
КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ КРИВЫЕ СИБИРСКОГО РАДИОГЕЛИОГРАФА

CORRELATION PLOTS OF THE SIBERIAN RADIOHELIOGRAPH

С.В. Лесовой*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, svlesovoi@gmail.com***В.С. Кобец***Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, veronikakobets@yandex.ru***S.V. Lesovoi***Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, svlesovoi@gmail.com***V.S. Kobets***Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, veronikakobets@yandex.ru*

Аннотация. Сибирский солнечный радиотелескоп (ССРТ) [Grechnev et al., 2003] находится в стадии модернизации. Цель модернизации — изменить текущий принцип формирования изображения за счет вращения Земли на апертурный синтез в широком диапазоне частот — 4–8 ГГц. В настоящее время запущена первая очередь модернизированного радиотелескопа — Сибирский радиогелиограф, состоящий из 48-антенной Т-образной решетки и приемной системы, обеспечивающей апертурный синтез [Lesovoi et al., 2012, 2014]. Один из видов данных Сибирского радиогелиографа — корреляционные кривые [badary.iszf.irk.ru/srhCorrPlot.php]. Такого рода данные радиогелиографов, ведущих регулярные наблюдения, очень информативны и публикуются наряду с изображениями Солнца. Для примера можно привести данные радиогелиографа в Нобеяме [solar.ngo.nao.ac.jp/norgh/html/cor_plot]. Цель данной работы — объяснить, что такое корреляционная кривая радиогелиографа. Корреляционные кривые получают путем суммирования комплексных ковариаций, вычисляемых для различных пар антенн. В работе показано, что ковариация двухуровневых величин с точностью до коррекции Ван Флека является коэффициентом корреляции этих величин. Поскольку ковариация сигналов от пары антенн соответствует определенной пространственной гармонике, то каждую точку корреляционной кривой можно рассматривать как интеграл по пространственному спектру наблюдаемого объекта. Пределы интегрирования (суммирования) определяются задачей. Для получения динамики только компактных объектов суммируются значения только высоких гармоник пространственного спектра. Для получения максимальной чувствительности суммируется весь спектр.

Ключевые слова: радиотелескоп, корреляция, пространственный спектр.

Abstract. The Siberian Solar Radio Telescope [Grechnev et al., 2011] is now being upgraded. The upgrading is aimed at providing the aperture synthesis imaging in the frequency range 4–8 GHz [Lesovoi et al., 2011, 2014] instead of the single-frequency direct imaging due to the Earth rotation. The first phase of the upgrading is a 48-antenna array — Siberian Radioheliograph. One type of radioheliograph data represents correlation plots [badary.iszf.irk.ru/srhCorrPlot.php]. In evaluating the covariation of two-level signals, these plots are sums of complex correlations, obtained for different antenna pairs. Bearing in mind that correlation of signals from an antenna pair is related to a spatial frequency, we can say that each value of the plot is an integral over a spatial spectrum. Limits of the integration are defined by a task. Only high spatial frequencies are integrated to obtain dynamics of compact sources. The whole spectrum is integrated to reach maximum sensitivity. We show that the covariation of two-level values accurate to Van Vleck correction is a correlation coefficient of these values.

Keywords: radio telescope, correlation, spatial spectrum.

ВВЕДЕНИЕ

Сибирский солнечный радиотелескоп (ССРТ) использует для построения изображения Солнца вращение Земли и частотное сканирование в полосе частот 2 % от рабочей частоты [Grechnev et al., 2003]. Такой подход ограничивает временное разрешение временем прохождения Солнца через диаграмму направленности, а конструкция антенн и

приемной системы является практически одночастотной. Для решения современных задач солнечно-земной физики необходимы достаточно высокое временное разрешение и широкая полоса частот. Это возможно только при смене способа формирования изображения с пассажного на фурье-синтез. Уже запущена в работу первая очередь модернизации ССРТ — 48-антенный радиогелиограф [Lesovoi et al., 2012, 2014], на котором ведутся регулярные наблю-

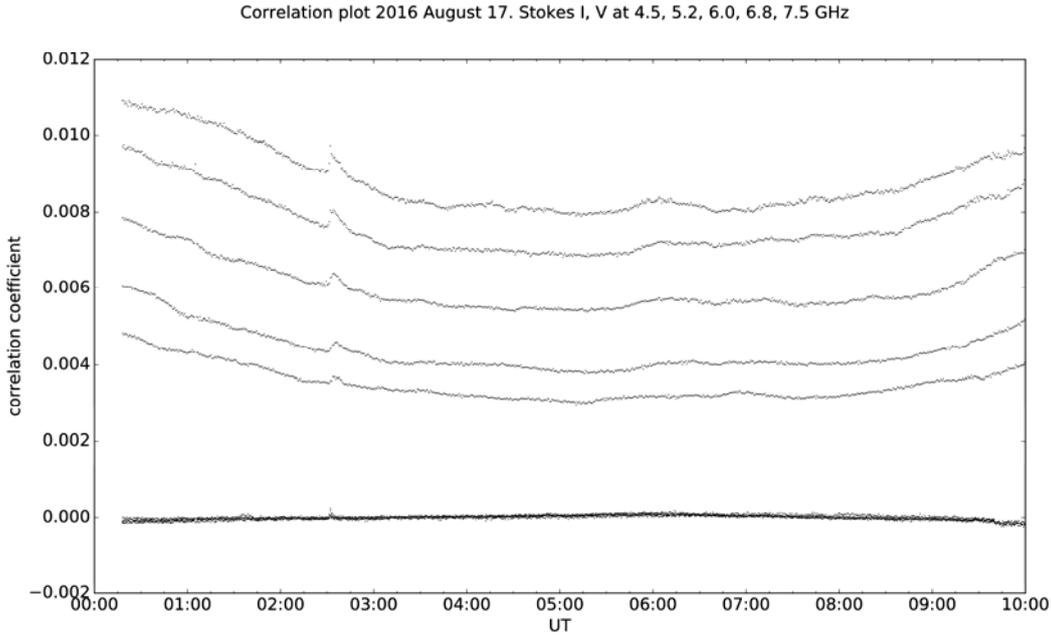


Рис. 1. Пример регулярных данных Сибирского радиогелиографа

дения. Рабочий режим радиогелиографа подразумевает фурье-синтез изображений Солнца каждые 5 с на пяти частотах в диапазоне 4–8 ГГц. Наряду с изображениями полного диска Солнца представляют интерес так называемые корреляционные кривые. Пример корреляционной кривой Сибирского радиогелиографа показан на рис. 1. Такого рода данные очень удобны для мониторинга уровня активности и характеризуются очень высокой чувствительностью. Пожалуй, впервые в практику наблюдений Солнца такие данные были введены командой радиогелиографа в Нобеяме (NoRH, [solar.nro.nao.ac.jp/norh/html/cor_plot]). Цель данной работы — детальное объяснение того, что такое корреляционная кривая и чего можно ожидать от данных такого вида. Сначала обосновывается утверждение о том, что каждая точка корреляционной кривой является суммой коэффициентов корреляции, затем приводятся данные о связи корреляционных кривых с плотностью потока принятого радиоизлучения и о суточных трендах корреляционных кривых.

ВЗАИМНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ ДВУХУРОВНЕВЫХ СИГНАЛОВ

Рассмотрим работу двухэлементного корреляционного интерферометра, предназначенного для измерения функции пространственной когерентности поля, падающего на пару антенн. Другими словами, пусть искомым будет изменение во времени ковариации сигналов от пары антенн, измеренной с помощью коррелятора, входящего в состав интерферометра. Представим сигналы от антенн k, l в виде суммы сигнала от наблюдаемого объекта $s(t)$ и шумов $n_k(t)$ и $n_l(t)$, порождаемых приемной системой: $x_k(t) = \alpha(t)s(t) + n_k(t)$, $x_l(t) = \alpha(t)s(t) + n_l(t)$. Коэффициент α отражает изменение во времени сигнала от исследуемого объекта. Например, при наблюдении

солнечной вспышки α будет линейно связан с изменением во времени плотности потока радиоизлучения Солнца. Пусть сигналы x_k, x_l — действительные случайные величины с нормальным распределением, нулевым средним и с дисперсиями $\sigma_{x_k}^2, \sigma_{x_l}^2$. Тогда совместная плотность вероятности x_k, x_l будет определяться как

$$f(x_k, x_l) = \frac{1}{2\pi\sqrt{(1-\rho^2)}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{x_k^2}{\sigma_{x_k}^2} - \frac{2\rho x_k x_l}{\sigma_{x_k} \sigma_{x_l}} + \frac{x_l^2}{\sigma_{x_l}^2} \right]}, \quad (1)$$

где ρ — коэффициент корреляции между x_k и x_l .

В каждой из величин x_k, x_l присутствует s , поэтому ковариация $\langle x_k x_l \rangle$ отлична от 0 и зависит от $\alpha(t)$. При изменении $\alpha(t)$ коэффициент корреляции меняется как

$$\rho(t) = \frac{\langle x_k x_l \rangle}{\sigma_{x_k} \sigma_{x_l}} = \frac{\alpha^2(t)}{\alpha^2(t) + 1}. \quad (2)$$

В общем случае функция пространственной когерентности является комплексной из-за асимметрии протяженного источника. Поэтому перед вычислением ковариации сигналы x_k, x_l должны быть дополнены до аналитических $z_k = x_k + iy_k$, $z_l = x_l + iy_l$, где y_k, y_l связаны с x_k, x_l преобразованием Гильберта. Коррелятор вычисляет оценку ковариации C_{kl} , следуя тому, что для аналитических сигналов имеет место $\langle x_k x_l \rangle = \langle y_k y_l \rangle$ и $\langle x_k y_l \rangle = -\langle y_k x_l \rangle$ ([Benkevitch et al., 2016]) и, соответственно,

$$C_{kl} = \langle x_k x_l \rangle + i \langle x_k y_l \rangle = \langle z_k z_l^* \rangle / 2. \quad (3)$$

Комплексный коэффициент корреляции пары случайных величин z_k, z_l описывается выражением

$$\rho_{kl} = \frac{\langle z_k z_l^* \rangle}{\sigma_{z_k} \sigma_{z_l}}. \quad (4)$$

Пусть \hat{x}, \hat{y} — двухуровневые сигналы, полученные из x, y . Однобитовое квантование сигналов широко используется в радиоастрономии с целью уменьшения потока входных данных коррелятора. На выходе коррелятора формируется сигнал:

$$N\hat{C}_{kl} = \sum_{n=0}^{n=N-1} \hat{x}_{kn}\hat{x}_{ln} + i \sum_{n=0}^{n=N-1} \hat{x}_{kn}\hat{y}_{ln}, \quad (5)$$

где n отражает номер отсчета в выборке, полученной за время накопления. Дисперсия комплексной случайной величины $\sigma_z^2 = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle$. У аналитического сигнала дисперсии действительной и мнимой частей равны, поэтому $\sigma_z^2 = 2\langle x^2 \rangle$. При двухуровневом квантовании случайной величины ее дисперсия равна 1, в этом случае выражение 4 приобретает вид

$$\hat{\rho}_{kl} = \frac{\langle \hat{z}_k \hat{z}_l^* \rangle}{2} = \hat{C}_{kl}. \quad (6)$$

Рассмотрим для начала действительную часть выражения 5. Из теоремы Прайса [Price, 1958] следует, что

$$\frac{\partial \langle \hat{x}_k \hat{x}_l \rangle}{\partial \rho_{xx}} = \left\langle \frac{\partial^2 \hat{x}_k \hat{x}_l}{\partial x_k \partial x_l} \right\rangle. \quad (7)$$

Функцию, преобразующую x в \hat{x} , можно записать в виде разности функций Хевисайда: $\eta(x) - \eta(-x)$, производная от которой равна $2\delta(x)$. Тогда, с учетом правил дифференцирования, выражение для производной ковариации запишется как

$$\frac{\partial \langle \hat{x}_k \hat{x}_l \rangle}{\partial \rho_{xx}} = \left\langle \frac{\partial \hat{x}_k}{\partial x_k} \frac{\partial \hat{x}_l}{\partial x_l} \right\rangle = \langle 4\delta(x_k)\delta(x_l) \rangle. \quad (8)$$

Имея в виду определение математического ожидания для функции случайной величины, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \hat{x}_k \hat{x}_l \rangle}{\partial \rho_{xx}} &= \iint 4\delta(z_k)\delta(x_l)f(x_k, x_l)dx_k dx_l = \\ &= \frac{2}{\pi\sqrt{1-\rho_{xx}^2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Откуда следует, что

$$\langle \hat{x}_k \hat{x}_l \rangle = \frac{2}{\pi} \arcsin(\rho_{xx}). \quad (10)$$

Выполнив аналогичные выкладки для $\langle x_k y_l \rangle$, получим

$$\langle \hat{x}_k \hat{y}_l \rangle = \frac{2}{\pi} \arcsin(\rho_{xy}). \quad (11)$$

Таким образом, оценка ковариации комплексных двухуровневых величин, вычисляемая коррелятором с точностью до коррекции Ван Флека [Van Vleck, Middleton, 1966; Benkevitch et al., 2016], равна коэффициенту корреляции исходных величин

$$\rho_{kl} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\langle \hat{x}_k \hat{x}_l \rangle\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\langle \hat{x}_k \hat{y}_l \rangle\right). \quad (12)$$

Корреляционные кривые, показанные на рис. 1, — это усредненные абсолютные значения коэффициентов корреляции, измеренных на определенных частотах:

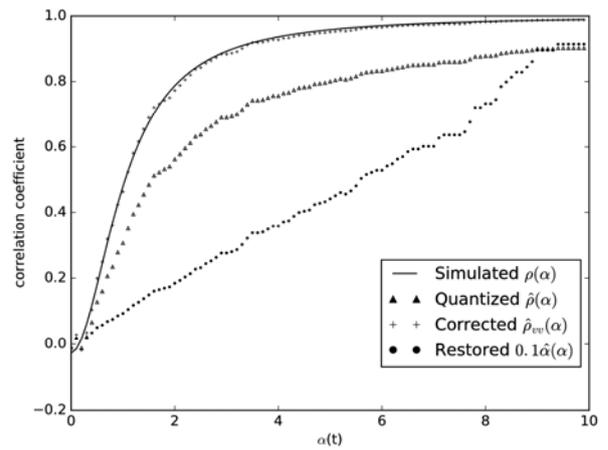


Рис. 2. Отклик двухуровневого коррелятора в зависимости от отношения сигнал/шум для входных сигналов: сплошная кривая — результат моделирования отклика коррелятора на сигналы, не прошедшие квантование; треугольники — результат моделирования отклика коррелятора в случае двухуровневого квантования; крестики — коррекция Ван Флека; кружки — зависимость $\alpha(t)$, восстановленная из отклика коррелятора на двухуровневые сигналы

$$\rho(t_n, v_m) = \frac{1}{KL} \sum_{k=0}^{k=K-1} \sum_{l=0}^{l=L-1} |\rho_{kl}(t_n, v_m)|, \quad (13)$$

где K, L — число антенн радиогелиографа в направлениях восток–запад и юг.

Из зависимости ковариации квантованных сигналов от времени (2) можно получить величину, линейно связанную с изменением во времени плотности потока принятого излучения:

$$\alpha(t_n, v_m) = \sqrt{\frac{\rho(t_n, v_m)}{1-\rho(t_n, v_m)}}. \quad (14)$$

Зависимость, восстановленная таким способом, показана на рис. 2.

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ И СУТОЧНЫЙ ХОД КОРРЕЛЯЦИОННОЙ КРИВОЙ

Для оценки плотности потока, соответствующей определенному значению корреляционной кривой, можно воспользоваться тем, что при небольших изменениях коэффициента корреляции (менее 0.6) между ними существует линейная связь (рис. 2). Используя всплески микроволнового излучения с известной плотностью потока, можно показать, что изменение на 1 % корреляции соответствует изменению плотности потока примерно на 5–10 с.е.п. в зависимости от рабочей частоты. Зависимость плотности потока от времени можно получить и из данных радиогелиографа. Для этого необходимо построить изображения полного диска Солнца для каждого момента времени и привязать их к яркостным температурам. После того как изображения будут представлены в яркостных температурах, можно построить зависимость от времени плотности потока выbranного микроволнового источника путем интегри-

2016/10/09

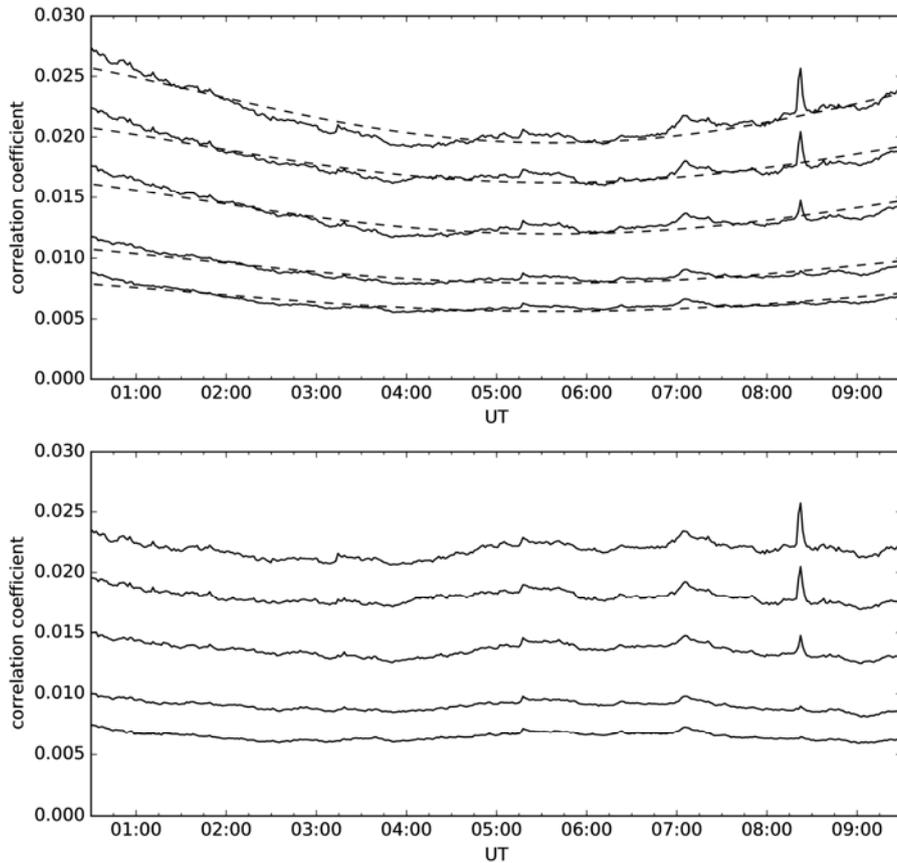


Рис. 3. Исходные корреляционные кривые радиогелиографа (верхняя часть) и эти же кривые с компенсацией суточного тренда (нижняя часть)

рования яркостной температуры по выбранной окрестности микроволнового источника, как описано в работе [Kochanov et al., 2013]. Ожидаемое значение чувствительности оценивалось для температуры приемной системы $2 \cdot 10^3$ К и эффективности коррелятора 0.8. Такая эффективность двухуровневого коррелятора достигается пятикратным превышением частоты дискретизации относительно частоты Найквиста [Томпсон и др., 2003]. Температура системы задавалась с учетом того, что оптический модулятор, установленный на каждой антенне, дает шумовой вклад, сравнимый с уровнем сигнала от Солнца. Расчетное значение чувствительности радиогелиографа по плотности потока при рабочей полосе частот 10 МГц и времени накопления 0.3 с равно $5 \cdot 10^{-3}$ с.е.п., если принять, что эффективная площадь одиночной антенны в два раза меньше геометрической. Значение чувствительности, измеренное по флуктуациям корреляционной кривой, не хуже 10^{-2} с.е.п.

Характерное изменение корреляционной кривой в течение дня хорошо видно на рис. 1. Коэффициент корреляции уменьшается с уменьшением часового угла. Это следует из того, что степень пространственной когерентности источника конечного размера увеличивается с уменьшением расстояния между точками, в которых когерентность измеряется. С увеличением часового угла происходит эффектив-

ное уменьшение базы интерферометра за счет уменьшения проекции баз антенн, расположенных в направлении запад–восток. Или, другими словами, вклад от меньших баз увеличивается с увеличением часового угла. Согласно теореме Ван Циттерта–Цернике, функция пространственной когерентности, измеренная для пары антенн, пропорциональна определенной компоненте пространственного спектра источника [Томпсон и др., 2003]. С учетом того, что пространственный спектр источника конечного размера спадает к краю, средний коэффициент корреляции должен расти с уменьшением базы. Для аппроксимации суточного хода корреляционной кривой можно использовать зависимость, обратную средней длине проекций баз радиогелиографа. Проекция базы для пары антенн m, n вычисляется следующим образом [Томпсон и др., 2003]:

$$b(m, n, t) = \begin{pmatrix} \sin(h) & \cos(h) & 0 \\ -\sin(\delta)\cos(h) & \sin(\delta)\sin(h) & \cos(\delta) \\ \cos(\delta)\cos(h) & -\cos(\delta)\sin(h) & \sin(\delta) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} r_x(m, n) \\ r_y(m, n) \\ r_z(m, n) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где

$$\begin{pmatrix} r_x(m, n) \\ r_y(m, n) \\ r_z(m, n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (192.5 - m)d \\ (n - 64.5)d \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Здесь h , δ — часовой угол и склонение, d — минимальное расстояние между антеннами, m , n — принятая для ССРТ нумерация антенн 192...177, 49...80 для направлений юг и запад–восток соответственно. Величина

$$B(t) = \sum_{m=192}^{m=177} \sum_{n=49}^{n=80} \sqrt{b(m, n, t)_x^2 + b(m, n, t)_y^2} \quad (17)$$

может быть использована для аппроксимации суточного хода корреляционной кривой. На рис. 3 приведен пример аппроксимации суточного хода корреляционной кривой зависимостью $1/B(t)$. Асимметрия корреляционной кривой вызвана тем, что при отрицательных часовых углах (утром) антенны захватывают фоновое излучение леса. Приемлемая компенсация влияния фонового излучения достигается небольшим положительным смещением момента кульминации при расчете суточного хода корреляционной кривой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Корреляционные кривые Сибирского радиогелиографа, представляющие собой сумму коэффициентов корреляции, или, другими словами, интеграл по пространственному спектру изображения Солнца, весьма информативны с точки зрения исследования динамики микроволнового излучения Солнца. Хотя эти кривые не связаны линейно с поведением во времени плотности потока, но для компактных источников и не очень больших значений коэффициентов корреляции (менее 0.6, см. рис. 2) можно считать, что приращение в 1 % корреляции соответствует приращению примерно в 5–10 с.е.п. для рабочих частот из диапазона 4–8 ГГц. Чувствительность корреляционных кривых по плотности потока достигает 10^{-2} с.е.п. для компактных источников. Это позволяет исследовать ранее недоступные слабые всплески микроволнового излучения — как отдельные, так и предшествующие солнечным вспышкам.

Работа выполнена при поддержке ФАНО УНУ ССРТ в рамках проекта «Исследование сверхслабой солнечной активности в микроволновом диапазоне», Программы 7 фундаментальных исследований президиума РАН «Экспериментальные и теоретические исследования объектов Солнечной системы и планетных систем звезд. Переходные и взрывные процессы в астрофизике» и гранта РФФИ № 15-02-01089 А.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Томпсон А.Р., Моран Дж.М., Свенсон Дж.У. Интерферометрия и синтез в радиоастрономии. М.: Физматлит, 2003. 634 с.

Benkevitch L.V., Rogers A.E.E., Lonsdale C.J., et al. Van Vleck correction generalization for complex correlators with multilevel quantization. 2016. URL: <http://arxiv.org/abs/1608.04367v1> (accessed December 16, 2016).

Grechnev V.V., Lesovoi S.V., Smolkov G.Ya., et al. The Siberian Solar Radio Telescope: The current state of the instrument, observations, and data // *Solar Phys.* 2003. V. 216, iss. 1. P. 239–272.

Kochanov A.A., Anfinogentov S.A., Prosovetsky D.V., et al. Imaging of the solar atmosphere by the Siberian Solar Radio Telescope at 5.7 GHz with an enhanced dynamic range // *Publications of the Astronomical Society of Japan.* 2013. V. 65, N SP1, article id. 19. 12 p.

Lesovoi S.V., Altyntsev A.T., Ivanov E.F., Gubin A.V. The Multifrequency Siberian Radioheliograph // *Solar Phys.* 2012. V. 280, iss. 2. P. 651–661.

Lesovoi S.V., Altyntsev A.T., Ivanov E.F., Gubin A.V. A 96-antenna radioheliograph // *Res. Astron. Astrophys.* 2014. V. 14, iss. 7. P. 864–868.

Price R. A useful theorem for nonlinear devices having Gaussian inputs // *IRE Trans. Inf. Theory.* 1958. IT-4, N 2. P. 69–72.

Van Vleck J.H., Middleton D. The spectrum of clipped noise // *Proc. IEEE.* 1966. V. 54. P. 2–19. DOI: 10.1109/PROC.1966.4567.

URL: badary.iszf.irk.ru/srhCorrPlot.php (дата обращения 16 декабря 2016 г.).

URL: solar.nro.nao.ac.jp/norh/html/cor_plot (дата обращения 16 декабря 2016 г.).

REFERENCES

Benkevitch L.V., Rogers A.E.E., Lonsdale C.J., Cappallo R.J., Oberoi D., Erickson P.J., Baker K.A.V. Van Vleck correction generalization for complex correlators with multilevel quantization. 2016. URL: <http://arxiv.org/abs/1608.04367v1> (accessed December 16, 2016).

Grechnev V.V., Lesovoi S.V., Smolkov G.Ya., Krissinel B.B., Zandanov V.G., Altyntsev A.T., Kardapolova N.N., Sergeev R.Y., Uralov A.M., Maksimov V.P., Lubyshev B.I. The Siberian Solar Radio Telescope: The current state of the instrument, observations, and data. *Solar Phys.* 2003, vol. 216, iss. 1, pp. 239–272.

Kochanov A.A., Anfinogentov S.A., Prosovetsky D.V., Rudenko G.V., Grechnev V.V. Imaging of the solar atmosphere by the Siberian Solar Radio Telescope at 5.7 GHz with an enhanced dynamic range. *Publications of the Astronomical Society of Japan.* 2013, vol. 65, no. SP1, article id. 19, 12 p.

Lesovoi S.V., Altyntsev A.T., Ivanov E.F., Gubin A.V. The Multifrequency Siberian Radioheliograph. *Solar Phys.* 2012, vol. 280, iss. 2, pp. 651–661.

Lesovoi S.V., Altyntsev A.T., Ivanov E.F., Gubin A.V. A 96-antenna radioheliograph. *Res. Astron. Astrophys.* 2014, vol. 14, iss. 7, pp. 864–868.

Price R. A useful theorem for nonlinear devices having Gaussian inputs. *IRE Trans. Inf. Theory.* 1958, IT-4, no. 2, pp. 69–72.

Van Vleck J.H., Middleton D. The spectrum of clipped noise. *Proc. IEEE.* 1966, vol. 54, pp. 2–19. DOI: 10.1109/PROC.1966.4567.

Tompson A.R., Moran J.M., Swenson J.U. *Интерферометрия и синтез в радиоастрономии* [Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 624 p. (In Russian). English edition: Thompson A.R., Moran J.M., Swenson G.W. *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*: 2nd edition. Wiley–VCH Publ., 2001, 715 p.

URL: badary.iszf.irk.ru/srhCorrPlot.php (accessed December 16, 2016).

URL: solar.nro.nao.ac.jp/norh/html/cor_plot (accessed December 16, 2016).