

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ КОНЕЧНОГО ДАВЛЕНИЯ В ДИПОЛЬНОЙ МАГНИТОСФЕРЕ

NUMERICAL ANALYSIS OF THE SPATIAL STRUCTURE OF ALFVÉN WAVES IN A FINITE PRESSURE PLASMA IN A DIPOLE MAGNETOSPHERE

А.В. Петрашук

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, petrashchuk@mail.iszf.irk.ru*

П.Н. Магер

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, p.mager@iszf.irk.ru*

Д.Ю. Климушкин

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,
Иркутск, Россия, klimush@iszf.irk.ru*

A.V. Petrashchuk

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, petrashchuk@mail.iszf.irk.ru*

P.N. Mager

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, p.mager@iszf.irk.ru*

D.Yu. Klimushkin

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,
Irkutsk, Russia, klimush@iszf.irk.ru*

Аннотация. Проведен численный анализ пространственной структуры альфвеновских волн в неоднородной плазме конечного давления в дипольной модели магнитосферы. Были рассмотрены три модели магнитосферы, различающиеся максимальным плазменным давлением и градиентом давления. Была рассмотрена задача на собственные значения частоты волны. Установлено, что частота полоидальной моды может быть либо больше частоты тороидальной моды, либо меньше ее в зависимости от давления плазмы и его градиента. Рассмотрена задача на собственные значения радиальной компоненты волнового вектора. Найдены точки отражения альфвеновской волны в различных моделях магнитосферы. Показано, что область распространения волны в модели с холодной плазмой существенно уже, чем в моделях с конечным давлением плазмы. Исследована структура главной гармоники альфвеновской волны при смене ее поляризации в трех моделях магнитосферы. Проведено численное исследование влияния давления плазмы на структуру поведения всех компонент электрического и магнитного поля альфвеновских волн. Установлено, что при определенных параметрах модели магнитосферы магнитное поле может иметь три узла в то время как в модели с холодной плазмой только один. Кроме того, продольная компонента магнитного поля дважды меняет знак вдоль силовой линии магнитного поля.

Ключевые слова: МГД-волны, дипольная модель магнитосферы, МГД-резонансы.

Abstract. We have carried out a numerical analysis of the spatial structure of Alfvén waves in a finite pressure inhomogeneous plasma in a dipole model of the magnetosphere. We have considered three magnetosphere models differing in maximum plasma pressure and pressure gradient. The problem of wave eigenfrequencies was addressed. We have established that the poloidal frequency can be either greater or less than the toroidal frequency, depending on plasma pressure and its gradient. The problem of radial wave vector component eigenvalues was considered. We have found points of Alfvén wave reflection in various magnetosphere models. The wave propagation region in the cold plasma model is shown to be significantly narrower than that in models with finite plasma pressure. We have investigated the structure of the main Alfvén wave harmonic when its polarization changes in three magnetosphere models. A numerical study into the effect of plasma pressure on the structure of behavior of all Alfvén wave electric and magnetic field components has been carried out. We have established that for certain parameters of the magnetosphere model the magnetic field can have three nodes, whereas in the cold plasma model there is only one. Moreover, the longitudinal magnetic field component changes sign twice along the magnetic field line.

Keywords: MHD waves, dipole model of the magnetosphere, MHD resonances.

ВВЕДЕНИЕ

Альфвеновские волны широко распространены в земной магнитосфере. С ними идентифицируется значительная часть ультранизкочастотных (УНЧ) волн в магнитосфере [Clausen, Yeoman, 2009], они играют важную роль в ускорении заряженных частиц [Mann et al., 2012; Zong et al., 2017; Потапов и др., 2012; Кли-

мушкин и др., 2021], магнитосферно-ионосферном взаимодействии [Тамао, 1984; Lysak, Song, 2006], авроральных явлениях [Fedorov et al., 2001; Pilipenko et al., 2004; Kostarev et al., 2021; Keiling, 2021]. Важным параметром, определяющим структуру альфвеновских волн, является азимутальное волновое число m [Chen, Hasegawa, 1991; Leonovich, Mazur, 1993]. При малых его значениях ($m \sim 1$) имеет место явление

резонансного возбуждения альфвеновских волн, заключающееся в следующем. Быстрый магнитный звук (БМЗ) возбуждается на границе магнитосферы процессами в солнечном ветре [Мазур, Чуйко, 2011; Мишин и др., 2013; Leonovich et al., 2021] и распространяется вглубь магнитосферы. Вблизи некоторой магнитной оболочки БМЗ отражается внутрь, суперпозиция падающей и отраженной БМЗ-волны формирует стоячую моду, часто называемую глобальной МГД-модой. Однако часть энергии БМЗ проникает в область нераспространения, возбуждая там альфвеновскую волну на некоторой резонансной магнитной оболочке [Леонovich, Мазур, 2016]. Такая резонансная альфвеновская волна характеризуется рядом наблюдаемых свойств: резким пиком амплитуды, сдвигом фазы на 180° при переходе через резонансную особенность, а также существованием области с противоположными фазовыми задержками на стороне источника волны [Glassmeier et al., 1999; Piliipenko et al., 2016]. Эти выводы теории подтверждаются как наземными, так и спутниковыми экспериментами [Samson, 1988; Agapitov et al., 2009; Piliipenko et al., 2016]. Однако при больших значениях азимутального волнового числа ($m \gg 1$, азимутально-мелкомасштабные волны) альфвеновская волна не может возбуждаться резонансом с БМЗ, поскольку внутрь магнитосферы проникает лишь экспоненциально малая доля энергии БМЗ [Гульельми, Потапов, 1984]. Поэтому альфвеновские волны с $m \gg 1$ могут генерироваться только внутримангитосферными источниками, например, это могут быть либо различные плазменные неустойчивости [Karpman et al., 1977; Southwood, 1983] либо переменные токи, вызванные дрейфом суббуравевых облаков заряженных частиц [Гульельми, Золотухина, 1980; Магер, Климушкин, 2007]. В предлагаемой работе исследуется именно случай азимутально-мелкомасштабных альфвеновских волн.

С точки зрения поляризации волны, существует два предельных случая альфвеновских волн в магнитосфере, называемые тороидальными и полоидальными модами. Для этих мод характерны колебания силовых линий в азимутальном и радиальном направлениях, соответственно. В соответствии с поляризационными свойствами альфвеновских волн, вектор электрического поля колеблется при этом, соответственно, в радиальном и азимутальном направлениях. В тороидальных модах радиальная длина волны много меньше азимутальной, в полоидальных — наоборот. Полоидальные альфвеновские волны могут иметь только большие значения азимутального волнового числа ($m \gg 1$), в то время как тороидальные — и малые ($m \sim 1$), и большие азимутальные волновые числа [Leonovich, Mazur, 1993; Leonovich, Mazur, 2016]. Подчеркнем, что большое значение азимутального волнового числа является лишь необходимым, но недостаточным условием для полоидальной поляризации альфвеновской волны. Даже при $m \gg 1$ волна может иметь тороидальную поляризацию, если радиальная длина волны много меньше азимутальной. Этот вопрос был детально исследован в работе [Leonovich, Mazur, 1993]. Эти авторы показали, что монохроматическая азимутально-мелкомасштабная альфвеновская волна, изна-

чально имеющая полоидальную поляризацию, в общем случае распространяется поперек магнитных оболочек из-за специфической дисперсии, обусловленной кривизной силовых линий. При этом азимутальная длина волны остается примерно постоянной, но радиальная длина волны постепенно уменьшается и в конечном итоге оказывается меньше азимутальной. Соответственно, поляризация волны сменяется с полоидальной на тороидальную. Кроме того, если азимутально-мелкомасштабная альфвеновская волна генерирована импульсным источником, то она превращается в тороидальную из-за явления разбегания по фазам [Mann, Wright, 1995; Leonovich, Mazur, 1998]. Таким образом, тороидально-поляризованные волны могут иметь как малые, так и большие азимутальные волновые числа.

Для исследования структуры альфвеновских волн часто применяется приближение Вентцеля—Крамерса—Бриллюэна (ВКБ) по радиальной координате [Leonovich, Mazur, 1993]. У тороидальных мод радиальная компонента волнового вектора стремится к бесконечности, у полоидальных — к нулю.

Собственные частоты колебаний в тороидальной и полоидальной модах несколько различаются [Radoski, 1967]. Это явление, известное как поляризационное расщепление спектра [Гульельми, 1970], вызвано неоднородной кривизной силовых линий [Krylov, Lifshitz, 1984; Leonovich, Mazur, 1990]. Было установлено, что кривизна силовых линий приводит к медленному распространению альфвеновских волн поперек магнитных оболочек, сопровождаемому сменой их поляризации от полоидальной до тороидальной [Leonovich, Mazur, 1993; Leonovich et al., 2015]. Влияние эффектов азимутальной асимметрии на структуру альфвеновских волн изучалось в работах [Klimushkin et al., 1995; Mager, Klimushkin, 2021; Elsdén, Wright, 2022; Wright et al., 2022].

Альфвеновские волны часто наблюдаются в областях магнитосферы со значительным содержанием горячей плазмы: отношение плазменного давления к магнитному β может достигать до 0.5 и выше [Mager, 2021]. В плазме конечного давления кривизна силовых линий приводит к сцеплению альфвеновских волн с медленным магнитным звуком (ММЗ) [Southwood, Saunders, 1985; Walker, 1987; Мазур и др., 2014]. Впрочем, сцепление с ММЗ само по себе не оказывает существенного влияния на распространение альфвеновских волн, поскольку характерные частоты ММЗ значительно ниже, чем у альфвеновской моды [Agapitov et al., 2008]. Гораздо важнее то, что конечное плазменное давление в сочетании с неоднородностью магнитного поля приводит к изменению дисперсионного соотношения альфвеновских волн, особенно в случае полоидальной поляризации [Сафаргалеев, Мальцев, 1986]. Дифференциальное уравнение, описывающее структуру альфвеновских волн в неоднородной плазме, было выведено в работах [Klimushkin et al., 2004].

Другим следствием конечного плазменного давления является возможность развития в магнитосферной плазме баллонной и желобковой (перестановочной) неустойчивостей [Hameiri et al., 1991; Xing, Wolf, 2007; Cheremnykh, Parnowski, 2006; Ма-

зур и др., 2012; Xia et al., 2017; Rubtsov et al., 2020]. В данной работе мы будем считать плазму устойчивой относительно колебаний такого типа.

Поперечная структура альфвеновских волн при произвольных значениях азимутального волнового числа m была изучена в работе [Klimushkin et al., 2004]. Вместе с тем, большой интерес представляет также продольная структура волн с различными значениями m и различной поляризацией волны. В частности, это связано с тем, что альфвеновские волны играют важную роль в ускорении высокоэнергичных частиц магнитосферы — частиц радиационных поясов и кольцевого тока. При движении в геомагнитном поле частица совершает колебания вдоль силовой линии (баунс-движение), поэтому для расчетов взаимодействия волн и частиц необходимо знание продольной структуры волны.

Настоящая статья посвящена исследованию структуры альфвеновских волн в плазме конечного давления при произвольной поляризации. Основное внимание уделено фундаментальной гармонике волны, стоячей между ионосферами сопряженных полушарий, поскольку для таких волн поляризационное расщепление спектра наиболее ярко выражено, и они регулярно наблюдаются в экспериментах [Dai et al., 2013; Mager et al., 2018; Takahashi et al., 2018a, b].

В разделе 1 и 2 приведены основные соотношения, определяющие равновесие плазмы и пространственную структуру альфвеновских волн. В разделе 3 рассмотрены три модели магнитосферы с разными параметрами распределения давления плазмы поперек магнитных оболочек. В разделе 4 рассматриваются тороидальная и полоидальная собственные частоты для этих трех моделей. В разделе 5 рассматривается обратная задача: в поперечном ВКБ-приближении находится радиальная компонента волнового вектора для заданной частоты волны. Кроме того, численно анализируется продольная структура главной гармонике и компонент электрических и магнитных полей для трех моделей магнитосферы в зависимости от радиальной компоненты волнового вектора. В разделе 6 приведены основные результаты работы.

1. РАВНОВЕСИЕ

В работе рассмотрена двумерно-неоднородная модель магнитосферы, где плазма считается неоднородной как вдоль силовых линий магнитного поля, так и поперек магнитных поверхностей. Вначале введем криволинейную систему координат $\{x^1, x^2, x^3\}$, где координата x^3 отмечает положение точки на силовой линии, а две другие координаты x^1 и x^2 играют роль радиальных и азимутальных координат (для их представления мы будем использовать параметр МакИлвейна $x^1=L$ и азимутальный угол $x^2=\phi$). Элемент длины вдоль i -й координатной оси выражается через приращение координаты x^i :

$$dl_i = \sqrt{g_i} dx^i, \quad i = 1, 2, 3,$$

где $g_i(x^1, x^3)$ — диагональные компоненты метрического тензора (недиагональные компоненты равны нулю в силу ортогональности системы координат). Детерминант метрического тензора есть $g = g_1 g_2 g_3$.

Равновесное магнитное поле B , давление плазмы P , ток J связаны условием гидромагнитного равновесия:

$$J = \frac{4\pi}{B\sqrt{g_1}} \frac{\partial P}{\partial L}. \quad (1)$$

В работе рассматриваются области магнитосферы, где отношение давления плазмы к магнитному $\beta = 8\pi P/B^2 \ll 1$. Поскольку величина магнитного поля сильно растет от экватора к ионосфере, среднее значение β вдоль силовой линии оказывается небольшим даже в том случае, если на экваторе эта величина лишь немного меньше единицы: $\beta = 8\pi P/B^2 < 1$. При этих условиях можно считать магнитное поле приблизительно дипольным. Действительно, в результате численных расчетов равновесия было установлено, что во внутренней магнитосфере (при $L=5\div 8$) эффекты конечного давления приводят лишь к незначительному отклонению магнитного поля от дипольного [Xia et al., 2017].

В сферической системе координат r, θ компоненты метрического тензора g_1 и g_2 записываются следующим образом:

$$g_1 = \frac{\cos^2 \theta}{1 + 3\sin^2 \theta}, \quad g_2 = L^2 \cos^6 \theta. \quad (2)$$

Третья компонента метрического тензора g_3 выражается через элемент длины вдоль силовой линии:

$$dl_{||} = \sqrt{g_3} dx^3 = L \cos \theta \sqrt{1 + 3\sin^2 \theta} d\theta.$$

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ АЛЬФВЕНОВСКИЕ ВОЛНЫ В ДИПОЛЬНОЙ МОДЕЛИ МАГНИТОСФЕРЫ

В неоднородной плазме три моды МГД-колебаний (альфвеновская мода, быстрый (БМЗ) и медленный (ММЗ) магнитный звук) сцеплены между собой. Однако в работе рассматриваются азимутально-мелкомасштабные волны ($m \gg 1$), когда характерные частоты БМЗ (при заданном значении квазиклассического волнового вектора) намного больше альфвеновских. С другой стороны, в плазме с $\beta \ll 1$ частоты ММЗ, наоборот, намного ниже альфвеновских. В этих условиях альфвеновскую моду можно рассматривать отдельно от БМЗ и ММЗ. Электрическое поле альфвеновской волны выражается в виде [Тамао, 1984; Климушкин, 1994]

$$\vec{E} = -\nabla_{\perp} \Phi, \quad (3)$$

где ∇_{\perp} — проекция оператора набла на направление поперек магнитного поля; Φ — скалярная функция, которую мы будем называть потенциалом.

Предполагается, что модель магнитосферы обладает симметрией по азимуту, поэтому потенциал зависит от времени и азимута как $\exp i(k_2 x^2 - \omega t)$, где $k_2 = m$ — азимутальное волновое число, $x^2 = \phi$ — азимутальный угол, ω — частота волны. Далее, в приближении ВКБ по радиальной координате структура волны описывается выражением

$$\Phi \propto \tilde{\Phi}(l_{||}) \exp i \int k_1(x^1) dx^{1'}$$

где k_1 — радиальная компонента волнового вектора, являющаяся функцией радиальной координаты [Leo-

novich, Mazur, 1993]. Отметим, что в ВКБ-приближении подразумевается, что амплитуда $\tilde{\Phi}(x^1, x^3)$ зависит от радиальной координаты значительно слабее, чем радиальная компонента волнового вектора.

В ВКБ-приближении E_a и радиальная E_r компоненты электрического поля альфвеновской волны, измеренные в локальном евклидовом базисе, записываются в виде

$$E_a = -i \frac{k_1}{\sqrt{g_1}} \Phi, \quad E_r = -i \frac{k_2}{\sqrt{g_2}} \Phi. \quad (4)$$

Соответственно, поведение азимутальных и радиальных физических компонент магнитного поля можно найти из следующих соотношений:

$$B_a = k_2 \frac{c}{\omega} \frac{1}{\sqrt{g_2}} \frac{\partial \Phi}{\partial l_{\parallel}}, \quad B_r = -k_1 \frac{c}{\omega} \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{\partial \Phi}{\partial l_{\parallel}}. \quad (5)$$

Кроме того, при учете конечного давления с альфвеновской волной оказывается связанной продольная компонента магнитного поля [Klimushkin et al., 2004]

$$B_{\parallel} = \frac{ck_2}{\omega} \frac{1}{\sqrt{g_1 g_2}} \frac{\eta}{2K} \Phi, \quad (6)$$

где

$$\eta = -2K \left(\frac{4\pi}{B_2 \sqrt{g_1}} \frac{\partial P}{\partial L} + K \gamma \beta \right), \quad (7)$$

K — локальная кривизна силовой линии

$$K = \frac{3}{L \cos \theta} \frac{1 + \sin^2 \theta}{(1 + 3 \sin^2 \theta)^{3/2}}. \quad (8)$$

Для описания волнового поля альфвеновских мод можно использовать уравнение, полученное в работе [Klimushkin et al., 2004] из системы линеаризованных МГД-уравнений:

$$\kappa^2 \hat{L}_T(\omega) \Phi + \hat{L}_P(\omega) \Phi = 0, \quad (9)$$

где $\kappa^2 = k_1^2/k_2^2$, а $\hat{L}_T(\omega)$ и $\hat{L}_P(\omega)$ — тороидальные и полоидальные дифференциальные операторы:

$$\hat{L}_T(\omega) = \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} + \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\omega^2}{A^2}, \quad (10)$$

$$\hat{L}_P(\omega) = \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} + \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \left(\frac{\omega^2}{A^2} + \eta \right).$$

Эти операторы определяют продольную структуру тороидальных и полоидальных альфвеновских мод. Отметим, что в полоидальном операторе $\hat{L}_P(\omega)$ присутствует добавка η , связанная с давлением плазмы и его градиентом (7). Из-за высокой проводимости ионосферной плазмы альфвеновская волна отражается от ионосферы, поэтому граничное условие для уравнения (9) имеет вид

$$\Phi(x_{\pm}^3) = 0. \quad (11)$$

3. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Для численного расчета электрического потенциала Φ используем следующий профиль давления [Klimushkin et al., 2004]:

$$P = P_0 \left[1 - \tanh^2 \left(\frac{L_0 - L}{D} \right) \right], \quad (12)$$

где P_0 — максимальное давление плазмы, которое достигается на магнитной оболочке $L_0=4$; D характеризует ширину профиля давления. Величина P_0 задается через отношение плазменного давления к магнитному $B_{00}^2/(8\pi)$ ($B_{00}=0.44$ Гс) на экваторе на магнитной оболочке L_0 , соответствующей максимуму давления плазмы. Предполагается, что плотность плазмы монотонно уменьшается с расстоянием от Земли в соответствии со степенным законом:

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^3. \quad (13)$$

Наличие плазмопаузы в этой работе не учитывается.

Двумя главными параметрами моделей магнитосферы мы считаем величины D и β_0 . В моделях 1 и 2 изменение давления плазмы P поперек магнитных оболочек является сравнительно резким, что соответствует малому значению параметра D ($D=0.5$ для 1-й модели и $D=0.7$ для 2-й). Наоборот, в модели 3 давление меняется сравнительно плавно ($D=2$). Равновесный ток J в моделях локализован значительно сильнее, чем в модели 3. В моделях 1 и 3 значение параметра β_0 принимается одинаковым, равным $\beta_0=0.105$. В модели 2 этот параметр принимается равным $\beta_0=0.15$. Распределение экваториальных значений величин P , β и J поперек магнитных оболочек показано на рис. 1, а-в. На рис. 1, г показано распределение величины η , входящей в определение полоидального оператора (10).

4. ТОРОИДАЛЬНАЯ И ПОЛОИДАЛЬНАЯ ЧАСТОТЫ И СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

Для начала рассмотрим задачу (9) как задачу на собственные значения относительно частоты волны ω при фиксированной величине κ^2 . Рассмотрим два предельных случая: $\kappa^2 \rightarrow \infty$ и $\kappa^2 \rightarrow 0$. В первом случае альфвеновская волна называется тороидальной ($E_r \gg E_a$, $B_r \ll B_a$), во втором — полоидальной ($E_r \ll E_a$, $B_r \gg B_a$).

В первом предельном случае уравнение (9) будет сводиться к следующему виду:

$$\hat{L}_T(\omega) \Phi = 0 \quad (14)$$

с граничным условием (11). Назовем собственные значения частоты Ω_{TN} тороидальными собственными частотами (здесь N — продольное волновое число). Тороидальные собственные частоты зависят от радиальной координаты x^1 как от параметра. Если частота волны ω задается внешним источником, решение уравнения (14) возможно только на той магнитной поверхности, где выполняется равенство $\omega = \Omega_{TN}(x^1)$. Эту поверхность будем называть тороидальной поверхностью и обозначать x_{TN}^1 . Назовем собственные функции $T_N(x^1, x^3)$ задачи (14), (11) тороидальными собственными функциями. Для нормировки этих функций используем условие:

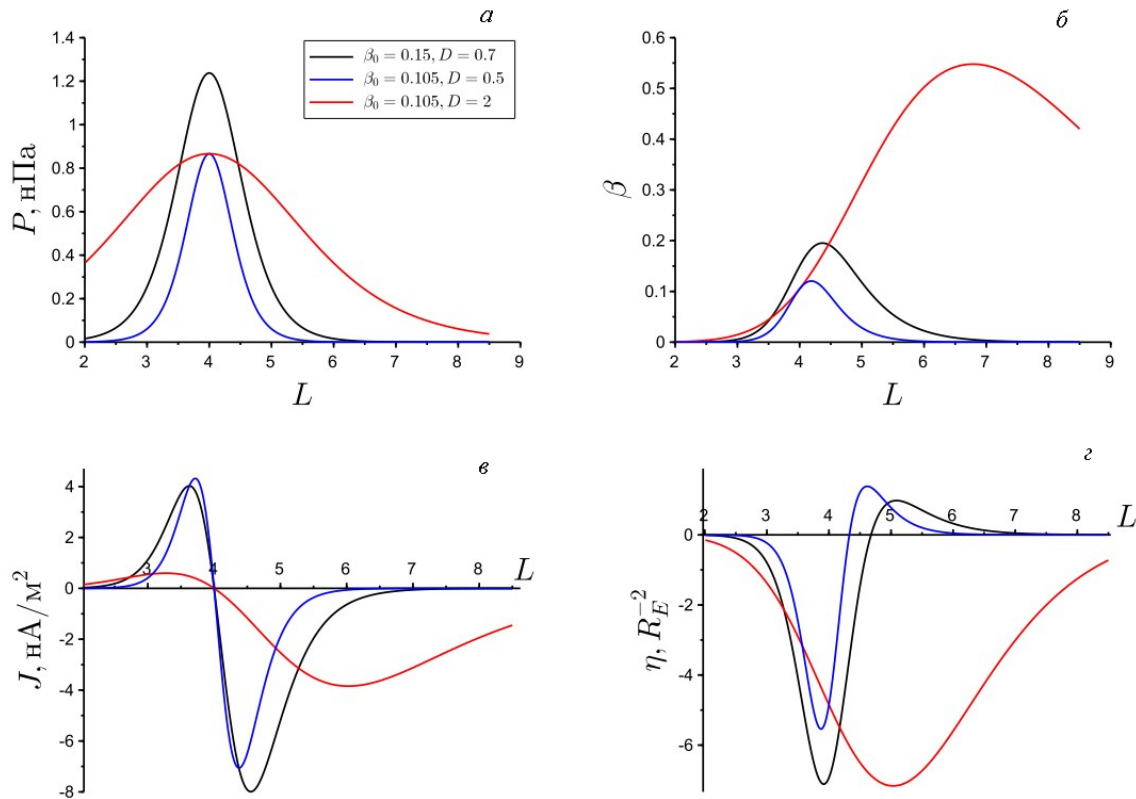


Рис. 1. Профили давления плазмы P (а), параметр β (б), кольцевого тока J (в), и η (г)

максимальное значение $T_N(x^1, x^3)$ вдоль силовой линии равно единице.

Во втором предельном случае, $\kappa=0$, решение уравнения (9) будет определяться вторым слагаемым

$$\hat{L}_p(\omega)\Phi = 0 \quad (15)$$

с граничным условием (11). Собственные значения частоты в этом уравнении Ω_{PN} назовем полоидальными собственными частотами. Эти величины зависят от радиальной координаты x^1 как от параметра. При частоте волны ω решение уравнения (15) возможно только на той магнитной поверхности, где выполняется равенство $\omega = \Omega_{PN}(x^1)$. Эту поверхность будем называть полоидальной поверхностью и обозначать x_{PN}^1 .

Собственные функции $P_N(x^1, x^3)$ задачи (15), (11) назовем полоидальными собственными функциями. Для нормировки этих функций используем условие: максимальное значение $P_N(x^1, x^3)$ вдоль силовой линии равно единице.

В большей части магнитосферы (за исключением областей вблизи плазмопаузы, существование которой мы не учитываем) собственные частоты Ω_{PN} и Ω_{TN} убывают с ростом L -оболочки. С помощью численного решения (14) и (15) было показано, что в модели с холодной плазмой $\beta=0$ полоидальная частота всегда меньше тороидальной: $x_{PN}^1 < x_{TN}^1$ [Cummings et al., 1969; Leonovich, Mazur, 1993].

Радиальные профили собственных частот в моделях 1–3 показаны на рис. 2. Видно, что при учете плазменного давления и его градиента возможны оба варианта: $\Omega_p < \Omega_T$ и $\Omega_p > \Omega_T$. Следовательно, при учете

конечного давления полоидальная поверхность по сравнению с тороидальной может быть как ближе к Земле, так и дальше. Обращает на себя внимание минимум полоидальной частоты в модели 1 с $\beta_0=0.105, D=0.5$, обусловленный кольцевым током из-за отрицательного градиента давления. Во всех рассмотренных моделях квадраты собственных частот положительны, т. е. предположение об отсутствии гидромагнитной неустойчивости (баллонной или перестановочной) является оправданным.

5. ВАРИАЦИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛН С РАССТОЯНИЕМ В ПОПЕРЕЧНОМ ВКБ-ПРИБЛИЖЕНИИ

Теперь рассмотрим задачу (9) на собственные значения относительно величины $\kappa^2 = k_1^2/k_2^2$ при фиксированной частоте волны [Leonovich, Mazur, 1993]. Численные расчеты будем проводить для двух значений частоты: $\omega=0.033$ и 0.018 рад/с. Будет рассмотрена только фундаментальная гармоника ($N=1$). Для каждой заданной частоты величина κ является функцией радиальной координаты x^1 . Область распространения волны (область прозрачности) соответствует значениям $\kappa^2 > 0$. На полоидальной поверхности x_{PN}^1 собственное значение $\kappa^2=0$, вблизи тороидальной поверхности x_{TN}^1 $\kappa^2 \rightarrow \infty$. Соответствующие точки по радиальной координате называются точками отражения и резонанса соответ-

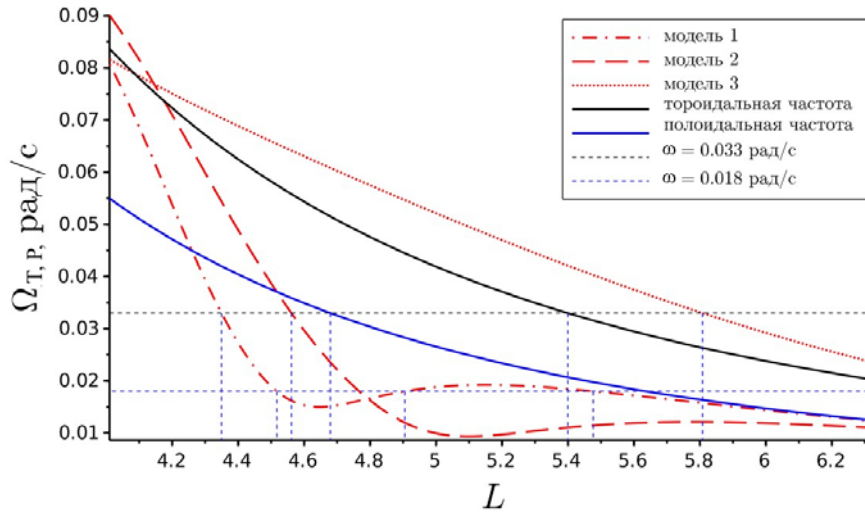


Рис. 2. Зависимость тороидальной и полоидальных собственных частот $\Omega_{TN, PN}$ от L для главной гармоники стоячей волны ($N=1$). В холодной плазме ($\beta=0$) полоидальная частота (синяя кривая) всегда находится ниже тороидальной (черная кривая). В 1-й и 2-й моделях полоидальная частота также ниже тороидальной (красные штрихпунктирная и штриховая линии). В 3-й модели полоидальная частота (красная пунктирная линия) становится выше тороидальной. Горизонтальные и вертикальные штриховые линии означают положение частот $\Omega=0.033$ и $\Omega=0.018$ рад/с относительно их координат

венно. На полоидальной и тороидальной поверхностях собственная функция Φ_N уравнения (9) совпадает с полоидальной P_N и тороидальной T_N собственными функциями уравнений (14) и (15). При промежуточных значениях κ , т. е. на магнитных поверхностях, лежащих в промежутке между полоидальной и тороидальной поверхностями, продольная структура гармоник Φ_N постепенно меняется от полоидальной до тороидальной.

5.1. Модель 1

Поведение величины $\kappa^2(x^1)$ модели 1 при частоте $\omega=0.033$ рад/с показано на рис. 3. Видно, что область прозрачности ограничена точками отражения (полоидальной поверхностью x_{PN}^1) и резонанса (тороидальной поверхностью x_{TN}^1), причем $x_{PN}^1 < x_{TN}^1$.

Область прозрачности ($\kappa^2 > 0$) в этом случае становится шире примерно на $0.35R_E$ (см. рис. 2). В большей части области прозрачности зависимость $\kappa^2(x^1)$ более пологая, чем в холодной плазме [Leonovich, Mazur, 1993]. Это приводит к некоторому отличию в продольной структуре гармоник Φ_N : изменение структуры от полоидальной до тороидальной происходит более неравномерным образом (рис. 4, а, б). Как видно из рис. 4, в (красная штриховая кривая), в модели 1 азимутальная компонента электрического поля E_a вблизи тороидальной поверхности отличается от полоидальной тем, что у нее постепенно образуется глубокий минимум. У радиальной компоненты поля E_r вблизи полоидальной поверхности имеется минимум, а на тороидальной поверхности — максимум (рис. 4, з, черная пунктирная линия). Представляет интерес поведение компрессионной компоненты магнитного поля $B_{||}$: она резко немонотонно зависит от продольной координаты, хотя и не меняет знак (см. рис. 5).

Интересные особенности возникают при частоте $\omega=0.018$ рад/с (см. рис. 3): зависимость $\kappa^2(x^1)$ стано-

вится немонотонной, благодаря чему появляется дополнительная область прозрачности шириной примерно $0.5R_E$, ограниченная двумя точками поворота с $\kappa^2=0$. В этой области альфвеновская волна образует поперечный резонатор, где мода является стоячей вдоль силовой линии и поперек магнитных оболочек, но распространяется по азимуту [Klimushkin et al., 2004].

5.2. Модель 2

Если в холодной плазме и в модели 1 полоидальная поверхность располагалась ближе к Земле, чем тороидальная, то в модели 2 ситуация становится противоположной: полоидальная поверхность расположена дальше от Земли (см. рис. 2, красная штриховая линия). Причиной является отрицательный градиент плазменного давления и достаточно малая величина β . Поэтому поведение гармоник Φ_N и компонент электрического и магнитного полей в данном случае незначительно отличается от модели 1. Однако характерным отличием для этой модели является смена знака продольной компоненты магнитного поля вдоль силовой линии в окрестности экватора вблизи полоидальной поверхности (рис. 5, красная штриховая кривая).

5.3. Модель 3

Что касается третьей модели магнитосферы, то у нее максимальное значение β намного больше, чем в первой и второй модели. В этом случае полоидальная поверхность располагается дальше тороидальной. Следовательно, поперечное поведение κ^2 будет выглядеть так, как показано на рис. 6, слева. Из-за большой кривизны силовых линий в районе экватора и большого значения β возникает область непрозрачности альфвеновской волны вблизи полоидальной поверхности вдоль силовых линий в приэкваториальной части магнитосферы (рис. 6, справа). Из-за этого волновые процессы в Северном и Южном

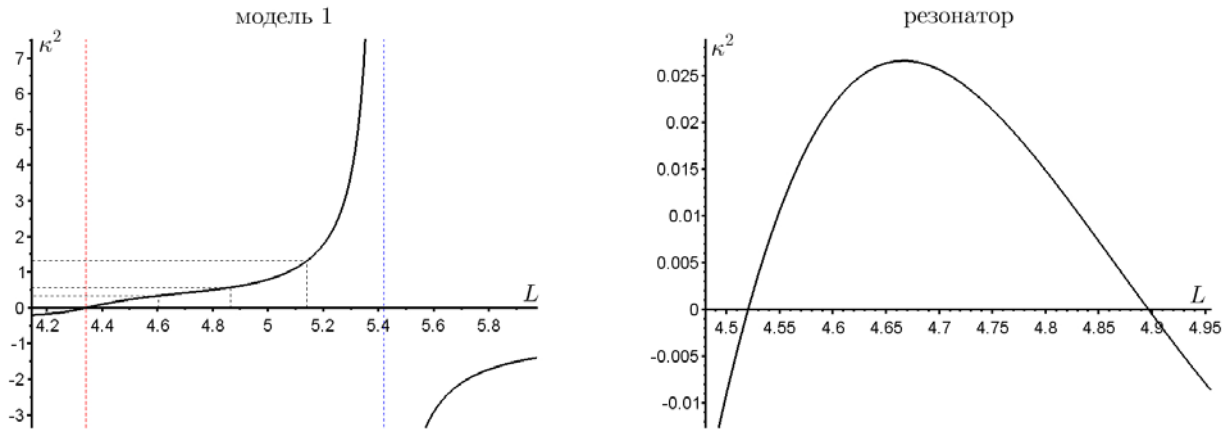


Рис. 3. Зависимость κ^2 от L при $\beta_0=0.105$ и $D=0.5$ с частотами волн $\omega=0.033$ (слева) и $\omega=0.018$ (справа) рад/с для модели 1

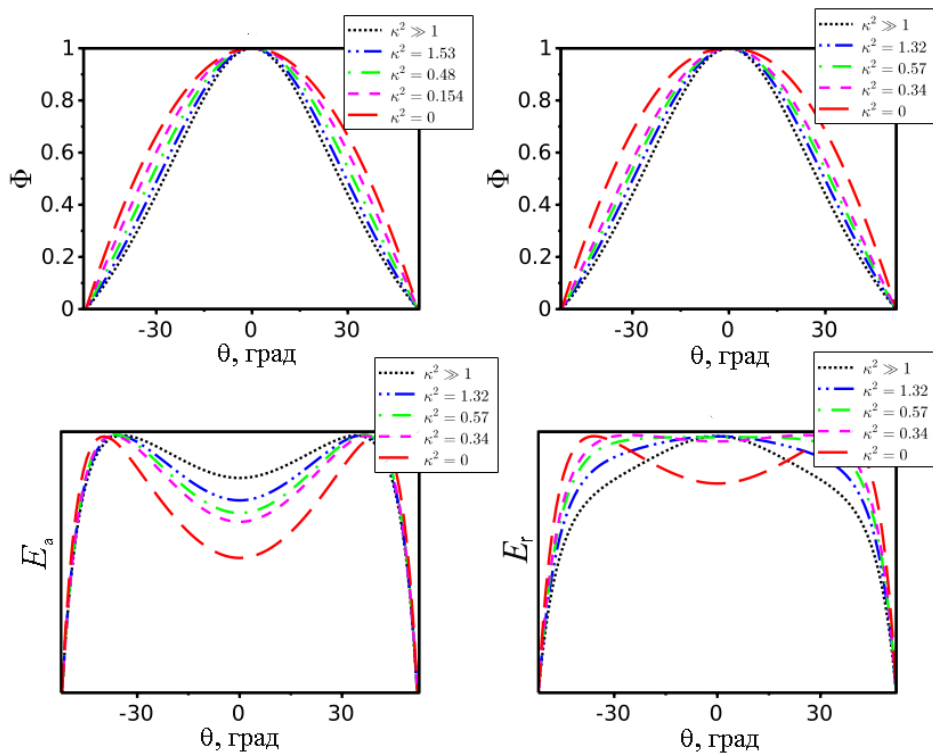


Рис. 4. Зависимость структуры гармоник (панель а) альфвеновской волны от магнитной широты θ между магнитными оболочками в области прозрачности волны $\kappa^2 > 0$ для модели с холодной плазмой (панель а) и модели 1 (панель б) при частоте $\omega=0.033$ рад/с. Азимутальная (панель в) и радиальная (панель г) компонента электрического поля на полюсдальной (красная штриховая линия) и тороидальной (черная пунктирная линия) оболочках 1 модели

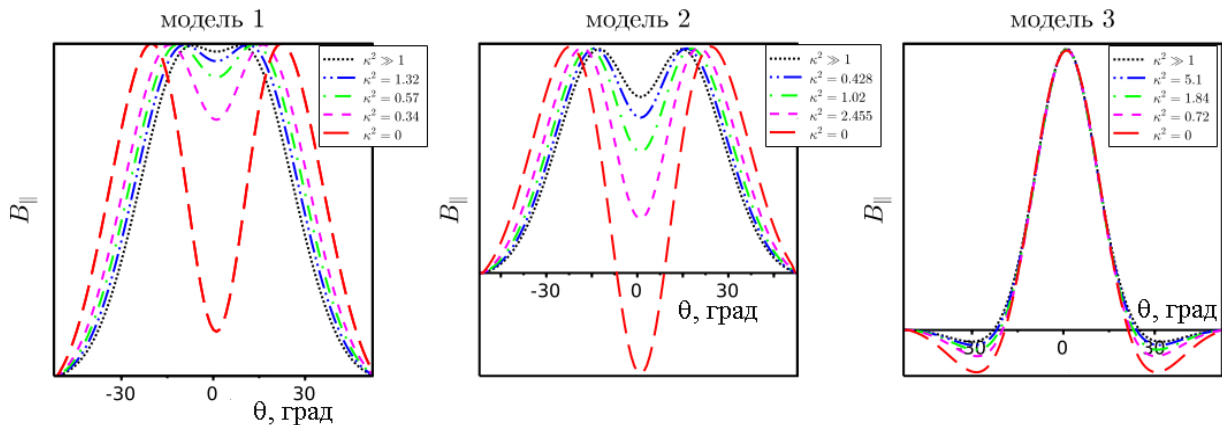


Рис. 5. Изменения структуры параллельной компонент магнитного поля по θ для моделей 1–3 при $\omega=0.033$ рад/с

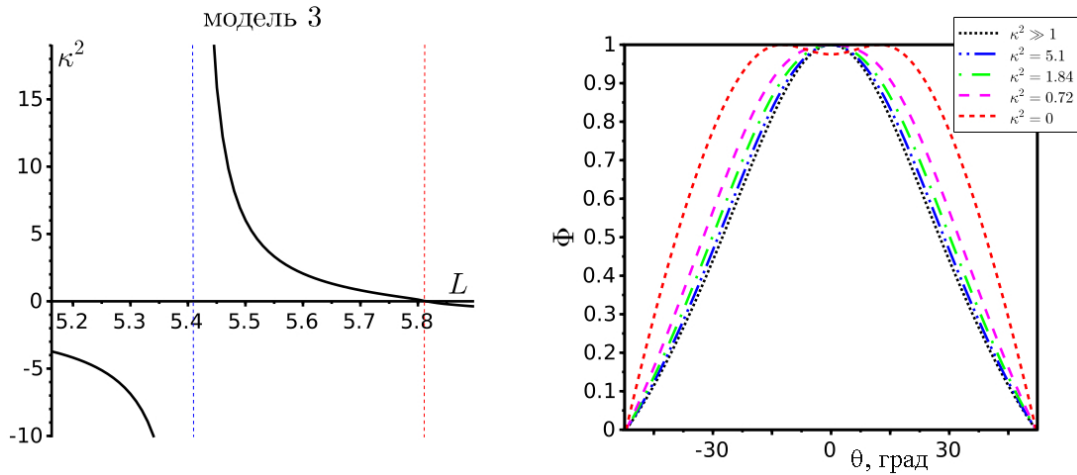


Рис. 6. Зависимость κ^2 от L (слева) и структуры гармоник (справа) альфвеновской волны от магнитной широты θ между магнитными оболочками в области прозрачности волны $\kappa^2 > 0$ при $\beta_0 = 0.105$ и $D = 2$ для модели 3 с фиксированной частотой волны $\omega = 0.033$ рад/с

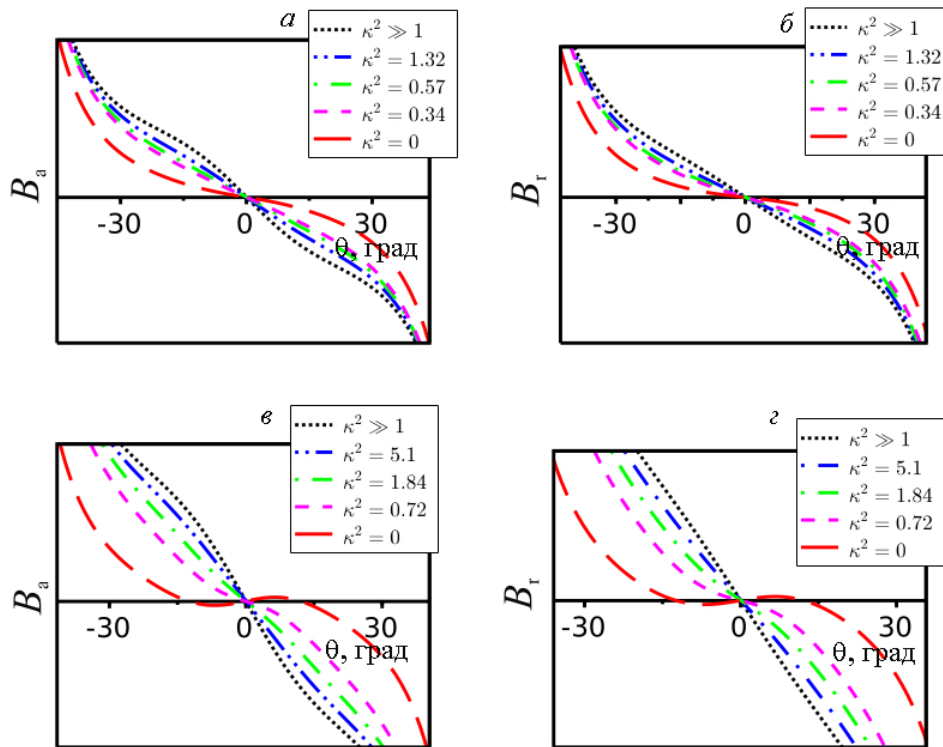


Рис. 7. Изменения структуры азимутальных и радиальных компонент магнитного поля по θ для модели 1 (панели а, б) и 3 (панели в, г)

полушариях оказываются слабо связанными между собой. Возможность образования области непрозрачности вдоль силовой линии для полоидальной альфвеновской волны впервые была показана в работе [Mager et al., 2009] и затем подтверждена в статьях [Мазур и др., 2012; Leonovich, Kozlov, 2013]. Следствием немотонного поведения потенциала Φ вдоль силовой линии является немотонное поведение поперечных компонент магнитного поля волны (рис. 7, а–г): у этих компонент имеется не один (экваториальный) узел, как в холодной плазме и моделях 1 и 2, а три узла. Обращает на себя внимание также резкий пик продольной компоненты магнитного поля волны вблизи экватора и изменение ее знака вдоль силовой линии (рис. 5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведем основные результаты, полученные в работе.

1. Рассмотрена задача на собственные значения относительно частоты волны для уравнения, описывающего волновую структуру альфвеновских мод [Klimushkin et al., 2004] в двух предельных случаях: $\kappa \rightarrow \infty$ и $\kappa \rightarrow 0$, соответствующих тороидальным и полоидальным модам. Показано, что на данной магнитной оболочке рост давления приводит к увеличению полоидальной частоты, в то время как рост градиента давления способствует ее уменьшению.

2. Решена задача на собственные значения относительно величины κ при фиксированной частоте

волны. Определена область прозрачности волны, где $k^2 > 0$. При движении поперек магнитных оболочек от полоидальной поверхности (где $k=0$) к тороидальной (где $k=\infty$) поляризация волны меняется от полоидальной до тороидальной. Определены радиальные координаты точки поворота волны (полоидальной поверхности, где $k=0$) в различных моделях магнитосферы. Показано, что в моделях 1 и 2 полоидальная поверхность расположена ближе к Земле, чем тороидальная, при этом в первом случае область прозрачности в несколько раз шире, чем во втором случае. В модели 3 полоидальная поверхность расположена дальше от Земли, чем тороидальная.

3. Установлено, что при резкой поперечной локализации равновесного тока полоидальная частота имеет минимум при определенном значении L . Вблизи минимума функции $\Omega_{PM}(L)$ может существовать поперечный резонатор для альфвеновской волны. Исследована продольная структура волны на различных магнитных оболочках внутри области прозрачности, соответствующих различной поляризации волны. Из-за большой кривизны силовых линий и параметра β в модели 3 на основной гармонике альфвеновской волны появляется минимум в окрестности экватора [Mager et al., 2009]. Магнитное поле волны в модели 3 имеет три узла, а не один, как в моделях 1 и 2. В моделях 2 и 3 продольная компонента магнитного поля волны меняет знак вдоль силовой линии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Гульельми А.В. Поляризационное расщепление спектра альфвеновских колебаний магнитосферы. *Геомагнетизм и аэронаука*. 1970. Т. 10. С. 524–525.

Гульельми А.В., Золотухина Н.А. Возбуждение альфвеновских колебаний магнитосферы асимметричным кольцевым током. *Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца*. 1980. № 50. С. 129–138.

Гульельми А.В., Потапов А.С. Об особенности поля МГД-волны в неоднородной плазме. *Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца*. 1984. № 70. С. 149–157.

Климушкин Д.Ю. Метод описания альфвеновской и магнитозвуковой ветвей колебаний неоднородной плазмы. *Физика плазмы*. 1994. Т. 2, № 3. С. 309–315.

Климушкин Д.Ю., Магер П.Н., Челпанов М.А. и др. Взаимодействие длиннопериодных УНЧ-волн и заряженных частиц в магнитосфере: теория и наблюдения (обзор). *Солнечно-земная физика*. 2021. Т. 7, № 4. С. 35–69. DOI: 10.12737/szf-74202105.

Леонovich А.С., Мазур В.А. *Линейная теория МГД-колебаний в магнитосфере*. М.: Физматлит, 2016. С. 480.

Магер П.Н., Климушкин Д.Ю. Генерация альфвеновских волн движущейся неоднородностью плазмы в магнитосфере. *Физика плазмы*. 2007. Т. 33, № 5. С. 435–442.

Мазур В.А., Чуйко Д.А. Возбуждение магнитосферного МГД-резонатора неустойчивостью Кельвина — Гельмгольца. *Физика плазмы*. 2011. Т. 37. С. 979–1000.

Мазур Н.Г., Федоров Е.Н., Пилипенко В.А. Дисперсионное соотношение для баллонных мод и условие их устойчивости в околоземной плазме. *Геомагнетизм и аэронаука*. 2012. Т. 52, № 5. С. 639–648.

Мазур Н.Г., Федоров Е.Н., Пилипенко В.А. Продольная структура баллонных МГД-возмущений в модельной

магнитосфере. *Косм. иссл.* 2014. Т. 52. С. 1–11. DOI: 10.7868/S0023420614030078.

Мишин В.В., Клибанова Ю.Ю., Цэгмэд Б. Влияние наклона фронта неоднородности солнечного ветра на свойства вызванных им длиннопериодных геомагнитных пульсаций. *Косм. иссл.* 2013. Т. 51, № 2. С. 107–118. DOI: 10.1134/S0010952513020020.

Потапов А.С., Цэгмэд Б., Рыжакова Л.В. Связь потоков релятивистских электронов на геостационарной орбите с уровнем УНЧ-активности на поверхности Земли и в солнечном ветре в 23-м цикле солнечной активности. *Косм. иссл.* 2012. Т. 50, № 2. С. 130–146. DOI: 10.1134/S0010952512020086.

Сафаргалеев В.В., Мальцев Ю.П. Внутренние гравитационные волны в плазменном слое. *Геомагнетизм аэронаука*. 1986. Т. 26. С. 220–223.

Agapitov A.V., Cheremnykh O.K., Parnowski A.S. Ballooning perturbations in the inner magnetosphere of the Earth: Spectrum, stability and eigenmode analysis. *Adv. Space Res.* 2008. Vol. 41. P. 1682–1687. DOI: 10.1016/j.asr.2006.12.040.

Agapitov O., Glassmeier K.H., Plaschke F., Auster H.U., Constantinescu D., Angelopoulos V., Magnes W., Nakamura R., Carlson C.W., Frey S., McFadden J.P. Surface waves and field line resonances: A THEMIS case study. *J. Geophys. Res.* 2009. Vol. 114. P. A00C27. DOI: 10.1029/2008JA013553.

Chen L., Hasegawa A. Kinetic theory of geomagnetic pulsations: 1. Internal excitations by energetic particles. *J. Geophys. Res.* 1991. Vol. 96. P. 1503–1512. DOI: 10.1029/90JA02346.

Cheremnykh O.K., Parnowski A.S. Flute and ballooning modes in the inner magnetosphere of the Earth: Stability and influence of the ionospheric conductivity. *Space Sci.: New Res.* New York: Nova Science Publ., 2006. P. 71–108.

Clausen L.B., Yeoman T.K. Comprehensive survey of Pc4 and Pc5 band spectral content in Cluster magnetic field data. *Ann. Geophys.* 2009. Vol. 27, no. 8. P. 3237–3248. DOI: 10.5194/angeo-27-3237-2009.

Cummings W.D., O'Sullivan R.L., Coleman P.J. Standing Alfvén waves in the magnetosphere. *J. Geophys. Res.* 1969. Vol. 74, no. 3. P. 778–793.

Dai L., Takahashi K., Wygant J.R., et al. Excitation of poloidal standing Alfvén waves through drift resonance wave particle interaction. *Geophys. Res. Lett.* 2013. Vol. 40, no. 16. P. 4127–4132.

Elsden T., Wright A.N. Polarization properties of 3D field line resonances. *J. Geophys. Res.* 2022. Vol. 127, no. 2. P. 1–18. DOI: 10.1029/2021JA030080.

Fedorov E., Pilipenko V. Engebretson M.J. ULF wave damping in the auroral acceleration region. *J. Geophys. Res.* 2001. Vol. 106, no. A4. P. 6203–6212. DOI: 10.1029/2000JA000022.

Glassmeier K.H., Othmer C., Cramm R., Stellmacher M., Engebretson M. Magnetospheric field line resonance: a comparative planetology approach. *Surveys in Geophys.* 1999. Vol. 20. P. 61–109. DOI: 10.1016/0273-1177(88)90154-8.

Hameiri E.P., Mond L.M. The ballooning instability in space plasmas. *J. Geophys. Res.* 1991. Vol. 96, iss. A2. P. 1513–1526. DOI: 10.1029/90JA02100.

Karpman V.I., Meerson B.I., Mikhailovsky A.B., Pokhotelov O.A. The effects of bounceresonances on wave growth rates in the magnetosphere. *Planetary and Space Sci.* 1977. Vol. 25. P. 573–585. DOI: 10.1016/0032-0633(77)90064-2.

Keiling A. The dynamics of the Alfvénic Oval. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2021. Vol. 219. P. 105616. DOI: 10.1016/j.jastp.2021.105616.

Klimushkin D.Yu., Leonovich A.S., Mazur V.A. On the propagation of transversally small-scale standing Alfvén waves in a three-dimensionally inhomogeneous magnetosphere. *J. Geophys. Res.* 1995. Vol. 100, no. A6. P. 9527–9534. DOI: 10.1029/94JA03233.

Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Glassmeier K.-H. Toroidal and poloidal Alfvén waves with arbitrary azimuthal wave numbers in a finite pressure plasma in the Earth's magneto-

sphere. *Ann. Geophys.* 2004. Vol. 22, no. 1. P. 267–288. DOI: [10.5194/angeo22-267-2004](https://doi.org/10.5194/angeo22-267-2004).

Kostarev D.V., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Alfvén wave parallel electric field in the dipole model of the magnetosphere: gyrokinetic treatment. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2021. Vol. 126, no. 2. P. e2020JA028611. DOI: [10.1029/2020JA028611](https://doi.org/10.1029/2020JA028611).

Krylov A.L., Lifshitz A.E. Quasi-Alfvén oscillations of magnetic surfaces. *Planetary and Space Sci.* 1984. Vol. 32, no. 4. P. 481–492. DOI: [10.1016/0032-0633\(84\)90127-2](https://doi.org/10.1016/0032-0633(84)90127-2).

Leonovich A.S., Kozlov D.A. On ballooning instability in current sheets. *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2013. Vol. 55, no. 8. P. 17. DOI: [10.1088/0741-3335/55/8/085013](https://doi.org/10.1088/0741-3335/55/8/085013).

Leonovich A.S., Mazur V.A. The spatial structure of poloidal Alfvén oscillations of an axisymmetric magnetosphere. *Planetary and Space Sci.* 1990. Vol. 38. P. 1231–1241. DOI: [10.1016/0032-0633\(90\)90128-D](https://doi.org/10.1016/0032-0633(90)90128-D).

Leonovich A.S., Mazur V.A. A theory of transverse small-scale standing Alfvén waves in an axially symmetric magnetosphere. *Planetary and Space Sci.* 1993. Vol. 41. P. 697–717. DOI: [10.1016/0032-0633\(93\)90055-7](https://doi.org/10.1016/0032-0633(93)90055-7).

Leonovich A.S., Mazur V.A. Standing Alfvén waves with $m \gg 1$ in an axisymmetric magnetosphere excited by a non-stationary source. *Ann. Geophys.* 1998. Vol. 16. P. 914–920. DOI: [10.1007/s00585-998-0914-z](https://doi.org/10.1007/s00585-998-0914-z).

Leonovich A.S., Klimushkin D.Yu., Mager P.N. Experimental evidence for the existence of monochromatic transverse small-scale standing Alfvén waves with spatially dependent polarization. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2015. Vol. 120. P. 5443–5454. DOI: [10.1002/2015JA021044](https://doi.org/10.1002/2015JA021044).

Leonovich A.S., Zong Q.G., Kozlov D.A., et al. The field of shock-generated Alfvén oscillations near the plasmopause. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2021. Vol. 126, no. 8. P. 20–55. DOI: [10.1029/2021JA029488](https://doi.org/10.1029/2021JA029488).

Lysak R.L., Song Y. Magnetosphere–ionosphere coupling by Alfvén waves: Beyond current continuity. *Adv. Space Res.* 2006. Vol. 38, no. 8. P. 1713–1719.

Mager O.V. Alfvén waves generated through the drift bounce resonant instability in the ring current: A THEMIS multi-spacecraft case study. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2021. Vol. 126, no. 11. P. e2021JA029241. DOI: [10.1029/2021JA029241](https://doi.org/10.1029/2021JA029241).

Mager P.N., Klimushkin D.Y. The field line resonance in the three-dimensionally inhomogeneous magnetosphere: Principal features. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2021. Vol. 126, no. 1. DOI: [10.1029/2020JA028455](https://doi.org/10.1029/2020JA028455).

Mager P.N., Klimushkin D.Yu., Pilipenko V.A., Schafer S. Field-aligned structure of poloidal Alfvén waves in a finite pressure plasma. *Ann. Geophys.* 2009. Vol. 27, no. 10. P. 3875–3882. DOI: [ann-geophys.net/27/3875/2009](https://doi.org/10.1029/2009JA015009).

Mager P.N., Mikhailova O.S., Mager O.V., Klimushkin D.Yu. Eigenmodes of the Transverse Alfvénic resonator at the plasmopause: A Van Allen Probes case study. *Geophys. Res. Lett.* 2018. Vol. 45. P. 10,796–10,804. DOI: [10.1029/2018GL079596](https://doi.org/10.1029/2018GL079596).

Mann I.R., Wright A.N. Finite lifetime of ideal poloidal Alfvén waves. *J. Geophys. Res.* 1995. Vol. 100, no. A12. P. 23677–23686. DOI: [10.1029/95JA02689](https://doi.org/10.1029/95JA02689).

Mann I.R., Murphy K.R., Ozeke L.G., et al. *The Role of Ultralow Frequency Waves in Radiation Belt Dynamics*. Geophys. Monograph Ser. 2012. Vol. 199. P. 69–92. Washington: American Geophysical Union Publ., 2012. P. 69–92. DOI: [10.1029/2012GM001349](https://doi.org/10.1029/2012GM001349).

Pilipenko V., Fedorov E., Engebretson M.J., Yumoto K. Energy budget of Alfvén wave interactions with the auroral acceleration region. *J. Geophys. Res.* 2004. Vol. 109, no. A10. P. A10204. DOI: [10.1029/2004JA010440](https://doi.org/10.1029/2004JA010440).

Pilipenko V., Kozyreva O., Fedorov E., et al. Latitudinal amplitude-phase structure of MHD waves: STARE radar and IMAGE magnetometer observations and modeling. *Solar-Terr. Phys.* 2016. Vol. 2, no. 3. P. 41–51. DOI: [10.12737/19418](https://doi.org/10.12737/19418).

Radoski H.R. Highly asymmetric MHD resonances. The guided poloidal mode. *J. Geophys. Res.* 1967. Vol. 72, no. 15. P. 4026–4033. DOI: [10.1029/JZ072i015p04026](https://doi.org/10.1029/JZ072i015p04026).

Rubtsov A.V., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Ballooning instability in the magnetospheric plasma: Two-dimensional eigenmode analysis. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2020. Vol. 125, no. 1. P. e2019JA027024. DOI: [10.1029/2019JA027024](https://doi.org/10.1029/2019JA027024).

Samson J.C. ULF wave studies using ground-based arrays. *Adv. Space Res.* 1988. Vol. 8. P. 399–411. DOI: [10.1016/0273-1177\(88\)90154-8](https://doi.org/10.1016/0273-1177(88)90154-8).

Southwood D.J. Wave generation in the terrestrial magnetosphere. *Space Sci. Rev.* 1983. Vol. 34, no. 3. P. 259–270. DOI: [10.1007/BF00175282](https://doi.org/10.1007/BF00175282).

Southwood D.J., Saunders M.A. Curvature coupling of slow and Alfvén MHD waves in a magnetotail field configuration. *Planetary and Space Sci.* 1985. Vol. 33. P. 127–134. DOI: [10.1016/0032-0633\(85\)90149-7](https://doi.org/10.1016/0032-0633(85)90149-7).

Takahashi K., Claudepierre S.G., Rankin R., et al. Van Allen Probes Observation of a Fundamental Poloidal Standing Alfvén wave event related to giant pulsations. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2018a, Vol. 123. P. 4574–4593. DOI: [10.1029/2017JA025139](https://doi.org/10.1029/2017JA025139).

Takahashi K., Oimatsu S., Nose M., et al. Van Allen Probes observations of second harmonic poloidal standing Alfvén waves. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2018b. Vol. 123. P. 611–637. DOI: [10.1002/2017JA024869](https://doi.org/10.1002/2017JA024869).

Tamao T. Magnetosphere-ionosphere interaction through hydromagnetic waves. *Achievements of the International Magnetospheric Study (IMS)*. Vol. 217. ESA Special Publ., 1984. P. 427–435.

Walker A.D.M. Theory of magnetospheric standing hydromagnetic waves with large azimuthal wave number. 1. Coupled magnetosonic and Alfvén waves. *J. Geophys. Res.* 1987. Vol. 92, no. A9. P. 10039–10045. DOI: [10.1029/JA092iA09p10039](https://doi.org/10.1029/JA092iA09p10039).

Wright A., Degeling A. W., Elsden T. Resonance Maps for 3D Alfvén waves in a compressed dipole field. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2022. Vol. 127, no. 4. P. e2022JA030294. DOI: [10.1029/2022JA030294](https://doi.org/10.1029/2022JA030294).

Xia Z., Chen L., Zheng L., Chan A.A. Eigenmode analysis of compressional poloidal modes in a self-consistent magnetic field. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2017. Vol. 122, A11. P. 10369–10381. DOI: [10.1002/2017JA024376](https://doi.org/10.1002/2017JA024376).

Xing X., Wolf R. A. Criterion for interchange instability in a plasma connected to a conducting ionosphere. *J. Geophys. Res.* 2007. Vol. 112, no. A12. P. A12209. DOI: [10.1029/2007JA012535](https://doi.org/10.1029/2007JA012535).

Zong Q.-G., Rankin R., Zhou X. The interaction of ultra-low-frequency Pc3–5 waves with charged particles in Earth’s magnetosphere. *Rev. Modern Plasma Phys.* 2017. Vol. 1, no. 1. P. 10. DOI: [10.1007/s41614-017-0011-4](https://doi.org/10.1007/s41614-017-0011-4).

Как цитировать эту статью:

Петрашук А.В., Магер П.Н., Климушкин Д.Ю. Численный анализ пространственной структуры альфвеновских волн в плазме конечного давления в дипольной магнитосфере. *Солнечно-земная физика*. 2022. Т. 8, № 3. С. 4–13. DOI: [10.12737/szf-83202201](https://doi.org/10.12737/szf-83202201).