

Наукоёмкие технологии в машиностроении. 2023. №3 (141). С. 38-48.

Science intensive technologies in mechanical engineering. 2023. №3 (141). P. 38-48.

Научная статья

УДК 539.621

doi: 10.30987/2223-4608-2023-38-48

Эмпирический закон кинетики изменения силы трения скольжения при самопроизвольных изменениях состояния фрикционного контакта

Александр Джалюльевич Бреки^{1,2}, д.т.н.

¹ Санкт-петербургский политехнический университет Петра Великого, г. Санкт-Петербург, Россия

² Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург, Россия
albreki@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-4452-3896>

Аннотация. Реализован анализ, уточнение и обобщение существующей эмпирической математической модели закона изменения силы трения от времени на случаи самопроизвольных изменений состояния фрикционного контакта твёрдых тел. С использованием адгезионно-деформационной теории трения построена феноменологическая модель зависимости силы трения от времени и пути, учитывающая самопроизвольные изменения состояния фрикционного контакта. Разработанная модель позволяет реализовывать интерпретацию эмпирических параметров и характеристик переходов с молекулярно-механической точки зрения.

Ключевые слова: математическая модель, трение скольжения, закон трения, время, путь трения, самопроизвольное изменение

Благодарности: Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда по приоритетному направлению деятельности Российского научного фонда «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами» научного проекта: «Применение цифрового моделирования и больших данных для повышения эффективности механической обработки титановых лопаток паровых турбин и их эксплуатации в условиях каплеударной эрозии» № 22-19-00178.

Для цитирования: Бреки А.Д. Эмпирический закон кинетики изменения силы трения скольжения при самопроизвольных изменениях состояния фрикционного контакта // Наукоёмкие технологии в машиностроении. 2023. № 3 (141). С. 38–48. doi: 10.30987/2223-4608-2023-38-48

Empirical kinetic law of force variation in the sliding frictional force during spontaneous changes in the state of friction contact

Alexander D. Breki^{1,2}, D. Eng.,

¹ St. Petersburg Polytechnic University Peter the Great, St. Petersburg, Russia

² Institute of Problems of Machine Science of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia
albreki@yandex.ru

Abstract. The analysis, model revisited and the generalization of the existing empirical mathematical model of the force variation law depending upon time in case of spontaneous changes in the state of the friction contact of solids, is completed. Using the adhesion-deformation theory of friction, a phenomeno-logical model of friction force dependence on time and sliding distance, is constructed, taking into account spontaneous changes in the state of frictional contact. The developed model makes it possible to interpret the transition empirical parameters and characteristics from a molecular-mechanical point of view.

Keywords: mathematical model, sliding friction, friction laws, time, sliding distance, spontaneous change

Acknowledgments: The work was supported by a grant from the Russian Science Foundation for the priority area of activity of the Russian Science Foundation «Conducting fundamental scientific research and exploratory scientific research by individual scientific groups» to the scientific project: «Application of digital modeling and big data to improve the efficiency of mechanical processing of titanium steam turbine blades and their operation under conditions of drop impact erosion» No. 22-19-00178.

For citation: Breki A.D. Empirical kinetic law of force variation in the sliding frictional force during spontaneous changes in the state of friction contact. / Science intensive technologies in mechanical engineering. 2023. №3 (141). P. 38–48. doi: 10.30987/2223-4608-2023-38-48

Многие закономерности внешнего трения скольжения в связи с действием огромного количества факторов, и сложности процесса трения трудно поддаются математическому моделированию и, в ряде случаев, не имеют адекватного математического описания. Данная проблема создаёт дополнительные трудности для выявления и последующего практического использования закономерностей трения при проектировании, изготовлении, эксплуатации, ремонте машин и приборов для снижения энергетических потерь на трение и повышения их надёжности [1, 2]. Ключевыми факторами являются нагрузка, скорость, температура, продолжительность пребывания пары трения в состоянии покоя, время. Другие факторы взаимосвязаны с перечисленными факторами и в комплексе воздействуют на процесс трения, который ещё более усложняется при самопроизвольных изменениях состояния фрикционного контакта. Механизм внешнего трения тесно связан с природой внутреннего трения, а именно, с не упругостью и вязким сопротивлением контакта [3]. С этой точки зрения работы [3], как трение скольжения, так и трение покоя должно характеризоваться динамическим модулем, энергией активации процесса трения, временем релаксации и др., которые изменяются при самопроизвольных изменениях состояния поверхностей.

В случае трения покоя фрикционные связи могут находиться в контакте как угодно долго, при этом сила трения покоя меняется в

зависимости продолжительности контакта, что отражено в формуле И.В. Крагельского, выведенной с использованием уравнения Максвелла – Ишлинского [3, 4, 7, 8]:

$$F_{fs} = F_{fs\infty} - (F_{fs\infty} - F_{fs0}) \cdot \exp(-k_{rg} \cdot t_s), \quad (1)$$

где F_{fs} – сила трения покоя; $F_{fs\infty}$ – сила трения покоя при $t_s \rightarrow \infty$; F_{fs0} – сила трения покоя при $t_s \rightarrow 0$; k_{rg} – константа, характеризующая реологические свойства материала и геометрию поверхностей; t_s – время неподвижного контакта твёрдых тел.

Формула (1) после простых преобразований приводится к следующему виду:

$$F_{fs} = F_{fs\infty} \left[1 - \left(1 - \frac{F_{fs0}}{F_{fs\infty}} \right) \cdot \exp(-k_{rg} \cdot t_s) \right]. \quad (2)$$

Костерин Ю.И. в работе [5, стр. 65] показал, что сила трения покоя может быть определена по эмпирической формуле [3]:

$$F_{fs} = F_{fs\infty} \left[1 - \exp(-k_{rg} \cdot t_s) \right], \quad (3)$$

в этом случае справедливо соотношение $F_{fs0} \ll F_{fs\infty}$, поэтому отношением данных величин в (2) можно пренебречь, при этом сила трения покоя $F_{fs\infty}$ у Костерина Ю.И. нелинейно зависит от нормальной нагрузки.

Зависимости (2) и (3) подтверждаются экспериментальными результатами различных исследователей [3, 5 – 8 и др.]. Графики функции (3) при различных значениях параметров приведены на рис. 1.

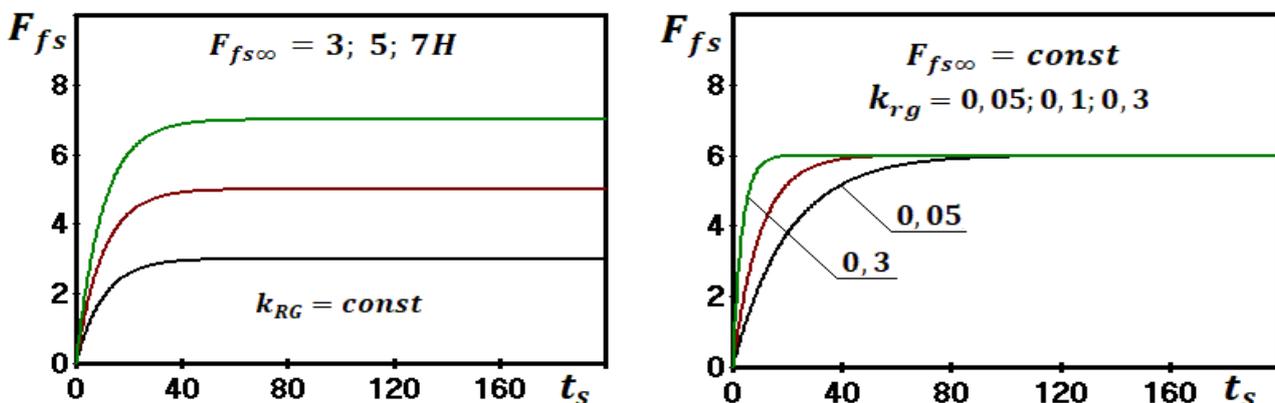


Рис. 1. Графики функции (3) при различных значениях параметров

С другой стороны, Кудинов В.А. в работах [9, 15] предложил формулу, аналогичную по форме (3), но для описания зависимости силы трения скольжения от времени [3, 15]:

$$F_f = f^* \cdot F_N^* \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{k_d}\right) \right], \quad (4)$$

где f^* – установившееся значение коэффициента трения скольжения (по Леонардо да Винчи – Амонтону); F_N^* – фиксированная нормальная нагрузка; k_d – константа, равная времени передеформирования поверхностей трения при постоянной скорости скольжения; t – время.

Бартенев Г.М. отметил, что формальное сходство у зависимостей силы трения (3) и (4) для статического и динамического контактов может являться одним из обоснований для перехода от зависимости силы трения по времени к зависимости по скорости [3].

С нашей точки зрения время передеформирования поверхностей трения в действительности зависит от реологических свойств материала, геометрии поверхностей и наличия на поверхностях частиц износа, поэтому (4), по аналогии с (3) правильнее записать следующим образом:

$$F_f = F_{fst} \cdot \left[1 - \exp(-\tilde{k}_{rg} \cdot t) \right]. \quad (5)$$

где F_{fst} – величина установившегося значения силы трения; \tilde{k}_{rg} – коэффициент, характеризующий реологические свойства материала, геометрию поверхностей в процессе их передеформирования, а также влияние частиц износа на фрикционное взаимодействие.

Графики (5) имеют вид, аналогичный графикам (3), что также соответствует ряду экспериментальных результатов (рис.2).

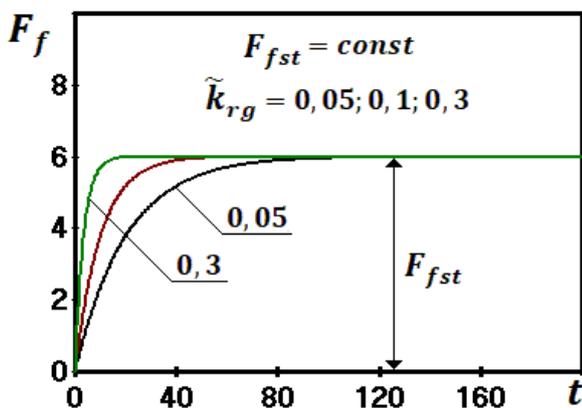


Рис. 2. Графики функции (12)

Следует отметить, что при скольжении происходят изменения состояния фрикционного контакта, существенно больше (частицы износа, разогрев и т.д.), чем при статическом

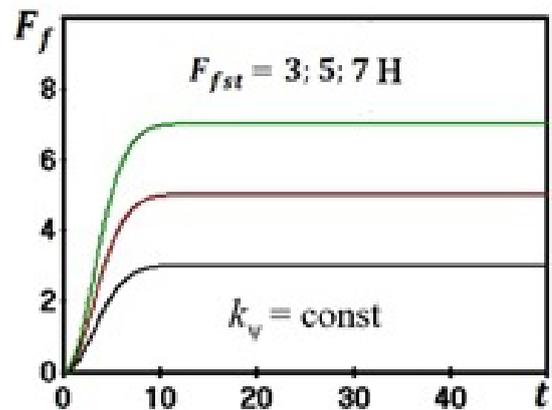
контакте, поэтому можно считать, что даже на начальном этапе трения ещё до достижения силой трения значения F_{fst} коэффициент \tilde{k}_{rg} зависит от пути трения. Примем, что коэффициент \tilde{k}_{rg} для случая зависимости и независимости от перемещения определяется следующим образом:

$$\tilde{k}_{rg} = \begin{cases} \tilde{k}_{rg}, & \tilde{k}_{rg}(l_f) = \text{const}, \\ k_\psi \cdot l_f = k_\psi \cdot v_f^* \cdot t, & \tilde{k}_{rg}(l_f) \neq \text{const}, \end{cases} \quad (6)$$

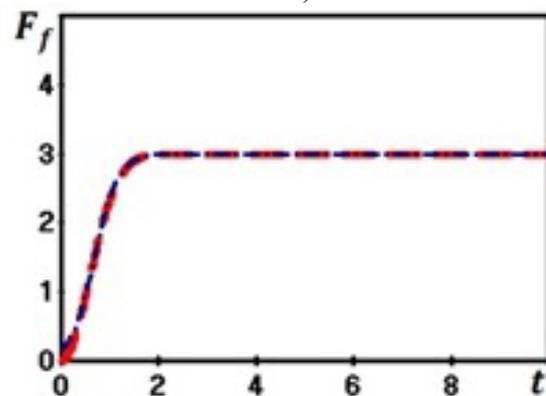
k_ψ – параметр (1/мс), характеризующий интенсивность приращения \tilde{k}_{rg} , обусловленную изменением состояния фрикционного контакта при движении; l_f – путь трения, v_f^* – фиксированная (постоянная) скорость скольжения. Подставляя нижнюю часть (6) в (5), получим следующее уравнение:

$$F_f = F_{fst} \cdot \left[1 - \exp(-k_\psi \cdot v_f^* \cdot t^2) \right]. \quad (7)$$

Графики функции (7) приведены на рис. 3, а.



а)



б)

Рис. 3. Графики функций:

а – (7) при различных значениях F_{fst} ; б – сопоставление функций (7) и (14)

В случае зависимости \tilde{k}_{rg} от пути трения кривые имеют сигмоидальный характер в интервале $[0; \infty)$ (см. рис. 3, а), соответственно функция (7) может быть хорошо аппроксимирована следующей функцией [1, 2]:

$$F_f = \frac{F_{fst}}{1 + \exp(-\psi_t \cdot (t - t_\Omega))}, \quad (8)$$

где ψ_t – резкость фрикционного перехода от одного режима трения к другому (по времени); t_Ω – время, соответствующее максимальной интенсивности изменения силы трения. Согласно работам [1, 2] параметр ψ_t находится из соотношения:

$$\psi_t = \frac{4 \cdot \Omega_{t_{max}}}{F_{fst}}, \quad (9)$$

где $\Omega_{t_{max}}$ – максимальная интенсивность изменения силы трения по времени,

соответствующая (8). Дифференцируя (7), находим интенсивность изменения силы трения по времени:

$$\Omega_t = 2 \cdot F_{fst} \cdot k_\psi \cdot v_f^* \cdot t \cdot \left[\exp(-k_\psi \cdot v_f^* \cdot t^2) \right]. \quad (10)$$

Функция (10) имеет максимум при $t = t_{max} = 1 / \sqrt{2k_\psi \cdot v_f^*}$, соответственно:

$$\Omega_{t_{max}} = F_{fst} \sqrt{\frac{2 \cdot k_\psi \cdot v_f^*}{e}}, \quad (11)$$

где e – основание натуральных логарифмов (число Эйлера). Подставляя (11) в (9) имеем:

$$\psi_t = 4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k_\psi \cdot v_f^*}{e}}. \quad (12)$$

Для отыскания параметра t_Ω исходим из того, что для функции (8) при $t = t_\Omega \Rightarrow F_f = F_{fst} / 2$ и положим данное условие справедливым для (7):

$$\begin{aligned} F_{fst} \cdot \left[1 - \exp(-k_\psi \cdot v_f^* \cdot t_\Omega^2) \right] &= \frac{F_{fst}}{2}, \Rightarrow \\ \exp(-k_\psi \cdot v_f^* \cdot t_\Omega^2) &= \frac{1}{2}, \Rightarrow k_\psi \cdot v_f^* \cdot t_\Omega^2 = \ln(2), \Rightarrow \\ t_\Omega^2 &= \frac{\ln(2)}{k_\psi \cdot v_f^*}, \Rightarrow t_\Omega = \sqrt{\frac{\ln(2)}{k_\psi \cdot v_f^*}}, \Rightarrow t_\Omega = t_{max} \sqrt{2 \ln(2)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Подставляя (12) и (13) в (8) получим:

$$F_f = \frac{F_{fst}}{1 + \exp\left(-4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k_\psi \cdot v_f^*}{e}} \cdot \left(t - \sqrt{\frac{\ln(2)}{k_\psi \cdot v_f^*}}\right)\right)}. \quad (14)$$

Графики функций (7) и (14) приведены на рис. 3, б, откуда видно, что они практически совпадают. Отличие состоит в том, что при идентичных значениях параметров функция (7) выходит из нуля (красный график), а функция (14) близка к нулю при начале фрикционного взаимодействия.

Параметр F_{fst} интерпретируем с точки зрения адгезионно-деформационной (молекулярно-механической) теории трения. Согласно данной теории, сила трения складывается из двух составляющих [10, стр. 220]:

$$F_f = F_{fd} + F_{fa}, \quad (15)$$

где F_{fd} – деформационная составляющая силы внешнего трения; F_{fa} – адгезионная составляющая силы внешнего трения.

Деформационная составляющая силы трения равна [10, стр. 214]:

$$F_{fd} = \beta_d \cdot F_N, \quad (16)$$

где β_d – деформационная составляющая коэффициента трения (в нашем обозначении). Коэффициент β_d выражается различным образом для упругого, упругопластического и пластического контактов. Адгезионная составляющая силы трения равна [10, стр. 223]:

$$F_{fa} = \tau_{fa0} \cdot A_r + \beta_a \cdot F_N = \beta_a \cdot F_N + F_{fa0}, \quad (17)$$

где τ_{fA0} – сдвиговая прочность адгезионной составляющей трения при нулевой нагрузке; A_r – фактическая площадь контакта; β_a – пьезокоэффициент адгезионной составляющей трения; F_{fA0} – адгезионная составляющая силы внешнего трения при нулевой нагрузке.

Подставляя (16) и (17) в (15) получим (для случая отсутствия отклонений от двухчленного закона трения):

$$F_f = \beta_d \cdot F_N + \beta_a \cdot F_N + F_{fA0} = (\beta_d + \beta_a) \cdot F_N + F_{fA0}. \quad (18)$$

Поскольку F_{fst} есть установившееся значение силы трения при постоянной нагрузке и

скорости скольжения, то можно записать:

$$F_{fst} = F_{fDst} + F_{fAst} = (\beta_{dst} + \beta_{ast}) \cdot F_N^* + F_{fA0}, \quad (19)$$

где F_{fDst}, F_{fAst} – установившиеся во времени значения деформационной и адгезионной составляющей силы трения, $F_{fA0} = \text{const}$; β_{dst}, β_{ast} – соответствующие установившиеся во времени значения составляющих коэффициента трения.

С учётом (19) зависимость (14) можно переписать в следующем виде:

$$F_f = \frac{(\beta_{dst} + \beta_{ast}) \cdot F_N^* + F_{fA0}}{1 + \exp\left(-4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k_\psi \cdot v_f^*}{e}} \cdot \left(t - \sqrt{\frac{\ln(2)}{k_\psi \cdot v_f^*}}\right)\right)}. \quad (20)$$

Полученные формулы (7), (14) и (20) выражают отклонения от закона (5) на начальном этапе фрикционного взаимодействия. В действительности, в реальных экспериментах обнаруживаются отклонения от (5), (7) и (20) после наступления стационарного режима, которые выражаются в плавных либо скачкообразных приращениях (фрикционных переходах по

времени, переходных процессах) силы трения от одного постоянного значения к другому [1, 2].

Обобщение закона (7) на случай одного отклонения (фрикционного перехода по времени) выражается в виде суммы (7) и (20) с учётом приращений параметров в (20):

$$F_f = ((\beta_{dst} + \beta_{ast}) \cdot F_N^* + F_{fA0}) \cdot [1 - \exp(-k_\psi \cdot v_f^* \cdot t^2)] + \frac{(\Delta\beta_{dst} + \Delta\beta_{ast}) \cdot F_N^* + \Delta F_{fA0}}{1 + \exp\left(-4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (k_\psi + \Delta k_\psi) \cdot v_f^*}{e}} \cdot \left(t - \sqrt{\frac{\ln(2)}{(k_\psi + \Delta k_\psi) \cdot v_f^*}} - \Delta t_1\right)\right)}. \quad (21)$$

где Δ – приращение параметров при фрикционном переходе по времени; Δt_1 – длина отрезка времени $[t_\Omega; t_{\Omega 1}]$.

С использованием вышеизложенного формулу (21) запишем более компактно:

$$F_f = F_{fst} \cdot [1 - \exp(-k_\psi \cdot v_f^* \cdot t^2)] + \frac{\Delta F_{fst1}}{1 + \exp(-\psi_{t1} \cdot (t - t_{\Omega 1}))}. \quad (22)$$

В случае отсутствия зависимости \tilde{k}_{rg} от времени первым слагаемым в (22) будет (5) это

касается всего излагаемого ниже. Для случая одного перехода можно записать:

$$\begin{aligned}\Delta F_{fst1} &= (\Delta\beta_{dst} + \Delta\beta_{ast}) \cdot F_N^* + \Delta F_{fA0}, \\ F_{fst1} &= F_{fst} + \Delta F_{fst1} \Rightarrow \\ F_{fst1} &= (\beta_{dst} + \Delta\beta_{dst} + \beta_{ast} + \Delta\beta_{ast}) \cdot F_N^* + F_{fA0} + \Delta F_{fA0}, \\ \Psi_{t1} &= 4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (k_\psi + \Delta k_\psi) \cdot v_f^*}{e}}, \\ t_{\Omega1} &= \sqrt{\frac{\ln(2)}{(k_\psi + \Delta k_\psi) \cdot v_f^*}} + \Delta t_1.\end{aligned}\quad (23)$$

Примеры графиков функции (22) для положительного и отрицательного приращения силы трения показаны на рис. 4.

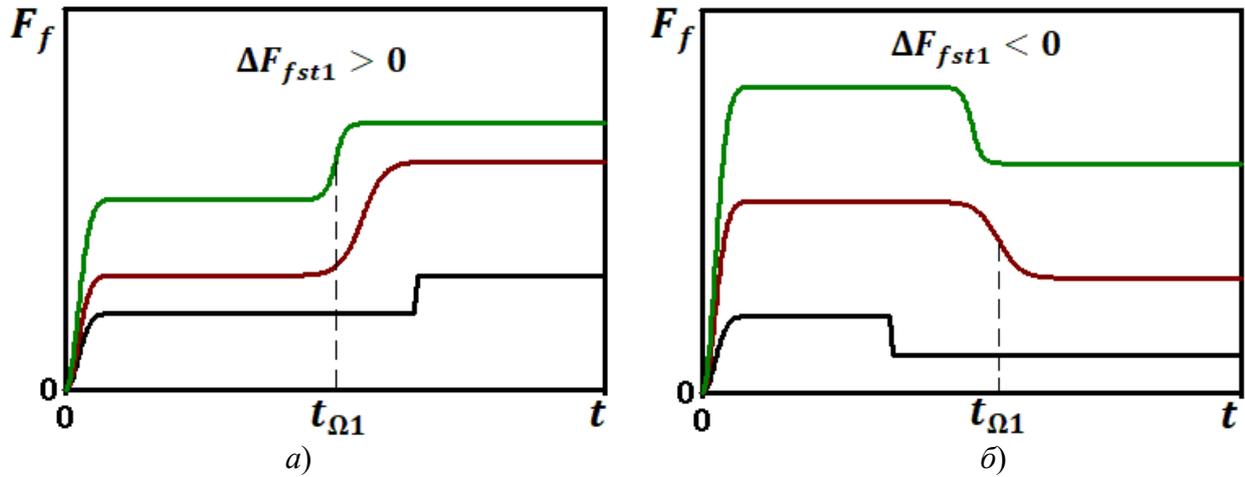


Рис. 4. Примеры графиков функции (22):

a – положительное приращение F_{fst} ; *б* – отрицательное приращение F_{fst}

Соответственно при $\Delta F_{fst1} = 0$ формулы (21) и (22) переходят в (7). Однако в ряде случаев в процессе реального фрикционного взаимодействия реализуется не один, но множество

фрикционных переходов по времени [1, 2, 11 – 14], обусловленных самопроизвольными изменениями состояния фрикционного контакта. Для случая нескольких фрикционных переходов формулу (21) запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}F_f &= ((\beta_{dst} + \beta_{ast}) \cdot F_N^* + F_{fA0}) \cdot [1 - \exp(-k_\psi \cdot v_f^* \cdot t^2)] + \\ &+ \sum_{i=1}^n \frac{(\Delta\beta_{dst.i} + \Delta\beta_{ast.i}) \cdot F_N^* + \Delta F_{fA0.i}}{1 + \exp\left(-4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (k_\psi + \Delta k_{\psi.i}) \cdot v_f^*}{e}} \cdot \left(t - \sqrt{\frac{\ln(2)}{(k_\psi + \Delta k_{\psi.i}) \cdot v_f^*}} - \Delta t_i\right)\right)},\end{aligned}\quad (24)$$

где n – количество фрикционных переходов (переходных процессов) по времени;

Δt_i – длина отрезка времени $[t_{\Omega}; t_{\Omega.i}]$. Компактная запись (24) имеет вид [1, 2]:

$$F_f = F_{fst} \cdot [1 - \exp(-k_\psi \cdot v_f^* \cdot t^2)] + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta F_{fst.i}}{1 + \exp(-\Psi_{t.i} \cdot (t - t_{\Omega.i}))}.\quad (25)$$

Пример графика функции (25) при $n = 5$ приведён на рис. 5.

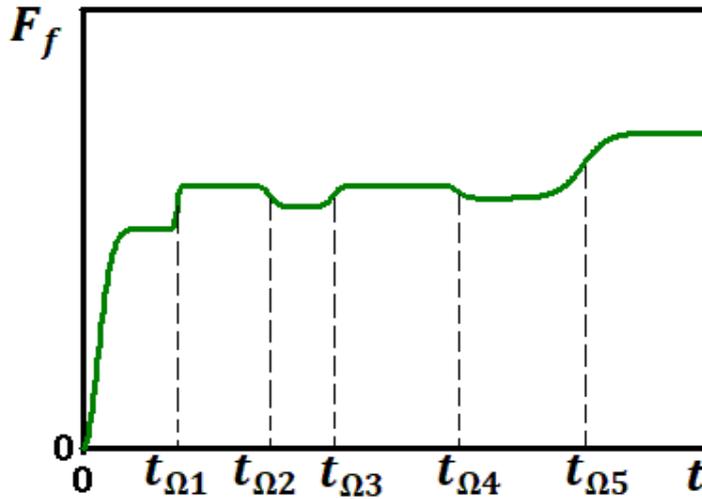


Рис. 5. Пример графика функции (25) при $n = 5$ [2]

Установившееся (стационарное) значение силы трения после i -го фрикционного перехода по времени определяется следующим образом:

$$F_{fst.j} = F_{fst} + \sum_{i=1}^j \Delta F_{fst.i}, \quad F_{fst.0} = F_{fst}, \quad (26)$$

$$i = 1, 2, \dots, j.$$

Формула (25) хорошо согласуется со многими экспериментальными данными, однако и от неё наблюдаются отклонения (после сигмоидальных приращений), это выражается в том, что вместо постоянных параметров F_{fst} и

$\Delta F_{fst.i}$ стоят функции времени, что связано с непрерывным изменением состояния фрикционного контакта: состава, структуры, физико-механических свойств и шероховатости поверхностных слоёв. Влияние оказывает также концентрация и морфология частиц износа между трущимися телами. При наличии смазочного слоя к перечисленному добавляется изменение состава и вязкости масла, его несущей способности, окисление и т. п.

Соответственно в наиболее общем случае формула (25) имеет вид:

$$F_f = F_{fns}(t) \cdot \left[1 - \exp(-k_{\psi} \cdot v_f^* \cdot t^2) \right] + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta F_{fns.i}(t)}{1 + \exp(-\psi_{t.i} \cdot (t - t_{\Omega.i}))}, \quad (27)$$

где $F_{fns}(t)$ – функция, выражающая изменение силы трения во времени после начального сигмоидального роста; $\Delta F_{fns.i}(t)$ – приращения параметров функции $F_{fns}(t)$. Функция (24) в общем случае имеет вид:

$$F_f = \left((\beta_d(t) + \beta_a(t)) \cdot F_N^* + F_{fA0}(t) \right) \cdot \left[1 - \exp(-k_{\psi} \cdot v_f^* \cdot t^2) \right] + \sum_{i=1}^n \frac{(\Delta\beta_d(t) + \Delta\beta_a(t)) \cdot F_N^* + \Delta F_{fA0.i}(t)}{1 + \exp \left(-4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (k_{\psi} + \Delta k_{\psi.i}) \cdot v_f^*}{e}} \cdot \left(t - \sqrt{\frac{\ln(2)}{(k_{\psi} + \Delta k_{\psi.i}) \cdot v_f^*}} - \Delta t_i \right) \right)}. \quad (28)$$

Для перехода от зависимости силы трения от времени к зависимости от пройденного

пути используем полученные аналогично (12) и (13) соотношения:

$$t = \frac{l_f}{v_f^*} \Rightarrow \psi_l = 4 \cdot \sqrt{\frac{2k_\psi}{v_f^* e}}, \quad l_{f\Omega} = \sqrt{\frac{v_f^* \ln(2)}{k_\psi}}, \quad (29)$$

где ψ_l – резкость фрикционного перехода от одного режима трения к другому (по пути); $l_{f\Omega}$ – величина пути трения, соответствующая

максимальной интенсивности изменения силы трения. В этом случае (27) и (28) приобретают вид:

$$F_f = \tilde{F}_{fns}(l_f) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{k_\psi}{v_f^*} \cdot l_f^2\right) \right] + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta \tilde{F}_{fns.i}(l_f)}{1 + \exp\left(-\psi_{l.i} \cdot (l_f - l_{f\Omega.i})\right)},$$

$$F_f = \left((\tilde{\beta}_d(l_f) + \tilde{\beta}_a(l_f)) \cdot F_N^* + \tilde{F}_{fA0}(l_f) \right) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{k_\psi}{v_f^*} \cdot l_f^2\right) \right] +$$

$$+ \sum_{i=1}^n \frac{(\Delta \tilde{\beta}_d(l_f) + \Delta \tilde{\beta}_a(l_f)) \cdot F_N^* + \Delta \tilde{F}_{fA0.i}(l_f)}{1 + \exp\left(-4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (k_\psi + \Delta k_{\psi.i})}{v_f^* \cdot e}} \cdot \left(l_f - \sqrt{\frac{v_f^* \cdot \ln(2)}{k_\psi + \Delta k_{\psi.i}}} - \Delta l_{fi} \right)\right)}.$$
 (30)

Чаще всего (25) выполняется при анализе опытных данных [1, 2], в ряде случаев оно выполняется частично с отклонениями (после сигмоидальных приращений) только на некоторых отрезках времени или пути [1, 2]. Отклонения от (25) могут иметь как нелинейный, так и линейный характер. Чаще можно встретить

линейные отклонения, а также нелинейные, которые хорошо приближаются линейными функциями. Примеры графиков зависимостей силы трения от времени (пути) с линейными и нелинейными отклонениями приведены на рис. 6.

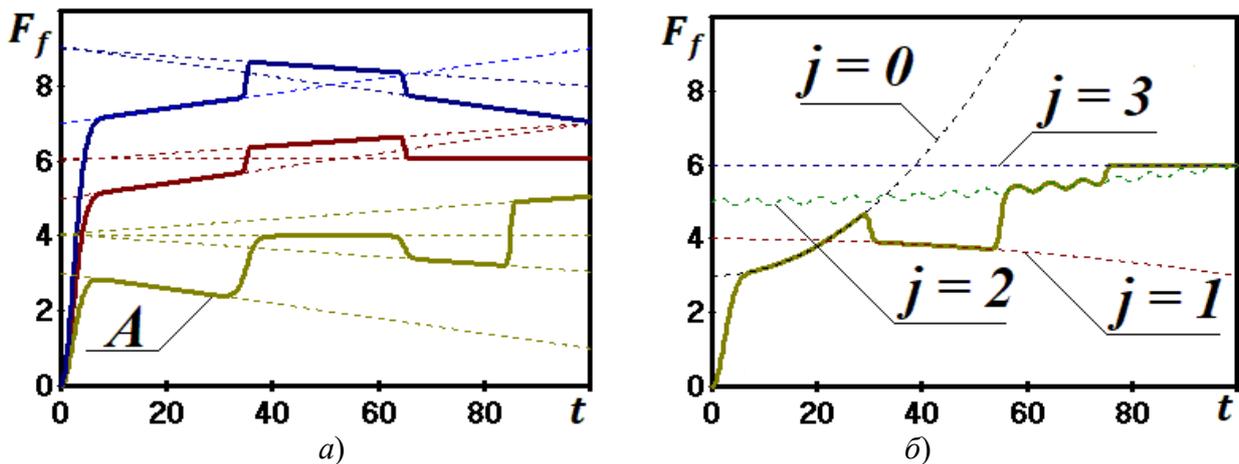


Рис. 6. Примеры графиков функции (27):

$a - F_{fns}(t)$ и $\Delta F_{fns.i}(t)$ линейные функции; $b - F_{fns}(t)$ и $\Delta F_{fns.i}(t)$ нелинейные функции

Неустановившееся (нестационарное) значение силы трения после i -го фрикционного

перехода по времени (также и по пути) определяется аналогично (26):

$$F_{fns.j}(t) = F_{fns}(t) + \sum_{i=1}^j \Delta F_{fns.i}(t), \quad F_{fns.0}(t) = F_{fns}(t),$$

$$i = 1, 2, \dots, j. \quad (31)$$

Функции (26) являются частными случаями (31). В качестве примера приведём выражение для функции, отражающей линейные

изменения силы трения после сигмоидальных переходов, график которой обозначен буквой «А» (рис. 6, а):

$$F_f = (3 - 0,02t) \cdot (1 - \exp(-0,1t^2)) + \frac{1 + 0,02t}{1 + \exp(-1,1(t - 35))} + \frac{0,05 - 0,01t}{1 + \exp(-2(t - 65))} + \frac{0,02t}{1 + \exp(-5(t - 85))}. \quad (32)$$

Из рис. 6, а и (32) легко видеть, что функции (31) линейны (пунктирные прямые на рис. 6, а) и совпадают с соответствующими им участками линейного изменения силы трения

после самопроизвольных изменений состояния фрикционного контакта. Функция, график которой изображён на рис. 6, б, имеет следующий вид:

$$F_f = (0,002t^2 + 3) \cdot (1 - \exp(-0,1t^2)) + \frac{1 - 0,0021t^2}{1 + \exp(-3(t - 30))} + \frac{1 + 0,0002t^2 + 0,1 \sin(t)}{1 + \exp(-3(t - 55))} + \frac{1 - 0,0001t^2 - 0,1 \sin(t)}{1 + \exp(-3(t - 75))}. \quad (33)$$

Из рис. 6, б и (33) видно, что функции (31) нелинейны (пунктирные кривые на рис. 6, б), за исключением $j = 3$ и совпадают с соответствующими им участками нелинейного изменения силы трения. Зависимость (33) не встречалась в экспериментальных исследованиях, но приведена в качестве примера того, что даже весьма сложные зависимости силы трения от времени (пути), которые встречаются в опыте (а таковые есть и могут появляться), вполне могут быть аналитически описаны.

В наших исследованиях наиболее часто встречаются зависимости типа (25), которые выражают изменения состояния фрикционного контакта и последующего сохранения на некоторый интервал времени нового его состояния [1, 2]. Несколько реже встречаются зависимости типа (27) (соответственно и (30)) с линейными функциями при первом слагаемом и в числителях суммируемых дробей, которые выражают интенсивные (сигмоидальные) изменения состояния фрикционного контакта и следующие за ними линейные изменения (с постоянной интенсивностью), что можно характеризовать как приспособляемость пары трения [1, 2]. Зависимости типа (27) включающие нелинейные функции (31) встречаются ещё реже, но в силу высокой сложности процесса трения, о которой говорится в большинстве публикаций данной тематики, их также необходимо

использовать для описания фрикционного взаимодействия.

Формулы (27) и (28) выражают эмпирический закон изменения силы внешнего трения скольжения во времени при самопроизвольных изменениях состояния фрикционного контакта. Формулы (30) выражает данный закон от пути трения.

В результате проведённого исследования можно сделать следующие выводы:

1. Реализован анализ, уточнение и обобщение существующей эмпирической математической модели изменения силы трения от времени на случаи самопроизвольных изменений состояния фрикционного контакта твёрдых тел, что позволяет получать аналитические представления весьма сложных экспериментальных зависимостей.

2. С использованием адгезионно-деформационной теории трения построена феноменологическая модель зависимости силы трения от времени и пути, учитывающая самопроизвольные изменения состояния фрикционного контакта, что позволяет реализовывать интерпретацию эмпирических параметров и характеристик с молекулярно-механической точки зрения.

3. Показано, что функции (31), выражающие изменение силы трения после фрикционных переходов, самостоятельно аппроксимируют соответствующие им участки графика

силы трения от времени и пути, что позволяет при поэтапном анализе процесса рассматривать не всю полученную зависимость в целом, а отдельные её компоненты.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. **Бреки А.Д.** Триботехнические характеристики материалов пар трения и смазочных сред в условиях самопроизвольных изменений состояний фрикционного контакта: диссертация ... доктора технических наук: 05.02.04 / Бреки Александр Джалюльевич; [Место защиты: ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»]. Санкт-Петербург, 2021. 378 с.

2. **Бреки А.Д.** Триботехнические характеристики материалов пар трения и смазочных сред в условиях самопроизвольных изменений состояний фрикционного контакта: автореферат дис. ... доктора технических наук: 05.02.04 / Бреки Александр Джалюльевич; [Место защиты: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого]. Санкт-Петербург, 2021. 43 с.

3. **Бартенев Г. М.** Трение и износ полимеров [Текст] / Г. М. Бартенев, В. В. Лаврентьев. - Ленинград: Химия. Ленингр. отд-ние, 1972. 240 с.

4. **Кузнецов В.Д.** Физика твердого тела / В.Д. Кузнецов. - Изд. 2-е, заново перераб. - Томск: Красное знамя, 1937 – 1949. Т. 4: Материалы по физике внешнего трения, износа и внутреннего трения твердых тел. – Изд-во Полиграфиздата, 1947. 542 с.

5. **Труды Третьей Всесоюзной конференции по трению и износу в машинах** [Текст]: [В 3 т.] / Акад. наук СССР. Ин-т машиноведения. М.: Изд-во Акад. наук СССР, 1960. 3т.; Т. 2: Сухое и граничное трение. Т.2: Фрикционные материалы / [Отв. ред. д-р техн. наук проф. И.В. Крагельский]. 1960. 303 с.

6. **Трение и износ при резании металлов** [Текст]: [Сборник статей] / Под общ. ред. акад. В.И. Дикишина; Акад. наук СССР. Ин-т машиноведения. Комис. по технологии машиностроения. М.: Машгиз, 1955. 143 с.

7. **Крагельский И.В.** Трение и износ [Текст]. - 2-е изд., доп. и перераб. М.: Машиностроение, 1968. 480 с.

8. **Крагельский И.В., Щедров В.С.** Развитие науки о трении [Текст]: Сухое трение / Акад. наук СССР. Ин-т машиноведения. М.: Изд-во Акад. Наук СССР, 1956. 235 с.

9. **Сухое трение** [Текст]: Сборник трудов Совещания по вопросам теории сухого трения и образования частиц износа при сухом трении. [24 – 26 ноября 1959 г. г. Рига] / Под ред. С.Б. Айнбиндера; Акад. наук Латв. ССР. Ин-т автоматике и механики. Рига: Изд-во Акад. наук Латв. ССР, 1961. 204 с.

10. **Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С.** Основы расчетов на трение и износ [Текст]. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.

11. **Бреки А.Д., Чулкин С.Г., Колмаков А.Г. и др.** Математические закономерности изменения характеристик процесса трения пористого композиционного материала на основе меди, содержащего масло с частицами графена // Чебышевский сборник. 2021. Т. 22. № 1 (77). С. 390–402.

12. **Breki A.D. Aleksandrov S.E Tyurikov K.S.** Anti-friction Properties of Plasma-Chemical Coatings Based on SiO₂ with MoS₂ Nanoparticles under Conditions of Spinning Friction on ShKh15 Steel // Inorganic Materials: Applied Research. 2018. Vol. 9. no 4. P. 714–718.

13. **Бреки А.Д.** Влияние микроскопических грибов *Aspergillus niger* на триботехнические свойства пластичного смазочного материала марки "ЛИТА" / А. Д. Бреки, С. А. Семенов, Н. Е. Стариков [и др.] // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2018. № 7. С. 108–117.

14. **Бреки А.Д., Тюрикова И.А., Шатульский А.А. и др.** Влияние магнитных наночастиц Fe₃O₄ на трение и износ стали 10X17H13M2T в режиме верчения в среде смазочного масла // Вестник Рыбинской государственной авиационной технологической академии им. П. А. Соловьева. 2018. № 4 (47). С. 103–111.

15. **Кудинов В.А.** Динамика станков [Текст]. М.: Машиностроение, 1967. 359 с.

REFERENCES

1. Breki A.D. Tribotechnicheskie karakteris-tiki materialov par treniya i smazochnikh sred v usloviyakh samoproduzvolnikh izmene-nii sostoyanii friktsionnogo kontakta Dis. dokt. tech. nauk [Tribotechnical materials characterization for frictional couples and lubricating mediums under conditions of spontaneous changes in frictional contact states. D. Sc. Thesis, 05.02.04]. Breki Alexander Dzhalyulevich; [Place of defense: St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great], St. Petersburg, 2021, 378 p. (in Russian).

2. Breki A.D. Tribotechnicheskie karakteris-tiki materialov par treniya i smazochnikh sred v usloviyakh samoproduzvolnikh izmene-nii sostoyanii friktsionnogo kontakta Dis. dokt. tech. nauk [Tribotechnical materials characterization for frictional couples and lubricating mediums under conditions of spontaneous changes in frictional contact states. Extended Abstract of D. Sc. Thesis, 05.02.04]. Breki Alexander Dzhalyulevich; [Place of defense: St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great], St. Petersburg, 2021, 43 p. (in Russian).

3. Bartenev G. M. Trenie i iznos polimerov [Friction and wear of polymers] [Text]. G. M. Bartenev, V. V. Lavrentiev. Leningrad: Himiya. Leningr. otd-nie, 1972. 240 p. (in Russian).

4. Kuznetsov V.D. Fizika tverdogo tela [Solid State Physics]. V.D. Kuznetsov, 2-nd ed., re-edited. - Tomsk: Krasnoe znamya, 1937-1949, Vol. 4: Materials on the physics of external friction, wear and internal friction of solids. – Publishing house of Polygraphizdat, 1947, 542 p. (in Russian).

5. Trudi 3 Vsesoyuznoy nauchnoy konferentsii po treniyu i iznosu v mashinah [Proceedings of the Third All-Union Conference on Friction and Wear in Machines] [Text]: [In 3 volumes] / Academy of Sciences of the USSR. Institute of Machine Science. Moscow: Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1960, vol. 3, vol. 2: Dry and boundary friction. Vol.2: Friction materials. [Editor-in-chief, Doctor of Technical Sciences Prof. I.V. Kragelsky], 1960, 303 p. (in Russian).

6. Friction and wear when cutting metals [Text]: [Collection of articles] / Under the general edition of Dikushin V. I., a member of the Academy of Sciences of the USSR. Academy of Sciences of the USSR, Institute of Machine Science, Mechanical-engineering technology committee. Moscow: Mashgiz, 1955, 143 p.

7. Kragelsky I.V. Trenie i iznos [Friction and wear] [Text]. - 2nd ed., revised edition. Moscow: Mashinostroenie, 1968. 480 p. (in Russian).

8. Kragelsky I.V., Shchedrov, V.S. Razvitie nauki o trenii [The development of friction science] [Text]: Dry friction. Academy of Sciences of the USSR. Institute of Machine Science. Moscow: Publishing House of Academy of Sciences of the USSR, 1956, 235 p. (in Russian).

9. Suhoe trenie [Текст] Sbornik trudov soveshaniya po voprosam teorii suhogo treniya i obrazovaniya chastits. Dry friction [Text]: Proceedings of the Meeting on the Theory of dry friction and the formation of wear particles in dry friction process. [November 24-26, 1959, Riga]. Edited by S.B. Einbinder; Academy of Sciences of the Latvian SSR. Automation and Mechanics Institute. Riga: Publishing House of the Academy of Sciences of Latvian USSR, 1961, 204 p. (in Russian).

10. Kragelsky I.V., Dobychin M.N., Kombalov, V.S. Osnovi raschetov na trenie i iznos [Fundamentals of

calculations for friction and wear] [Text]. Moscow: Mashinostroenie, 1977, 526 p. (in Russian).

11. Breki A.D., Chulkin S.G., Kolmakov A.G., et.al. Mathematical laws of changes in the characteristics of the friction process of a porous composite material based on copper containing oil with graphene particles. *Chebyshevskii Sbornik*, 2021; vol. 22 no. 1(77), pp. 390–402. (in Russian)

12. Breki A.D. Aleksandrov S.E. Tyurikov K.S. Antifriction Properties of Plasma-Chemical Coatings Based on SiO₂ with MoS₂ Nanoparticles under Conditions of Spinning Friction on ShKh15 Steel // *In-organic Materials: Applied Research*. 2018. Vol. 9. No 4. P. 714–718.

13. Breki A.D. Influence of microscopic *Aspergillus niger* fungi on tribotechnical properties of LITA brand plastic lubricant. A.D. Breki, S. A. Semenov, N. E. Starikov [et al.]. *Izvestiya Tula state University. Technical science.*, 2018, no. 7, pp. 108–117.

14. Breki A.D., Tyurikova I.A., Shatul'sky A.A., et.al. The effect of Fe₃O₄ magnetic nanoparticles on the friction and wear of 10X17H13M2T steel in the spinning mode in a lubricating oil media. *Bulletin of the Rybinsk State Aviation Technological Academy named after P. A. Solovyov*, 2018, no. 4 (47). pp. 103–111.

15. Kudinov V.A. Dinamika stankov [Dynamics of machining facilities]. Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).

Статья поступила в редакцию 01.02.2023; одобрена после рецензирования 07.02.2023; принята к публикации 03.02.2023.

The article was submitted 01.02.2023; approved after reviewing 07.02.2023; assepted for publication 03.02.2023.

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Брянский государственный технический университет»

Адрес редакции и издателя: 241035, Брянская область, г. Брянск, бульвар 50 лет Октября, 7

ФГБОУ ВО «Брянский государственный технический университет»

Телефон редакции журнала: 8-903-592-87-39, 8-903-868-85-68.

E-mail: naukatm@yandex.ru, editntm@yandex.ru

Вёрстка Н.А. Лукашов. Редактор Е.В. Лукашова. Технический редактор Н.А. Лукашов

Сдано в набор 17.02.2023. Выход в свет 28.02.2023.

Формат 60 × 84 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 5,58.

Тираж 500 экз. Свободная цена.

Отпечатано в лаборатории оперативной полиграфии

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Брянский государственный технический университет» 241035, Брянская область, г. Брянск, ул. Институтская, 16

12+