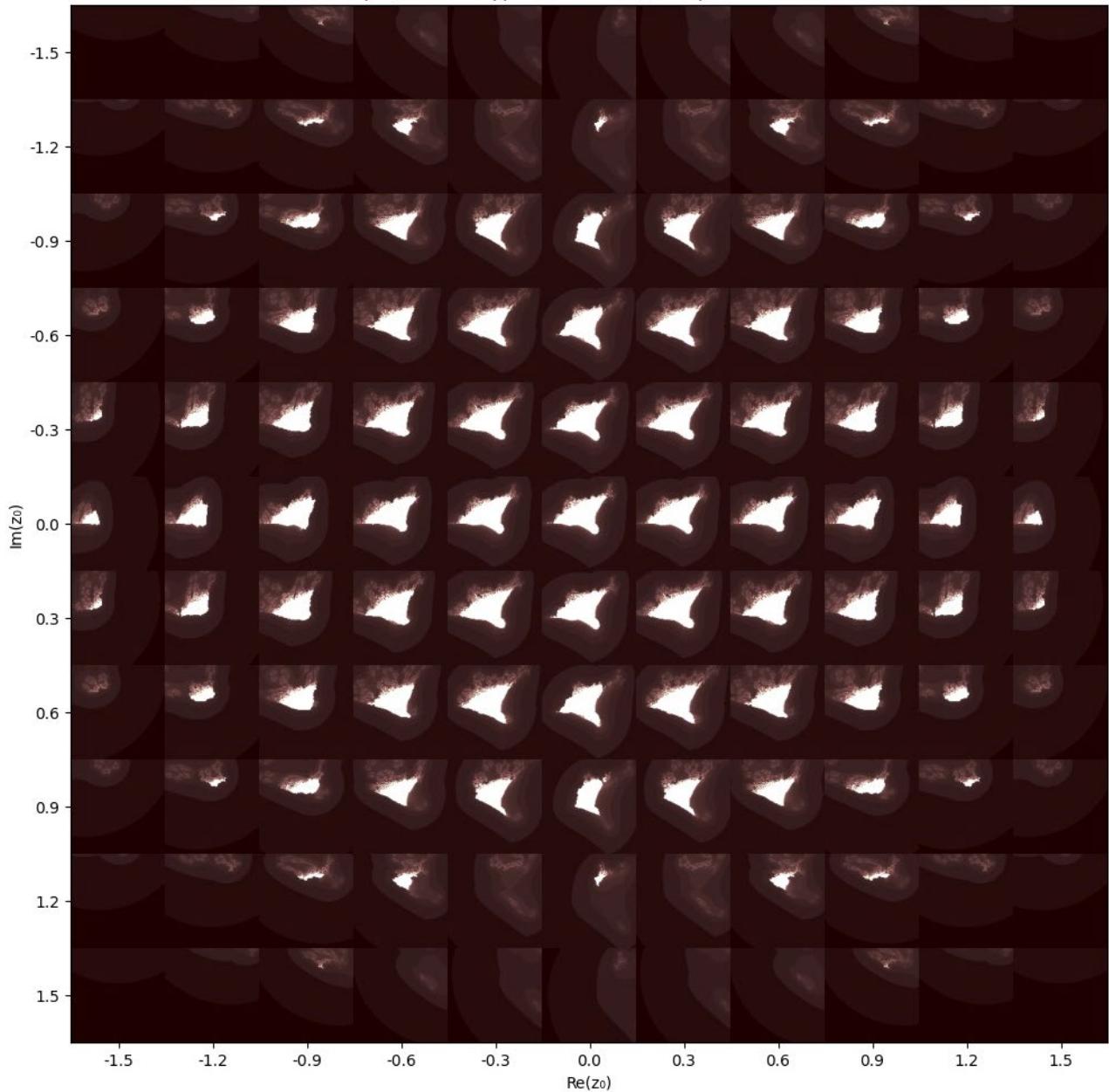


Рис. 1. Фракталы «горящий корабль» второй степени для разных значений Z_0

Построенные изображения, в целом, соответствуют результатам, полученным в предыдущих работах [4], что подтверждает корректность созданной программной системы и позволяет перейти к построению фракタルных изображений фракталов других степеней, изученных в меньшей степени.

2. Фрактал «горящий корабль» 3-й степени

Итерационная формула $-F(z) = |z^3| + c$.

Для ФМ (рис. 2.1, а) значение Z_0 менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение C принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$. На рис. 2.1, б показано изображение базового ФМ третьей степени ($Z_0=0+0i$). Его можно назвать «звездным кораблем».

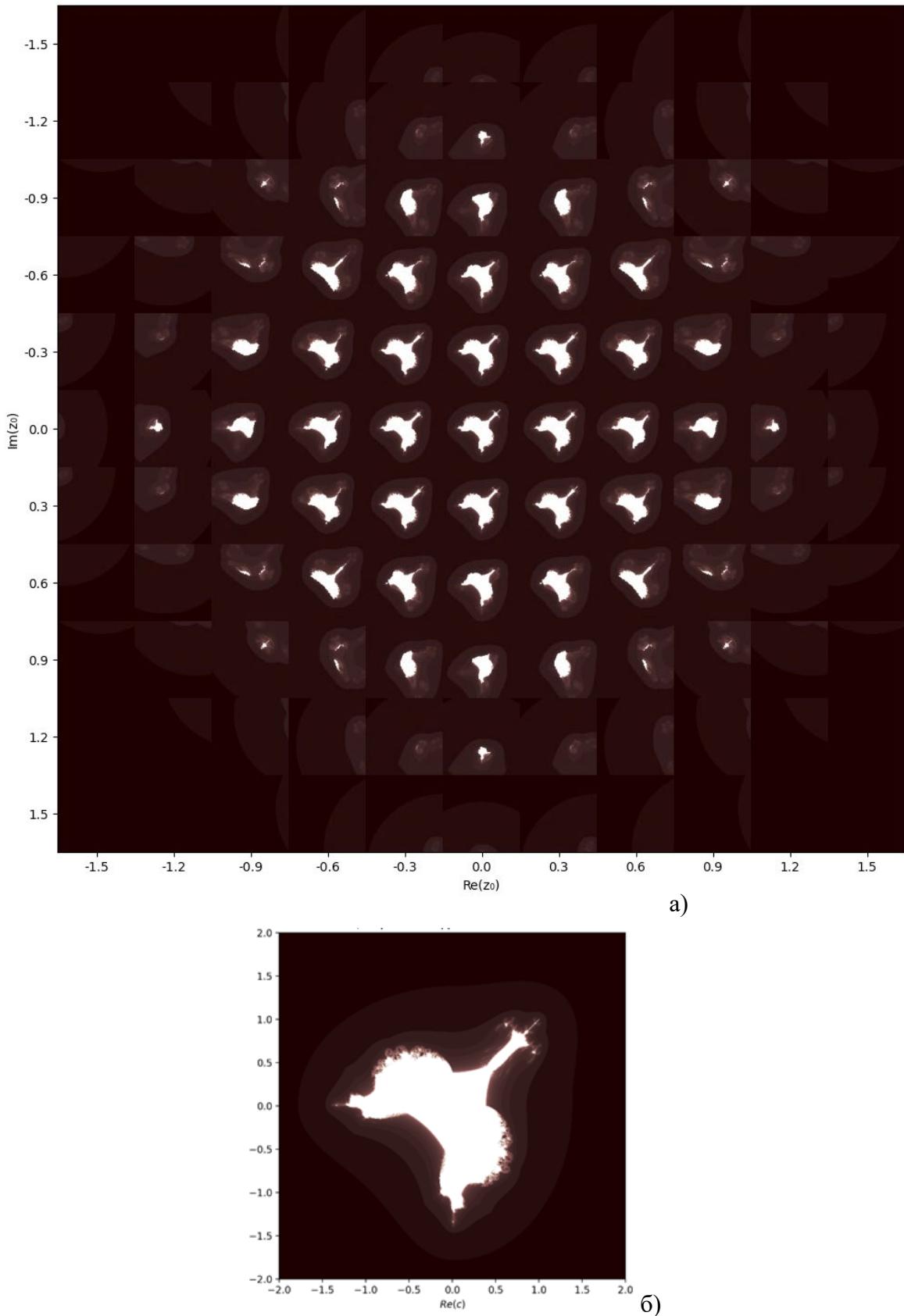


Рис. 2.1. Фракталы «горящий корабль» третьей степени для разных значений Z_0

Для ФЖ (рис. 2.2) значение C также менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение Z принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$.

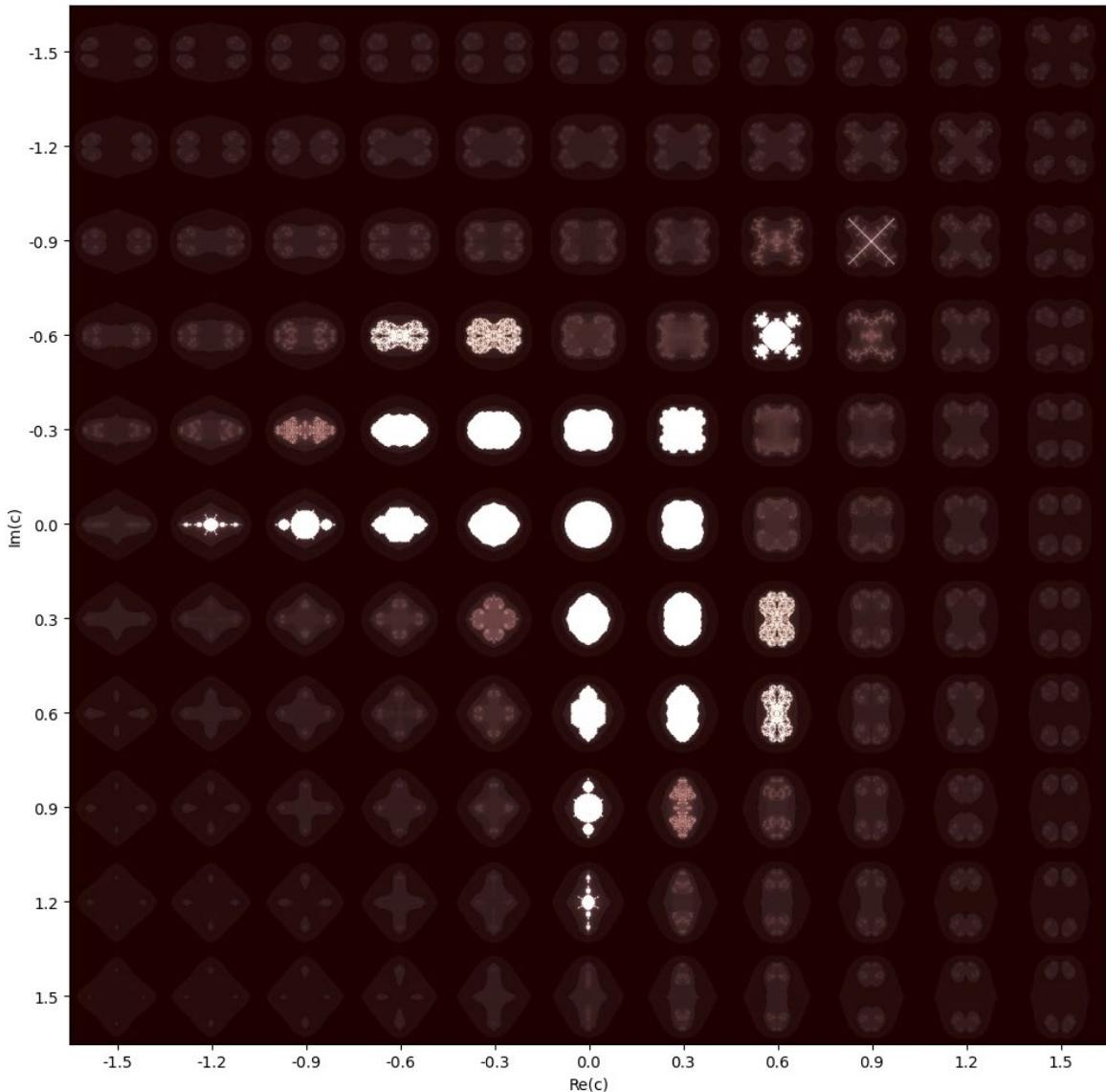


Рис. 2.2. Фракталы Жюлиа «горящий корабль» третьей степени для разных значений C_0

3. Фрактал «горящий корабль» 4-й степени

Итерационная формула — $F(z) = |z^4| + c$.

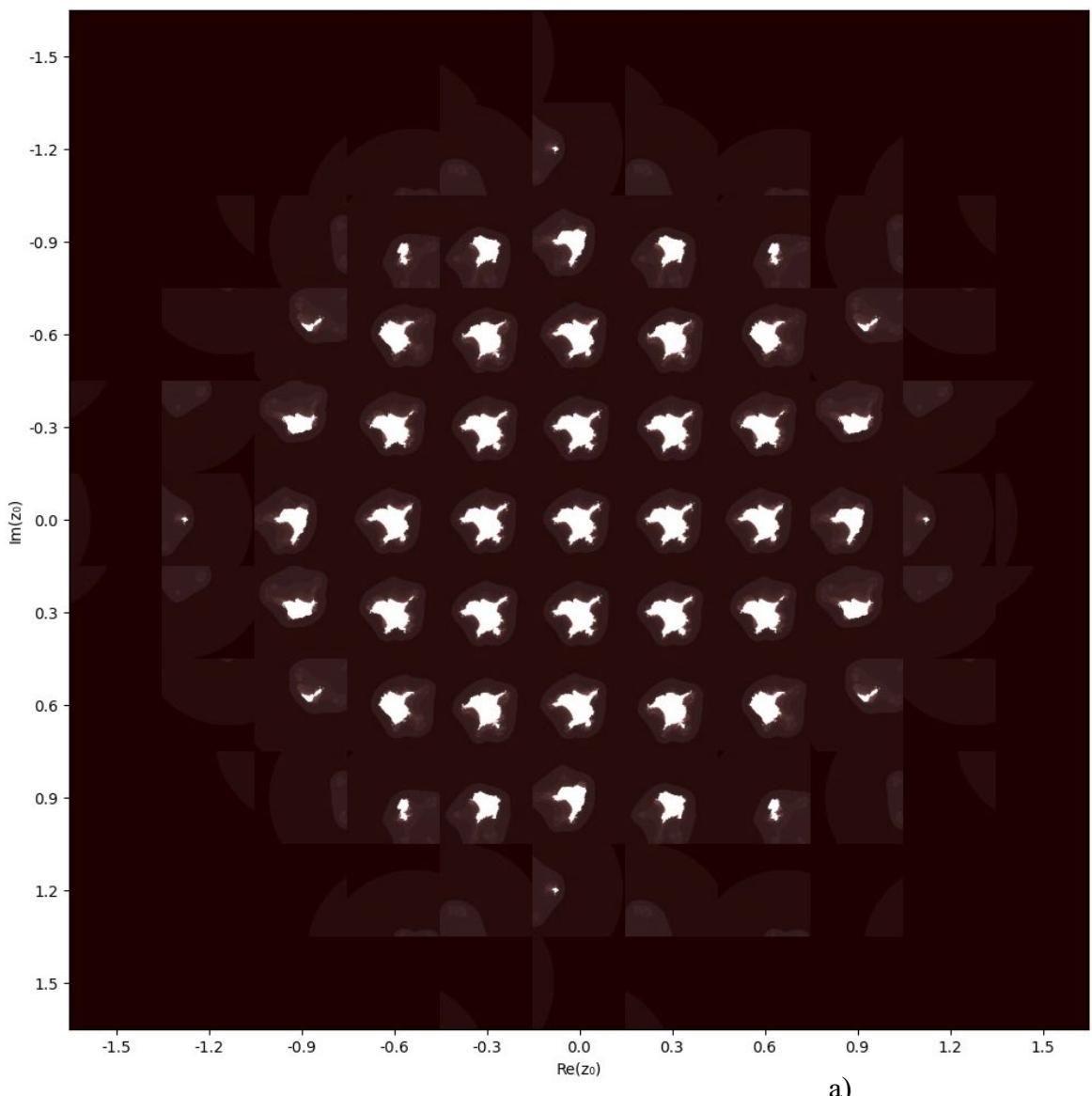
Для ФМ (рис. 3.1, а) значение Z_0 менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение C принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$. На рис. 3.1, б показано изображение базового ФМ четвертой степени ($Z_0=0+0i$).

Для ФЖ (рис. 3.2) значение C также менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение Z принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$.

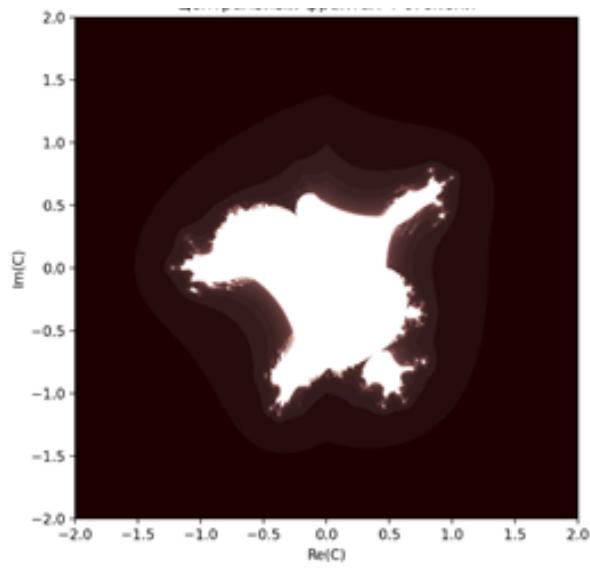
4. Фрактал «горящий корабль» 5-й степени

Итерационная формула — $F(z) = |z^5| + c$.

Для ФМ (рис. 4.1, а) значение Z_0 менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение C принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$. На рис. 4.1, б показано изображение базового ФМ пятой степени ($Z_0=0+0i$).



a)



б)

Рис. 3.1. Фракталы «горящий корабль» четвертой степени для разных значений Z_0

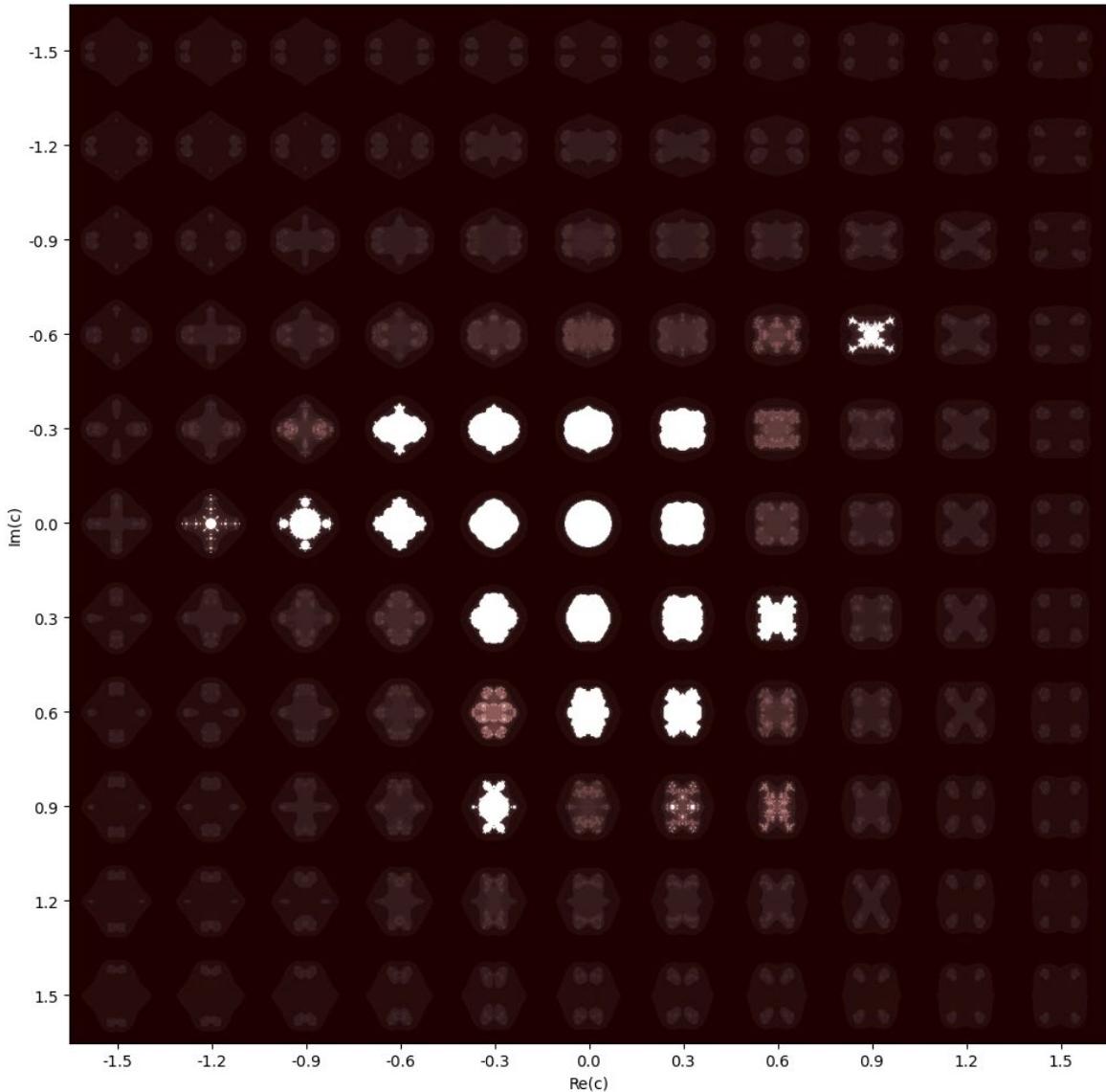


Рис. 3.2. Фракталы Жюлиа «горящий корабль» четвертой степени для разных значений C_0

Центральный фрактал 5 степени можно назвать «шкурой медведя» (рис. 4.1, б).

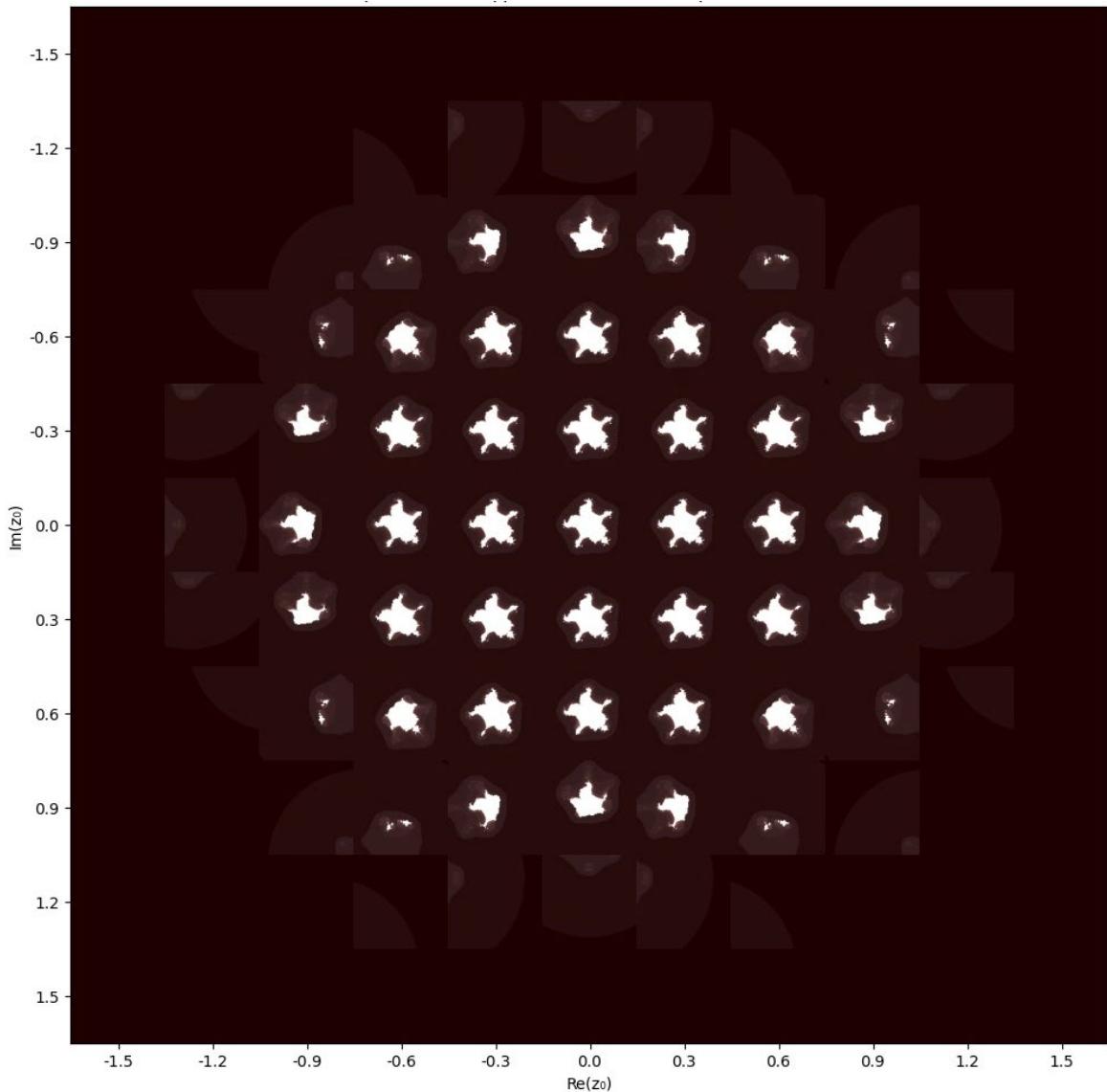
Для ФЖ (рис. 4.2) значение C также менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение Z принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$.

5. Фрактал «горящий корабль» 6-й степени

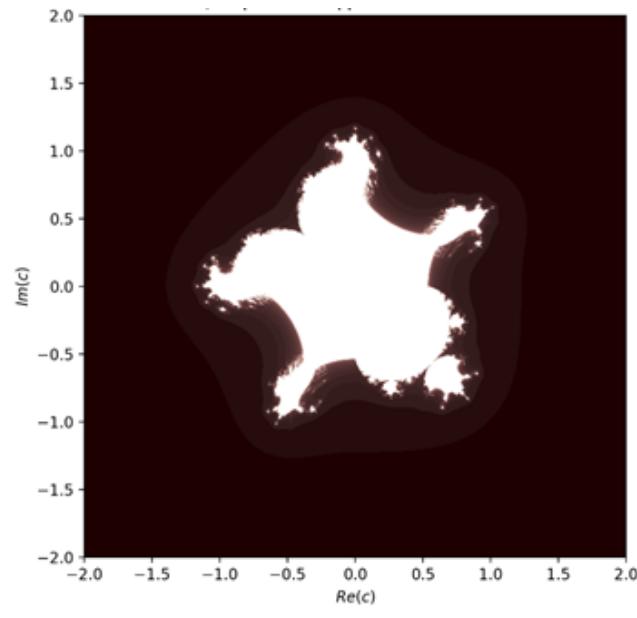
Итерационная формула — $F(z) = |z^6| + c$.

Для ФМ (рис. 5.1, а) значение Z_0 менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение C принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$. На рис. 4.1, б показано изображение базового ФМ пятой степени ($Z_0=0+0i$).

Для ФЖ (рис. 4.2) значение C также менялось в диапазоне от $-1,5 - 1,5i$ до $1,5 + 1,5i$ с шагом 0,3. Значение Z принадлежало области $[-2 - 2i; 2 + 2i]$.



a)



б)

Рис. 4.1. Фракталы «горящий корабль» пятой степени для разных значений Z_0

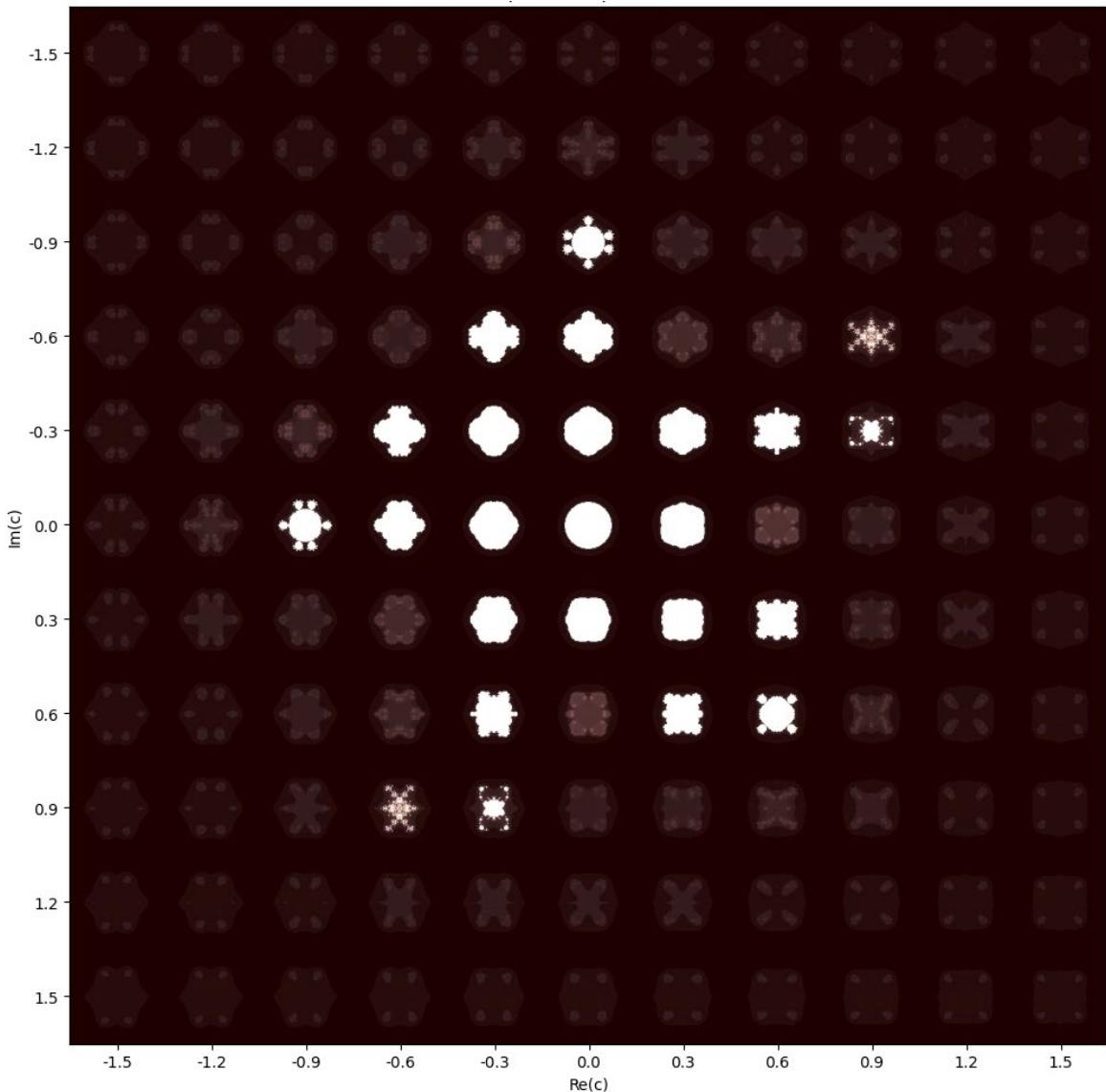


Рис. 4.2. Фракталы Жюлии «горящий корабль» пятой степени для разных значений C_0

6. Фракталы «горящий корабль» дробных степеней

Рассмотрев ряд фракталов с целыми значениями степени в итерационной формуле, мы можем перейти к формуле общего вида $F(z) = |z^m| + c$.

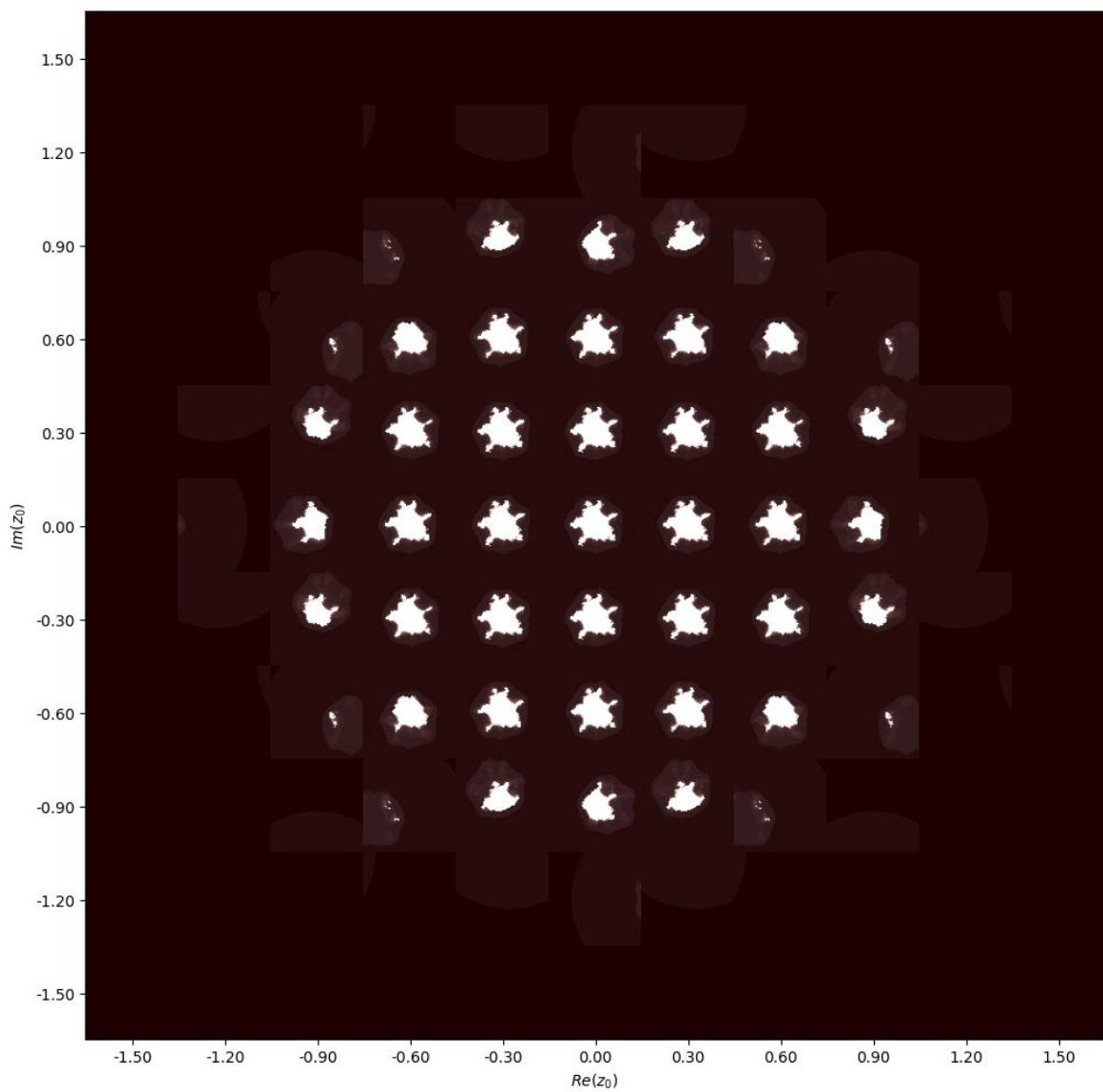
Эта формула задает 5-мерный гиперфрактал, если m – вещественное, – и 6-мерный гиперфрактал, если m – комплексное. Рассмотрим несколько примеров для m вещественного и не целого.

На рис. 6.1 показаны миниатюры ФМ, на рис. 6.2 – миниатюры ФЖ степени 1.5.

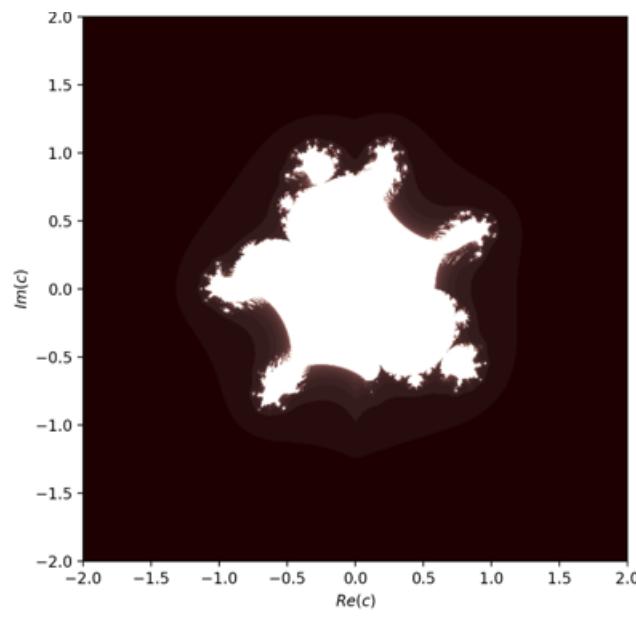
На рис. 6.3 показаны миниатюры ФМ, на рис. 6.4 – миниатюры ФЖ степени 2.5.

На рис. 6.5 показаны миниатюры ФМ, на рис. 6.6 – миниатюры ФЖ степени 2.75.

На рис. 6.7 показаны миниатюры ФМ, на рис. 6.8 – миниатюры ФЖ степени 3.5.



a)



б)

Рис. 5.1. Фракталы «горящий корабль» шестой степени для разных значений Z_0

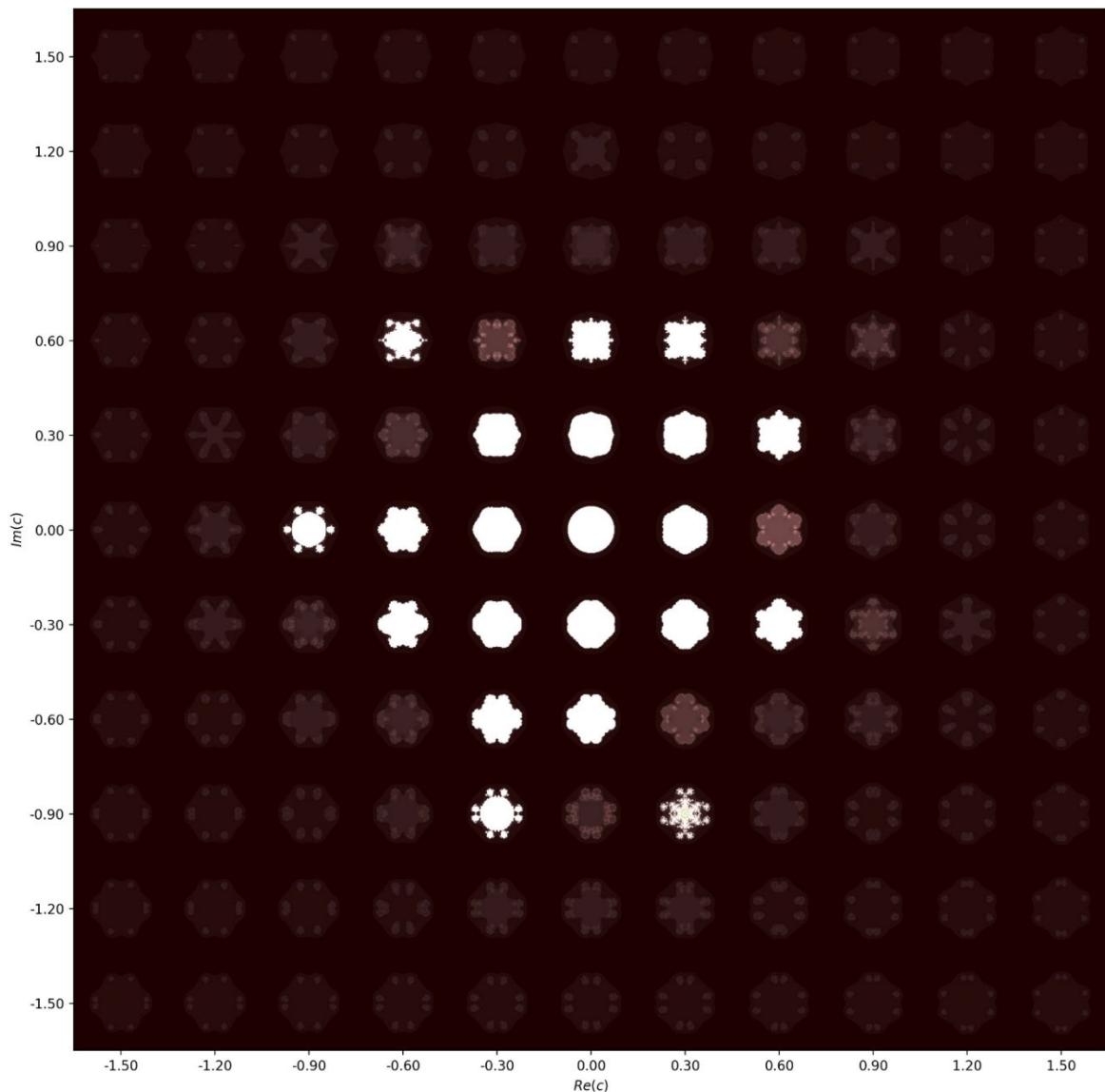


Рис. 5.2. Фракталы Жюлиа «горящий корабль» шестой степени для разных значений C_0

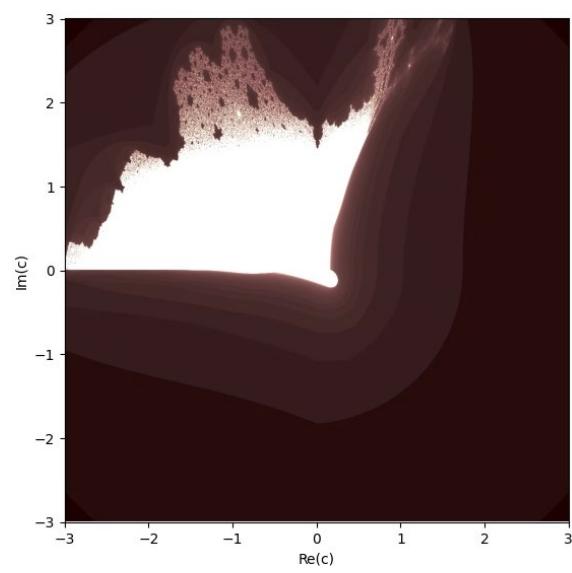
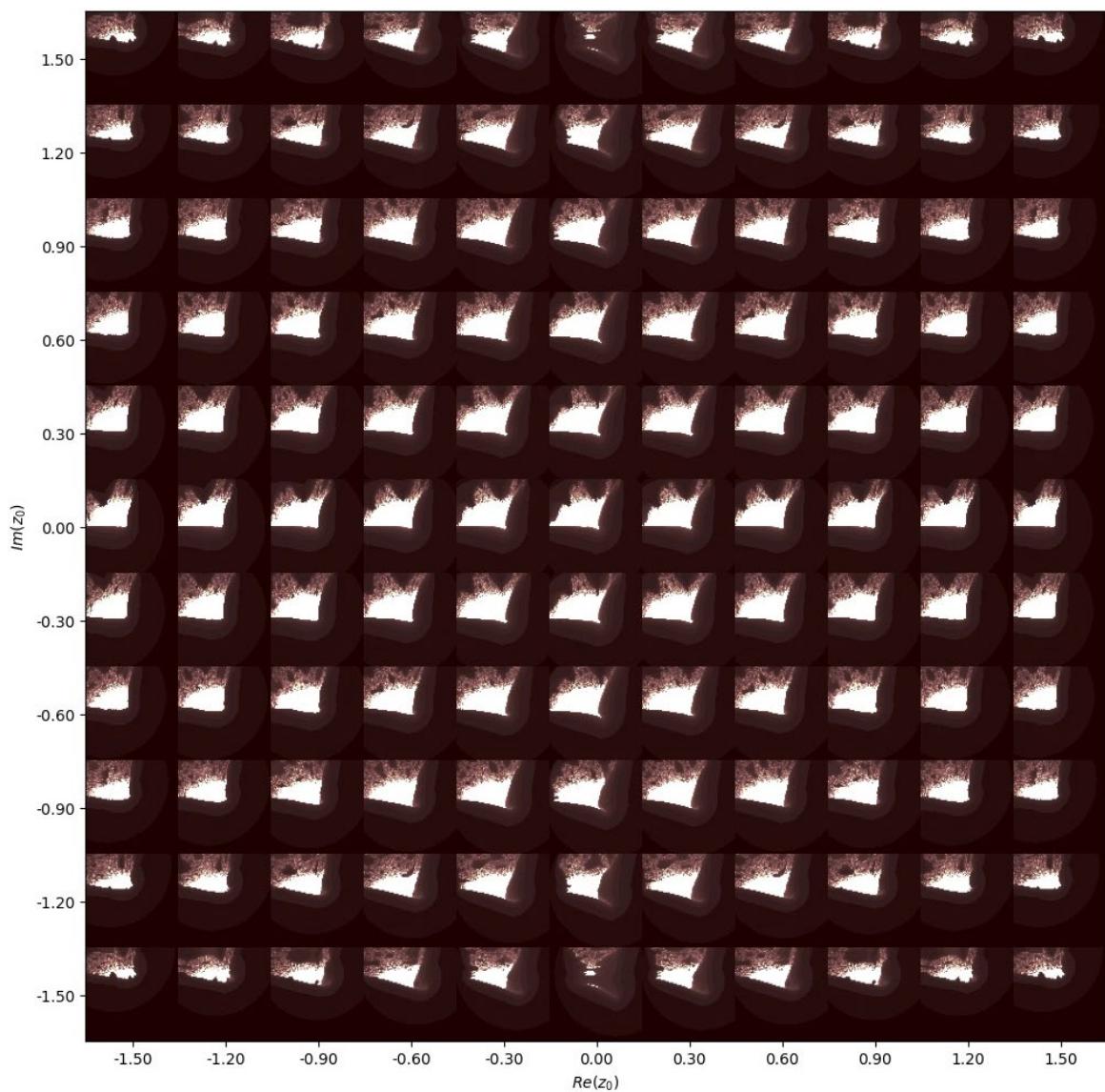


Рис. 6.1. Фракталы Мандельброта степени 1.5 для разных значений Z_0

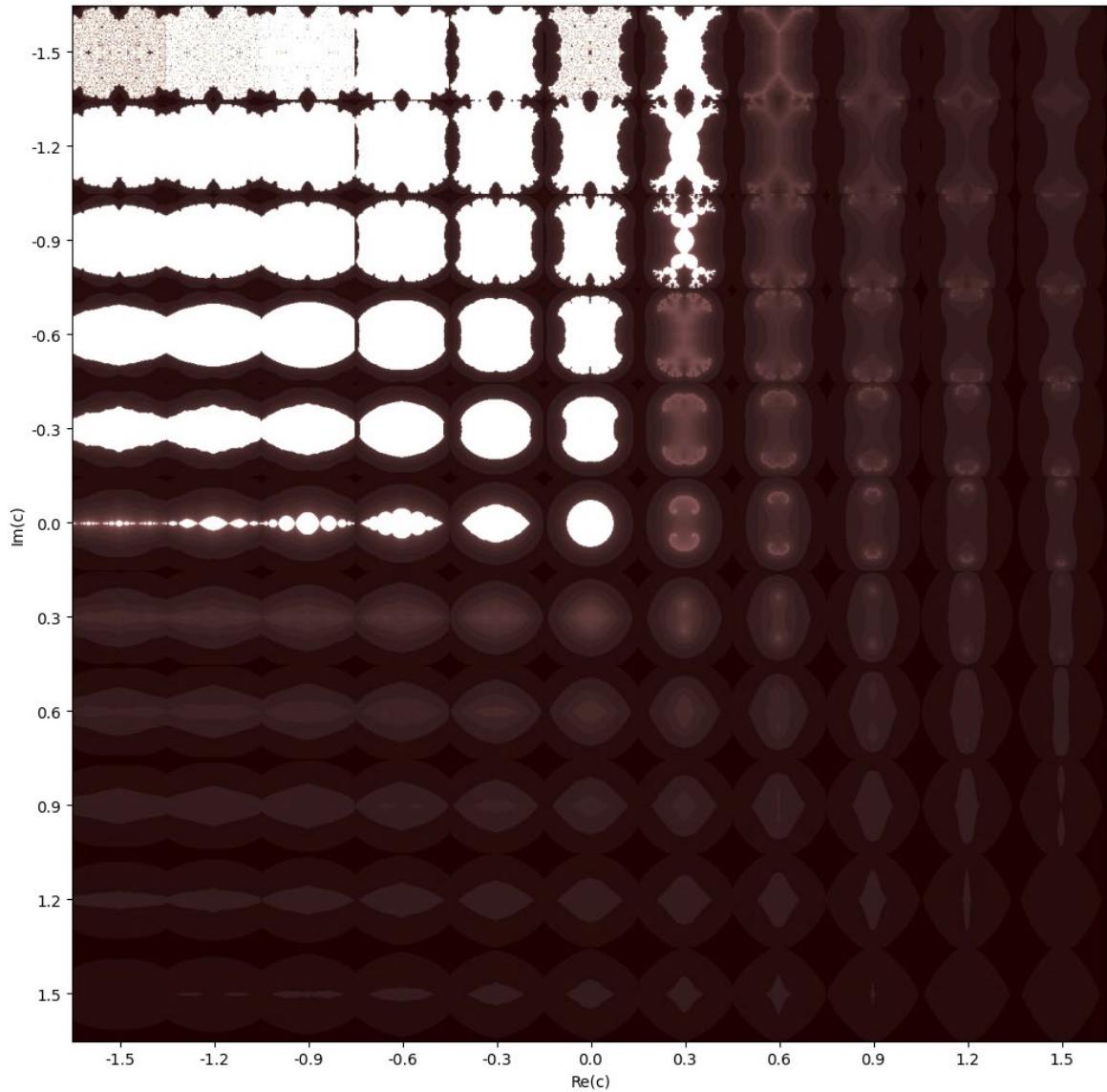


Рис. 6.2. Фракталы Жюлиа «горячий корабль» степени 1.5 для разных значений C_0

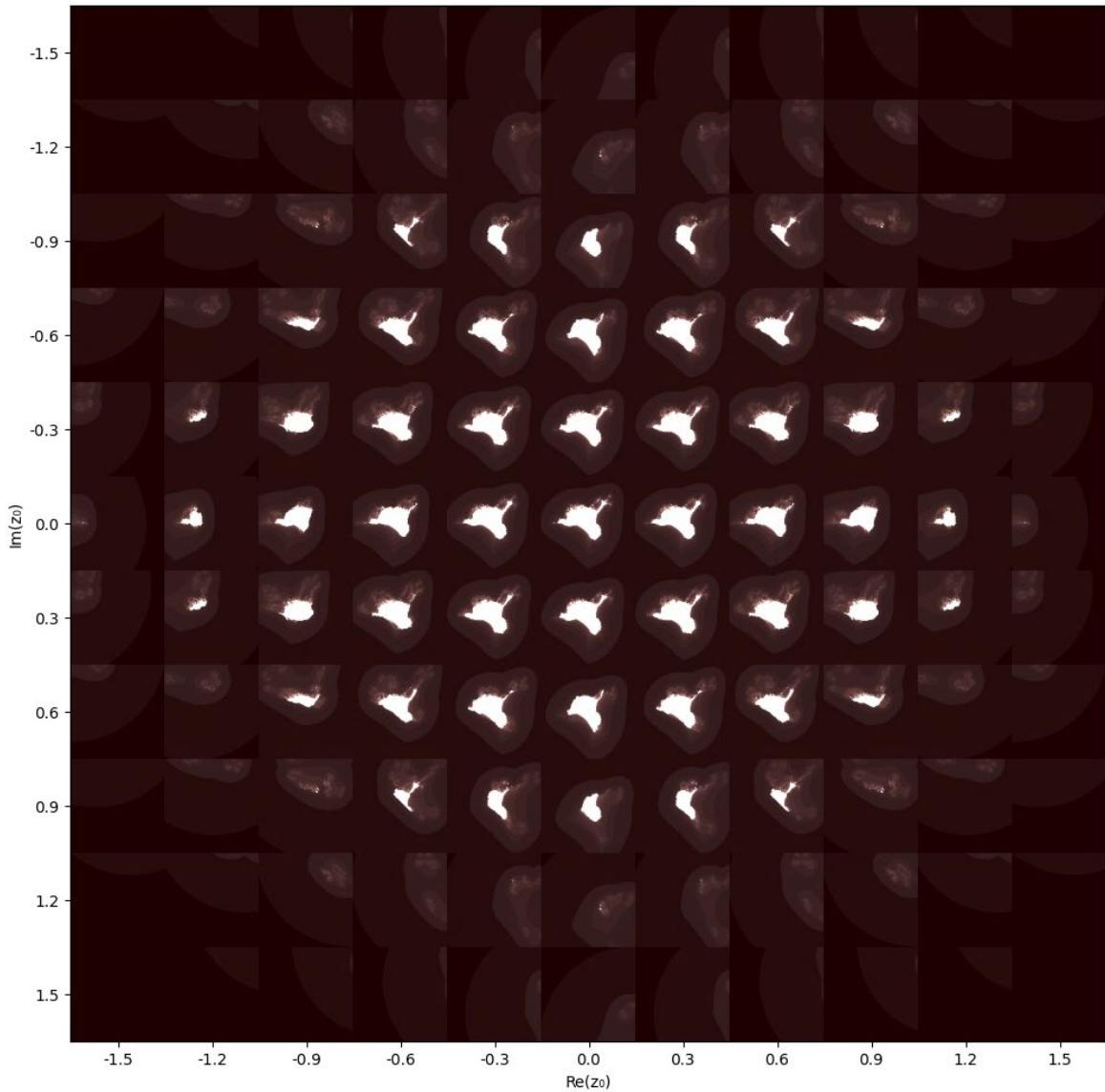


Рис. 6.3. Фракталы Мандельброта «коряящий корабль» степени 2.5 для разных значений Z_0

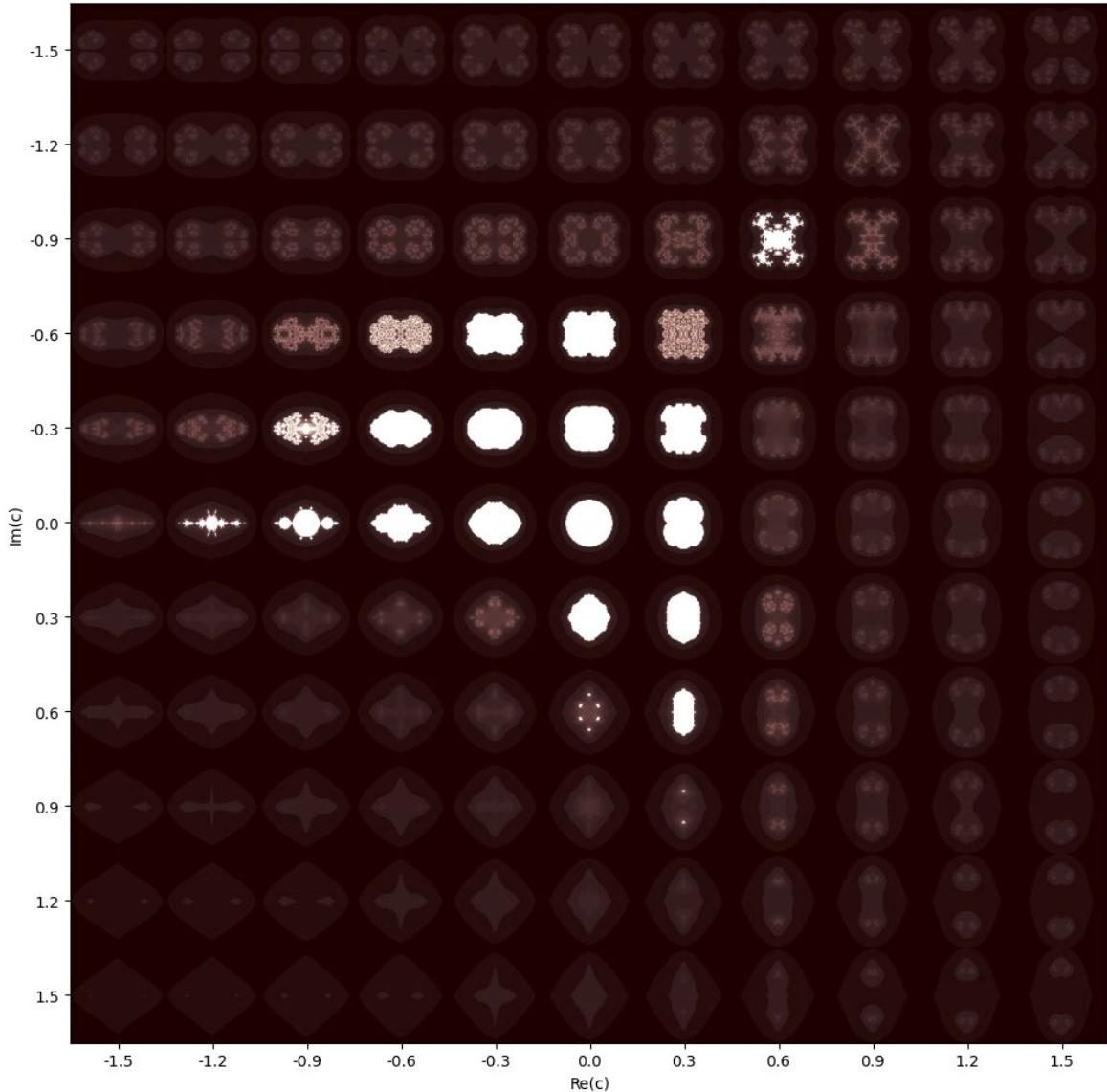


Рис. 6.4. Фракталы Жюлиа «горящий корабль» степени 2.5 для разных значений C_0

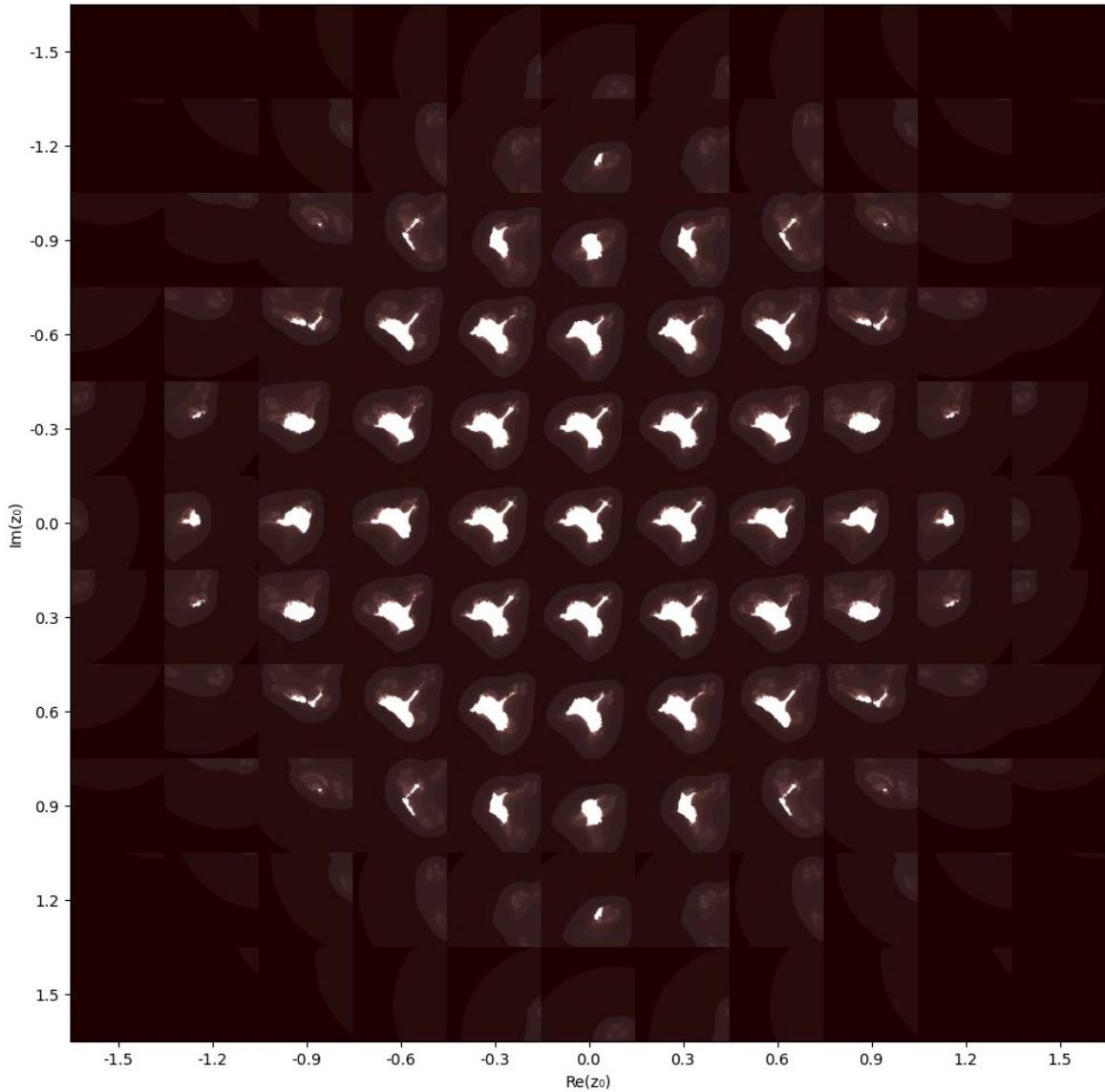


Рис. 6.5. Фракталы Мандельброта «корячий корабль» степени 2.75 для разных значений Z_0

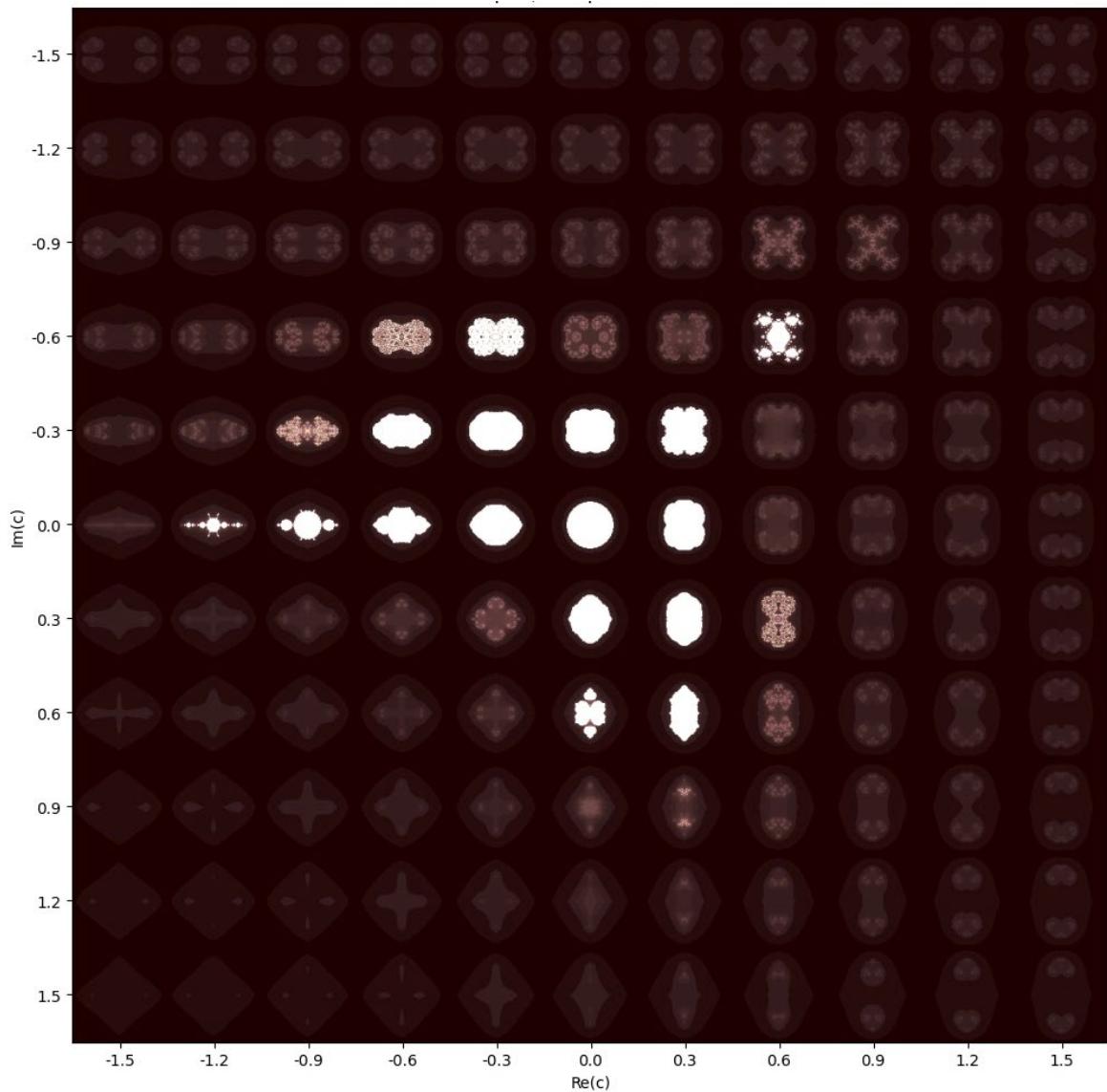


Рис. 6.6. Фракталы Жюлиа «горящий корабль» степени 2.75 для разных значений C_0

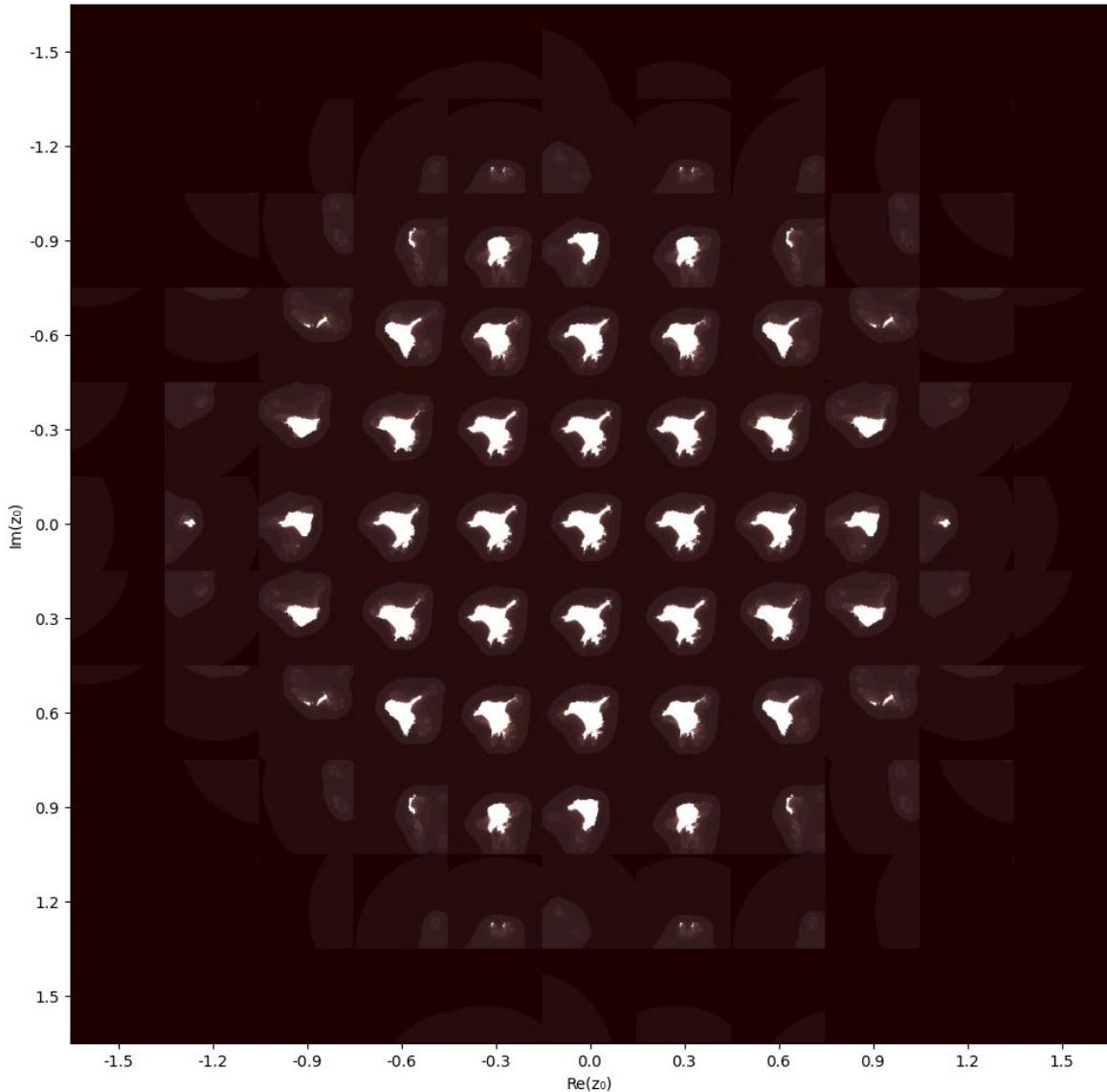


Рис. 6.7. Фракталы Мандельброта «корячий корабль» степени 3.5 для разных значений Z_0

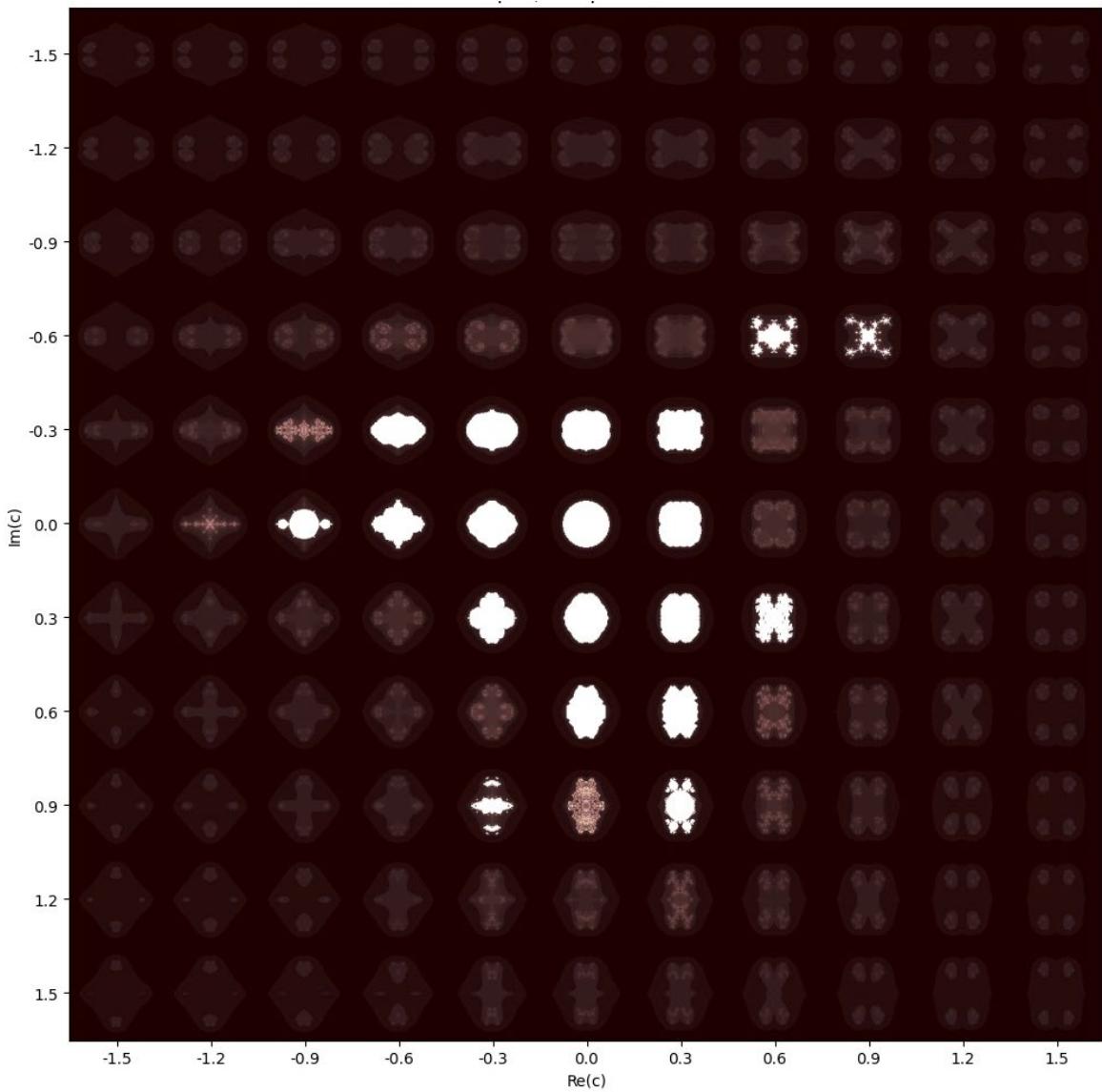


Рис. 6.8. Фракталы Жюлиа «горящий корабль» степени 3.5 для разных значений C_0

Заключение и выводы

Данная студенческая научно-исследовательская работа проводилась в соответствии с практико-ориентированной методикой, подробно изложенной в [5, 6, 7].

Подобное исследование фрактала «горящий корабль» ранее авторам не встречалось.

В изображениях ФМ «горящего корабля» разных вещественных степеней (рис. 1, рис. 2.1, рис. 3.1, рис. 4.1 и т.д.) наблюдается симметричность относительно центральной строки ($Im(z_0)=0$) и центрального столбца ($Re(z_0)=0$).

Кроме того, сами изображения ФМ «горящего корабля» целых четных степеней асимметричны (рис. 1, рис. 3.1, рис. 5.1), нечетных степеней – имеют осевую симметрию относительно диагонали (рис. 2.1, рис. 4.1), что приводит к симметричности изображений ФЖ относительно соответствующей диагонали таблицы (рис. 2.2, рис. 4.2).

В работе были получены массивы фрактальных изображений для степеней 2–6 и ряда дробных значений, что позволяет легко произвести их оценку «в целом», в частности, делая выбор образа для задач дизайна.

Впервые произведен выход в пространство большей размерности, в частности миниатюры ФМ или ФЖ с одинаковой позицией в разных таблицах представляют собой цепочки сечений (томограмм) обобщенного степенного гиперфрактала «горящий корабль», отличающихся одной координатой t . На рис. 7 показана такая цепочка, составленная из центральных изображений ФМ разных степеней. Это наглядно показывает, что

пространство в окрестностях гиперфрактала «горящий корабль» так же непрерывно (при незначительных изменениях положения секущей плоскости, изображение меняется незначительно), как и пространство в окрестностях классического гиперфрактала Мандельброта.

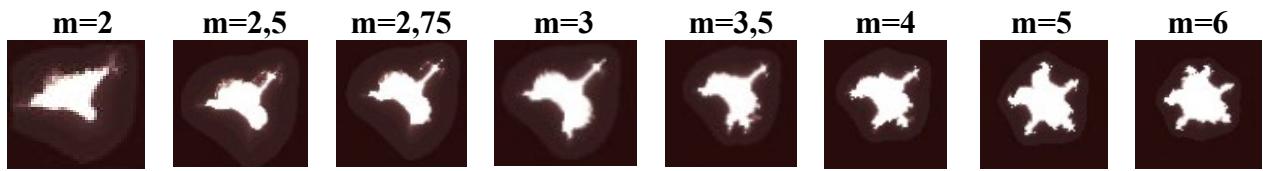


Рис. 7. Сечения гиперфрактала «горящий корабль» для разных значений m ($Z_0 = 0+0i$)

Литература

1. Бойков А.А., Орлова Е.В., Чернова А.В., Шкилевич А.А. О создании фрактальных образов для дизайна и полиграфии и некоторых геометрических обобщениях, связанных с ними // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации. Материалы VIII Международной научно-практической интернет-конференции, февраль – март 2019 г. – Пермь: ПНИПУ, 2019. – С. 325–339.
2. Бойков А.А., Ефремов А.В., Рустамян В.В. О студенческой научно-исследовательской работе на геометро-графических кафедрах // Геометрия и графика. 2023. №. 4. С. 61-75. DOI: 10.12737/2308-4898-2024-11-4-61-75.
3. Вышнепольский В.И., Бойков А.А., Егиазарян К.Т., Кадыкова Н.С. Методическая система проведения занятий на кафедре «Инженерная графика» РТУ МИРЭА // Геометрия и графика. 2023. №. 1. С. 23-34. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-23-34.
4. Вышнепольский В.И., Бойков А.А., Егиазарян К.Т., Ефремов А.В. Научно-исследовательская работа на кафедре «Инженерная графика» РТУ МИРЭА // Геометрия и графика. 2023. №. 1. С. 70-85. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-70-85.
5. Лабуть А. Снова о многомерности множества Мандельброта–Жюлиа [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.sciteclibrary.ru/texsts/rus/stat/st2526.htm>. – Загл. с экрана (Дата обращения: 23.06.2025).
6. Орлова Е.В., Чернова А.В. Исследование алгебраических фракталов с позиций многомерной геометрии // Журнал естественнонаучных исследований. 2024. Т.9, №4. С. 64–71.
7. Шкилевич А.А. К исследованию фрактальных образов множеств Жулиа-Мандельброта // Журнал естественнонаучных исследований. 2024. Т. 9, №2. С. 31–37.