

Моделирование цилиндроида в точечном исчислении

Modeling a Cylindroid in Point Calculus

УДК 514

Получено: 17.04.2025

Одобрено: 20.05.2025

Опубликовано: 25.06.2025

Степура А.В.

Старший преподаватель Кафедры инженерной графики и компьютерного моделирования, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет», г. Москва
e-mail: stepuraAV@mgsu.ru

Stepura A.V.

Senior Lecturer, Department of Engineering Graphics and Computer Modeling, National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow
e-mail: stepuraAV@mgsu.ru

Аннотация

В докладе рассматриваются примеры моделирования поверхности цилиндроида в точечном исчислении. В качестве направляющих приняты плоские кривые линии, образующие – отрезки прямых, параллельные некоторой плоскости. В качестве примера приведены, служащие направляющими, эллипсы. Представлены несколько частных случаев, в результате которых получаются иные варианты поверхностей Каталана.

Ключевые слова: точечное исчисление, поверхности Каталана, цилиндроид, коноид, эллипс.

Abstract

The report discusses examples of modeling the surface of a cylindroid in the point calculus. Flat curves are used as guides, and the generators are straight lines parallel to a certain plane. Ellipses are used as an example of guides. Several special cases are presented, resulting in different variants of Catalan surfaces.

Keywords: point calculus, Catalan surfaces, cylindroid, conoid, ellipse.

Введение

В докладе предпринята попытка исследования влияния параметров заданной аналитически поверхности на формообразование геометрического объекта. Актуальность исследования обусловлена активным развитием в проектировании направления параметрической архитектуры. Внедрение технологий информационного моделирования в сферу строительства позволяет применять аналитические поверхности при проектировании зданий и сооружений. А также математически описывать уже существующие объекты.

Передовым трендом проектирования в строительстве, архитектуре, машиностроении, авиастроении, судостроении и медицине, а также в других отраслях, является параметрическое моделирование, которое позволяет оптимизировать эксплуатационные свойства проектируемых объектов за счёт нахождения и выбора эффективной геометрической формы. Современные системы автоматизированного проектирования (САПР) и информационного моделирования (ТИМ) обладают набором инструментов для параметризации, которые, однако, предназначены лишь для создания простейших геометрических объектов (преимущественно прямых линий и окружностей, а также полученных на их основе поверхностей). Это не может в полной мере обеспечить технологические потребности вышеперечисленных отраслей и значительно ограничивает

внедрение передовых технологий проектирования. Подавляющее большинство из используемых в настоящее время САПР имеют значительные ограничения, связанные с формообразованием сложных геометрических объектов, которые необходимо определить в нужной параметризации. Крайне трудоёмким является процесс проектирования поверхностей и тел, образованных кривыми, проходящими через заданные точки, либо обладающих наперёд заданными геометрическими свойствами [4].

В докладе предпринята попытка моделирования поверхности Каталана – цилиндроида [3], в точечном исчислении.

Понятие «Точечное исчисление» возникло исходя из выбора основного формообразующего элемента – точки. Все геометрические объекты можно представить как определенным образом организованные множества точек [7].

Точечное исчисление работает в рамках арифметического, координатного аффинного пространства, снабженного топологической структурой. Оно представляет собой раздел математики, в основном, направленный на обеспечение компьютерного моделирования геометрически определенных форм, явлений и процессов (т.е. таких, для которых может быть составлена геометрическая схема графического построения). Для точек определены правила оперирования и вычисления, с возможностью перехода к покоординатным параметрическим соотношениям и вычислительным алгоритмам, приспособленным к компьютерной реализации. Точки представляют собой совокупность n организованных действительных чисел M (p_1, p_2, \dots, p_n), p_i называются параметрами точки M (в частном случае – координатами), n – размерность пространства [1].

В качестве примера рассмотрен способ моделирования цилиндроида направляющими которого являются две плоские кривые линии (эллипсы) [2], а образующими – отрезки прямых, параллельные плоскости параллелизма Σ (рис. 1) [6].

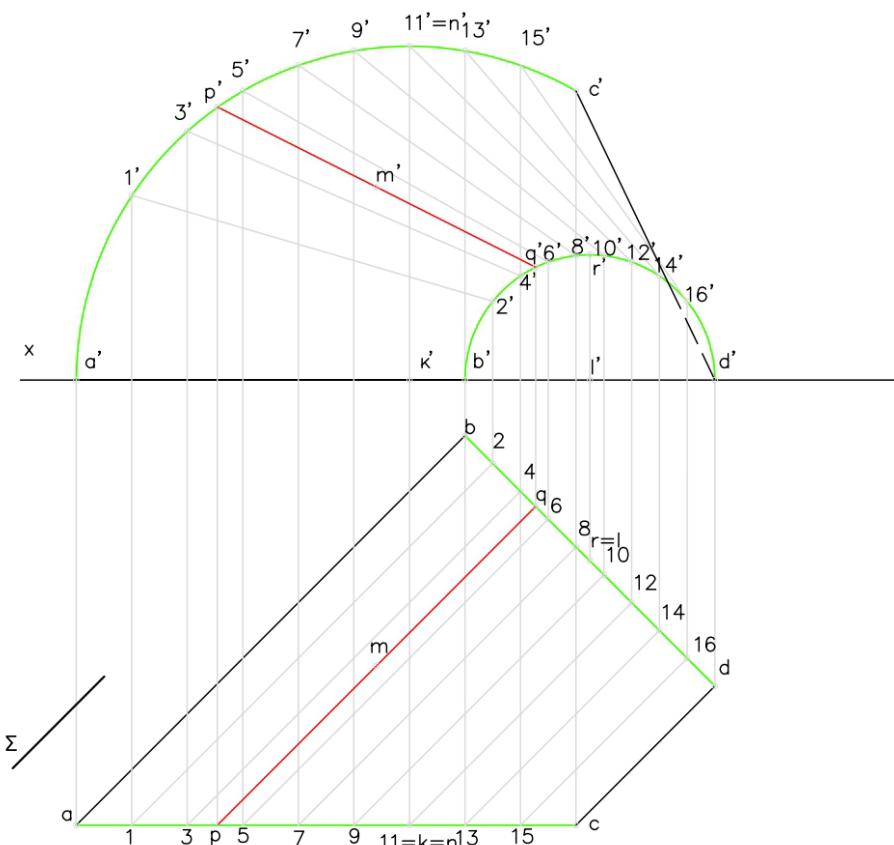


Рис. 1. Цилиндроид с направляющими-плоскими кривыми линиями, образующими -отрезками прямых, параллельными некоторой плоскости

Точечные уравнения [3], определяющие текущую точку М:

$$P = (A - K)\sin(\phi) + (N - K)\cos(\phi) + K$$

$$Q = (B - L)\sin(\phi) + (R - L)\cos(\phi) + L$$

$$M = P(1 - u) + Qu$$

Текущая точка М – это точка, которая «течет» по объекту, формируя его Р и Q – точки, принадлежащие эллипсам К и L – точки пересечения больших и малых осей эллипса А, Н, В, Р – точки, определяющие размер больших и малых осей эллипсов.

Результат построения поверхности цилиндроида в программе Maple представлен на (рис. 2). Угол ϕ задан от 0 до $\pi/2$, параметр u – от 0 до 1.

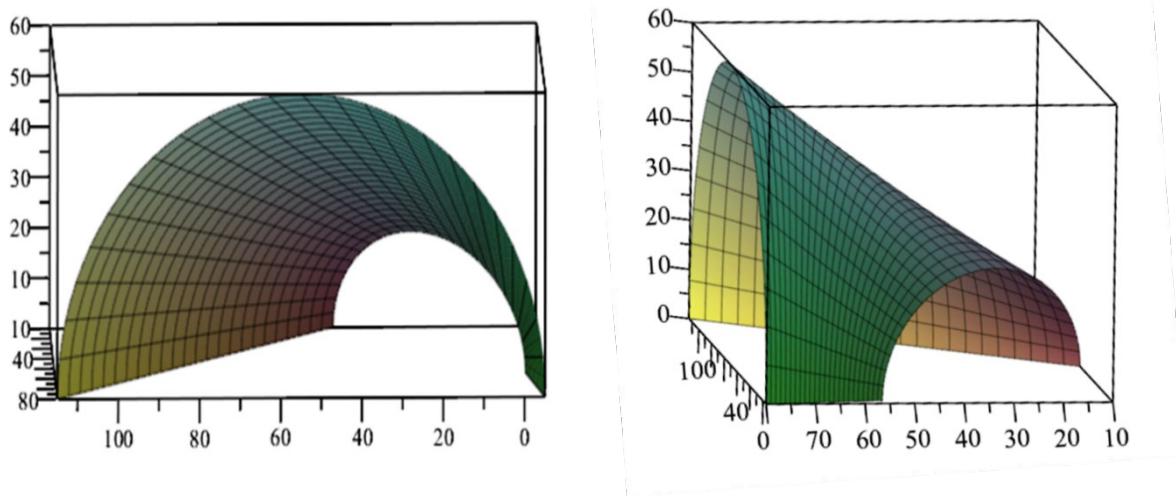


Рис. 2. Построение цилиндроида в программе *Maple*

В докладе также рассмотрен частный случай, когда направляющие плоские кривые расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 3).

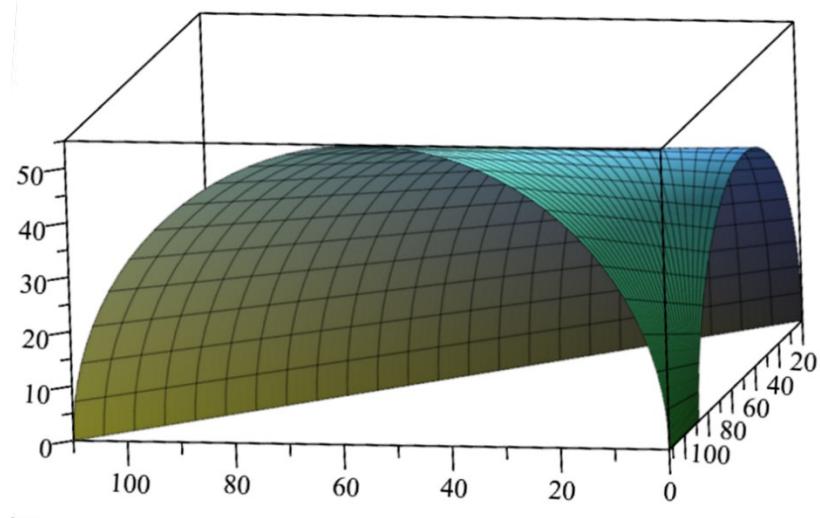
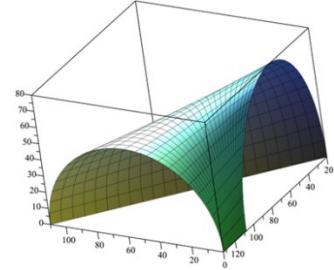
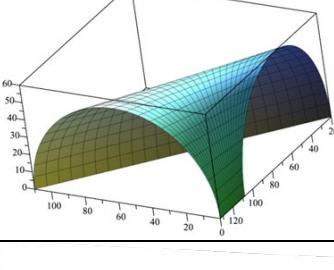
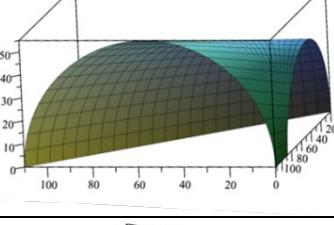
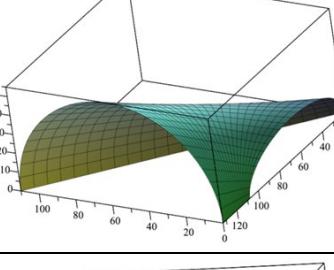
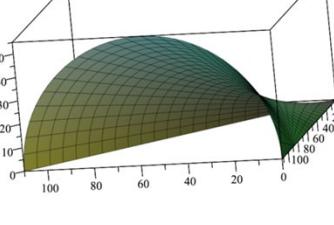


Рис. 3. Цилиндроид: направляющие плоские кривые расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях

Проведен вычислительный эксперимент с целью изучить вариативность конфигурации поверхности цилиндроида, при изменении только одного значения – размера вертикальной полуоси эллипса. Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Зависимость конфигурации поверхности цилиндроида от вертикальной полуоси эллипса

№ п/п	Вертикальная полуось	Горизонтальная полуось	Изображение	Примечание
1	80	45		-
2	60	45		-
3	45	45		Происходит вырождение эллипса в окружность
4	20	45		-
5	0	45		Происходит вырождение цилиндроида в коноид

По результатам вычислительного эксперимента можно сделать вывод, что математический аппарат «Точечное исчисление» обладает высокой степенью вариативности. Изменяя только одно значение входных данных (размер вертикальной полуоси эллипса), можно создавать поверхности, соответствующие требуемым характеристикам. Кроме того, переменными могут быть: положения точек пересечения осей эллипсов, размеры большой и малой полуосей эллипсов. Изменяя эти входные данные, можно получать поверхности, соответствующие предварительно заданным требованиям и граничным условиям, а также конструировать математическую модель существующего объекта.

Выводы

Обучающиеся показали довольно высокий уровень заинтересованности (75% из всех студентов, зарегистрировавшихся в качестве участников, попытались найти информацию и освоить материал), но результат выполнения заданий оказался неожиданно низким, несмотря на относительно-простые задачи. Возможная причина – низкая способность студента к самостоятельному присвоению знаний. Вероятно, студент не может без помощи преподавателя на основе найденной информации создать структурированное знание и применить его для решения даже простейших задач. Следовательно, требуются целенаправленные мероприятия по формированию у студента знаний и навыков по самостояльному поиску информации и умения работать с учебной информацией.

В качестве решения проблемы многие авторы предлагают вводить в учебный процесс элементы исследовательской деятельности, подбирать задания, требующие поиска актуальной информации, создавать условия для работы с дополнительной литературой [5, 6].

Список литературы предоставляется дважды – на русском и английском языке.

Литература

1. Балюба И.Г. Точечное исчисление. Историческая справка и основополагающие определения / И.Г. Балюба Е.В. Конопацкий. Физико-техническая информатика (CPT2020): Материалы 8-ой Международной конференции, Пущино, Московская обл., 09–13 ноября 2020 года. Том Часть 2. – Ниж. Новгород: Автономная некоммерческая организация в области информационных технологий «Научно-исследовательский центр физико-технической информатики», 2020. С. 321-327. DOI 10.30987/conferencearticle_5fd755c0adb1d9.27038265.
2. Иващенко А.В. Моделирование поверхности цилиндроида средствами CAD- систем / А.В. Иващенко, А.В. Степура // Перспективы науки. – 2023. – № 1(160). – С. 121-124.
3. Кривошапко С.Н. Применение коноида и цилиндроида при формообразовании зданий и сооружений оболочечного типа / Строительство и реконструкция. 2017. №5(73). С.34-44.
4. Мамиева И.А. Аналитические поверхности для параметрической архитектуры в современных зданиях и сооружениях / И.А. Мамиева // Academia. Архитектура и строительство. – 2020. – № 1. – С. 150-165.Астахова Т.А. Участие в научно-исследовательской работе студентов вуза как средство активизации самостоятельной работы // Инновационные технологии в инженерной графике: проблемы и перспективы: сборник трудов Междунар. науч.-практич. конф. НГАСУ, БГТУ. 2019. С. 27–30.
5. Моделирование кривых 2-го порядка и поверхностей оболочек инженерных сооружений на их основе / Е.В. Конопацкий, О.С. Воронова, С.И. Ротков [и др.] // Строительство и техногенная безопасность. – 2021. – № 22(74). – С. 101-110. – DOI 10.37279/2413-1873-2021-22-101-110.
6. Сальков Н.А. Классификация линейчатых поверхностей / Н. А. Сальков // Геометрия и графика. – 2024. – Т. 12, № 3. – С. 3-12. – DOI 10.12737/2308-4898-2024-12-3-3-12.
7. Теоретические основы точечного исчисления как математического аппарата геометрического и компьютерного моделирования / И.Г. Балюба, А.В. Найдыш, Е.В. Конопацкий [и др.] // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2023. – Т. 20, № 2(224). – С. 3-15. – DOI 10.14489/vkit.2023.02. pp.003-015.