

Оригинальная статья

DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2023.4/3>

УДК 630*521+630*524



Модель образующей древесного ствола сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.), произрастающей в Костромской области

Николай Н. Дубенок, ndubenok@mail.ru  <https://orcid.org/0000-0002-9059-9023>

Александр В. Лебедев , alebedev@rgau-msha.ru  <https://orcid.org/0000-0002-8939-942X>

Владимир В. Гостев, v.gostev@rgau-msha.ru  <https://orcid.org/0000-0002-6843-3422>

ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – Московская сельскохозяйственная академия имени К.А. Тимирязева», ул. Тимирязевская, 49, г. Москва, 127434, Российская Федерация

Модели образующей древесного ствола получили широкое распространение в лесохозяйственных исследованиях. Основывающиеся на уравнениях образующей модели объёма стволов способны с достаточной точностью определять сортиментный потенциал древостоев. Для Костромской области ранее не производились работы, направленные на моделирование образующей стволов. Поэтому целью исследования стал поиск и обоснование моделей образующей древесного ствола с одним уравнением, наиболее корректно описывающих изменение диаметра дерева с высотой в древостоях сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.), произрастающих в Костромской области. В качестве экспериментальных данных получены 10064 измерений диаметра 692 деревьев сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.). Для проведения анализа отобраны 19 моделей образующих древесных стволов с одним уравнением. Статистические расчеты производились в среде Python. Рассчитанные значения метрик качества, графический анализ остатков и ошибок позволили установить, что наиболее адекватно образующие стволы сосновых древостоев Костромской области описывает трёхпараметрическая модель (RMSE = 1,384; MAPE = 8,928; MAE = 0,958; MBE = -0,095; R² = 0,984;). Предсказанный при помощи модели диаметр ствола на любой высоте позволяет, не прибегая к валке дерева, проводить анализ сортиментной структуры. Требуются дальнейшие исследования, направленные на разработку нормативов сортиментной структуры стволов, базирующихся на предложенном уравнении образующей.

Ключевые слова: сосна обыкновенная, *Pinus sylvestris* L., форма ствола, образующая ствол, регрессионные модели, сосновые древостои, Костромская область

Финансирование: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-76-01016, <https://rscf.ru/project/23-76-01016/>.

Благодарности: Авторы благодарят рецензентов за вклад в экспертную оценку статьи.

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования: Дубенок Н. Н. Модель образующей древесного ствола сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.), произрастающей Костромской области / Н. Н. Дубенок, А. В. Лебедев, В. В. Гостев // Лесотехнический журнал. – 2023. – Т. 13. – № 4 (52). – Ч. 1. – С. 5–22. – Библиогр.: с. 19–22 (20 назв.). – DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2023.4/3>.

Поступила 16.11.2023. Пересмотрена 04.12.2023. Принята 05.12.2023. Опубликована онлайн 29.12.2023.

Model of stem taper of Scots pine (*Pinus sylvestris*) in the Kostroma region

Nikolay N. Dubenok, ndubenok@rgau-msha.ru  <https://orcid.org/0000-0002-9059-9023>

Aleksandr V. Lebedev , alebedev@rgau-msha.ru  <https://orcid.org/0000-0002-8939-942X>

Vladimir V. Gostev, v.gostev@rgau-msha.ru  <https://orcid.org/0000-0002-6843-3422>

Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Timiryazevskaya str., 49, Moscow, 127434, Russian Federation

Abstract

Models of the stem taper have become widespread in forestry research. Models of the stem taper based on the equations of the stem taper are capable of determining with sufficient accuracy the assortment potential of forest stands. For the Kostroma region, no work has previously been carried out aimed at modeling the stem taper of trunks. Therefore, the goal of the study was to search and justify models of the stem taper of a tree trunk with one equation that most correctly describe the change in tree diameter with height in Scots pine stands growing in the Kostroma region. As experimental data, 10064 measurements of the diameter of 692 pine trees were obtained. To carry out the analysis, 19 models of tree stem taper with one equation were selected. Calculations were carried out in the Python environment. The calculated values of quality metrics, graphical analysis of residuals and errors made it possible to establish that the four-parameter model most adequately describes of the stem taper of pine forest stands in the Kostroma region. The stem diameter predicted using the model at any height makes it possible to analyze the assortment structure without resorting to tree felling. Further research is required aimed at developing standards for the assortment structure of trunks based on the proposed stem taper model.

Keywords: *trunk shape, steam taper, regression models, pine stands, Kostroma region*

Funding: This study has been supported by the grants the Russian Science Foundation, RSF 23-76-01016, <https://rscf.ru/en/project/23-76-01016/>.

Acknowledgments: Authors thanks the reviewers for their contribution to the peer review.

Conflict of interest: The authors declare no conflict of interest.

For citation: Dubenok N. N., Lebedev A. V., Gostev V. V. (2023). Modeling of stem taper of Scotch pine in the Kostroma region. *Lesotekhnicheskii zhurnal* [Forestry Engineering journal], Vol. 13, No. 4 (52), part 1, pp. 5-22 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2023.4/3>.

Received 16.11.2023. **Revised** 04.12.2023. **Accepted** 05.12.2023. **Published online** 29.12.2023.

Введение

Изменение диаметра ствола по его длине представляет собой образующую древесного ствола. Уравнение образующей является наиболее известной математической моделью сбега. Её применение позволяет интерпретировать древесный ствол как тело вращения, обладающее центральной осью, и предоставляет возможность перехода от объёмной пространственной модели к более простой плоской. Использование образующей является одним из наиболее важных и широко применяемых способов

прогнозирования объема ствола дерева [1]. Изучение образующей стволов лесобразующих пород по регионам в зависимости от таксационной характеристики древостоев позволяет решить многие задачи, связанные с точностью учёта объема древесины и выхода сортиментов.

Древесный ствол как тело вращения можно подразделить на четыре геометрические фигуры. У комля он близок к нейлоиду, в центральной части напоминает цилиндр и параболоид, вершинка дерева представляет собой конус. Диаметр ствола

уменьшается с увеличением высоты дерева, достигая нулевой отметки на вершине [2]. Изменение диаметра дерева по высоте ствола можно аппроксимировать посредством уравнений образующей, значительно представленных в литературе¹ [3-5,15-18]. Уравнения образующей древесного ствола в качестве зависимых переменных, как правило, включают диаметр на высоте 1,3 м (D), общую высоту дерева (H), а также высоту ствола, для которой прогнозируется значение диаметра (h) [6].

Среди множества уравнений образующей ствола выделяют модели одного уравнения, сегментированные модели и модели с переменным показателем степени². Модели одного уравнения наиболее просты и удобны для решения практических задач при таксации лесных насаждений [2,20]. В них образующая ствола на всем своем протяжении задается непрерывной математической функцией. Такие модели классифицируются в зависимости от количества оцениваемых параметров на однопараметрические, двухпараметрические и с большим количеством параметров³. Сегментированные уравнения определяют форму древесного ствола путём подгонки отдельного уравнения к каждому его сегменту, а затем алгебраического связывания их для получения общей сегментированной структуры [7,19]. В уравнениях образующей ствола с переменным показателем используется показатель степени, который изменяется при движении от комля к вершине, отражая различия между нейлоидными, параболоидными и конусообразными участками [6].

Вычисление объёма древесины методом интегрирования функций образующей стволов позволяет оценивать как объём всего ствола, так и отдельных сортиментов, что значительно упрощает процедуру сортиментации [8,9].

Сосна обыкновенная (*Pinus sylvestris* L.) является важной лесобразующей породой как для Костромской области, так и для европейской части России в целом. Сосновые насаждения обладают

огромным ресурсным потенциалом, а их средообразующие функции сложно переоценить [10,11]. Для оптимизации определения запасов древесных ресурсов и более точной их сортиментации, определения баланса углерода и количественных характеристик крупного детрита, а также ввиду распространения незаконных рубок требуется изучение формы стволов деревьев сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.) и разработка лесоинвентаризационных нормативов, базирующихся на уравнениях образующей стволов [12].

Целью исследования является поиск и обоснование моделей образующей древесного ствола с одним уравнением, наиболее корректно описывающих изменение диаметра дерева на всем протяжении длины ствола в древостоях сосны обыкновенной (*P. sylvestris* L.), произрастающих в Костромской области.

Материалы и методы

Объект и предмет исследований

В качестве объекта исследования определен сосновый древостой сосны обыкновенной (*P. sylvestris* L.), расположенный в Костромской области (58.181932, 43.602051, высота НУМ 109 м).

Предметом исследования представлены стволы растущих и срубленных деревьев сосны обыкновенной (*P. sylvestris* L.).

Сбор данных

Экспериментальными данными послужили результаты анализа стволов деревьев сосны обыкновенной (*P. sylvestris* L.). У растущих деревьев измерялся с помощью мерной вилки (Haglof Mantax Blue, точность измерения 0,1 см) диаметр на высоте груди (1,3 м). После валки ствол дерева очищали от веток и определяли его длину с помощью рулетки вальщика (Stihl 00008810801). Диаметры измерялись на секциях через каждые 2 м для крупномерных стволов и через 1 м для маломерных. По материалам полевых работ и архивным данным получены 10064 измерений диаметра для 692 деревьев *P. sylvestris* L.

¹ Батурин К. В., Стариков А.В. Анализ математических моделей образующих древесных стволов. Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015; 3 (5): 23-26. DOI: <https://doi.org/10.12737/16198>.

² Li C., Barclay H., Hugh H., Shongming H., Harinder G., Ghebremusse S. Sensitivity of predictions of merchantable tree height, log

production, and lumber recovery to tree taper. The Forestry Chronicle. 2013; 89: 741-752. DOI: <https://doi.org/10.5558/tfc2013-136>.

³ Lanssonova L.R., Ubialli J.A., Arce J., Pelissari A., Favalessa C., Drescher R. Evaluation of taper functions for diameter estimated of commercial forest species in amazon matogrossense biome. Floresta. 2013; 43: 205-214.

Размах диаметров на высоте 1,3 м составляет от 3,9 до 54,1 см, а высот – от 5,6 до 34,5 м. Возраст модельных деревьев составил от 10 до 148 лет. Полученные данные относятся к южнотаежному району европейской части Российской Федерации и характеризуют господствующие и согосподствующие деревья в насаждениях.

Анализ данных

Полученная выборка была распределена на шесть классов деревьев по таксационному диаметру с градацией 10 см (табл. 1). Наиболее представлены классы диаметра 10-20 см (230 деревьев), 20-30 см (184 дерева) и 30-40 см (139 деревьев). Для всего набора данных средний диаметр составил 24,9 см со стандартным отклонением 11,1 см; средняя высота – 23,0 м со стандартным отклонением 7,1 м; средний возраст – 65 лет со стандартным отклонением 28 лет. В целом распределение признаков деревьев в выборочной совокупности близко к нормальному. График рассеяния относительной высоты (h/H) по относительному диаметру (d/D) представлен на рис. 1.

Для проведения анализа по литературным источникам произведен отбор 19 моделей образующей древесных стволов с одним уравнением, включающих следующие показатели: d_i – диаметр дерева на высоте h_i , см; D – диаметр дерева на высоте 1,3 м, см; H – высота дерева, м; b – параметры модели. Число параметров отобранных моделей составило от 1 до 8 (табл. 2).

Отбор лучших моделей основывался на общепринятых метриках качества: квадратный корень из среднеквадратической ошибки ($RMSE$), средний процент абсолютной ошибки ($MAPE$), средняя абсолютная ошибка (MAE), ошибка среднего смещения (MBE), коэффициент детерминации (R^2), информационные критерии Акаике (AIC) и Байеса (BIC) [13].

Обработка экспериментальных данных и расчёт метрик качества моделей производились с использованием пакета `scipy.optimize.curve_fit` v. 1.10.1. в Python⁴.

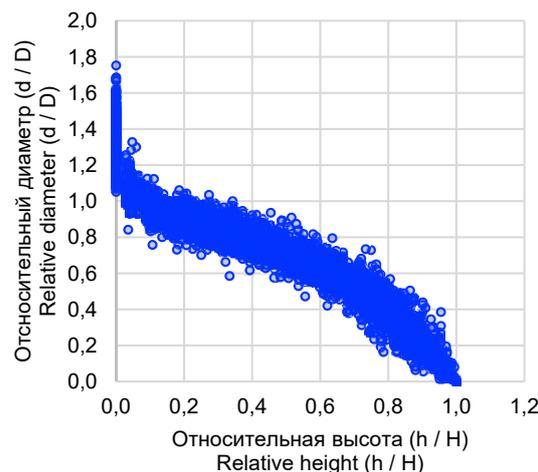


Рис. 1. График рассеяния относительной высоты (h/H) по относительному диаметру (d/D)
Figure 1. Scatter plot of the relative height (h/H) over relative diameter (d/D)

Источник: собственная композиция авторов
Source: author's composition

Результаты

По результатам оценки параметров для 19 отобранных моделей образующей древесного ствола с одним уравнением составлена таблица 3, в которой представлены значения соответствующих им критериев качества. Оценки параметров для всех моделей статистически значимы на 5% уровне.

Отбор лучших моделей образующей строился на проверке выполнения следующих предпосылок: 1) функция модели образующей должна быть убывающей на протяжении всего древесного ствола, 2) а также быть универсальной (адекватно описывать весь ствол, а не отдельные его участки), 3) равенство диаметра на высоте груди и прогнозируемого по модели на срезе 1,3 м⁵.

⁴ Van Rossum. G. Python tutorial. Technical Report CS-R9526, Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI), Amsterdam. 1995. Режим доступа: <https://ir.cwi.nl/pub/5007>.

⁵ Gomat, H.Y., Deleporte, P., Moukini, R. et al. What factors influence the stem taper of Eucalyptus: growth, environmental conditions, or genetics?. *Annals of Forest Science*. 2011; 68: 109–120. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13595-011-0012-3>.

Таблица 1

Описательная статистика данных измерений стволов *P. sylvestris* L. по классам диаметра

Table 1

Summary statistics for *P. sylvestris* L. taper dataset for each diameter class

Класс диаметра Diameter class	Число деревьев, шт. Number of trees, pcs.	Наименьший диаметр класса, см Smallest class diameter, cm	Средний диаметр класса, см Average class diameter, cm	Наименьшая высота класса, м Minimum class height, m	Средняя высота класса, м Average class height, m	Наименьший возраст класса, лет Minimum age of class, years	Средний возраст класса, лет Average class age, years
0-10	82	3,9	7,5	5,6	11,3	10,0	31,8
10-20	230	10,0	14,9	8,5	16,2	18,0	42,4
20-30	184	20,0	24,9	12,4	24,5	20,0	68,1
30-40	139	30,0	34,6	22,1	29,3	50,0	84,9
40-50	54	40,0	43,3	24,0	29,8	80,0	97,5
50-60	3	50,8	52,0	24,9	28,4	93,0	103,7

Источник: собственные вычисления авторов

Source: authors' own calculations

Таблица 2

Перечень анализируемых моделей образующих древесных стволов с одним уравнением

Table 2

List of selected models of stem taper with one equation

№	Уравнение The equation	Количество параметров Quantity parameters	Источник Source
1	$d_i = \sqrt{D^2 \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right)^{2-b_0}}$	1	Sharma M., Oderwald R.G. ⁶
2	$d_i = \sqrt{D^2 b_0 \left(1 - 2 \left(\frac{h_i}{H} \right) + \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 \right)}$	1	Ormerod D. A. ⁷
3	$d_i = b_0 D \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right)^{b_1}$	2	Newberry J.D., Burkhart H.E. ⁸
4	$d_i = b_0 \left(1 - \left(\frac{h_i}{H} \right)^3 \right) + b_1 \log \left(1 - \frac{h_i}{H} \right)$	2	Pain O. Boyer E. ⁹

⁶Sharma M., Oderwald R.G. Dimensionally compatible volume and taper equations. Can. J. For. 2001; 31(5): 797–803. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-31-5-797>.

⁷ Ormerod D. A. Simple bole model. For. Chron.1973;49: 136–138.

⁸ Newberry J.D., Burkhart H.E. Variable-form stem profile models for loblolly pine. Canadian Journal Forest Research. 1986; 16: 109–114. DOI: <https://doi.org/10.1139/x86-018>.

⁹ Pain O. Boyer E. A whole individual tree growth model for Norway spruce. Workshop IUFRO S5. Nancy: INRI-Nancy. Topic 1. P. 01–04.

№	Уравнение The equation	Количество параметров Quantity parameters	Источник Source
5	$d_i = D \left(b_0 + b_1 \log \left(1 - \left(\frac{h}{H} \right)^{\frac{1}{3}} \right) \right) \left(1 - \exp \left(-\frac{b_0}{b_1} \right) \right)$	2	Biging G.S. ¹⁰
6	$d_i = D \left(1 - \left(\frac{h}{H} \right)^{b_0} \right)^{\frac{1}{b_1}}$	2	Forslund R. ¹¹
7	$d_i = \sqrt{b_0 D^2 \left(1 - \frac{h}{H} \right)^{b_1}}$	2	Reed D.D., Green E.J. ¹²
8	$d_i = \sqrt{D^2 \left(b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{H} \right) + b_2 \left(\frac{h_i^2}{H^2} \right) \right)}$	3	Kozak A., Munro D.D, Smith J.H.G. ¹³
9	$d_i = \sqrt{D^2 \left(\frac{H - h_i - b_0 + b_0 \exp \left(-\frac{(H-h_i)}{b_0} \right) + b_1 (H - h_i) \exp \left(-\frac{h_i}{b_2} \right)}{H - 1,3 - b_0 + b_0 \exp \left(-\frac{(H-1,3)}{b_0} \right) + b_1 (H - 1,3) \exp \left(-\frac{1,3}{b_2} \right)} \right)}$	3	Garcia O. ¹⁴
10	$d_i = D \left(b_0 \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right) \left(\frac{H}{1,3} \right)^{b_1 + b_2 \frac{h_i}{H} + b_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2} \right)$	4	Sharma M., Parton J. ¹⁵
11	$d_i = D \left(b_0 + b_1 \left(\frac{1}{h_i + 1,3} \right)^{b_2} H^{b_3} \right)$	4	Demaerschalk J. P. ¹⁶ ; Moura J. B. ¹⁷
12	$d_i = \sqrt{b_0 D^2 \left(\frac{h}{1,3} \right)^{2 - \left(b_1 + b_2 \frac{h_i}{H} + b_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 \right)} \times \frac{H - h_i}{H - 1,3}}$	4	Sharma M., Zhang S.Y. ¹⁸
13	$d_i = D \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right)^{b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{H} - 1 \right) + b_2 \exp \left(b_3 \left(\frac{h_i}{H} \right) \right)}$	4	Newnham R.M. ¹⁹

¹⁰ Biging G.S. Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern California. For. Sci. 1984; 30: 1103–1117.

¹¹ Forslund R. The power function as a simple stem profile examination tool. Can. J. For. Res. 1991; 21: 193–198. DOI: <https://doi.org/10.1139/x91-02>.

¹² Reed D.D., Green E.J. Compatible stem taper and volume ratio equations. For. Sci. 1984; 30: 977–990.

¹³ Kozak A., Munro D.D, Smith J.H.G. Taper functions and their application in forest inventory. For. Chron. 1969; 45: 278–283. DOI: <https://doi.org/10.5558/tfc45278-4>.

¹⁴ Garcia O. Dynamic modelling of tree form. Mathematical and Computational Forestry and Natural-Resource Sciences. 2015; 7: 39-15.

¹⁵ Sharma M., Parton J. Modeling stand density effects on taper for jack pine and black spruce plantations using dimensional analysis. For. Sci. 2009; 55: 268–282. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/55.3.268>.

¹⁶ Demaerschalk J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. Forest Science. 1972; 3: 241 – 245. Режим доступа: <https://www.sci-hub.ru/10.1139/x72-056>.

¹⁷ Moura J. B. Estudo da forma do fuste e comparação de métodos de estimativa volumétrica de espécies florestais da Amazônia brasileira. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 1994. 114 p.

¹⁸ Sharma M., Zhang S.Y. Variable-exponent taper equations for jack pine, blackspruce, and balsam fir in eastern Canada. For Ecol Manag. 2004; 198: 39–53. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2004.03.035>.

¹⁹ Newnham R.M. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. Canadian Journal of Forest Research. 1992; 22: 210–223. Режим доступа: https://digitalcommons.usu.edu/aspen_bib/2526/.

№	Уравнение The equation	Количество параметров Quantity parameters	Источник Source
14	$d_i = D \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right)^{\left(b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{0,25} + b_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^{0,5} + b_3 \frac{D}{H} \right)}$	4	Zeng W.S., Liao Z.Y. ²⁰
15	$d_i = \sqrt{D^2 b_0 \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right) \left(\frac{h_i}{1,3} \right)^{2 - \left(b_1 + b_2 \left(\frac{h_i}{H} \right) + b_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 \right)}}$	4	Sharma M., Zhang S.Y. ¹⁶
16	$d_i = D \left(b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{H} \right) + b_2 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 + b_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^3 + b_4 \left(\frac{h_i}{H} \right)^4 \right)$	5	Ounekham K. ²¹
17	$d_i = D \left(b_0 + b_1 \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right) + b_2 \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right)^2 + b_3 \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right)^3 + b_4 \left(\frac{H - h_i}{H - 1,3} \right)^4 \right)$	5	Cervera J.M. ²²
18	$d_i = b_0 D^{b_1} \left(\frac{\left(1 - \left(\frac{h_i}{H} \right)^{1/4} \right)}{1 - 0,01^{1/4}} \right)^{b_2 + b_3 \left(1/e \frac{D}{H} \right) + b_4 D} \left(\frac{\left(1 - \left(\frac{h_i}{H} \right)^{1/4} \right)}{1 - 0,01^{1/4}} \right)^{b_5} \left(\frac{\left(1 - \left(\frac{h_i}{H} \right)^{1/4} \right)}{1 - 0,01^{1/4}} \right)^{\frac{D}{H}}$	6	Kozak A. ²³
19	$d_i = b_0 D^{b_1} b_2^D \left(1 - \sqrt{\left(\frac{h_i}{H} \right)} \right)^{\left(b_3 \left(\frac{h_i}{H} \right)^2 + \left(\frac{b_4}{\left(\frac{h_i}{H} \right)} \right) + b_5 D + b_6 H + b_7 \left(\frac{D}{H} \right) \right)}$	8	Muhairwe C.K. ²⁴

Источник: систематический поиск авторов

Source: systematic search for authors

Таблица 3

Оценки параметров моделей и значения метрик качества

Table 3

Estimates of model parameters and values of quality metrics

№ модели № model	Параметр Parameter	Оценка Grade	t-статистика t-statistic	Метрики качества моделей Model quality metrics						
				RMSE	MAPE	MAE	MBE	R ²	AIC	BIC
1	b ₀	0,751	1,592E+02	2,321	12,032	1,357	-0,535	0,956	15866	15874
2	b ₀	1,403	3,119E+02	3,232	19,038	2,597	-1,100	0,915	22101	22108
3	b ₀	1,052	7,826E+02	2,154	11,383	1,439	-0,063	0,962	14461	14476
	b ₁	0,679	2,621E+02							

²⁰ Zeng W.S., Liao Z.Y. A study on taper equation. 1997; 33: 127–132.

²¹ Ounekham K. Developing volume and taper equations for *Styrax tonkinensis* in Laos. M. Sc. Thesis. University of Canterbury New Zealand. 2009. 90 p.

²² Cervera J.M. El área basimétrica reducida, el volume reducido y el perfil. Montes. 1973; 174: 415-418. (In Spanish).

²³ Kozak A. My last words on taper equations. For. Chron. 2004; 80: 507–515. Doi: <https://doi.org/10.5558/tfc80507-4>.

²⁴ Muhairwe C.K. Taper equations for eucalyptus pilularis and eucalyptus grandis for the north coast in new south wales, Australia. For. Ecol. Manag. 1999; 113: 251–269.

Естественные науки и лес

№ модели № model	Параметр Parameter	Оценка Grade	t-статистика t-statistic	Метрики качества моделей Model quality metrics						
				RMSE	MAPE	MAE	MBE	R ²	AIC	BIC
4	b0	23,443	1,960E+02	8,717	59,843	6,743	-0,046	0,382	40798	40812
	b1	2,505	1,237E+01							
5	b0	1,033	2,994E+02	4,543	36,192	3,165	-0,152	0,832	28518	28533
	b1	0,562	1,187E+02							
6	b0	1,319	9,388E+01	2,476	11,052	1,422	-0,578	0,950	17089	17103
	b1	1,375	1,010E+02							
7	b0	0,659	5,212E+01	2,674	17,645	1,754	0,023	0,942	18534	18548
	b1	1,074	3,228E+02							
8	b0	0,742	1,349E+02	4,111	25,454	2,758	-0,613	0,863	26638	26660
	b1	-0,130	-6,126E+00							
	b2	-0,618	-3,634E+01							
9	b0	1,904	5,201E+01	1,384	8,928	0,958	-0,095	0,984	6134	6156
	b1	0,578	8,961E+01							
	b2	0,471	5,125E+01							
10	b0	1,101	7,943E+01	1,930	10,500	1,344	-0,027	0,970	12391	12419
	b1	-0,007	-1,741E+00							
	b2	-0,082	-1,915E+01							
	b3	0,387	6,580E+01							
11	b0	-4323,639	-5,200E-02	3,658	37,233	2,768	-0,099	0,891	24442	24471
	b1	4324,446	5,200E-02							
	b2	7,039	5,200E-02							
	b3	4,101	5,200E-02							
12	b0	0,969	5,859E+01	9,029	18,562	3,138	-2,191	0,337	41464	41492
	b1	2,000	6,057E+01							
	b2	-0,093	-7,060E-01							
	b3	0,330	2,545E+00							
13	b0	0,732	1,813E+02	1,563	8,905	0,999	-0,092	0,980	8422	8450
	b1	0,429	3,207E+01							
	b2	3,529	1,102E+02							
	b3	-10,554	-6,264E+01							
14	b0	2,850	9,403E+01	1,497	8,646	0,926	0,050	0,982	7604	7633
	b1	-8,517	-1,160E+02							
	b2	5,210	1,075E+02							
	b3	1,151	2,162E+02							
15	b0	0,969	5,859E+01	9,029	18,562	3,138	-2,191	0,337	41464	41492
	b1	2,000	6,057E+01							
	b2	-0,093	-7,060E-01							
	b3	0,330	2,545E+00							
16	b0	1,199	6,357E+02	1,637	9,243	1,162	-0,165	0,978	9296	9331
	b1	-3,252	-9,501E+01							
	b2	9,952	6,322E+01							
	b3	-13,577	-5,350E+01							

№ модели № model	Параметр Parameter	Оценка Grade	t-статистика t-statistic	Метрики качества моделей Model quality metrics						
				RMSE	MAPE	MAE	MBE	R ²	AIC	BIC
	b4	5,719	4,324E+01							
17	b0	0,024	6,109E+00	1,671	9,091	1,163	-0,029	0,977	9684	9720
	b1	1,451	3,011E+01							
	b2	1,850	-2,586E+01							
	b3	-5,950	-2,586E+01							
	b4	3,681	3,589E+01							
18	b0	1,402	9,173E+01	1,816	15,675	1,347	0,111	0,973	11251	11294
	b1	0,930	2,809E+02							
	b2	0,454	9,641E+01							
	b3	-0,086	-5,953E+00							
	b4	0,002	2,784E+01							
	b5	-0,302	-4,182E+01							
19	b0	1,199	4,669E+01	1,453	10,137	1,042	0,045	0,983	7053	7110
	b1	1,034	1,098E+02							
	b2	0,998	2,775E+03							
	b3	0,179	4,427E+01							
	b4	0,028	6,778E+01							
	b5	-0,010	-3,481E+01							
	b6	0,011	4,992E+01							
	b7	0,348	6,389E+01							

Примечание. RMSE – квадратный корень из среднеквадратической ошибки, MAPE – средний процент абсолютной ошибки, MAE – средняя абсолютная ошибка, MBE – ошибка среднего смещения, R² коэффициент детерминации, AIC - информационный критерий Акаике, BIC - информационный критерий Байеса.

Источник: собственные вычисления авторов

Source: authors' own calculations

Анализируя влияние количества параметров на степень соответствия фактическим данным, можно отметить, что с увеличением числа параметров ожидаемо возрастает и точность аппроксимации уравнениями фактических значений зависимой переменной. Однако увеличение количества параметров может также приводить к ухудшению обобщающей способности модели при ее использовании на новых данных. Уравнение № 19 с восемью параметрами показывает хорошие значения метрик качества за счет высокой степени подгонки к данным, использованным для вычисления оценок коэффициентов, но использование этой модели для других деревьев может приводить к значительным ошибкам.

Модели № 12 и 15 не способны предсказывать значения диаметра ствола на нулевом срезе у

комля, что противоречит предпосылке об универсальности уравнений. Вышеприведённые доводы позволяют исключить их из дальнейшего рассмотрения.

Трёхпараметрическая модель № 9 ($RMSE = 1,384$; $MAPE = 8,928$; $MAE = 0,958$; $MBE = -0,095$; $R^2 = 0,984$; $AIC = 6134$; $BIC = 6156$), четырёхпараметрические уравнение №14 ($RMSE = 1,497$; $MAPE = 8,655$; $MAE = 0,926$; $MBE = 0,051$; $R^2 = 0,982$; $AIC = 7603$; $BIC = 7632$), № 13 ($RMSE = 1,563$; $MAPE = 8,905$; $MAE = 0,999$; $MBE = -0,092$; $R^2 = 0,980$; $AIC = 8422$; $BIC = 8450$), а также функция с пятью параметрами № 16 ($RMSE = 1,637$; $MAPE = 9,243$; $MAE = 1,162$; $MBE = -0,165$; $R^2 = 0,978$; $AIC = 9296$; $BIC = 9331$) показали лучшие значения метрик качества среди остальных уравнений образующей и были отобраны для дальнейшего рассмотрения и оценки

адекватности аппроксимации диаметра в различных частях стволов деревьев, отличающихся по высоте.

Графические визуализации остатков моделей, признанных лучшими, в зависимости от значений предсказанного диаметра представлены на рис. 2. Анализируя полученные распределения остатков, можно отметить, что для всех отобранных моделей

характерна беспристрастность и постоянство дисперсии (гомоскедастичность остатков). Большинство точек данных моделей № 9, 13 и 14 выстраиваются вдоль оси абсцисс. Это говорит о том, что преобладающее число остатков близко к нулевой отметке и распределено ассиметрично.

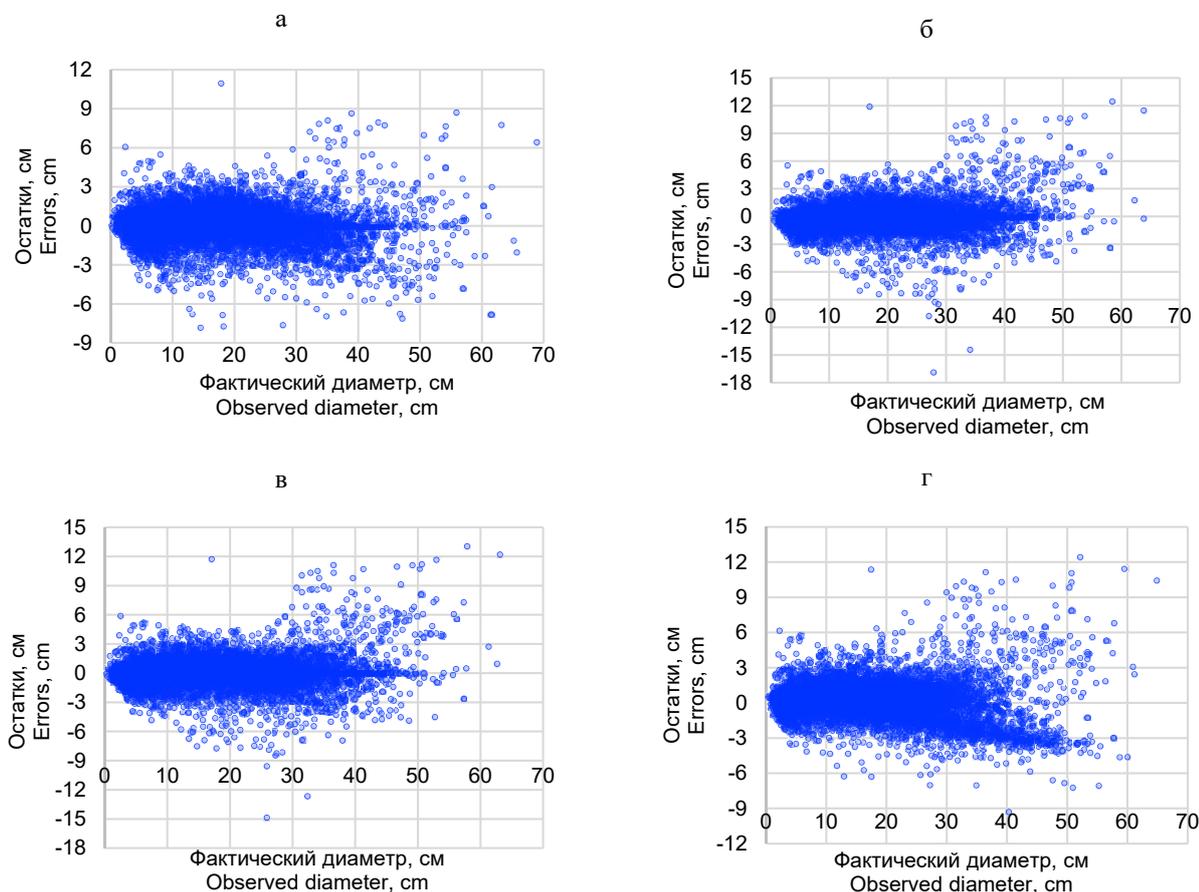


Рисунок 2. График зависимости остатков от фактических значений диаметра ствола *P. sylvestris* L. для моделей: а) № 9, б) № 14, в) № 13, г) № 16

Figure 2. Scatter plot of residuals versus actual *P. sylvestris* L. stem diameter values for models: a) № 9, b) № 14, c) № 13, d) № 16

Источник: собственная композиция авторов

Source: author's composition

На рис. 3 представлены прогнозируемые образующие стволы *P. sylvestris* L., построенные по предсказанным при помощи отобранных моделей значениям диаметров, в сравнении с фактическими величинами. Из выборки были отобраны самое низкое дерево, с диаметром на высоте груди 9,4 см и высотой 5,6 м, дерево средней величины с таксационным диаметром 21,9 см и высотой 23,0 м и самое высокое дерево с диаметром на высоте 1,3 м 39,1 см и высотой 34,5 м.

Обсуждение

Анализируя кривые образующей ствола, аппроксимированные с помощью отобранных уравнений, для самого низкого дерева (рис. 3а) можно отметить, что модели № 13 и 14 завышают значения диаметра в комле на уровне пня и до высоты 1,0 м. Модель № 9 даёт значительно меньшее расхождение с исходными данными. Уравнение № 16 достаточно точно предсказывает значения диаметра на нулевом срезе, но занижает их до высоты 3,0 м от комля, в отличие от моделей № 9, 13 и 14, показавших хорошее соответствие исходным данным. Для дерева, обладающего средней высотой (рис. 3б), все рассматриваемые модели хорошо описывают образующую комлевой, центральной частей ствола и у вершины, при этом можно отметить небольшое занижение значений диаметров на высоте от 15 до 20 м. Наилучшее совпадение с фактическими данными в данном случае показывают уравнение № 9, 13 и 14. Для ствола самого высокого дерева (рис. 3в), образующая, найденная при помощи уравнений № 9, 13 и 14, наиболее точно совпадает с кривой, построенной по исходным значениям диаметров. Модель № 16 наименее соответствует фактическим данным.

Для оценки величины отклонения предсказанных по моделям образующей значений диаметра от фактических данных были вычислены усредненные значения квадратного корня из среднеквадратической ошибки (*RMSE*) для различных групп относительных высот (рис. 4). Для группы относительных высот 0,0-0,1, относящейся к комлевой части ствола, наименьшая среднеквадратическая ошибка отмечается у модели № 9, максимальная – у модели № 16. По мере увеличения относительной высоты с

группы 0,1-0,2 значение квадратного корня из среднеквадратической ошибки моделей № 9, 13 и 14 распределяется относительно схожим образом и не превышает 1,6 см, достигая своего максимума в группе относительных высот 0,7-0,8 для функций № 13, 14 и в группе 0,8-0,9 для трёхпараметрического уравнения № 9.

Наибольшей величины второго максимума значений квадратного корня из среднеквадратической ошибки на относительной высоте 0,7-0,8 достигает уравнение № 13. Наивысших отметок усредненных значений *RMSE* достигает кривая, построенная при помощи модели № 16, которая в отличие от остальных функций, помимо наибольшего значения у нулевого среза и на относительной высоте 0,7-0,8 имеет ещё один максимум на высоте 0,2-0,3.

Трёхпараметрическое уравнение № 9 обладает вдвое меньшим значением *RMSE* в группе относительных высот 0,0-0,1 по сравнению с конкурирующими с ней по качеству уравнениями № 13 и 14, что позволяет считать её более универсальной и говорит о лучшем соответствии предсказанных ей значений диаметра исходным данным на всем протяжении ствола.

Таким образом, при моделировании образующей небольших деревьев, например, молодняков или насаждений низких классов бонитета, а также стволов средней высоты, наилучший результат возможно получить, применяя уравнение № 9. Однако моделирование образующей стволов более высоких деревьев *P. sylvestris* L., обладающих значительным объемом древесины и ресурсным потенциалом со сложной сортиментной структурой, наиболее важно при проведении лесоучётных работ в мезофильных и мезо-гигрофильных борах, субориях и сложных субориях, а наилучший результат в условиях Костромской области так же позволит получить универсальная трёхпараметрическая модель № 9, которая по результатам апробации на региональных данных и признана нами лучшей.

Предсказанные уравнением № 9 значения диаметра были сопоставлены с данными из таблиц сбега древесных стволов по разрядам высот²⁵. Различия между рассчитанными и табличными значе-

²⁵ Общесоюзные нормативы для таксации лесов : Справочник / [Загреб В. В. и др.]. Москва : Колос, 1992. 494.

ниями оценивались с помощью критериев достоверности (табл. 4). Расхождения от 7,3 до 11,6 % между табличными и предсказанными значениями наблюдаются для 1а, 1б, 2, 3 и 4 разрядов высот. Деревья этих разрядов как правило составляют основу лесосечного фонда и назначаются в рубку спелых перестойных насаждений. Увеличение расхождения

между диаметрами из таблиц сбег и аппроксимированными данными до 15,2% и 18,19% наблюдается соответственно в 5 и 5а разрядах высот. В эти разряды входят угнетённые деревья, произрастающие в насаждениях низкого класса бонитета, характеризующиеся низкосортной древесиной и не представляющие хозяйственную ценность.

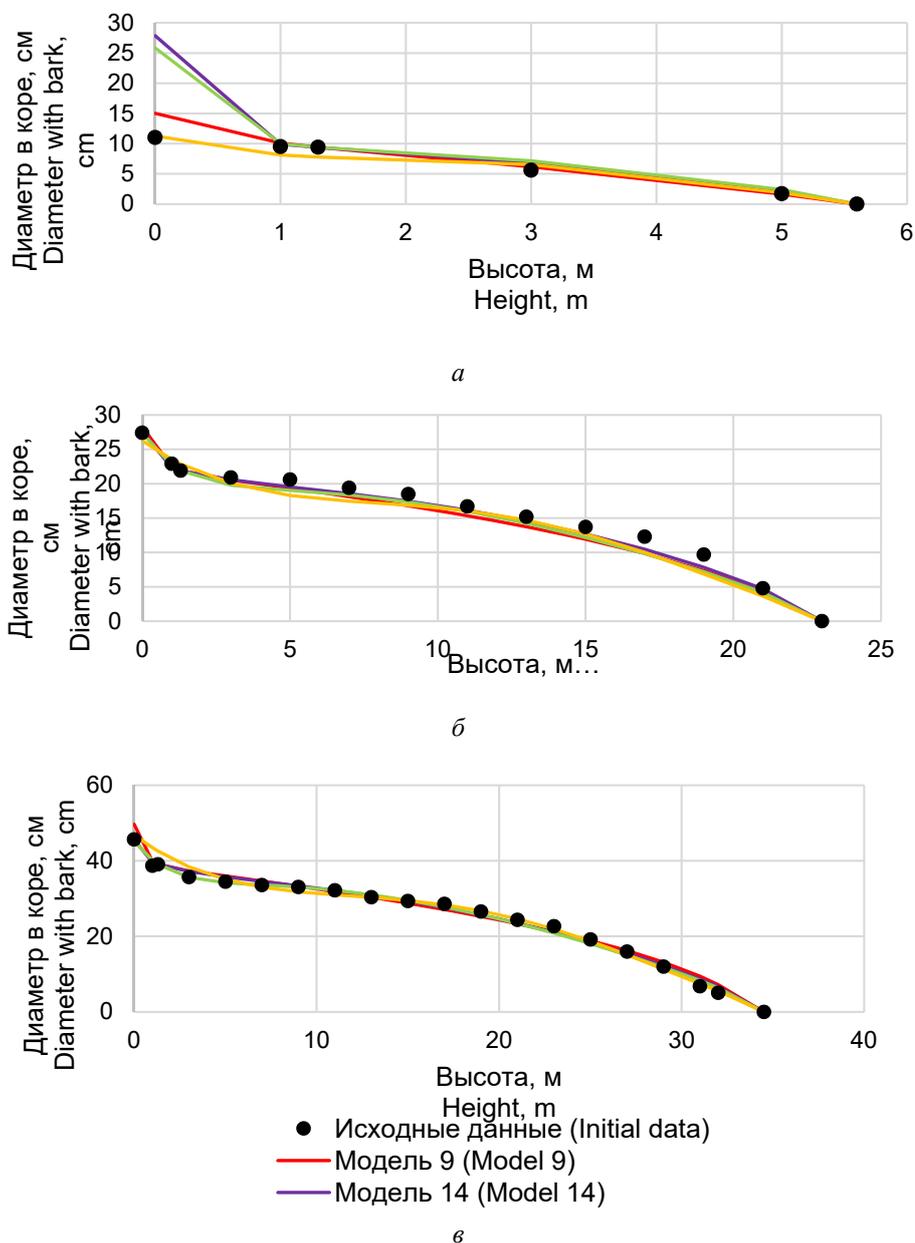


Рисунок 3. Кривые образующей ствола *P. sylvestris* L., аппроксимированные при помощи моделей и фактические значения диаметров: а) для самого низкого дерева ($D = 9,4$ см, $H = 5,6$ м), б) для дерева средней величины ($D = 21,9$ см, $H = 23,0$ м), в) для самого высокого дерева ($D = 39,1$ см, $H = 34,5$ м)

Figure 3. Prediction curves approximated using *P. sylvestris* L. stem taper model and actual measurement points: а) for the lowest tree ($D = 9,4$ cm, $H = 5,6$ m), б) for a medium-sized tree ($D = 21,9$ cm, $H = 23,0$ m), в) for the tallest tree ($D = 39,1$ cm, $H = 34,5$ m)

Источник: собственная композиция авторов
Source: author's composition

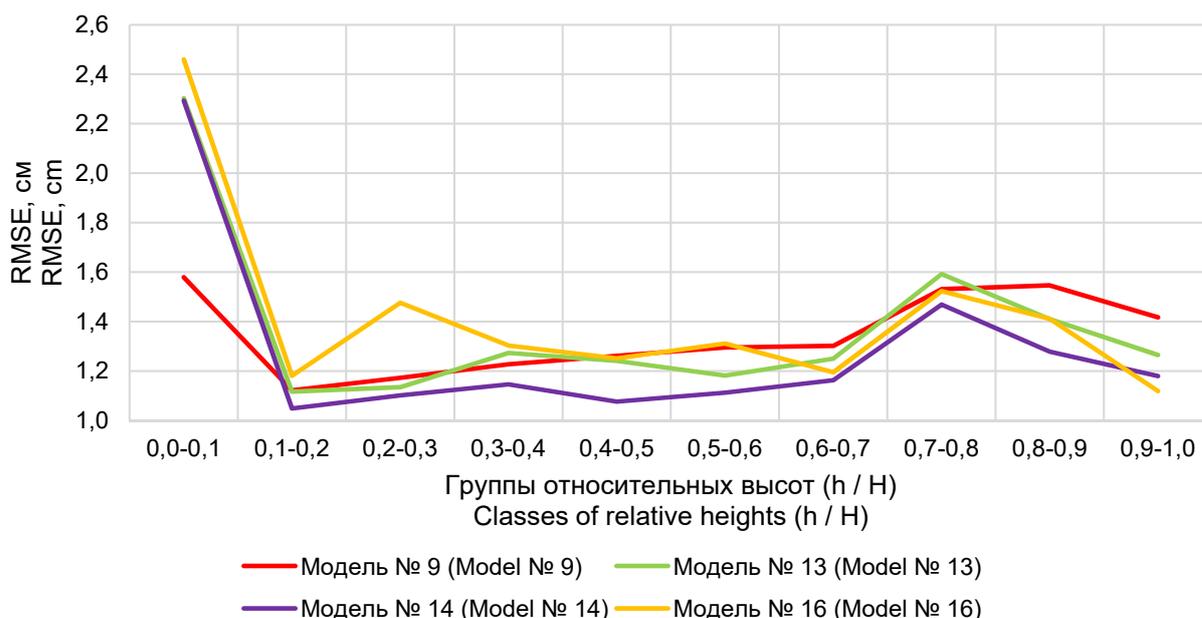


Рисунок 4. Изменение квадратного корня из среднеквадратической ошибки (*RMSE*) с относительной высотой для образующих стволов *P. sylvestris* L., построенных при помощи отобранных моделей

Figure 4. Variation of the square root of the root mean square error (*RMSE*) with relative height for the *P. sylvestris* L. stem tapper constructed using the selected models

Источник: собственная композиция авторов

Source: author's composition

Таблица 4

Значения критериев достоверности, рассчитанные для соотношения диаметров, найденных по модели 14 и взятых из таблиц сбега древесных стволов *P. sylvestris* L. по разрядам высот

Table 4

Values of criteria qualities calculated for the ratio of diameters, found using models 14 and taken from tables of descending tree trunks by height categories.

Разряд высот Height category	RMSE	MBE	MAE	MAPE
1a	1,67	-0,92	1,37	7,31
1б	1,71	-0,96	1,42	8,45
1	2,06	-1,63	1,70	11,60
2	1,99	-1,54	1,63	9,35
3	1,43	-0,97	1,16	10,54
4	1,09	0,06	0,91	7,30
5	1,57	0,70	1,20	15,20
5a	2,14	1,13	1,72	18,19

Источник: собственные вычисления авторов

Source: authors' own calculations

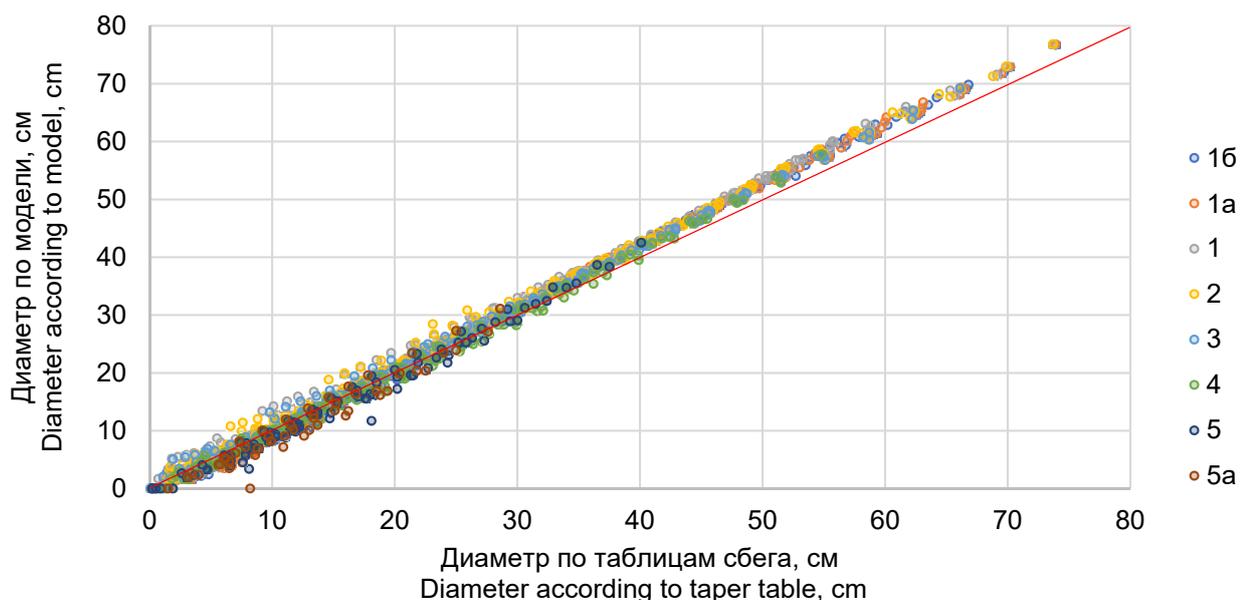


Рисунок 5. Сопоставление диаметров ствола *P. sylvestris* L. из таблиц сбега и рассчитанных с помощью модели по разрядам высот

Figure 5. Comparison of *P. sylvestris* L. stem diameters from trunk taper tables and heights calculated using the model

Источник: собственная композиция авторов

Source: author's composition

Таблица 5

Таблица сбега стволов *P. sylvestris* L., составленная с использованием модели № 9

Table 5

P. sylvestris L. stem taper table compiled using model № 9

Высота, м Height, m	Относительные диаметры по относительным высота (h / H) Relative diameters by relative heights (h / H)											
	0	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
8	1,452	1,222	1,094	0,959	0,865	0,774	0,676	0,569	0,451	0,319	0,170	0,088
10	1,395	1,154	1,041	0,932	0,850	0,765	0,673	0,571	0,457	0,327	0,176	0,092
12	1,361	1,111	1,011	0,918	0,842	0,762	0,674	0,576	0,464	0,336	0,184	0,096
14	1,339	1,080	0,991	0,910	0,838	0,761	0,676	0,581	0,472	0,344	0,190	0,101
16	1,323	1,057	0,979	0,904	0,835	0,760	0,678	0,585	0,478	0,352	0,197	0,105
18	1,311	1,040	0,970	0,901	0,833	0,760	0,679	0,589	0,484	0,359	0,203	0,109
20	1,303	1,026	0,964	0,898	0,832	0,760	0,681	0,592	0,489	0,365	0,209	0,113
22	1,295	1,016	0,960	0,896	0,831	0,760	0,682	0,595	0,493	0,371	0,214	0,116
24	1,290	1,007	0,956	0,894	0,830	0,760	0,683	0,597	0,497	0,375	0,219	0,120
26	1,285	1,000	0,954	0,893	0,829	0,760	0,684	0,599	0,500	0,380	0,223	0,123
28	1,281	0,994	0,952	0,892	0,829	0,760	0,685	0,601	0,503	0,384	0,227	0,126
30	1,277	0,990	0,950	0,891	0,828	0,760	0,686	0,602	0,505	0,387	0,231	0,129
32	1,274	0,986	0,948	0,890	0,828	0,760	0,686	0,604	0,508	0,390	0,235	0,132
34	1,272	0,983	0,947	0,889	0,827	0,760	0,687	0,605	0,510	0,393	0,238	0,134
36	1,270	0,980	0,946	0,889	0,827	0,760	0,687	0,606	0,511	0,396	0,241	0,137

Источник: собственные вычисления авторов

Source: authors' own calculations

На рис. 5 представлена графическая визуализация соотношения диаметров из таблиц сбега и рассчитанных с помощью модели по разрядам высот. Анализируя рисунок, можно отметить наличие расхождений между значениями диаметров из таблиц сбега по сравнению с данными модели для 1, 2, 3, 5 и 5а разрядов высот, что может привести к неточностям при определении объёмов стволов и их частей. Расхождения для 1б, 1а, 1 и 2 разрядов высот проявляются, главным образом, для диаметров в нижней части стволов: прогнозируемые по модели диаметру несколько выше табличных. Предложенная модель образующей апробирована на региональных данных и учитывает местные особенности древостоев, что обеспечивает более точную аппроксимацию значений диаметра на любой высоте.

С использованием апробированной функции № 9 была составлена таблица сбега (табл. 5), отражающая изменение относительных диаметров по относительным высотам от 0 до 0,95. Полученная таблица учитывает местные особенности роста и развития сосновых древостоев Костромской области и является альтернативой стандартным нормативам.

В условиях Костромской области предложенное уравнение образующей древесного ствола может стать основой для моделей сортиментной структуры стволов, которые будут применяться в качестве региональных нормативов для таксации сосновых древостоев без использования классических сортиментных таблиц. Предсказанный при помощи

модели № 9 диаметр ствола на любой высоте позволит, не прибегая к валке дерева и к его раскряжёвке, разбить ствол на сортименты и определить их объём.

Предложенная в работе методика позволяет выполнять моделирование образующей древесного ствола также для других древесных пород и лесорастительных условий, что планируется осуществить в будущем.

Требуются дальнейшие исследования, направленные на разработку модели сортиментной структуры стволов, базирующейся на предложенном уравнении образующей, что позволит получить качественные региональные таксационные нормативы и существенно увеличит точность определения выхода сортиментов для сосновых древостоев Костромской области.

Заключение

Для сосновых древостоев Костромской области предложена регрессионная модель образующей древесного ствола сосны обыкновенной (*P. sylvestris* L.), способная предсказывать (RMSE = 1,384; MAPE = 8,928; MAE = 0,958; MBE = -0,095; $R^2 = 0,984$;) величину диаметра ствола на любой высоте дерева.

Расчитанные значения метрик качества и результаты проведения анализа распределения среднеквадратической ошибки по группам относительных высот говорят об адекватности и эффективности рассматриваемой модели.

Список литературы

1. Петровский В. С., Малышев В.В., Мурзинов Ю.В. Моделирование параметров древесных стволов в насаждении. Лесотехнический журнал. 2012; 4(8): 18-22. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=18814608>.
2. Scolforo H., McTague J., Burkhart H., Roise J., Carneiro R., Stape J. Generalized stem taper and tree volume equations applied to eucalyptus of varying genetics in Brazil. Canadian Journal of Forest Research. 2018; 49. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-2018-0276>.
3. Choochuen T., Suksavate W., Meunpong P. Development of a Taper Equation for Teak (*Tectona grandis* L.f.) Growing in Western Thailand. Environment and Natural Resources Journal. 2021; 19. DOI: <https://doi.org/10.32526/enrj/19/2020183>.
4. Забавская Л. Н., Вайс А.А. Параметры образующей функции "Harris" и форма нижней части деревьев сосны. Хвойные бореальной зоны. 2021; 39 (2): 95-101. Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46216526>.
5. Черных В. Л., Черных Л. В., Черных Д. В., Денисов С. А. Модель сбега комлевой части стволов основных древесных пород хвойно-широколиственных лесов Среднего Поволжья. Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Лес. Экология. Природопользование. 2022; 2(54): С. 40-54. DOI: <https://doi.org/10.25686/2306-2827.2022.2.40>.

6. Zapata M., Bullock B., Montes C. A Taper Equation for Loblolly Pine Using Penalized Spline Regression. *Forest Science*. 2021; 67. DOI: <https://doi.org/10.1093/forsci/fxaa037>.
7. Ulak S., Ghimire K., Gautam R., Bhandari S., Poudel K., Timilsina Y., Pradhan D., Subedi T. Predicting the upper stem diameters and volume of a tropical dominant tree species. *Journal of Forestry Research*. 2022; 33. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11676-022-01458-5>.
8. Alkan O., Ozelik R. Stem taper equations for diameter and volume predictions of *Abies cilicica* Carr. in the Taurus Mountains, Turkey. *Journal of Mountain Science*. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11629-020-6071>.
9. H. Sagvan M., Ibrahim S., Hakeem K, Kamziah Abd Kudus K. Development of Volume Function for Final Felling of *Pinus brutia* Ten in Kurdistan Iraq. *Environmental Analysis & Ecology Studies*. 2018; 3. DOI: <https://doi.org/10.31031/EAES.2018.03.000554>.
10. Dubenok N.N., Lebedev A.V., Gostev V.V., Gemonov A.V., Gradusov V.M. Height-Diameter fixed effects models for the pine in European Russia. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2022; 1154: 012025. DOI: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1154/1/012025>.
11. Дубенок Н.Н., Лебедев А.В., Гостев В.В. Регрессионные модели смешанных эффектов зависимости высоты от диаметра ствола в сосновых древостоях европейской части России. *Лесной вестник / Forestry Bulletin*. 2023; Т. 27.; 5: 37–47. DOI: <https://doi.org/10.18698/2542-1468-2023-5-37-47>.
12. Кузьмичев В. В., Лебедев А.В. Закономерности изменения размеров и качества древесины деревьев в лесах Европейской России (по материалам А.А. Крюденера). Кологрив : Федеральное государственное бюджетное учреждение "Государственный природный заповедник "Кологривский лес" имени М.Г. Синецкого". 2022. 96 с. ISBN 978-5-9500560-3-1. EDN ARPHRI. Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=49373785>.
13. Дубенок Н.Н., Кузьмичев В.В., Лебедев А.В. Модель смешанных эффектов зависимости высот от диаметров деревьев в сосновых древостоях. *Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии*. 2021; 237: 59-74. DOI: <https://doi.org/10.21266/2079-4304.2021.237.59-74>.
14. Lebedev A., Gostev V., Gemonov A. [et al.]. Two-parameters single equation stem taper models of *Pinus sibirica* in Siberia, Russia. *E3S Web of Conferences EBWFF 2023 - International Scientific Conference Ecological and Biological Well-Being of Flora and Fauna (Part 1)*. 2023; 420. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202342001024>.
15. MacFarlane D. W., Crawford D., Jovanovic T., Frank J., Brack C. Comparing mobile and terrestrial laser scanning for measuring and modelling tree stem taper. *Forestry: An International Journal of Forest Research*. 2023; 96 (5): 705-717. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestry/epad012>.
16. Bilous A., Myroniuk V., Svyinchuk V., Soshenskyi O., Lesnik O., Kovbasa Ya. Semi-empirical estimation of log taper using stem profile equations. *Journal of Forest Science*. 2021; 67: 318-327. DOI: <https://doi.org/10.17221/209/2020-JFS>.
17. Zhang S., Sun J., Duan A., Zhang J., Variable-Exponent Taper Equation Based on Multilevel Nonlinear Mixed Effect for Chinese Fir in China. *Forests*. 2021; 12 (2): 126. DOI: <https://doi.org/10.3390/f12020126>.
18. McTague J., Weiskittel A. Evolution, history, and use of stem taper equations: A review of their development, application, and implementation. *Canadian Journal of Forest Research*. 2020; 51. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-2020-0326>.
19. Santiago G., Larreta J., Cárdenas M., Quiñonez-Barraza G. Función ahusamiento-volumen comercial de *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. & Cham. en varias regiones de México. *Colombia forestal*. 2022; 25. 77-94. DOI: <https://doi.org/10.14483/2256201X.17814>.
20. Stenman V., Kangas A., Holopainen M. Upper stem diameter and volume prediction strategies in the National Forest Inventory of Finland. 2023; 57 (3). DOI: <https://doi.org/10.14214/sf.23021>.

References

1. Petrovskij V. S., Malyshev V.V., Murzinov Yu.V. Modelirovanie parametrov drevesnyh stvolov v nasazhdenii. [Modeling the parameters of tree trunks in a forest stand]. *Lesotekhnicheskij zhurnal = Forestry Engineering journal*. 2012; 4(8): 18-22. (In Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=18814608>.
2. Scolforo H., McTague J., Burkhart H., Roise J., Carneiro R., Stape J. Generalized stem taper and tree volume equations applied to eucalyptus of varying genetics in Brazil. *Canadian Journal of Forest Research*. 2018; 49. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-2018-0276>.
3. Choochuen T., Suksavate W., Meunpong P. Development of a Taper Equation for Teak (*Tectona grandis* L.f.) Growing in Western Thailand. *Environment and Natural Resources Journal*. 2021; 19. DOI: <https://doi.org/10.32526/enrj/19/2020183>.
4. Zabavskaya L. N., Vajs A.A. Parametry obrazuyushchej funkcii "Harris" i forma nizhnej chasti derev'ev sosny. [Parameters of the Harris generating function and the shape of the lower part of pine trees]. *Hvojnnye boreal'noj zony = Conifers of the boreal zone*. 2021; 39 (2): 95-101. (In Russ.). URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46216526>.
5. Chernyh V. L., Chernyh L. V., Chernyh D. V., Denisov S. A. Model' sbega komlevoj chasti stvolov osnovnyh dre-vesnyh porod hvojno-shirokolistvennyh lesov Srednego Povolzh'ya. [Model of the runoff of the butt part of the trunks of the main tree species of coniferous-broad-leaved forests of the Middle Volga region.]. *Vestnik Povolzhskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta. Seriya: Les. Ekologiya. Prirodopol'zovanie = Bulletin of the Volga State Technological University. Series: Forest. Ecology. Nature management*. 2022; 2(54): C. 40-54. (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.25686/2306-2827.2022.2.40>.
6. Zapata M., Bullock B., Montes C. A Taper Equation for Loblolly Pine Using Penalized Spline Regression. *Forest Science*. 2021; 67. DOI: <https://doi.org/10.1093/forsci/fxaa037>.
7. Ulak S., Ghimire K., Gautam R., Bhandari S., Poudel K., Timilsina Y., Pradhan D., Subedi T. Predicting the upper stem diameters and volume of a tropical dominant tree species. *Journal of Forestry Research*. 2022; 33. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11676-022-01458-5>.
8. Alkan O., Ozcelik R. Stem taper equations for diameter and volume predictions of *Abies cilicica* Carr. in the Taurus Mountains, Turkey. *Journal of Mountain Science*. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11629-020-6071-1>.
9. H. Sagvan M., Ibrahim S., Hakeem K., Kamziah Abd Kudus K. Development of Volume Function for Final Felling of *Pinus brutia* Ten in Kurdistan Iraq. *Environmental Analysis & Ecology Studies*. 2018; 3. DOI: <https://doi.org/10.31031/EAES.2018.03.000554>.
10. Dubenok N.N., Lebedev A.V., Gostev V.V., Gemonov A.V., Gradusov V.M. Height-Diameter fixed effects models for the pine in European Russia. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2022; 1154: 012025. (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1154/1/012025>.
11. Dubenok N.N., Lebedev A.V., Gostev V.V. Regressionnyye modeli smeshannyh effektov zavisimosti vyso-ty ot diametra stvola v osnovnyh drevostoyah evropejskoj chasti Rossii. [Mixed-effect regression models of height versus trunk diameter dependence in pine stands in european part of Russia]. *Лесной вестник = Forestry Bulletin*. 2023; Т. 27.; 5: 37–47. (In Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/2542-1468-2023-5-37-47>.
12. Kuz'michev V. V., Lebedev A.V. Zakonomernosti izmeneniya razmerov i kachestva drevesiny derev'ev v lesah Evropejskoj Rossii (po materialam A.A. Kryudenera) [Patterns of changes in the size and quality of tree wood in the forests of European Russia (based on materials from A.A. Krudener)]. *Kologriv : Federal'noe gosudarstvennoe byudzhethnoe uchrezhdenie "Gosudarstvennyj prirodnyj zapovednik "Kologrivskij les" imeni M.G. Sinicya" = Kologriv: Nature Reserve «Kologrivsky les»*. 2022. (In Russ.). 96 с. ISBN 978-5-9500560-3-1. EDN ARPHRI. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=49373785>.
13. Dubenok N.N., Kuz'michev V.V., Lebedev A.V. Model' smeshannyh effektov zavisimosti vysot ot diametrov derev'ev v osnovnyh drevostoyah. [Model of mixed effects of height dependence on tree diameters in pine stands.] *Izvestiya Sankt-Peterburgskoj lesotekhnicheskoy akademii = News of the St. Petersburg Forestry Academy*. 2021; 237: 59-74. DOI: <https://doi.org/10.21266/2079-4304.2021.237.59-74>.

14. Lebedev A., Gostev V., Gemonov A. [et al.]. Two-parameters single equation stem taper models of *Pinus sibirica* in Siberia, Russia. E3S Web of Conferences EBWFF 2023 - International Scientific Conference Ecological and Biological Well-Being of Flora and Fauna (Part 1). 2023; 420. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202342001024>.
15. MacFarlane D. W., Crawford D., Jovanovic T., Frank J., Brack C. Comparing mobile and terrestrial laser scanning for measuring and modelling tree stem taper. *Forestry: An International Journal of Forest Research*. 2023; 96 (5): 705-717. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestry/cpad012>.
16. Bilous A., Myroniuk V., Svyinchuk V., Soshenskiy O., Lesnik O., Kovbasa Ya. Semi-empirical estimation of log taper using stem profile equations. *Journal of Forest Science*. 2021; 67: 318-327. DOI: <https://doi.org/10.17221/209/2020-JFS>.
17. Zhang S., Sun J., Duan A., Zhang J., Variable-Exponent Taper Equation Based on Multilevel Nonlinear Mixed Effect for Chinese Fir in China. *Forests*. 2021; 12 (2): 126. DOI: <https://doi.org/10.3390/f12020126>.
18. McTague J., Weiskittel A. Evolution, history, and use of stem taper equations: A review of their development, application, and implementation. *Canadian Journal of Forest Research*. 2020; 51. DOI: <https://doi.org/10.1139/cjfr-2020-0326>.
19. Santiago G., Larreta J., Cárdenas M., Quiñonez-Barraza G. Función ahusamiento-volumen comercial de *Abies religiosa* (Kunth) Schltld. & Cham. en varias regiones de México. *Colombia forestal*. 2022; 25. 77-94. DOI: <https://doi.org/10.14483/2256201X.17814>.
20. Stenman V., Kangas A., Holopainen M. Upper stem diameter and volume prediction strategies in the National Forest Inventory of Finland. 2023; 57 (3). DOI: <https://doi.org/10.14214/sf.23021>.

Сведения об авторах

Дубенок Николай Николаевич – академик РАН, доктор сельскохозяйственных наук, профессор, заведующий кафедрой сельскохозяйственных мелиораций, ФГБОУ ВО Российский государственный аграрный университет - МСХА имени К.А. Тимирязева, ул. Тимирязевская, 49, г. Москва, Российская Федерация, 127434, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9059-9023>, e-mail: ndubenok@rgau-msha.ru.

✉ *Лебедев Александр Вячеславович* – кандидат сельскохозяйственных наук, доцент кафедры землеустройства и лесоводства, ФГБОУ ВО Российский государственный аграрный университет - МСХА имени К.А. Тимирязева, ул. Тимирязевская, 49, г. Москва, Российская Федерация, 127434, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8939-942X>, e-mail: alebedev@rgau-msha.ru.

Гостев Владимир Викторович – ассистент кафедры землеустройства и лесоводства, ФГБОУ ВО Российский государственный аграрный университет - МСХА имени К.А. Тимирязева, ул. Тимирязевская, 49, г. Москва, Российская Федерация, 127434, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6843-3422>, e-mail: v.gostev@rgau-msha.ru.

Information about the authors

Nikolay N. Dubenok – DSc (Agriculture), professor, academician of RAS, head of the department of Agricultural Reclamation, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Timiryazevskaya str. 49, Moscow, Russian Federation, 127434, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9059-9023>, e-mail: ndubenok@rgau-msha.ru.

✉ *Aleksandr V. Lebedev* – PhD (Agriculture), associate professor of the department of Land Management and Forestry, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Timiryazevskaya str. 49, Moscow, Russian Federation, 127434, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8939-942X>, e-mail: alebedev@rgau-msha.ru.

Vladimir V. Gostev – Assistant of the department of Land Management and Forestry, Russian State Agrarian University – Moscow Timiryazev Agricultural Academy, Timiryazevskaya str. 49, Moscow, Russian Federation, 127434, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6843-3422>, e-mail: v.gostev@rgau-msha.ru.

✉ – Для контактов | Corresponding author