

## Моделирование влияния относительных вибраций инструмента и заготовки на съём материала при внутреннем шлифовании

Сергей Михайлович Братан<sup>1</sup>, д.т.н.,

Анастасия Сергеевна Часовитина<sup>2</sup>, аспирант

<sup>1,2</sup> Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия

<sup>1</sup> serg.bratan@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-9033-1174>

<sup>2</sup> nastya.chasovitina@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0001-6800-9392>

**Аннотация.** Рассмотрено влияние относительных взаимных колебаний абразивного инструмента и заготовки на процесс удаления материала с поверхности обрабатываемого изделия. Предложенные аналитические зависимости, включающие в себя вибрационную составляющую, отображают явление неравномерного снятия припуска на различных участках обрабатываемой поверхности изделия.

**Ключевые слова:** шлифование, вибрации, съём материала, волнистость

**Благодарности:** материал подготовлен в рамках научных исследований по проекту №FSFM-2020-0011 (2019-1342), экспериментальные исследования проведены с использованием оборудования центра коллективного пользования МАДИ.

**Для цитирования:** Братан С.М., Часовитина А.С. Моделирование влияния относительных вибраций инструмента и заготовки на съём материала при внутреннем шлифовании. // Научноёмкие технологии в машиностроении. – 2022. – №9 (135). – С. 3-9. doi: 10.30987/2223-4608-2022-9-3-9

Original article

## Modeling the effect of relative vibrations of the tool and the workpiece on the removal of material during internal grinding

Sergey M. Bratan<sup>1</sup>, Dr.Sc.Tech.,

Anastasia S. Chasovitina<sup>2</sup>, postgraduate student

<sup>1,2</sup> Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

<sup>1</sup> serg.bratan@gmail

<sup>2</sup> nastya.chasovitina@mail.ru

**Abstract.** The influence of relative mutual vibrations of the abrasive tool and the workpiece on the process of removing material from the surface of the processed product is considered. The proposed analytical dependencies, including the vibration component, reflect the phenomenon of uneven removal of the allowance on various parts of the processed surface of the product.

**Keywords:** grinding, vibration, material removal, waviness

**Acknowledgements:** the material was prepared within the framework of scientific research under the project №FSFM-2020-0011 (2019-1342); experimental studies were carried out using the equipment of the MADICentre of collective usage.

**For citation:** Bratan S.M., Chasovitina A.S. Modeling the effect of relative vibrations of the tool and the workpiece on the removal of material during internal grinding. / Science intensive technologies in Mechanical Engineering, 2022, no.9 (135), pp. 3-9. doi: 10.30987/ 2223-4608-2022-9-3-9

## Введение

В настоящее время существует большое количество высокоточных способов обработки материалов, таких как ультразвуковая, лазерная, высокоскоростное фрезерование и другие, однако широкое распространение за счет высокой производительности получил метод изготовления высокоточных деталей – шлифование [1 – 3].

При шлифовании сьем материала с шероховатой поверхности заготовки происходит за счет стохастического взаимодействия зерен абразивного материала с поверхностью заготовки, учитывая взаимные колебательные движения абразивного инструмента и обрабатываемой заготовки.

При обработке заготовок абразивными инструментами удаление материала осуществляется большим числом зерен, которые не имеют регулярной геометрии и случайно расположены на рабочей поверхности. Это обуславливает необходимость применения при математическом моделировании операций теории вероятностей и теории случайных процессов.

В реальных условиях при шлифовании контакт круга с деталью осуществляется с периодически изменяющейся глубиной из-за вибраций станка, отклонений формы инструмента от круглости, неуравновешенности круга или недостаточной жесткой обрабатываемой детали. Для устранения влияния вибраций на производстве применяют инструменты с мягкими связками, снижают значение продольной и поперечной подач, однако все эти меры приводят к снижению производительности операции, что крайне нежелательно.

Для избегания стоимостных потерь, необходимы математические модели, адекватно описывавшие процесс, учитывающий влияние вибраций на выходные показатели процесса шлифования [4, 5].

## Материалы и методы

Наличие взаимных колебательных движений абразивного инструмента и обрабатываемой заготовки является характерной особенностью процесса шлифования. Колебательные движения возникают из-за дисбаланса вращающихся частей станка, колебаний, поступающих извне, автоколебаний, сопровождающих процесс резания. Частота вынужденных колебаний для шлифовальных станков по данным П.И. Ящерицына составляет 150...350 Гц, частота автоколебаний – 300...900 Гц [4].

Наличие относительных колебательных движений шлифовального круга и заготовки приводит к изменению размеров и формы зоны контакта, к искажению траекторий относительного движения вершин абразивных зерен в обрабатываемом материале, к изменению текущей глубины микрорезания  $t_z$ , рис. 1 [5].

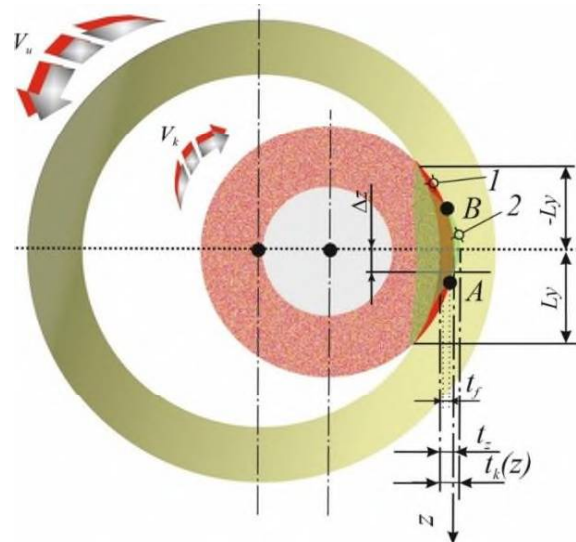


Рис. 1. Влияние вибраций на глубину микрорезания при внутреннем шлифовании

Относительные смещения в направлении линии центров шлифовальной головки и заготовки, вне зависимости от вызывавших их причин, могут быть описаны уравнением:

$$Y = \sum_i A_{\omega i} \cos(\omega_i \tau + \psi_{yi}),$$

где  $A_{\omega}$ ,  $\omega$ ,  $\psi_y$  – амплитуда, циклическая частота и начальная фаза отклонений  $t_f$ ;  $\tau$  – время контакта поверхности с инструментом.

Текущее значение глубины микрорезания  $t_z$  зависит от радиус-векторов заготовки  $r$  и круга  $R$ , межцентрового расстояния  $A$  (см. рис. 1). Для наиболее выступающих зерен оно может быть определено по уравнению:

$$t_z = t_f - \frac{z^2 D d}{(d - D)^2} = t_f - \frac{z^2}{D_e},$$

где  $D$ ,  $d$  – диаметры инструмента и заготовки соответственно;  $D_e$  – эквивалентный диаметр;  $z$  – расстояние сечения заготовки до основной плоскости.

При вращении заготовки участок обрабатываемой поверхности проходит в зоне контакта от точки  $A$  до точки  $B$ . Глубина резания при отсутствии вибраций изменяется монотонно (линия  $I$ ) от нуля до  $t_f$  и от  $t_f$  до нуля, текущее время контакта определяется:

$$\tau = \frac{z}{v_u}$$

Для точки  $A_z = -L$ ,  $\tau = 0$ , для точки  $B - z = +L$ ,  $\tau = 2L/v_u$ .

Для сечения поверхности, проходящего через зону контакта заготовки с кругом, мгновенная глубина микрорезания единичными абразивными зернами с учетом вышесказанного может быть описана функцией:

$$t(k)_{zi} = t_f - \frac{z^2}{D_e} + \sum_i A_{\omega_i} \cos\left(\frac{\omega_i z}{v_u} + \psi_{y_i}\right), \quad (1)$$

где  $A_{\omega_i}$  – амплитуда, мкм;  $\omega_i$  – циклическая частота, рад/с;  $\psi_{y_i}$  – начальная фаза вибраций.

Для описания закономерностей удаления материала в зоне контакта в работе [5] предложены понятия вероятности удаления  $P(M)$  и вероятности неудаления  $P(\bar{M})$  материала. Первый показатель  $P(M)$  определяется вероятностью события, при котором материал в точке обрабатываемой поверхности удален. Второй показатель  $P(\bar{M})$  – вероятностью события, при котором материал с обрабатываемой поверхности не удален. Сумма вероятностей, как вероятностей событий противоположных, равна единице, а их значения зависят от положения точки в зоне контакта. Для процессов обработки заготовок абразивными инструментами вероятность удаления материала вычисляется по зависимости:

$$P(M) = 1 - e^{-a(y) - a(y,z)}, \quad (2)$$

где  $a(y)$  – показатель, определяющий вероятность удаления материала на уровне  $y$  до входа поверхности в зону контакта заготовки с кругом;  $a(y,z)$  – показатель, характеризующий изменение площадей впадин, формируемых суммой профилей абразивных зерен, проходящих через рассматриваемое сечение заготовки после соответствующих контактов зерен с поверхностью заготовки.

В работе [5] получено выражение для расчета показателя  $a(y,z)$ :

$$a(y,z) = \frac{3\pi n_g K_c \sqrt{2\rho_g} (v_k \pm v_u) \cdot \gamma_{\psi_y}}{8v_u H_u^{3/2}},$$

где  $n_g$  – количество зерен в единице площади, зерен/мм<sup>2</sup>;  $K_c$  – коэффициент стружкообразования;  $H_u$  – величина слоя рабочей поверхности инструмента по глубине, мкм;  $\gamma_{\psi_y}$  – параметр, характеризующий влияние относительных колебаний заготовки и инструмента на вероятность удаления материала. На выходе из зоны контакта он может быть вычислен по формуле:

$$\gamma_{\psi_y} = \int_{-L}^L \left( t_f - y - \frac{z^2}{D_e} + A \cdot \cos\left(\frac{\omega z}{v_u} + \psi\right) \right)^2 dz.$$

Начальная фаза вибраций характеризует положение изменения текущей глубины микрорезания относительно зоны контакта. На примере  $\psi_y = 2\pi$  рассмотрим методику аналитического расчета радиального съема материала по входным технологическим переменным процесса внутреннего шлифования с учетом вибраций.

$$\begin{aligned} \gamma_{2\pi} = & A^2 \cdot (t_f - y)^{0,5} \cdot D_e^{0,5} + \frac{16}{15} \cdot (t_f - y)^{2,5} + \frac{A^2 \cdot v_u \cdot \sin\left(\frac{2\omega \cdot (t_f - y)^{0,5} \cdot D_e^{0,5}}{v_u}\right)}{2\omega} + \\ & + \frac{8Av_u^3 \cdot \sin\left(\frac{\omega \cdot (t_f - y)^{0,5} \cdot D_e^{0,5}}{v_u}\right)}{D_e \cdot \omega^3} + \\ & + \frac{8Av_u^2 \cdot (t_f - y)^{0,5} \cdot D_e^{0,5} \cdot \left(2 \sin\left(\frac{\omega \cdot (t_f - y)^{0,5} \cdot D_e^{0,5}}{2v_u}\right)^2 - 1\right)}{D_e \cdot \omega^3}. \end{aligned}$$

Выполним замену переменных:

$$L_y = (t_f - y)^{0,5} \cdot D_e^{0,5} \quad [4,5] \quad \text{и}$$

$$\gamma = \frac{\omega \cdot (t_f - y)^{0,5} \cdot D_e^{0,5}}{v_u},$$

тогда после приведения подобных слагаемых выражение выше примет вид:

$$\begin{aligned} \Upsilon_{2\pi} = & A^2 \cdot L_y + \frac{16}{15} \cdot (t_f - y)^{2,5} \cdot D_e^{0,5} + \frac{A^2 \cdot v_u \cdot \sin 2\gamma}{2\omega} + \frac{8Av_u^3 \cdot \sin \gamma}{D_e \cdot \omega^3} + \\ & + \frac{8Av_u^2 \cdot L_y \cdot \left(2 \sin \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - 1\right)}{D_e \cdot \omega^3}. \end{aligned}$$

Известно, что граничная область материал-среда обычно описывается уровнями равной вероятности материала. Динамика удаления материала в зоне контакта отчетливо прослеживается в изменении положения уровня  $P(M) = \beta_m$  [4]. Учитывая вышесказанное, в уравнении вероятности

удаления материала зададим значение  $\beta_m$ , тогда:

$$\beta_m = 1 - e^{-a_0 - a_1 - a_2 - \dots - a_j(y,z)},$$

где  $j$  – номер контакта.

Величина съема материала за  $j$ -ый контакт поверхности с кругом при  $y_j = 0$ , следовательно:

$$\begin{aligned} -\ln(1 - \beta_m) = & \frac{3\pi n_g K_c \sqrt{2\rho_g} (v_k \pm v_u)}{8v_u H_u^2} \cdot \left( A^2 \cdot \sqrt{t_f} + \frac{16}{15} \cdot (t_f - \Delta r_\omega)^{2,5} + \frac{A^2 \cdot v_u \cdot \sin 2\gamma}{2\omega} + \frac{8Av_u^3 \cdot \sin \gamma}{D_e \cdot \omega^3} + \right. \\ & \left. + \frac{8Av_u^2 \cdot \sqrt{t_f} \cdot \left(2 \sin \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - 1\right)}{D_e \cdot \omega^3} \right) + \sum_{k=1}^{j-1} a_k + a_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Из уравнения (3) выразим съем материала с учетом вибраций:

$$\begin{aligned} (t_f - \Delta r_\omega)^{2,5} = & \left( \frac{-\ln(1 - \beta_m) - \sum_{k=1}^{j-1} a_k + a_0}{\frac{3\pi n_g K_c \sqrt{2\rho_g} (v_k \pm v_u)}{8v_u H_u^2}} \right) - \frac{15}{16} A^2 \cdot \sqrt{t_f \cdot D_3} - \frac{15A^2 \cdot v_u \cdot \sin 2\gamma}{32\omega D_e^{0,5}} - \\ & - \frac{15Av_u^3 \cdot \sin \gamma}{2D_e^{1,5} \cdot \omega^3} - \frac{15Av_u^2 \cdot \sqrt{t_f \cdot D_3} \cdot \left(2 \sin \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - 1\right)}{2D_e \cdot \omega^2}. \end{aligned}$$

Для компактной записи выражения обозначим:

$$\begin{aligned} \psi = & \left( \frac{15}{16} A^2 \cdot \sqrt{t_f \cdot D_3} + \frac{15A^2 \cdot v_u \cdot \sin 2\gamma}{32\omega D_e^{0,5}} + \frac{15Av_u^3 \cdot \sin \gamma}{2D_e^{1,5} \cdot \omega^3} + \right. \\ & \left. + \frac{15Av_u^2 \cdot \sqrt{t_f \cdot D_3} \cdot \left(2 \sin \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - 1\right)}{2D_e \cdot \omega^2} \right). \end{aligned}$$

После арифметических преобразований с учетом введенных обозначений получим выражение для расчёта съема материала:

$$\Delta r_\omega = t_f - \left( \frac{-\ln(1 - \beta_m) - \sum_{k=1}^{j-1} a_k + a_0}{\frac{3\pi n_g K_c \sqrt{2\rho_g} (v_k \pm v_u)}{8v_u H_u^2}} - \psi \right)^{1/2,5} \quad (4)$$

Величина радиального съема материала зависит не только от величины износа

инструмента и состояния обрабатываемой поверхности после предыдущего контакта, но и от режима шлифования, в том числе и от амплитуды относительных колебательных движений шлифовального инструмента и заготовки.

Для оценки установившегося режима работы с учетом многопроходности процесса рассматривается  $(j-n)$ -ое касание, где  $n$  – число касаний поверхности с инструментом, необходимое для полного обновления микрорельефа, следовательно:



$$P(M) = 1 - \exp \left( \frac{2\pi n_g K_c \sqrt{2\rho_g} (v_k \pm v_u)}{5v_u H_u^{\frac{3}{2}}} \cdot \left( \left( (t_f - y_{j-n})^{2,5} + \Psi_{j0} \right) + \left( (t_f - y_{j-n} + \Delta r_\omega)^{2,5} + \Psi_{j-n} \right) + \dots + \left( [t_f - (y_{j-n} - (n-1)\Delta r_\omega)]^{2,5} + (n-1)\Psi_{j-n} \right) \right) \right),$$

где  $\Psi_{j0}$  – вибрационная составляющая, учитывающая состояние технологической системы в период первого касания инструмента с поверхностью заготовки.

Решение выражения (4) возможно только численно. Однако с учетом того, что число касаний  $n$ , необходимое для полного удаления материала с поверхности заготовки варьируется с 2 до 12 [4], получено приближенное

аналитическое решение:

$$\Delta r_\omega = \frac{t_f^2}{\frac{7\pi}{15} t_f + \frac{13\pi}{3} \frac{v_u}{K_c \cdot (v_k + v_u) \cdot n_g \cdot \sqrt{D_3 \cdot \rho_g}} + \Psi^{0,4}}. \quad (5)$$

В зависимости от начальной фазы отклонений переменная  $\psi$  будет определена следующими выражениями: при  $\psi_y = 0(2\pi)$  и  $\psi_y = \pi$ :

$$\psi = \frac{15}{16} A^2 \cdot \sqrt{t_f} + \frac{15A^2 \cdot v_u \cdot \sin 2\gamma}{32\omega D_e^{0,5}} + \frac{15Av_u^3 \cdot \sin \gamma}{2D_e^{1,5} \cdot \omega^3} + \frac{15Av_u^2 \cdot \sqrt{t_f} \cdot \left( 2 \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - 1 \right)}{2D_e \cdot \omega^2}; \quad (6)$$

или

$$\psi = \frac{15}{16} A^2 \cdot \sqrt{t_f} + \frac{15A^2 \cdot v_u \cdot \sin 2\gamma}{32\omega D_e^{0,5}} + \frac{15Av_u^3 \cdot \sin \gamma}{2D_e^{1,5} \cdot \omega^3} + \frac{15Av_u^2 \cdot \sqrt{t_f} \cdot \sqrt{(1 - \sin^2 \gamma)}}{2D_e \cdot \omega^2}; \quad (7)$$

при  $\psi_y = \frac{\pi}{2}$  и  $\psi_y = \frac{3\pi}{2}$ :

$$\psi = \frac{15}{16} A^2 \cdot \sqrt{t_f} - \frac{15A^2 \cdot v_u \cdot \sin 2\gamma}{32\omega D_e^{0,5}}. \quad (8)$$

В табл. 1 приводятся данные по соответствию величин радиального съема материала, определенных по зависимости (4), и величин, вычисленных из формулы (5) для случая шлифования отверстий диаметром 150 мм в

заготовках из титанового сплава ВТ3-1 инструментом АW 60×25×1 63С F90 М 7 В А 35 м/с при начальной фазе относительных колебаний  $\psi_y = 0(2\pi)$  и амплитуде  $A = 0,2 \cdot t_f$ ,  $\omega = 628$  рад/с.

### 1. Расчетные значения радиального съема материала

№ п/п	Режим шлифования			Число контактов	Радиальный съем материала, мкм		Отклонение, %
	$v_k$ , м/с	$v_u$ , м/с	$t_f$ , мкм		по зависимости (3)	по формуле (4)	
1	35	0,15	4,81	2	1,38	1,32	4,3
2		0,25	4,81	12	0,99	1,02	3,0
3		0,25	8,80	3	2,41	2,48	2,9
4		0,50	8,80	7	1,69	1,77	4,7
5		0,25	11,54	3	3,60	3,606	2,0
6		0,262	11,54	5	3,53	3,541	3,1

Данные показывают, что при замене выражения (4) приближенной зависимостью (5) погрешность расчетов не превышает 4,7 %.

С учетом выражения (5) можно выразить и другие параметры, например, слой, в котором распределена шероховатость:

$$H = t_f - \frac{t_f^2}{\frac{7\pi}{15} t_f + \frac{13\pi}{3} \frac{v_u}{K_c \cdot (v_k + v_u) \cdot n_g \cdot \sqrt{D_3 \cdot \rho_g}} + \Psi^{0,4}}.$$

### Результаты и их обсуждение

Неравномерный съём припуска с обрабатываемой поверхности и возникновение волнистости поверхности обусловлены наличием взаимных колебаний.

Для наглядной демонстрации этого явления выполним расчет съема материала при шлифовании отверстий диаметром 150 мм в заготовках из титанового сплава ВТЗ-1 инструментом АW 60×25×13 63С F90 М 7 В А 35 м/с (при скорости круга –  $v_k = 35$  м/с; скорости заготовки –  $v_u = 0,25$  м/с; продольной подаче – 33 мм/с; поперечной подаче –

$s_y = 0,005$  мм/ход). Из расчета баланса перемещений [6] определяем, что для заданных условий обработки  $t_f = 11,54 \cdot 10^{-6}$  м. На основании данных исследований [5 – 7] принимаем:  $k_c = 0,9$ ;  $\rho_g = 7,31 \cdot 10^{-6}$  мм;  $n_g = 15,86$  зерен/мм<sup>2</sup>. Для рассмотренных условий  $\omega = 628$  рад/с ( $\nu = 100$  Гц).

Расчет выполним по формуле (5) при амплитуде  $A = 0,2 \cdot t_f$ .

Рассчитаем параметр  $\psi$  и съём материала для случаев, когда начальная фаза равна:

$\psi_y = 2\pi$  и  $\psi_y = \pi$  (6), (7);  $\psi_y = \frac{\pi}{2}$  и  $\psi_y = \frac{3\pi}{2}$  (8): при  $\psi_y = 2\pi$  и  $\psi_y = \pi$ :

$$\psi = \frac{15}{16} (0,2 \cdot 11,54 \cdot 10^{-6})^2 \cdot \sqrt{11,54 \cdot 10^{-6}} + \frac{15 \cdot (0,2 \cdot 11,54 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0,25 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 628 \cdot \sqrt{11,54 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,1^{0,5}}{0,25}\right)}{32 \cdot 628 \cdot 0,1^{0,5}} + \frac{15 \cdot 0,2 \cdot 11,54 \cdot 10^{-6} \cdot 0,25^2 \cdot \sin\left(\frac{628 \cdot \sqrt{11,54 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,1^{0,5}}{0,25}\right)}{2 \cdot 0,1^{1,5} \cdot 628^2} + \frac{15 \cdot 0,2 \cdot 11,54 \cdot 10^{-6} \cdot 0,25^2 \cdot \sqrt{11,54 \cdot 10^{-6}} \cdot \left(2 \sin\left(\frac{628 \cdot \sqrt{11,54 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,1^{0,5}}{2 \cdot 0,25}\right)^2 - 1\right)}{2 \cdot 0,1 \cdot 628^2} = 1,134 \cdot 10^{-13};$$

$$\Delta r_{\omega(i-1)} = \frac{(11,54 \cdot 10^{-6})^2}{\frac{7\pi}{15} \cdot 11,54 \cdot 10^{-6} + \frac{13\pi}{3} \cdot \frac{0,25}{0,9 \cdot (35+0,25) \cdot 15,866 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{0,1 \cdot 7,31 \cdot 10^{-6}} + (17,79 \cdot 10^{-14})^{0,4}}} = 4,232 \cdot 10^{-6} \text{ (м);}$$

при  $\psi_y = \frac{\pi}{2}$  и  $\psi_y = \frac{3\pi}{2}$ :

$$\psi = \frac{15}{16} (0,2 \cdot 11,54 \cdot 10^{-6})^2 \cdot \sqrt{11,54 \cdot 10^{-6}} - \frac{15 \cdot (0,2 \cdot 11,54 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0,25 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot 628 \cdot \sqrt{11,54 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,1^{0,5}}{0,25}\right)}{32 \cdot 628 \cdot 0,1^{0,5}} = 1,939 \cdot 10^{-14};$$

$$\Delta r_{\omega(i-1)} = \frac{(11,54 \cdot 10^{-6})^2}{\frac{7\pi}{15} \cdot 11,54 \cdot 10^{-6} + \frac{13\pi}{3} \cdot \frac{0,25}{0,9 \cdot (35+0,25) \cdot 15,866 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{0,1 \cdot 7,31 \cdot 10^{-6}} + (1,883 \cdot 10^{-14})^{0,4}}} = 4,739 \cdot 10^{-6} \text{ (м).}$$

На рис. 2 представлена картина изменения съема материала в зависимости от уровня относительных вибраций для различных

начальных фаз при шлифовании отверстий в изделиях из титанового сплава ВТЗ-1.

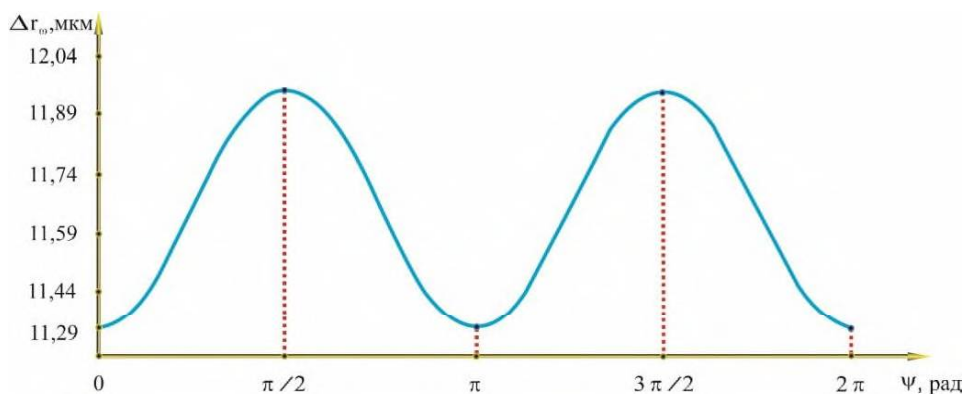


Рис. 2. Влияние начальной фазы относительных вибраций, без учета влияния износа инструмента на величину съема материала при шлифовании отверстий инструментом АW 60×25×13 63С F90 М 7 В А 35 м/с в заготовках из титана ВТЗ-1 при:

$t_f = 24,55$  мкм; циклической частоте  $\omega = 628$  рад/с; скорости круга –  $v_k = 35$  м/с; скорости заготовки –  $v_u = 0,25$  м/с; продольной подаче – 33 мм/с; поперечной подаче –  $s_y = 0,05$  мкм/ход на  $i$ -ом проходе

## Заклучение

Разработанные зависимости отражают влияние относительных вибраций абразивного инструмента и заготовки на съём материала с обрабатываемой поверхности. При наличии вибраций закон изменения съёма материала усложняется и представляет собой гармоническую кривую. Из расчетов можно проследить влияние начальной фазы на величину съёма материала. Например, при начальных фазах, равных  $\psi_y = \frac{\pi}{2}$  и  $\psi_y = \frac{3\pi}{2}$ , происходит больший съём материала, чем при  $\psi_y = 2\pi$  и  $\psi_y = \pi$ .

Полученные выражения позволяют определить величину съёма материала для различных схем шлифования (торцевое, профильное, плоское и круглое наружное, внутреннее шлифование). Для этого следует учитывать величину относительных вибраций и начальной фазы. Однако параметры технологической системы не остаются постоянными, а изменяются с течением времени, например, вследствие износа шлифовального круга.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Сулов, А.Г., Шалыгин, М.Г., Кузнецов, С.В. Исследование поверхностей с различной механической обработкой на уровне субшероховатости // Научные технологии в машиностроении. – 2015. – №9 (51). – С. 45 – 47.
2. Бубнов, В.А., Князев, А.Н. Титан и его сплавы в машиностроении // Вестник Курганского государственного университета. Серия: Технические науки. – 2016. – №3 (42). – С. 92 – 96.
3. Носенко, В.А., Федотов, Е.В., Даниленко, М.В. Математическое моделирование распределения вершин зерен при шлифовании в результате различных видов изнашивания с использованием марковских случайных процессов // МНИЖ. – 2015. – №2-1 (33).
4. Novoselov, Y., Bogutsky, V., Shron, L. Patterns of Removing Material in Workpiece - Grinding Wheel Contact Area // Procedia Engineering: International Conference on Industrial Engineering, 2017, Vol. 206, P. 991– 996.

5. Влияние на вероятность удаления материала относительных вибраций абразивного инструмента и заготовки при чистовом шлифовании / С.М. Братан, С.И. Рощупкин и др. // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2022. – Т. 24. – № 1. – С. 33-47.
6. Bratan, S., Roshchupkin, S., Chasovitina, A. The correlation of movements in the technological system during grinding precise holes, 2021, Materials Science Forum, 1037 MSF, pp. 384-389.
7. Kharchenko, A., Chasovitina, A., Bratan, S. Modeling of regularities of change in profile sizes and wear areas of abrasive wheel grains during grinding / Materials Today: Proceedings, 2021, Vol. 38, Part 4, pp. 2088-2091.

## REFERENCES

1. Syslov, A.G., Shalygin, M.G., Kuznetsov, S.V. Investigation of surfaces with different machining at sub-roughness level /Science-intensive technologies in mechanical engineering, 2015, no.9 (51), pp.45-47.
2. Bubnov V. A., Knyazev A. N. Titanium and its alloys in mechanical engineering /Bulletin of the Kurgan State University. Issue: Engineering Sciences, 2016, no. 3 (42), pp. 92–96.
3. Nosenko V.A., Fedotov E.V., Danilenko M.V. Matematicheskoe modelirovanie iznosa skalyvaniem s ispol'zovaniem Markovskikh sluchainykh protsessov [Mathematical simulation of wear grains chipping using Markov processes], Vestnik Iuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta, 2015, no.2-1 (33).
4. Novoselov, Y., Bogutsky, V., Shron, L. Patterns of Removing Material in Workpiece - Grinding Wheel Contact Area // Procedia Engineering: International Conference on Industrial Engineering, 2017, Vol. 206, P. 991-996.
5. Relative motion effects of abrasive tool and piece part vibrations on material removal probability under finishing grinding process/ S.M. Bratan, S.I. Roshchupkin et al. / Metalworking (technology, equipment, tools), 2022, vol. 24, no. 1, pp. 33-47.
6. Bratan, S., Roshchupkin, S., Chasovitina, A. The correlation of movements in the technological system during grinding precise holes, 2021, Materials Science Forum, 1037 MSF, pp. 384-389.
7. Kharchenko, A., Chasovitina, A., Bratan, S. Modeling of regularities of change in profile sizes and wear areas of abrasive wheel grains during grinding / Materials Today: Proceedings, 2021, Vol. 38, Part 4, pp. 2088-2091.

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.  
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Contribution of the authors:** the authors contributed equally to this article.  
The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 20.05.2022; одобрена после рецензирования 06.06.2022; принята к публикации 15.06.2022.

The article was submitted 20.05.2022; approved after reviewing 06.06.2022; assepted for publication 15.06.2022.