

# Расширенное исследование фрактала «горящий корабль»

## Extended study of algebraic fractals "burning ship"

УДК 004.92: 517.9

Получено: 13.07.2025

Одобрено: 20.08.2025

Опубликовано: 25.09.2025

**Бойков А.А.**

Старший преподаватель кафедры инженерной графики, ФГБОУ ВО «МИРЭА - Российский технологический университет», г. Москва

e-mail: albophx@mail.ru

**Boykov A.A.**

Senior Lecturer Department of Engineering Graphics, MIREA - Russian Technological University, Moscow

e-mail: albophx@mail.ru

**Толстых И.С.**

Студент, ФГБОУ ВО «МИРЭА - Российский технологический университет», г. Москва

**Tolstykh I.S.**

Student, MIREA - Russian Technological University, Moscow

### Аннотация

В статье представлены результаты студенческой научной работы, которые могут представлять интерес для исследователей в области алгебраических фракталов, а также разработчиков программ для графического и предметного дизайна. С позиции многомерной геометрии исследована разновидность степенного фрактала Жюлиа-Мандельброта, известная как фрактал «горящий корабль».

**Ключевые слова:** алгебраические фракталы, множество Мандельброта, множество Жюлиа, фрактал «горящий корабль».

### Abstract

The article presents the results of a student research work that may be of interest to researchers in the field of algebraic fractals, along with developers of software for graphic and industrial design. Power fractals of Julia-Mandelbrot of various orders are studied from the perspective of multidimensional geometry.

**Keywords:** algebraic fractals, Mandelbrot set, Julia set, "burning ship" fractal.

### Введение

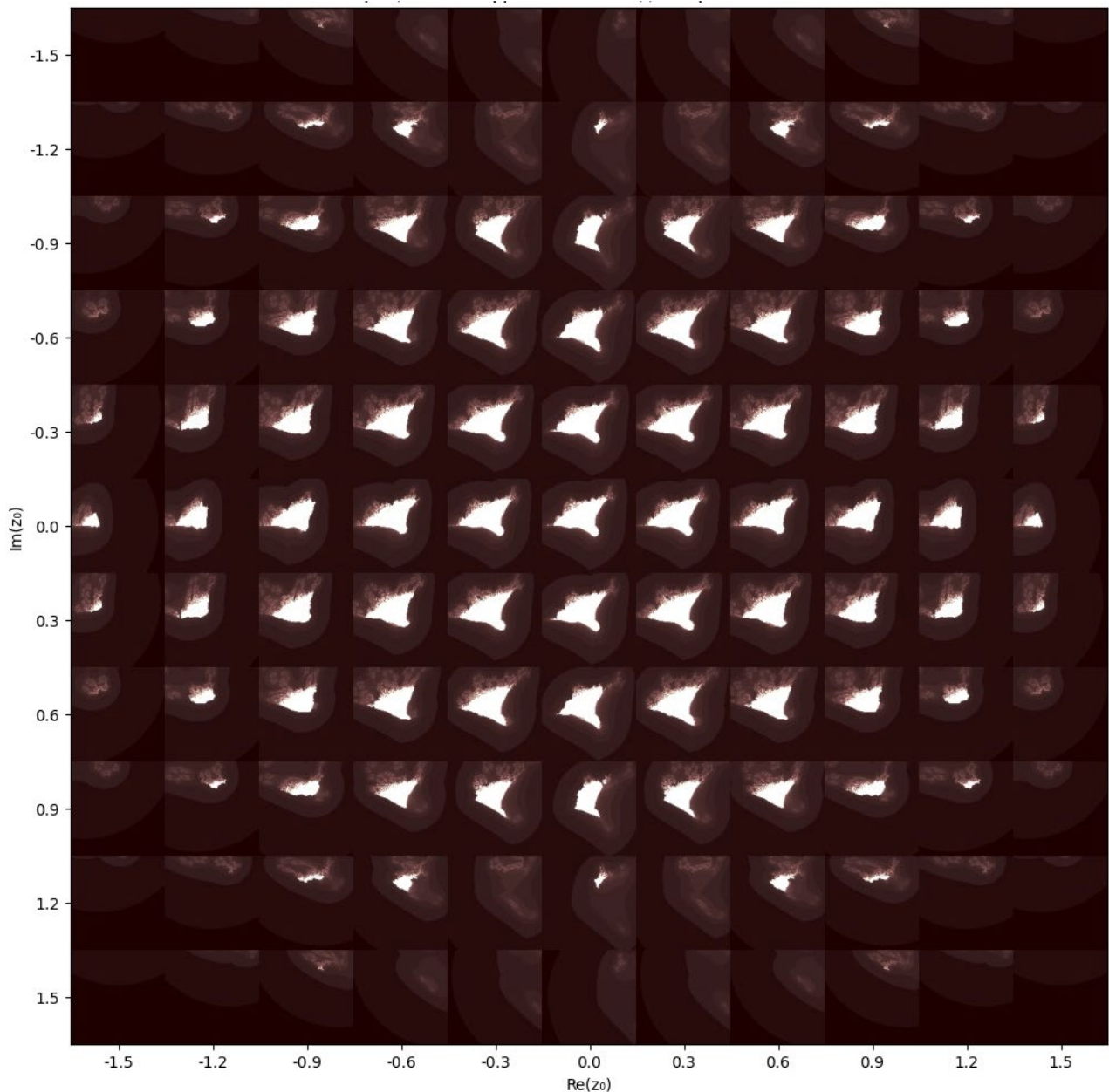
В работе [1] предлагается методика исследования степенных фракталов типа множество Мандельброта путем рассмотрения показателя степени в качестве свободной координаты, что делает двухмерный фрактал 3- (показатель степени – действительное число) или 4-мерным (показатель степени – комплексное число). В работах [2, 3, 4] предлагается методика исследования фракталов типа множество Мандельброта (ФМ) вместе с фракталами типа множество Жюлиа (ФЖ) в рамках общего многомерного подхода, где ФМ и ФЖ получают рассечением многомерного фрактального объекта (гиперфрактала) сечениями некоторых параллельных плоскостей.

В настоящем исследовании указанные методики применяются совместно к частному виду фракталов, получивших название «горящий корабль». Эту разновидность фракталов можно рассматривать как частную модификацию базовой формулы степенного фрактала Мандельброта. Ниже представлены полученные серии изображений.

### 1. Фрактал «горящий корабль»

Итерационная формула –  $F(z) = |z^2| + c$ .

Для ФМ (рис. 1) значение  $Z_0$  менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом 0,3. Значение  $C$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ .



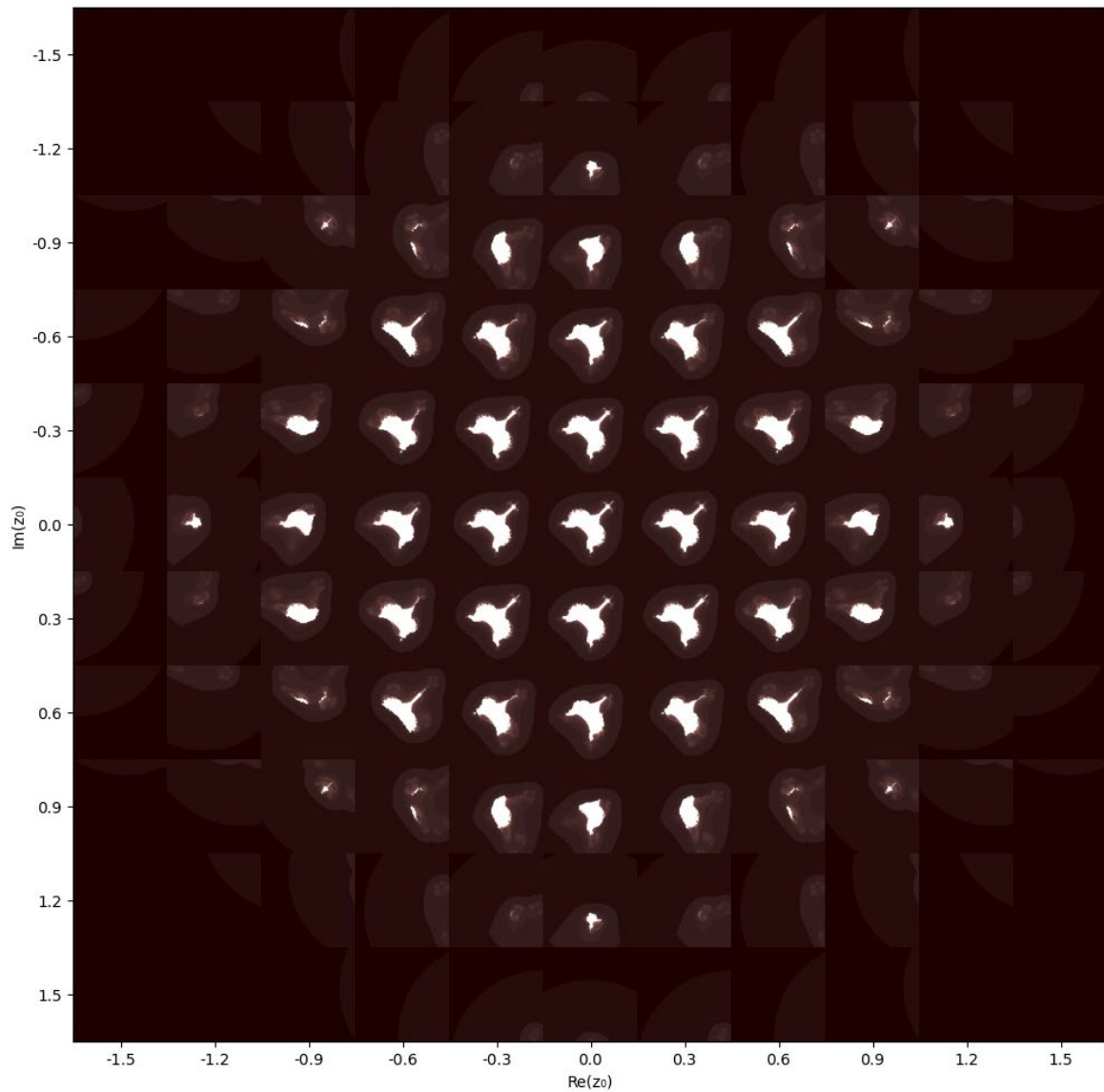
**Рис. 1.** Фракталы «горящий корабль» второй степени для разных значений  $Z_0$

Построенные изображения, в целом, соответствуют результатам, полученным в предыдущих работах [4], что подтверждает корректность созданной программной системы и позволяет перейти к построению фрактальных изображений фракталов других степеней, изученных в меньшей степени.

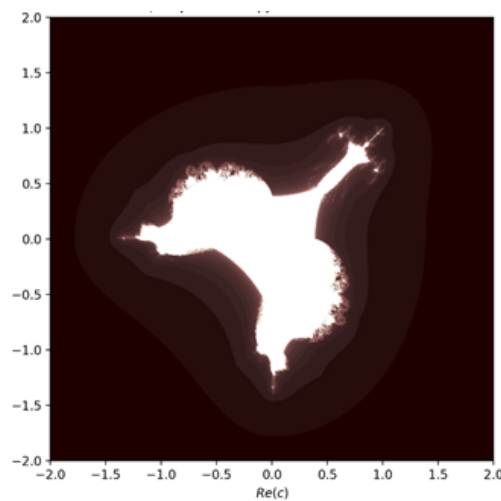
## 2. Фрактал «горящий корабль» 3-й степени

Итерационная формула –  $F(z) = |z^3| + c$ .

Для ФМ (рис. 2.1, а) значение  $Z_0$  менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом 0,3. Значение  $C$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ . На рис. 2.1, б показано изображение базового ФМ третьей степени ( $Z_0=0+0i$ ). Его можно назвать «звездным кораблем».



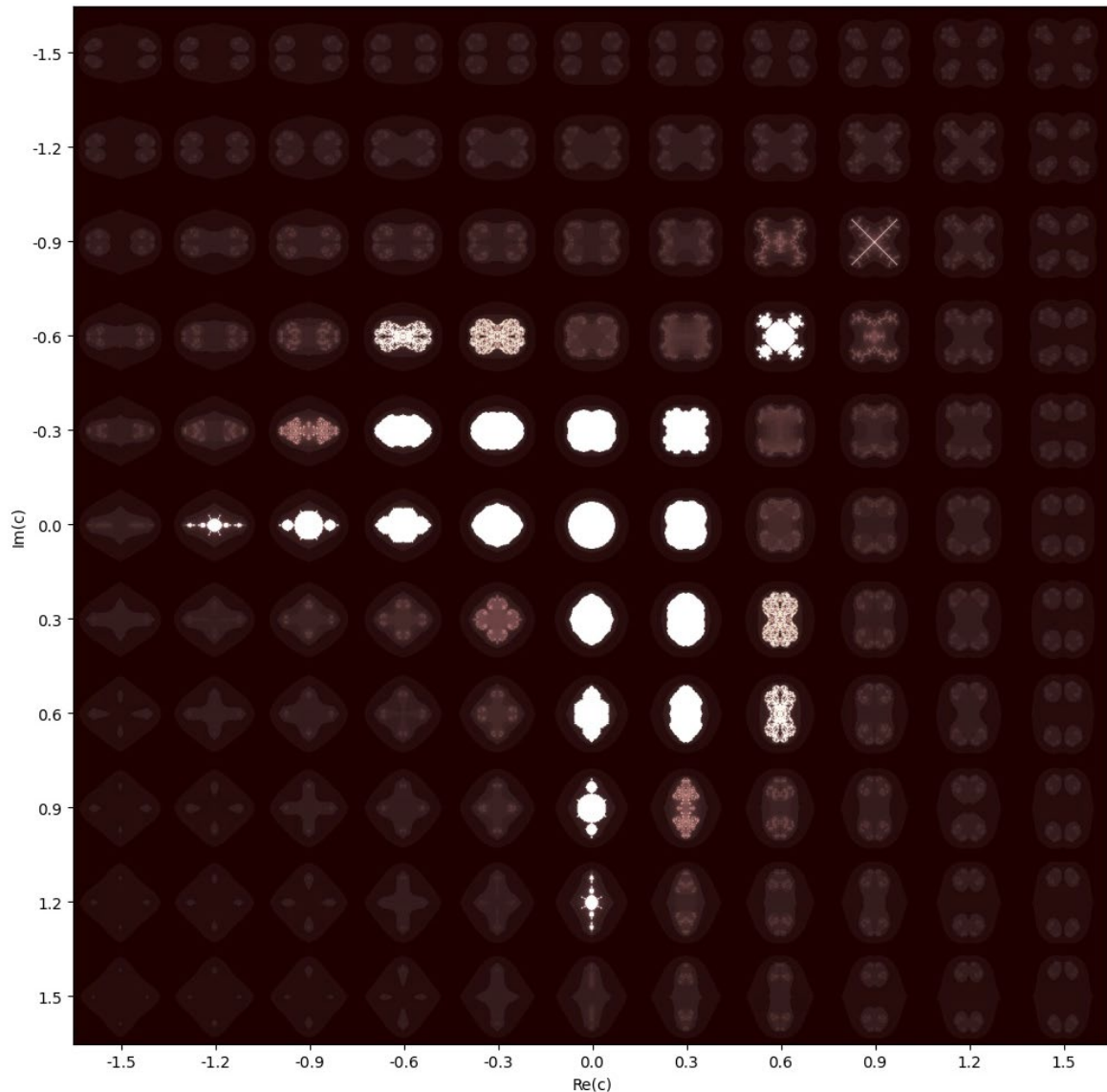
а)



б)

**Рис. 2.1.** Фракталы «горящий корабль» третьей степени для разных значений  $Z_0$

Для ФЖ (рис. 2.2) значение  $C$  также менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом  $0,3$ . Значение  $Z$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ .



**Рис. 2.2.** Фракталы Жюлиа «горящий корабль» третьей степени для разных значений  $C_0$

### 3. Фрактал «горящий корабль» 4-й степени

Итерационная формула –  $F(z) = |z^4| + c$ .

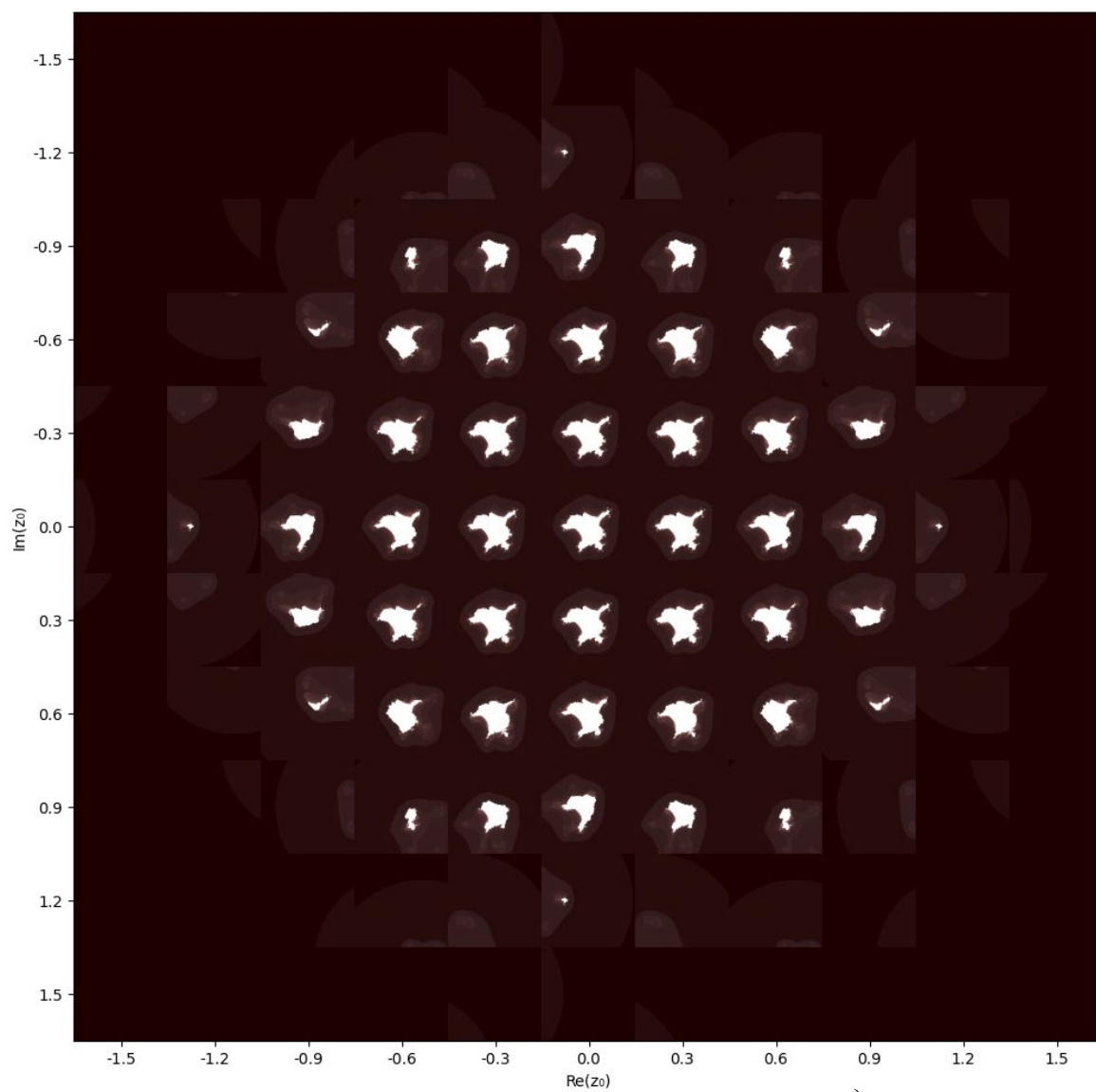
Для ФМ (рис. 3.1, а) значение  $Z_0$  менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом  $0,3$ . Значение  $C$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ . На рис. 3.1, б показано изображение базового ФМ четвертой степени ( $Z_0=0+0i$ ).

Для ФЖ (рис. 3.2) значение  $C$  также менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом  $0,3$ . Значение  $Z$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ .

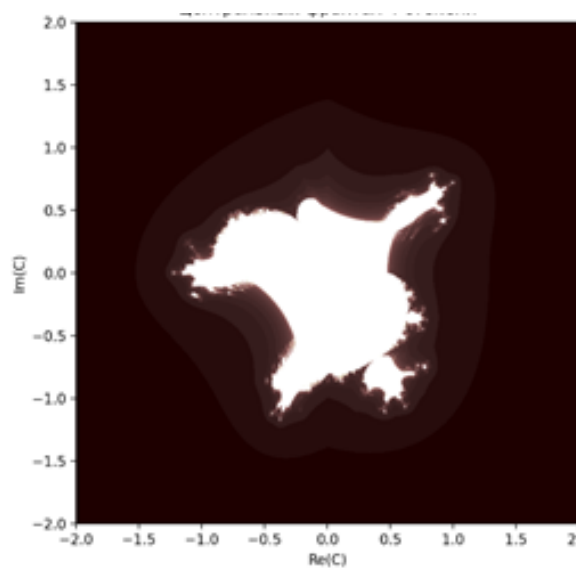
### 4. Фрактал «горящий корабль» 5-й степени

Итерационная формула –  $F(z) = |z^5| + c$ .

Для ФМ (рис. 4.1, а) значение  $Z_0$  менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом  $0,3$ . Значение  $C$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ . На рис. 4.1, б показано изображение базового ФМ пятой степени ( $Z_0=0+0i$ ).



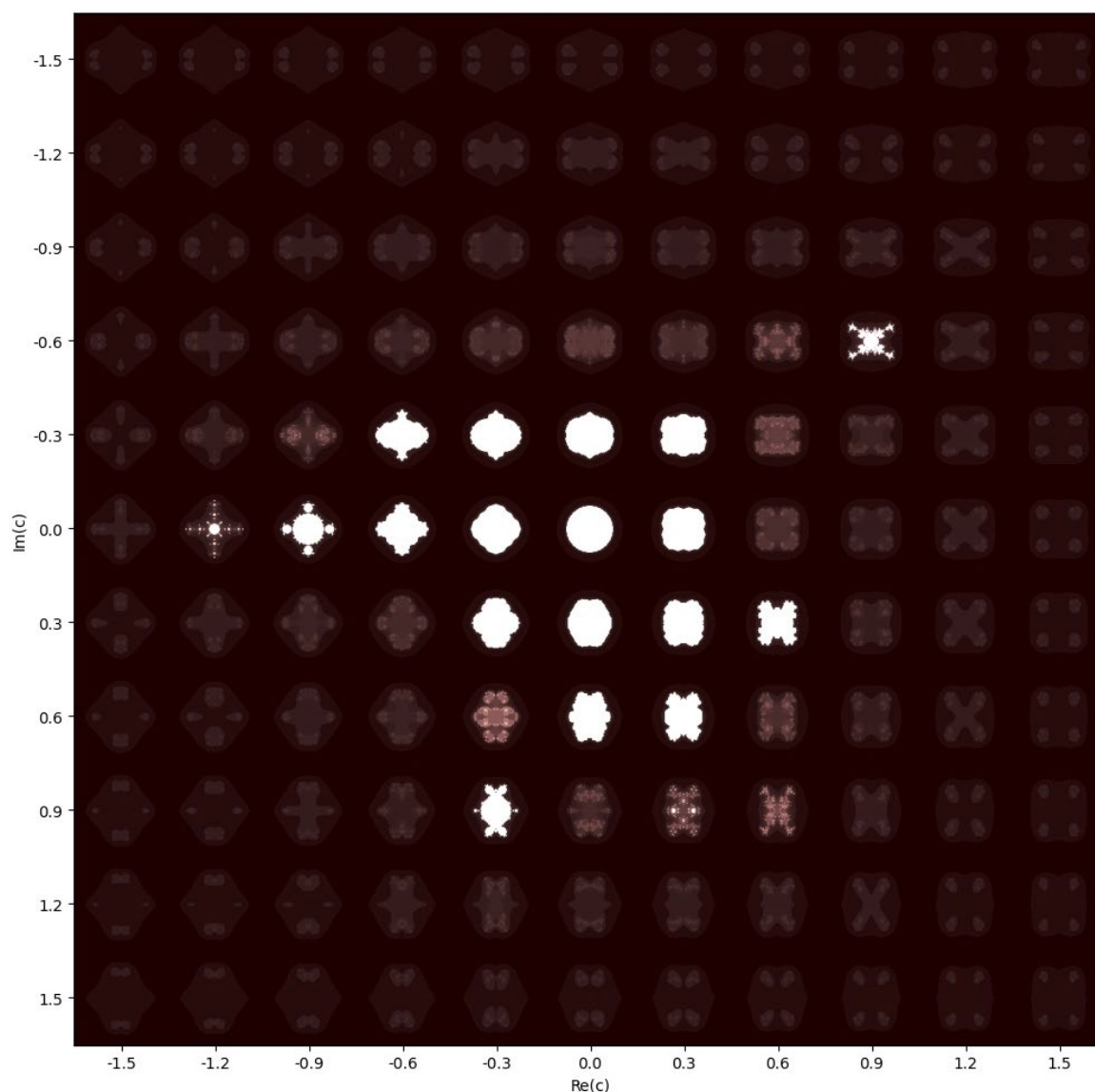
a)



б)

**Рис. 3.1.** Фракталы «горящий корабль» четвертой степени для разных значений  $Z_0$





**Рис. 3.2.** Фракталы Жюлиа «горящий корабль» четвертой степени для разных значений  $C_0$

Центральный фрактал 5 степени можно назвать «шкурой медведя» (рис. 4.1, б).

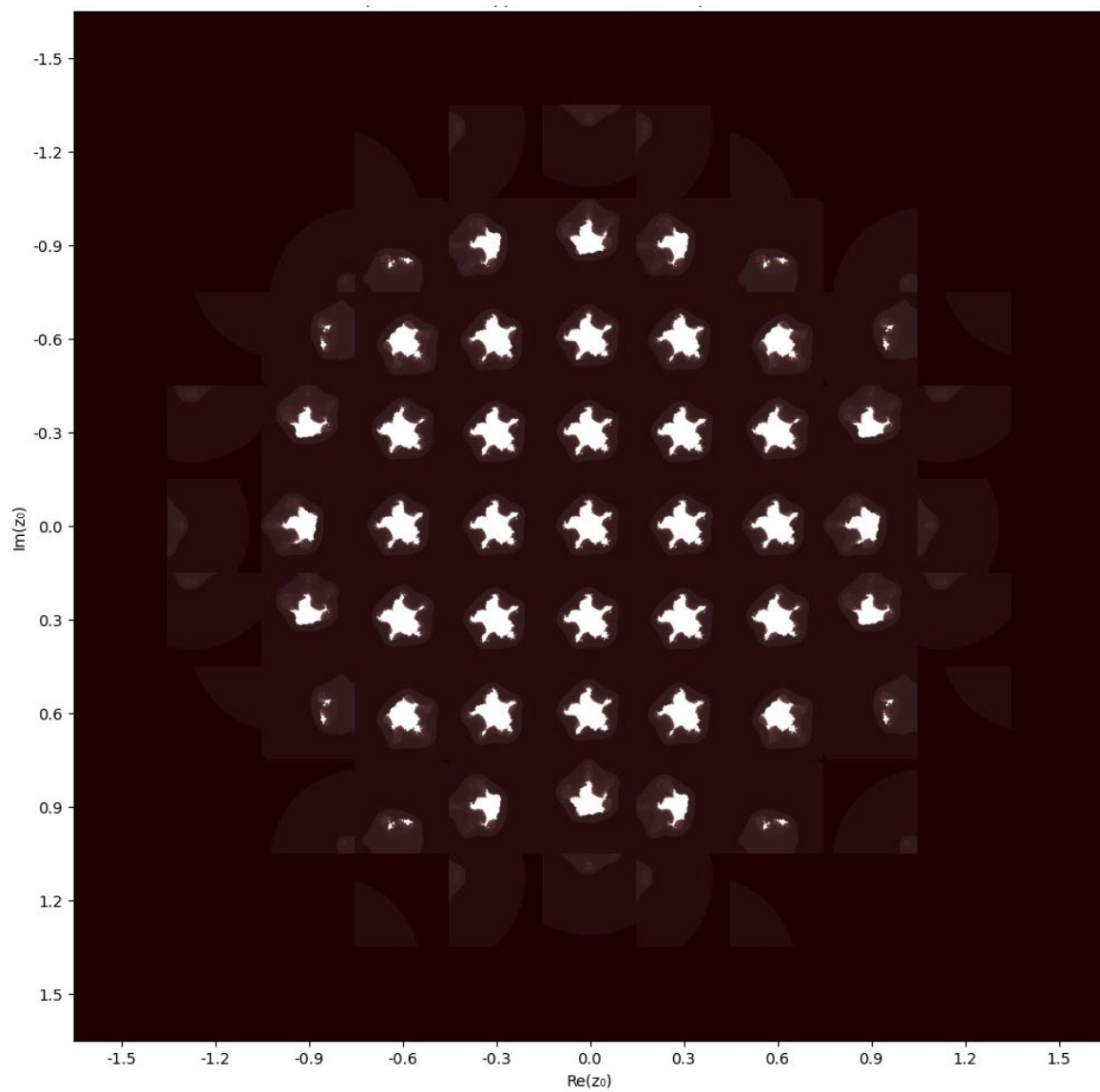
Для ФЖ (рис. 4.2) значение  $C$  также менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом 0,3. Значение  $Z$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ .

### 5. Фрактал «горящий корабль» 6-й степени

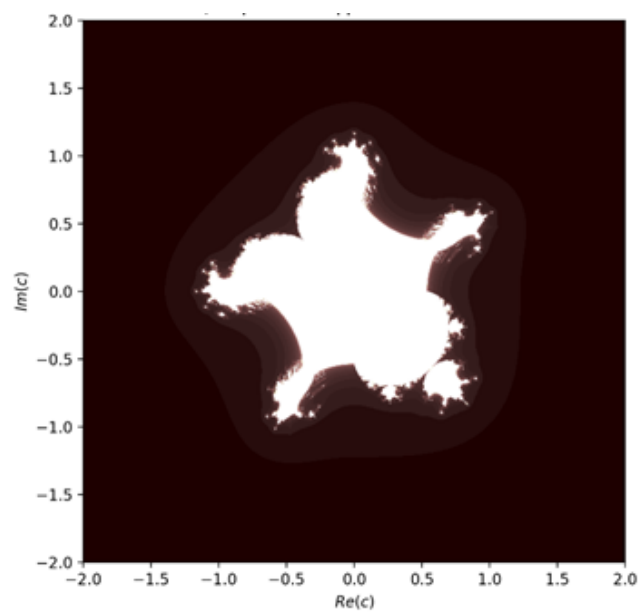
Итерационная формула –  $F(z) = |z^6| + c$ .

Для ФМ (рис. 5.1, а) значение  $Z_0$  менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом 0,3. Значение  $C$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ . На рис. 4.1, б показано изображение базового ФМ пятой степени ( $Z_0=0+0i$ ).

Для ФЖ (рис. 4.2) значение  $C$  также менялось в диапазоне от  $-1,5 - 1,5i$  до  $1,5 + 1,5i$  с шагом 0,3. Значение  $Z$  принадлежало области  $[-2 - 2i; 2 + 2i]$ .

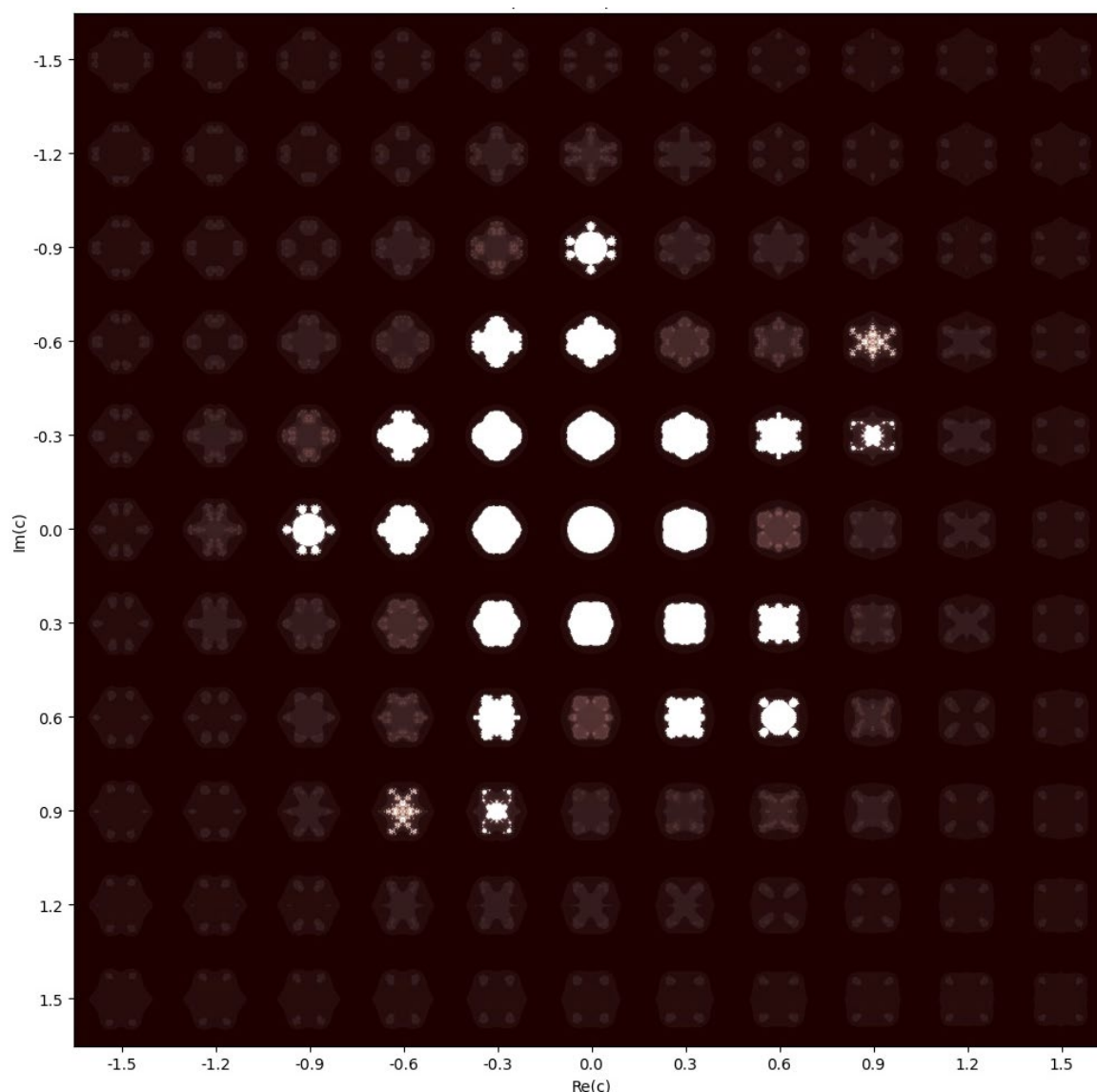


а)



б)

**Рис. 4.1.** Фракталы «горящий корабль» пятой степени для разных значений  $Z_0$



**Рис. 4.2.** Фракталы Жюлиа «горящий корабль» пятой степени для разных значений  $C_0$

### 6. Фракталы «горящий корабль» дробных степеней

Рассмотрев ряд фракталов с целыми значениями степени в итерационной формуле, мы можем перейти к формуле общего вида –  $F(z) = |z^m| + c$ .

Эта формула задает 5-мерный гиперфрактал, если  $m$  – вещественное, – и 6-мерный гиперфрактал, если  $m$  – комплексное. Рассмотрим несколько примеров для  $m$  вещественного и не целого.

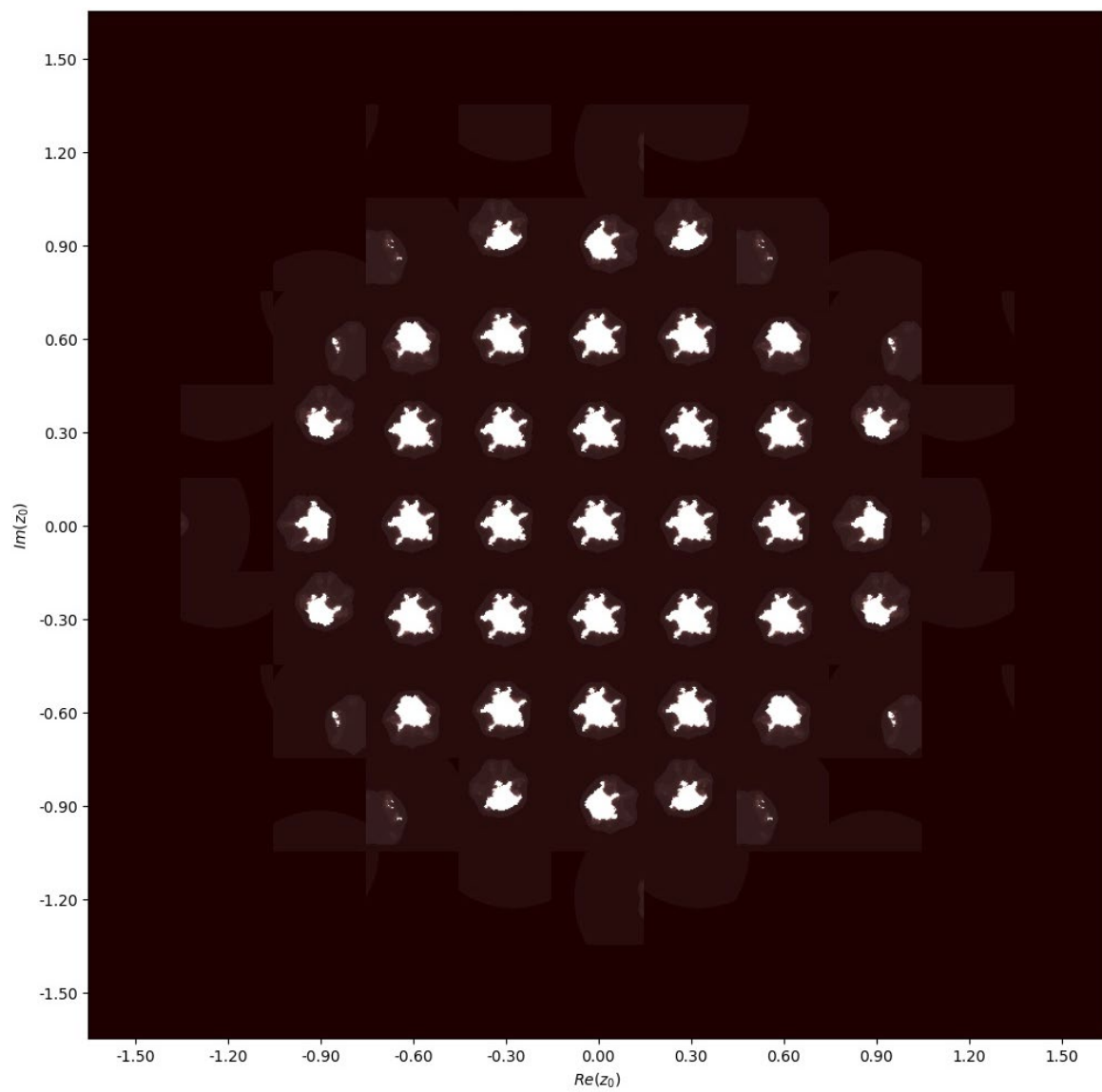
На рис. 6.1 показаны миниатюры ФМ, на рис. 6.2 – миниатюры ФЖ степени 1.5.

На рис. 6.3 показаны миниатюры ФМ, на рис. 6.4 – миниатюры ФЖ степени 2.5.

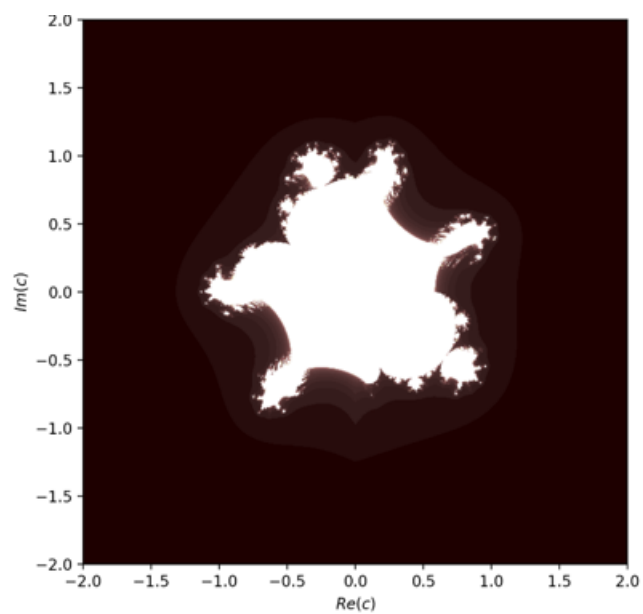
На рис. 6.5 показаны миниатюры ФМ, на рис. 6.6 – миниатюры ФЖ степени 2.75.

На рис. 6.7 показаны миниатюры ФМ, на рис. 6.8 – миниатюры ФЖ степени 3.5.



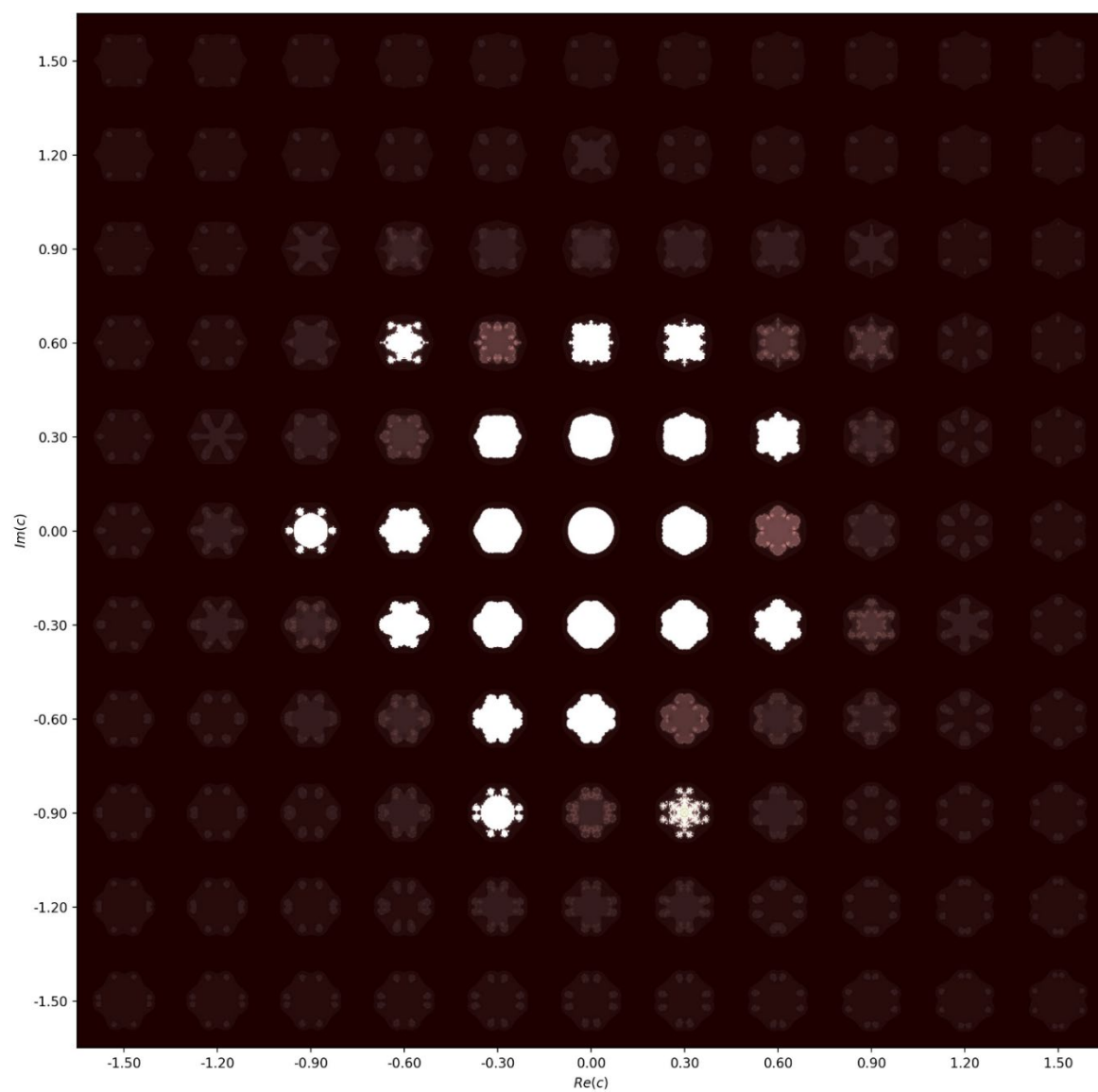


а)

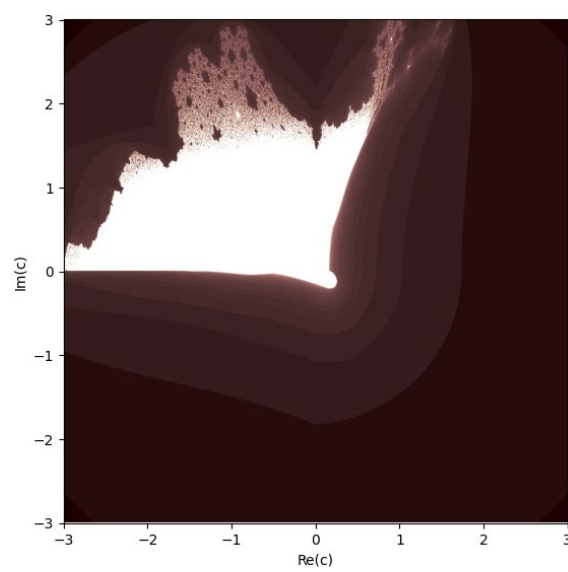
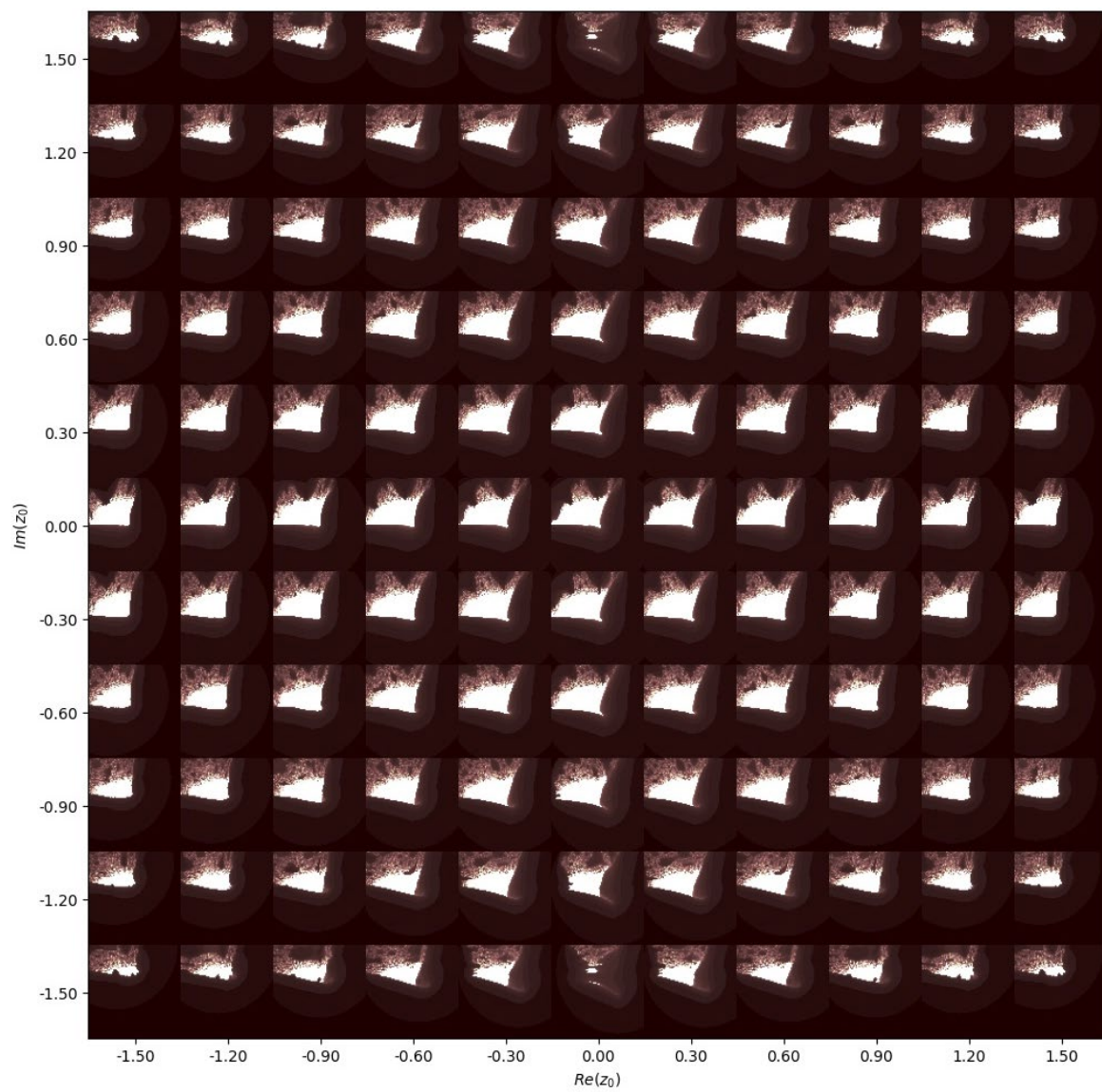


б)

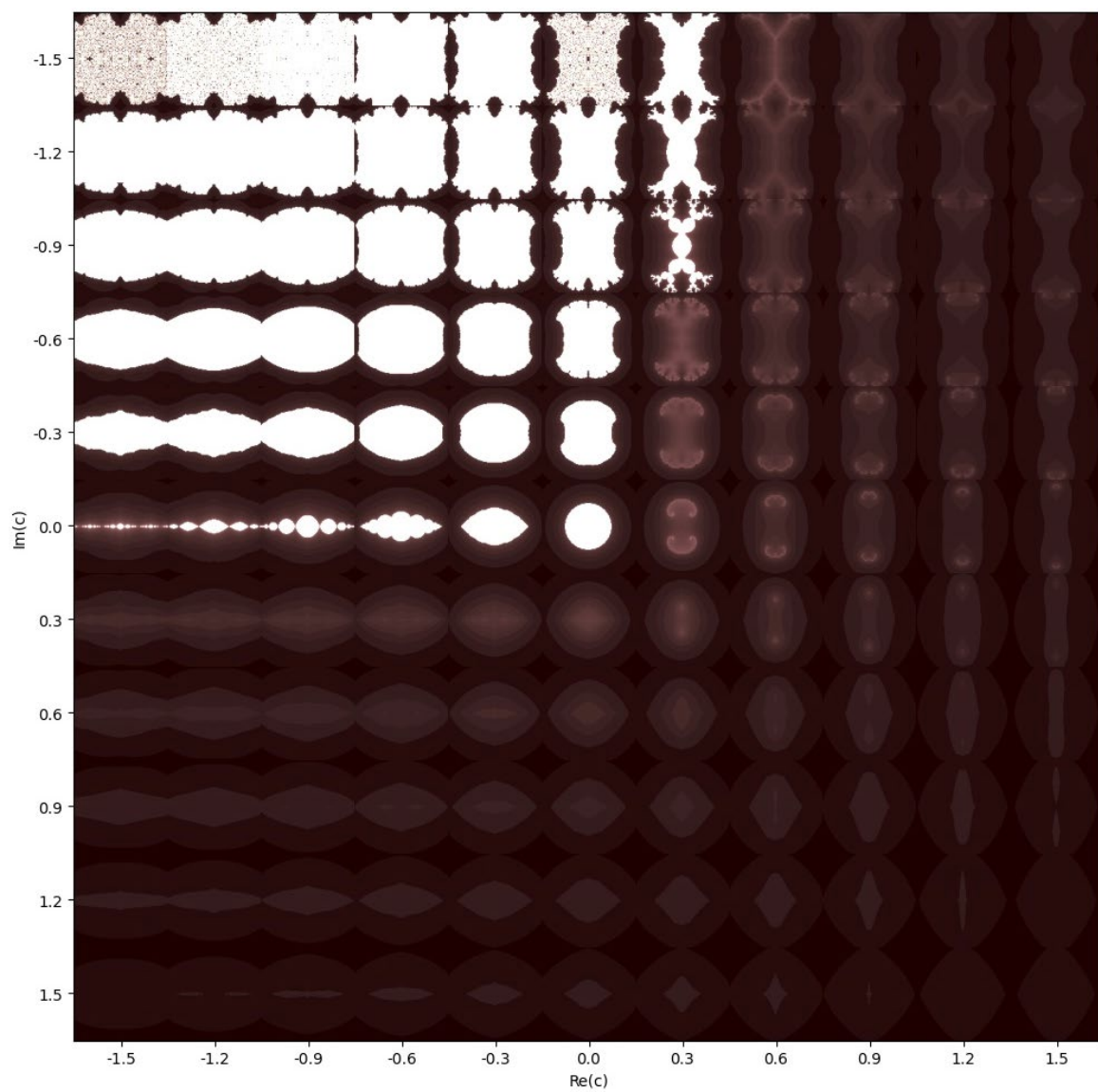
**Рис. 5.1.** Фракталы «горящий корабль» шестой степени для разных значений  $Z_0$



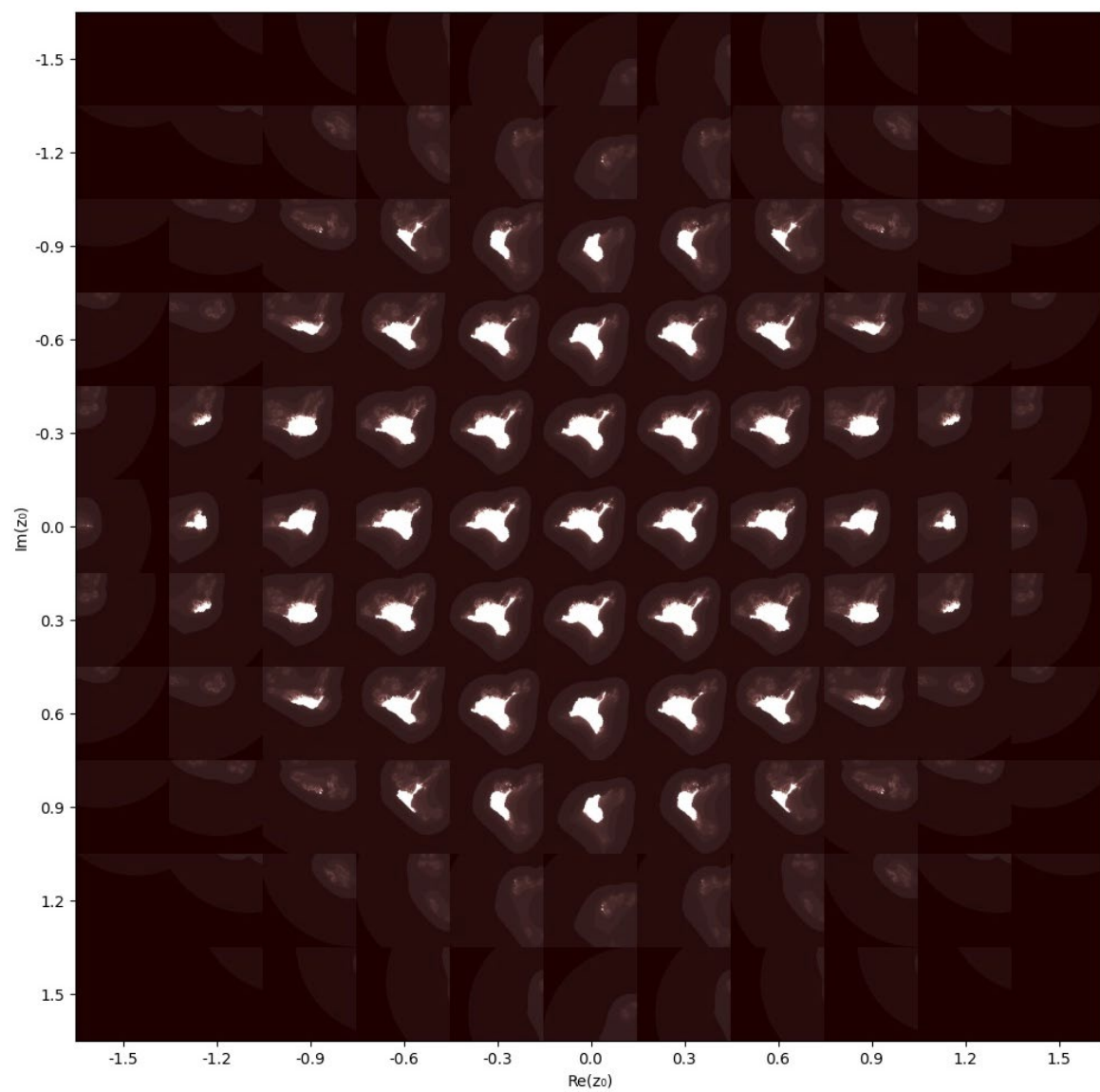
**Рис. 5.2.** Фракталы Жюлиа «горящий корабль» шестой степени для разных значений  $C_0$



**Рис. 6.1.** Фракталы Мандельброта степени 1.5 для разных значений  $Z_0$

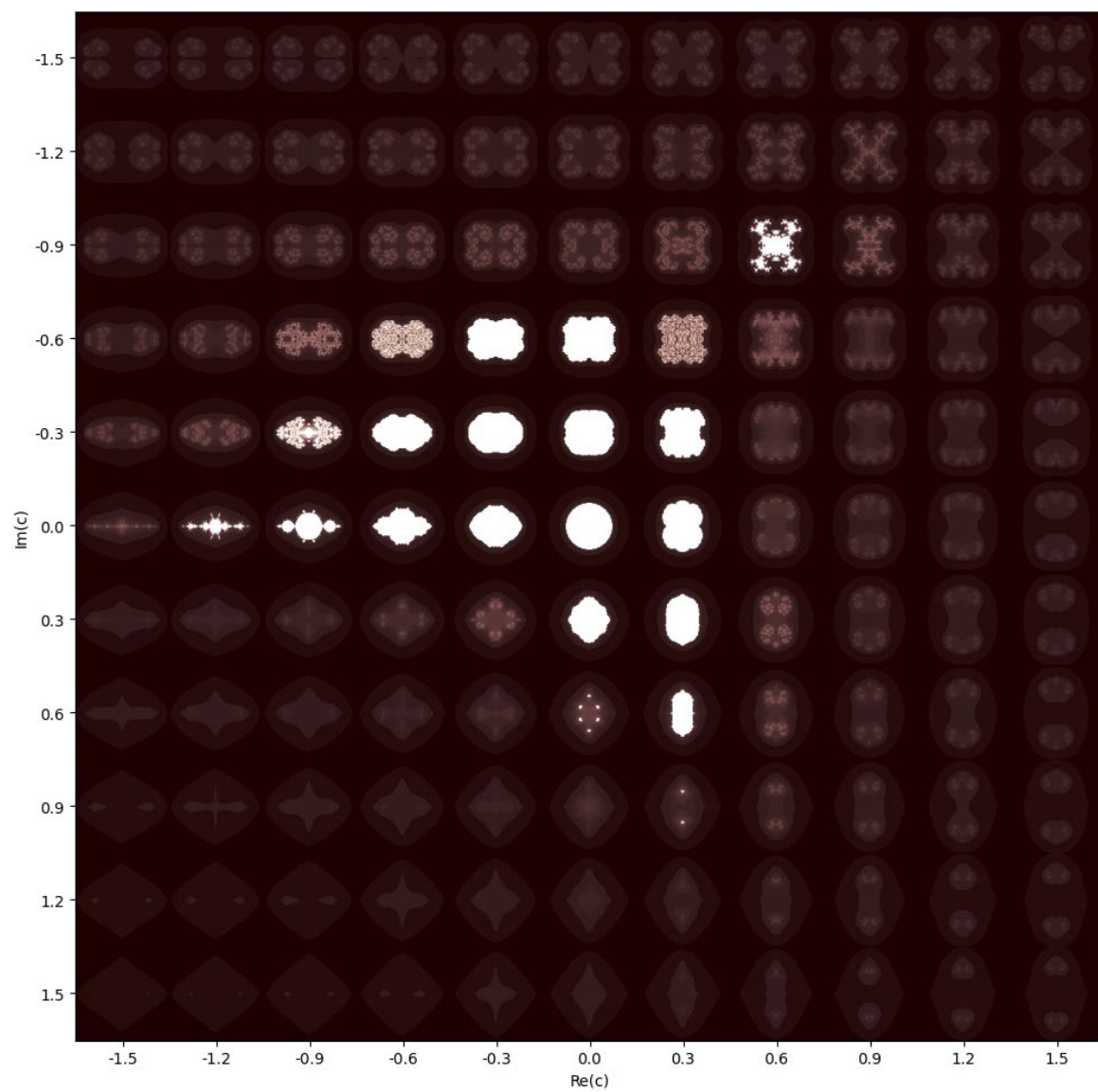


**Рис. 6.2.** Фракталы Жюлиа «горящий корабль» степени 1.5 для разных значений  $C_0$



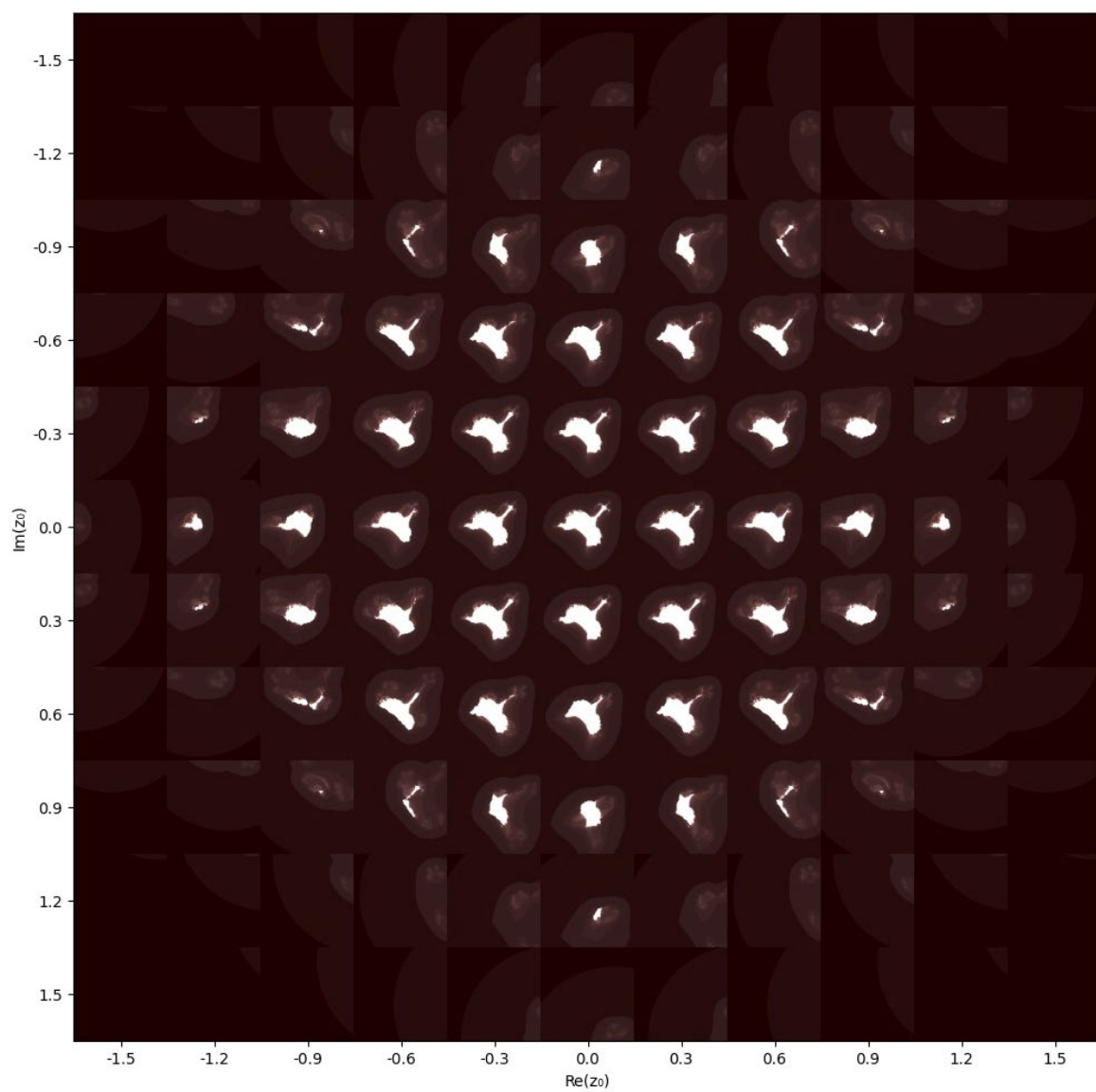
**Рис. 6.3.** Фракталы Мандельброта «корящий корабль» степени 2.5 для разных значений  $Z_0$



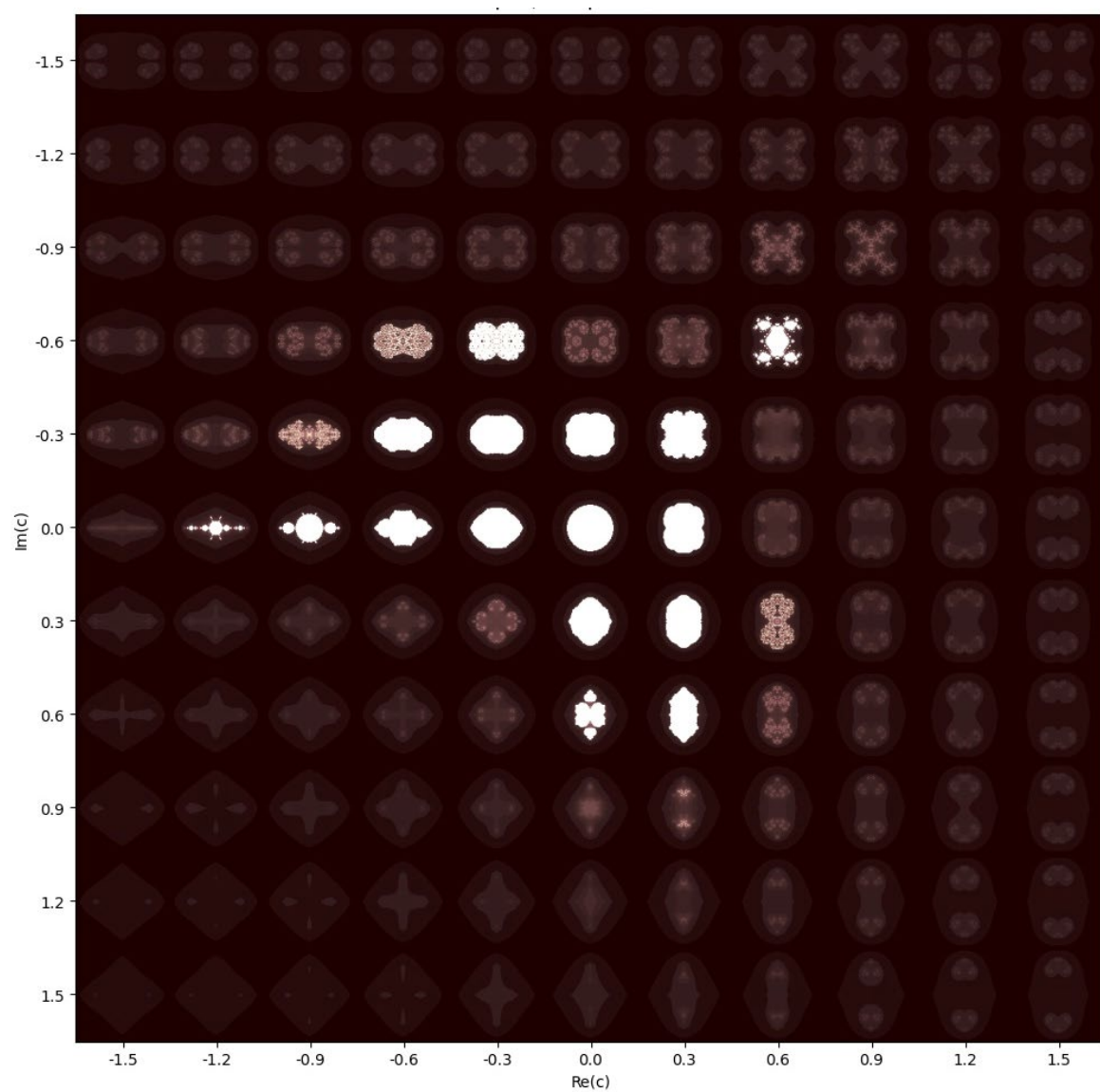


**Рис. 6.4.** Фракталы Жюлиа «горящий корабль» степени 2.5 для разных значений  $C_0$

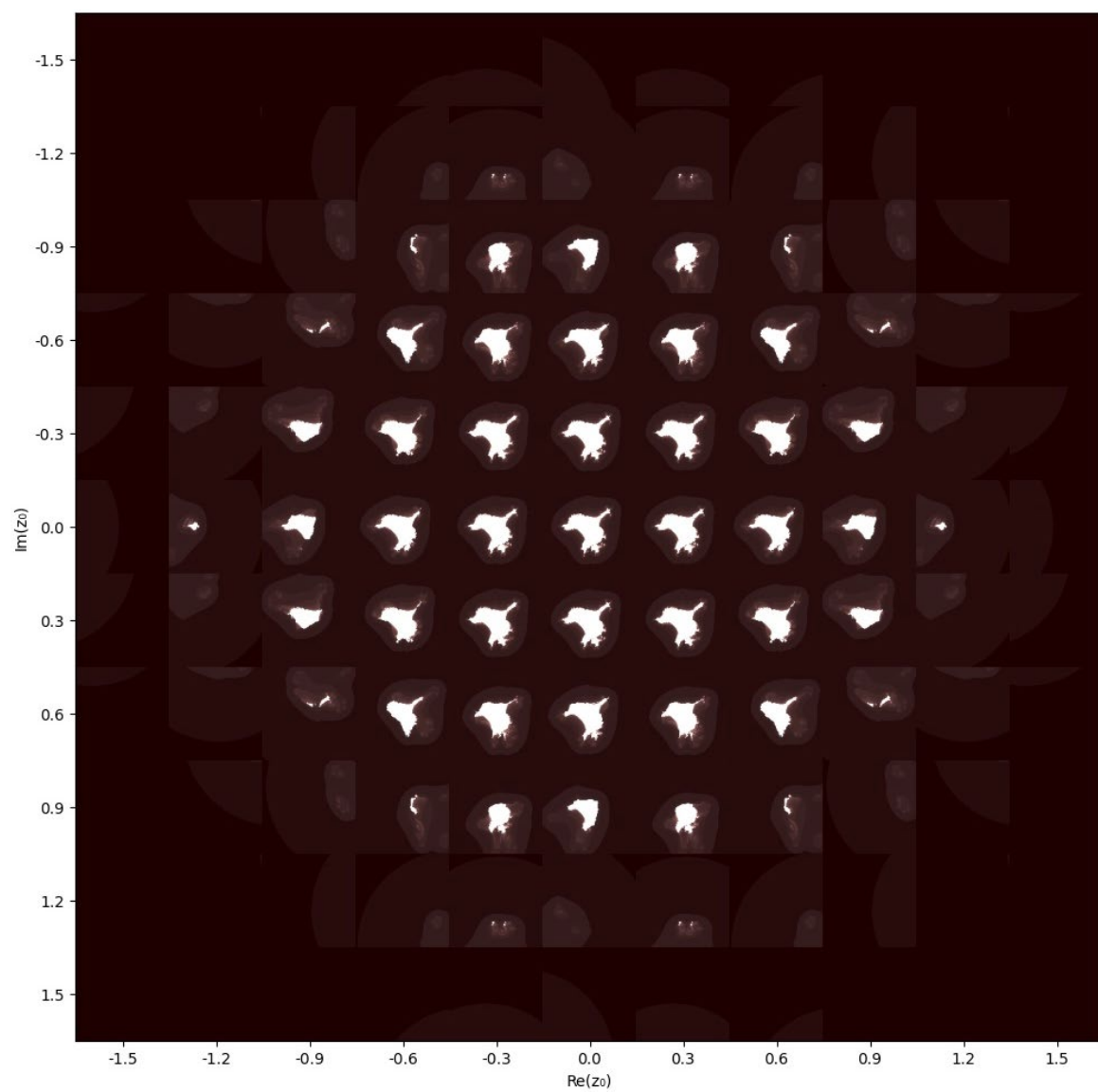




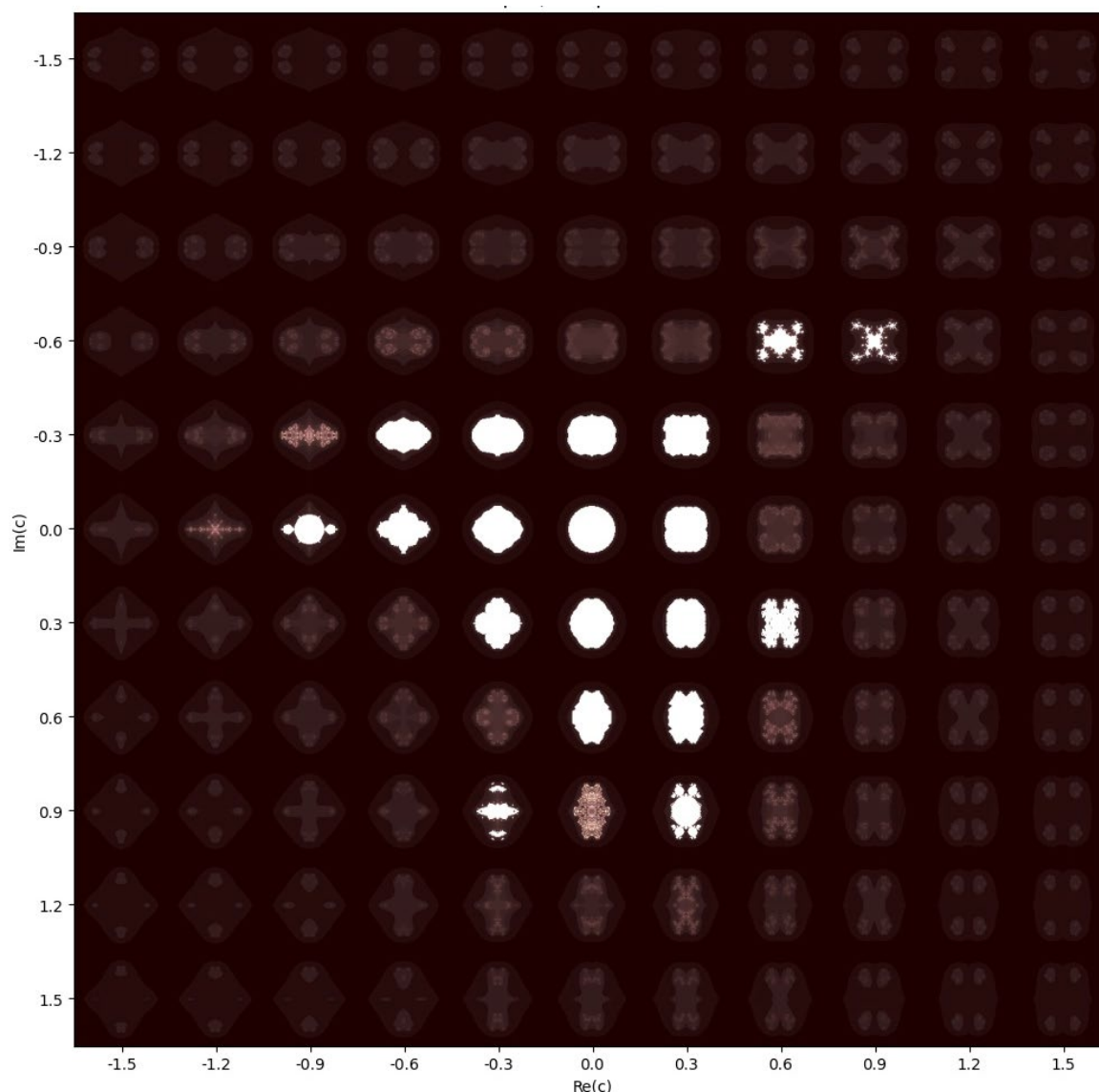
**Рис. 6.5.** Фракталы Мандельброта «корящий корабль» степени 2.75 для разных значений  $Z_0$



**Рис. 6.6.** Фракталы Жюлиа «горящий корабль» степени 2.75 для разных значений  $C_0$



**Рис. 6.7.** Фракталы Мандельброта «корящий корабль» степени 3.5 для разных значений  $Z_0$



**Рис. 6.8.** Фракталы Жюлиа «горящий корабль» степени 3.5 для разных значений  $C_0$

### Заключение и выводы

Данная студенческая научно-исследовательская работа проводилась в соответствии с практико-ориентированной методикой, подробно изложенной в [5, 6, 7].

Подробное исследование фрактала «горящий корабль» ранее авторам не встречалось.

В изображениях ФМ «горящего корабля» разных вещественных степеней (рис. 1, рис. 2.1, рис. 3.1, рис. 4.1 и т.д.) наблюдается симметричность относительно центральной строки ( $Im(z_0)=0$ ) и центрального столбца ( $Re(z_0)=0$ ).

Кроме того, сами изображения ФМ «горящего корабля» целых четных степеней ассиметричны (рис. 1, рис. 3.1, рис. 5.1), нечетных степеней – имеют осевую симметрию относительно диагонали (рис. 2.1, рис. 4.1), что приводит к симметричности изображений ФЖ относительно соответствующей диагонали таблицы (рис. 2.2, рис. 4.2).

В работе были получены массивы фрактальных изображений для степеней 2–6 и ряда дробных значений, что позволяет легко произвести их оценку «в целом», в частности, делая выбор образа для задач дизайна.

Впервые произведен выход в пространство большей размерности, в частности миниатюры ФМ или ФЖ с одинаковой позицией в разных таблицах представляют собой цепочки сечений (томограмм) обобщенного степенного гиперфрактала «горящий корабль», отличающихся одной координатой  $m$ . На рис. 7 показана такая цепочка, составленная из центральных изображений ФМ разных степеней. Это наглядно показывает, что

пространство в окрестностях гиперфрактала «горящий корабль» так же непрерывно (при незначительных изменениях положения секущей плоскости, изображение меняется незначительно), как и пространство в окрестностях классического гиперфрактала Мандельброта.



**Рис. 7.** Сечения гиперфрактала «горящий корабль» для разных значений  $m$  ( $Z_0 = 0 + 0i$ )

### Литература

1. Бойков А.А., Орлова Е.В., Чернова А.В., Шкилевич А.А. О создании фрактальных образов для дизайна и полиграфии и некоторых геометрических обобщениях, связанных с ними // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации. Материалы VIII Международной научно-практической интернет-конференции, февраль – март 2019 г. – Пермь: ПНИПУ, 2019. – С. 325–339.
2. Бойков А.А., Ефремов А.В., Рустамян В.В. О студенческой научно-исследовательской работе на геометро-графических кафедрах // Геометрия и графика. 2023. №. 4. С. 61-75. DOI: 10.12737/2308-4898-2024-11-4-61-75.
3. Вышнепольский В.И., Бойков А.А., Егiazарян К.Т., Кадыкова Н.С. Методическая система проведения занятий на кафедре «Инженерная графика» РТУ МИРЭА // Геометрия и графика. 2023. №. 1. С. 23-34. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-23-34.
4. Вышнепольский В.И., Бойков А.А., Егiazарян К.Т., Ефремов А.В. Научно-исследовательская работа на кафедре «Инженерная графика» РТУ МИРЭА // Геометрия и графика. 2023. №. 1. С. 70-85. DOI: 10.12737/2308-4898-2023-11-1-70-85.
5. Лабуть А. Снова о многомерности множества Мандельброта–Жюлиа [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.sciteclibrary.ru/texts/rus/stat/st2526.htm>. – Загл. с экрана (Дата обращения: 23.06.2025).
6. Орлова Е.В., Чернова А.В. Исследование алгебраических фракталов с позиции многомерной геометрии // Журнал естественнонаучных исследований. 2024. Т.9, №4. С. 64–71.
7. Шкилевич А.А. К исследованию фрактальных образов множеств Жулиа-Мандельброта // Журнал естественнонаучных исследований. 2024. Т. 9, №2. С. 31–37.