

СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПЯТИ- И ШЕСТИЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ С ВРАЩАТЕЛЬНЫМИ ПАРАМИ ПО ДВИЖЕНИЮ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА

А.П. Мудров, Ф.Ф. Хабибуллин, Г.В. Пикмуллин, З.Д. Гургенидзе

Реферат. Исследования проводили с целью выявления оптимальных структурных схем пространственных пяти- и шестизвенных механизмов с вращательными парами, которые воспроизводят с требуемой точностью линейную функцию при колебательном и при вращательном движении выходного звена. Пространственные механизмы, которые используют в качестве передаточных и базовых, позволяют воссоздать движение выходного или любого рабочего звена с заданной точностью и обеспечить необходимую жёсткость, надёжность и компактность конструкции. Синтез пространственных механизмов проводили по заданному закону выходного звена. Для реализации колебательного движения с рабочими участками на прямом и обратном ходе можно использовать кривошипно-коромысловые пятизвенники, у которых углы скрещивания геометрических осей шарниров смежных звеньев 4 и 5 равны $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$. Аналогичным способом был проведен синтез пространственного пятизвенника, у которого углы скрещивания осей шарниров выходного звена α_4 и стойки α_5 связаны зависимостью $\alpha_4 = 180^\circ - \alpha_5$, по воспроизведению колебательного движения выходного балансира с рабочим ходом на прямом участке. Выявлены оптимальные структурные схемы пространственных пяти- и шестизвенных механизмов, которые воспроизводят с требуемой точностью линейную функцию при колебательном и вращательном движении выходного звена. Полученные зависимости будут использованы для автоматизации оптимизационного синтеза по целевой функции шестизвенного механизма (или его пятизвенной модификации), воспроизводящего линейную функцию на некоторой части оборота выходного звена при его полной проворачиваемости.

Ключевые слова: пространственные механизмы, вращательные пары, синтез, целевая функция, движение выходного звена.

Введение. Пространственные механизмы с вращательными парами всегда вызывали интерес для практического использования в качестве передаточных и базовых механизмов различных технических устройств [1, 2, 3]. Они позволяют воссоздать движение выходного или любого рабочего звена с заданной точностью и обеспечить необходимую жёсткость, надёжность и компактность конструкции. При этом значительно повышается её долговечность и снижаются энергетические потери, так как все шарнирные узлы (вращательные кинематические пары) выполнены на подшипниках качения и надёжно изолированы от негативного воздействия внешней среды [4, 5, 6]. Решение задач синтеза таких механизмов, несмотря на сложность, остается несомненно, важным аспектом развития теории пространственных механизмов.

Цель исследований – выявление оптимальных структурных схем пространственных пяти- и шестизвенных механизмов, которые воспроизводят с требуемой точностью линейную функцию при колебательном и вращательном движении выходного звена.

Условия, материалы и методы. Для синтеза пространственных механизмов с вращательными парами по заданному закону выходного звена был проведён анализ структурных схем [7, 8], конструктивная реализация которых позволит точно воспроизвести требуемую линейную функцию движения. Его результаты показали, что для реализации колебательного движения с рабочими участками на прямом и обратном ходе представляют интерес кривошипно-коромысловые пятизвенники, у кото-

рых углы скрещивания геометрических осей шарниров смежных звеньев 4 и 5 равны $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$ (рис. 1а).

Для воспроизведения колебательного движения с рабочим ходом на прямом участке лучше использовать пятизвенники, у которых те же углы для смежных звеньев связаны зависимостью $\alpha_4 = 180^\circ - \alpha_5$ (рис. 1б).

Воспроизведения линейной функции на некоторой части оборота выходного звена

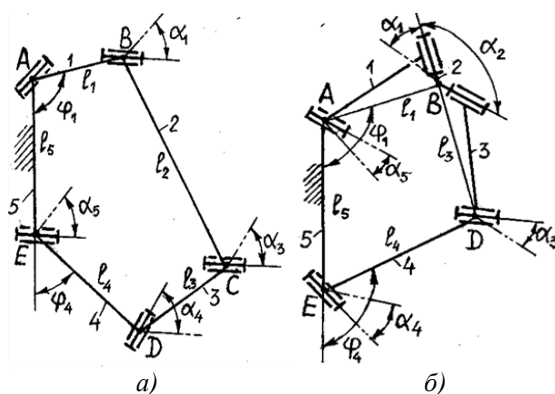
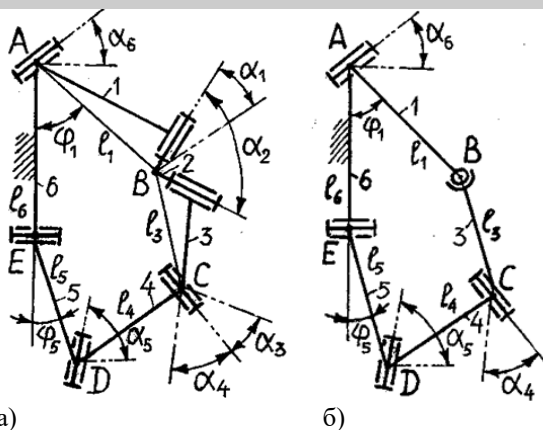


Рис. 1 – Кинематические схемы пространственных пятизвенников.
а) с зависимостью углов скрещивания геометрических осей шарниров звеньев $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$;
б) с зависимостью этих углов $\alpha_4 = 180^\circ - \alpha_5$

можно добиться с использованием двухкривошипных шестизвенных пространственных механизмов (рис. 2а), или их пятизвенной модификации (рис. 2б).



а) Рис. 2 – Кинематические схемы пространственных шестизвенников.
 б) с зависимостью углов скрещивания геометрических осей шарниров звеньев $\dot{\alpha}_4 = 180^\circ - \dot{\alpha}_6$;
 в) пят извенная, с одной сферической кинематической парой модификация шестизвенника

Первый тип пятизвенника, показанный на рис. 1а, существует при условиях:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_3; l_1 = l_3 & \quad (1a) \\ \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_3 = 90^\circ; l_1 = l_3 & \quad (1б) \\ l_{1,3} = l_{4,5} * \sin \dot{\alpha}_{1,3}; & \quad (1в) \\ l_2 = 2l_4 = 2l_5; & \quad (1г) \end{aligned}$$

здесь и далее, $\dot{\alpha}_i$ – угол скрещивания геометрических осей шарниров звена, отсчитываемый против часовой стрелки, принимая за начало отсчёта ось шарнира, обращенного к наблюдателю, l_i – кратчайшее расстояние между осями шарниров (теоретическая длина звена).

Структурные зависимости для второго типа пятизвенника (рис. 1б) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_3; l_1 = l_3; & \quad (2a) \\ \dot{\alpha}_2 = 180^\circ - 2\dot{\alpha}_5; l_2 = 0 & \quad (2б) \\ l_{1,3} = l_{4,5} * \sin \dot{\alpha}_{1,3} / \sin \dot{\alpha}_{4,5} & \quad (2в) \\ \dot{\alpha}_4 = 180^\circ - \dot{\alpha}_5; l_4 = l_5 & \quad (2г) \end{aligned}$$

Структурные параметры шестизвенника (рис. 2а) и пятизвенника со сферической парой (рис. 2б) связаны одинаковыми зависимостями:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_2 = 180^\circ - 2\dot{\alpha}_6; l_2 = 0; & \quad (3a) \\ \dot{\alpha}_3 = \dot{\alpha}_5 - \dot{\alpha}_1; l_3 = l_5 - l_1 & \quad (3б) \\ \dot{\alpha}_4 = 180^\circ - \dot{\alpha}_6; l_4 = l_6; & \quad (3в) \\ \frac{l_1}{\sin \alpha_1} = \frac{l_5}{\sin \alpha_5} = \frac{l_6}{\sin \alpha_6} & \quad (3г) \end{aligned}$$

Следует отметить, что кинематика выходного звена пространственных механизмов с вращательными парами зависит только от угловых параметров звеньев [9, 10, 11], поэтому они и будут определяемыми параметрами при проектировании механизмов. При определении линейных параметров необходимо длину одного из звеньев задавать произвольно, исходя из функционального назначения механизма и конструктивного исполнения шарнирных узлов, остальные будут определяются по формулам (1)-(3).

Результаты и обсуждение. Проектирование пространственных пятизвенников, у которых $\dot{\alpha}_4 = \dot{\alpha}_5 = 90^\circ$, по воспроизведению колебательного движения выходного звена с рабочими участками на прямом и обратном ходе основано на зависимости (рис. 3) между углами поворота входного кривошипа 1 и выходного балансира 4 (см. рис. 1а) [12]:

$$\begin{aligned} \varphi_4 = \arcsin \frac{-\cos \alpha_1 \sin \varphi_1}{1 - \sin \alpha_1 \cos \varphi_1} - \\ - \arcsin \frac{\cos \alpha_1 \sin \varphi_1}{1 + \sin \alpha_1 \cos \varphi_1} - 180^\circ \end{aligned} \quad (4)$$

где $\dot{\alpha}_1$ – угол скрещивания геометрических осей шарниров кривошипа,
 φ_1 – угол его поворота,
 φ_4 – угол поворота балансира.

Рассмотрим механизм, у которого $\dot{\alpha}_1 < 90^\circ$.

Как видно из графика, кривая $\varphi_4 = f(\varphi_1)$ симметрична, относительно точки $\dot{\alpha}$. Поэтому отрезок прямой

$$cb = 2\dot{\alpha}b \text{ и } \varphi_4 = 2\varphi_{4p} \text{ (} \varphi_1 = 2\varphi_{1p} \text{)} \quad (5)$$

Следовательно, достаточно рассмотреть одну ветвь кривой $\varphi_4 = f(\varphi_1)$, то есть её отрезок $\dot{\alpha}k'b$, приближаемый к отрезку $\dot{\alpha}b$ прямой

$\varphi_{4p} = K\varphi_{1p}$ с точностью Δ_{\max} (рис. 4).

Тогда относительная погрешность равна:

$$\Delta \varphi_4^0 = \frac{\Delta_{\max}}{\varphi_{4p}} * 100\%. \quad (6)$$

Величина прямолинейного рабочего участка на прямом и обратном ходе одинакова (рис. 3), из этого можно следовать, что такой подход можно использовать при определении целевой функции для проектирования механизма.

При проектировании механизма необходимо исходить из заданной величины рабочего (прямолинейного) участка движения балансира φ_{4p} и его полного углового хода φ_{4m} , связанных зависимостью:

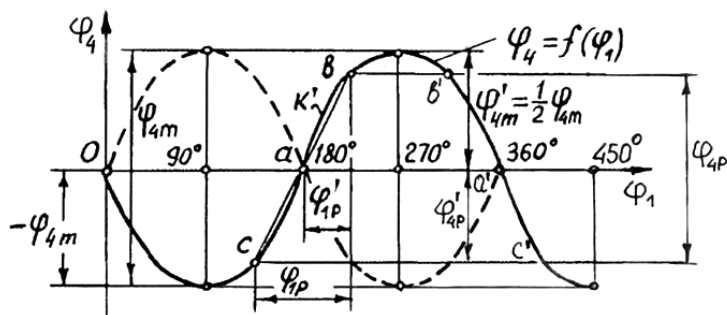


Рис. 3 – Графики зависимости угла поворота выходного звена от угла поворота входного ($\varphi_4 = f(\varphi_1)$). Сплошной линией показан график для случая, когда $\dot{\alpha}_1 < 90^\circ$, пунктирной – когда $\dot{\alpha}_1 > 90^\circ$

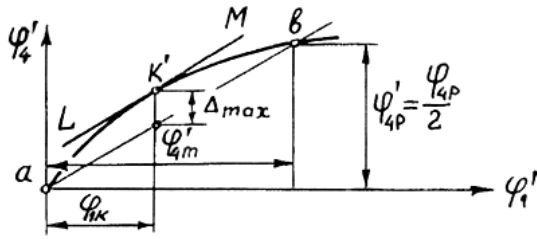


Рис. 4 – К определению целевой функции для проектирования механизма.

$$\frac{\varphi_{4p}}{\varphi_{4m}} = n. \quad (7)$$

При этом должна обеспечиваться точность воспроизведения относительной погрешности $\Delta\varphi_4^0 = 1 \div 10\%$ [8].

Для пятизвенника, у которого углы скрещивания геометрических осей шарниров звеньев равны $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$ (см. рис 1а) ход определим по формуле:

$$\varphi_{4m} = 4\alpha_1 \quad (8)$$

Тогда, принимая во внимание формулу (7), будем иметь:

$$\frac{\varphi_{4p}}{n} = 4\alpha_1 \quad (9)$$

отсюда:

$$(10) \quad \alpha_1 = \frac{\varphi_{4p}}{4n}$$

Найдя угол α_1 , для заданных значений величин φ_{4p} и n , получим максимальное отклонение Δ_{max} из выражения:

$$\Delta_{max} = \varphi_{4k} - K * \varphi_{1k} \quad (11)$$

Входящий в эту формулу угол φ_{4k} определяется из выражения (4) подстановкой в него $\varphi_1 = 180^\circ - \varphi_{1k}$, а

$$K = \frac{\varphi_{4p}}{\varphi_{1p}} = \frac{\varphi_{4p}}{2\varphi_{1p}} \quad (12)$$

где K – угловой коэффициент, соответствующий тангенсу угла наклона к горизонтальной оси прямолинейного участка ab и

$$\varphi_{1k} = \arccos \left[\frac{\cos \alpha_1 - \sqrt{\cos^2 \alpha_1 + K^2}}{K * \sin \alpha_1} \right] \quad (13)$$

где φ_{1k} – угол, определяющий точку касания касательной LM (см. рис. 4), проведённой параллельно отрезку ab . В свою очередь, угол φ_{1p} , входящий в формулу (12), находится из выражения:

$$\varphi_{1p} = \arcsin \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\varphi_{4p}}{2}}{\operatorname{tg}^2 \alpha_1 \left(1 + \cos \frac{\varphi_{4p}}{2} \right)}} \quad (14)$$

При направленном поиске параметров механизма относительная погрешность $\Delta\varphi_4^0$ должна иметь минимальное значение [13]. Для синтеза механизма получена целевая функция Δ_{max} и соответствующие формулы, необходимые для воспроизводства выходным звеном колебательного движения с рабочими участками на прямом и обратном ходе.

Рассмотрим теперь синтез пространственного пятизвенника, у которого углы скрещива-

ния осей шарниров выходного звена α_4 и стойки α_5 связаны зависимостью $\alpha_4 = 180^\circ - \alpha_5$, по воспроизведению колебательного движения выходного балансира с рабочим ходом на прямом участке. Угол φ_4 поворота выходного балансира этого пятизвенника (см. рис. 1б) в зависимости от угла φ_1 поворота входного кривошипа (рис. 5) определяется следующим выражением [14, 15]:

$$\varphi_4 = \arcsin \frac{(\cos \alpha_5 - \cos \alpha_1) \sin \varphi_1}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_1} + \arcsin \frac{-(\cos \alpha_5 + \cos \alpha_1) \sin \varphi_1}{1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_1} - 180^\circ \quad (15)$$

Рассмотрим случай, когда $\alpha_1 > 90^\circ$. Видно, что кривая $\varphi_4 = f(\varphi_1)$, как и для предыдущего типа пятизвенника, симметрична относительно точки a , поэтому все отмеченное ранее о точности приближения соответствующего участка кривой $\varphi_4 = f(\varphi_1)$ к отрезку прямой, справедливо и здесь [16].

В рассматриваемом случае кроме целевой функции составим дополнительное уравнение, связывающее ход балансира, углы α_1 и α_5 .

Оно имеет следующий вид:

$$\cos \left(90^\circ - \frac{\varphi_{4m}}{4} \right) = \pm \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{1 + \cos 2\alpha_5}{\sin 2\alpha_5}$$

или

$$\sin \frac{\varphi_{4m}}{4} = \pm \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{1 + \cos 2\alpha_5}{\sin 2\alpha_5} \quad (16)$$

Отсюда:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \pm \frac{\sin 2\alpha_5 \sin \frac{\varphi_{4m}}{4}}{1 + \cos 2\alpha_5} \quad (17)$$

Учитывая, что:

$$\varphi_{4m} = \frac{\varphi_{1p}}{n}$$

имеем:

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{\sin 2\alpha_5 \sin \frac{\varphi_{1p}}{4n}}{1 + \cos 2\alpha_5} \quad (18)$$

Теперь найдём максимальное отклонение:

$$\Delta_{max} = \arcsin \frac{(\cos \alpha_5 - \cos \alpha_1) \sin \varphi_x}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_x} + \arcsin \frac{(\cos \alpha_5 + \cos \alpha_1) \sin \varphi_x}{1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_x} - K\varphi_x \quad (19)$$

Входящий в эту зависимость угловой коэффициент K определяется по формуле (12), в которую подставляется значение угла φ_{1p} , найденное из выражения:

$$\varphi_{1p} = \arccos \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - ac}}{2a} \right) \quad (20)$$

где

$$a = \sin^2 \alpha_1 \left[2 - \sin^2 \alpha_5 \left(1 + \cos \frac{\varphi_{4p}}{2} \right) \right] \quad (21a)$$

$$b = -2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \left(1 - \cos \frac{\varphi_{4p}}{2} \right) \quad (21б)$$

$$c = 1 - \cos \frac{\varphi_{4p}}{2} - \cos^2 \alpha_5 \left[2 - \cos^2 \alpha_1 \left(1 + \cos \frac{\varphi_{4p}}{2} \right) \right] \quad (21в)$$

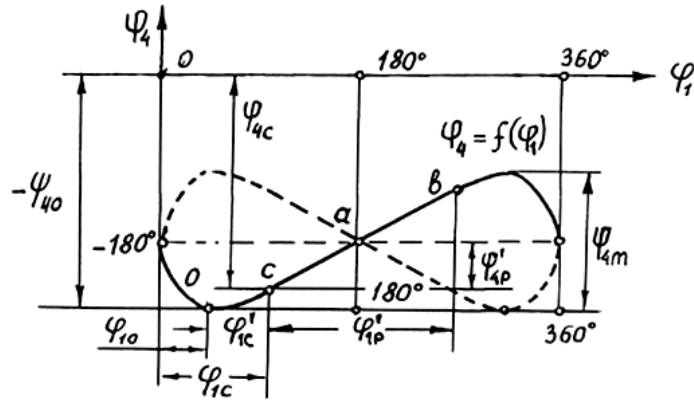


Рис. 5 – График зависимости угла поворота выходного звена от угла поворота входного для второго типа пятизвенника.

сплошная линия – для случая, когда $\alpha_1 < 90^\circ$, пунктирная – когда $\alpha_1 > 90^\circ$

Угол φ_k вычисляется по формуле:

$$\varphi_k = \arccos \frac{\cos \alpha_5 - K \pm \sqrt{\cos \alpha_5 [\cos \alpha_5 - K \cos^2 \alpha_1 (2 - K \cos \alpha_5)]}}{K \sin \alpha_1 \sin \alpha_5} \quad (22)$$

Таким образом, определена целевая функция (22) и соответствующие зависимости, которые позволяют проектировать пространственный пятизвенник и его четырёхзвенные модификации, осуществляющие колебательные движения выходного балансира с рабочим ходом на прямом участке.

Рассмотрим теперь проектирование шестизвенных механизмов по воспроизведению линейной функции на некоторой части оборота выходного звена, при условии, что это кривошип, то есть выполняется полная его проворачиваемость. Для существования таких механизмов структурные параметры их должны отвечать условиям, представленным формулами (3). Тогда зависимость между углами поворота входного (φ_1) и выходного (φ_5) звеньев (рис. 6) определяет следующее выражение:

$$\varphi_5 = \arcsin \frac{(\cos \alpha_6 - \cos \alpha_1) \sin \varphi_1}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_6 \cos \varphi_1} + \arcsin \frac{(\cos \alpha_6 + \cos \alpha_1) \sin \varphi_1}{1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_6 \cos \varphi_1} + \arcsin \frac{-(\cos \alpha_6 + \cos \alpha_5) \sin \varphi_1}{1 + \cos \alpha_5 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_5 \sin \alpha_6 \cos \varphi_1} \quad (23)$$

где α_6 – угол скрещивания осей шарниров станины (стойки), величина которого может быть выбрана из диапазона $65 \dots 85^\circ$ с интервалом $0,5^\circ$.

Угол α_5 скрещивания осей шарниров ведомого звена – кривошипа берётся в пределах от $213^\circ - \alpha_6$ до $183^\circ - \alpha_6$ с тем же интервалом, а угол α_1 скрещивания осей шарниров ведущего кривошипа должен быть менее 90° .

Как видно из графика зависимости (23), кривая $\varphi_5 = f(\varphi_1)$ симметрична относительно точки *a*. Поэтому и отрезок прямой $cb = 2ab$, а также угол $\varphi_{1p} = 2\varphi_1$ ($\varphi_{5p} = 2\varphi_{5p}$). Предварительными расчётами было установлено, что величина φ_{1p} рабочего угла поворота входного кривошипа должна находиться в пределах $180 \dots 300^\circ$. Тогда соответствующий рабочий угол φ_{5p} поворота выходного кривошипа будет находиться с ним в следующей зависимости:

$$K = \frac{\varphi_{5p}}{\varphi_{1p}} = 0,1 \dots 0,5.$$

Синтез механизма проводится так, чтобы максимальное отклонение Δ_{max} кривой $\varphi_5 = f(\varphi_1)$ на участке *cb* не превышало величины, ограничиваемой относительной погрешностью:

$$\Delta \varphi_5^0 = \frac{\Delta_{max}}{\varphi_{5p}} * 100\% \leq * \varphi_5$$

Как и в предыдущем случае его можно вести методом целенаправленного поиска из условия минимизации функции Δ_{max} . Однако прежде чем перейти к определению этой функции, составим уравнение, связывающее угол α_1 и другие входные и выходные параметры синтеза механизма. Оно имеет вид:

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{A}{B} \quad (24)$$

где

$$A = \sin \alpha_6 \left[\left(1 - \cos \frac{\varphi_{1p}}{2} \cos \frac{K\varphi_{1p}}{2} \right) (1 + \cos \alpha_5 \cos \alpha_6) + \sin \frac{\varphi_{1p}}{2} \sin \frac{K\varphi_{1p}}{2} (\cos \alpha_6 + \cos \alpha_5) + \sin \alpha_5 \sin \alpha_6 \left(\cos \frac{\varphi_{1p}}{2} - \cos \frac{K\varphi_{1p}}{2} \right) \right] \quad (25)$$

$$B = \left(\cos \frac{K\varphi_{1p}}{2} - \cos \frac{\varphi_{1p}}{2} \right) \left(1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_6 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_6 \cos \frac{\varphi_{1p}}{2} \right) - \sin \alpha_6 \sin \frac{\varphi_{1p}}{2} \left[\sin \frac{K\varphi_{1p}}{2} \left(\sin \alpha_6 \cos \alpha_5 \cos \frac{\varphi_{1p}}{2} - \cos \alpha_5 \sin \alpha_6 \right) + \sin \alpha_6 \sin \frac{K\varphi_{1p}}{2} \cos \frac{K\varphi_{1p}}{2} \right] \quad (26)$$

Выражение (24) получено из уравнения:

$$l_1 \cos \varphi_1 = l_6 + l_5 \cos \varphi_5 - l_6 (\cos \varphi_1 \cos \varphi_5 - \cos \alpha_5 \sin \varphi_1 \sin \varphi_5) + (l_5 - l_1) * \left[\cos \alpha_5 \sin \varphi_1 \cos \gamma_3 - (\sin \alpha_5 \sin \alpha_6 - \cos \alpha_5 \cos \alpha_6 \cos \varphi_1) \sin \gamma_3 \right] \sin \varphi_5 \quad (27)$$

с учётом того, что:

$$\frac{l_1}{\sin \alpha_1} = \frac{l_5}{\sin \alpha_5} = \frac{l_6}{\sin \alpha_6}$$

$$\varphi_1 = 180^\circ + \varphi_{1p}' = 180^\circ + \frac{\varphi_{1p}}{2},$$

$$\varphi_5 = 180^\circ + \varphi_{5p}' = 180^\circ + \frac{K\varphi_{5p}}{2}$$

и

$$\sin \gamma_3 = \frac{-(\cos \alpha_6 - \cos \alpha_5) \sin \varphi_1}{1 + \cos \alpha_5 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_5 \sin \alpha_6 \cos \varphi_1}$$

$$\cos \gamma_3 = \frac{(1 + \cos \alpha_5 \cos \alpha_6) \cos \varphi_1 - \sin \alpha_5 \sin \alpha_6}{1 + \cos \alpha_5 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_5 \sin \alpha_6 \cos \varphi_1}$$

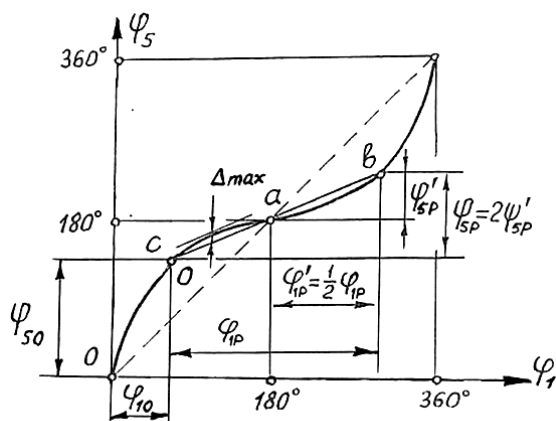


Рис. 6 – График зависимости угла поворота выходного звена от угла поворота входного для шестизвенника.

В свою очередь, зависимость (27) найдена решением составленного для векторного контура ABCDE (рис. 7) векторного уравнения:

$$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{FE} + \overline{ED} + \overline{DC} \quad (28)$$

в проекции на ось Y.

Теперь перейдём к функции Δ_{max} . Для рассматриваемого механизма на основании формулы (23) можно найти выражение, которое позволяет определить эту функцию:

$$\begin{aligned} \Delta_{max} = & \arcsin \frac{(\cos \alpha_6 - \cos \alpha_1) \sin \varphi_{1K}}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_6 \cos \varphi_{1K}} + \\ & + \arcsin \frac{(\cos \alpha_6 + \cos \alpha_1) \sin \varphi_{1K}}{1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_6 \cos \varphi_{1K}} + \\ & - \arcsin \frac{(\cos \alpha_6 + \cos \alpha_5) \sin \varphi_{1K}}{1 + \cos \alpha_5 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_5 \sin \alpha_6 \cos \varphi_{1K}} - K \varphi_{1K} \end{aligned} \quad (29)$$

Входящий сюда угол φ_{1K} найдём из равенства частной производной $\frac{\partial \varphi_5}{\partial \varphi_1}$ угловому коэффициенту K, то есть:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_5}{\partial \varphi_1} = & \frac{\cos \alpha_6 - \cos \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_6 \cos \varphi_{1K}} + \\ & + \frac{\cos \alpha_6 + \cos \alpha_1}{1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_6 \cos \varphi_{1K}} - \\ & - \frac{\cos \alpha_6 - \cos \alpha_5}{1 + \cos \alpha_5 \cos \alpha_6 - \sin \alpha_5 \sin \alpha_6 \cos \varphi_{1K}} = K \end{aligned} \quad (30)$$

где $\varphi_{1K} = 180^\circ + \varphi_{1K}$

Из этого выражения после ряда преобразований получим:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad (31)$$

где $x = \cos \varphi_{1K}$,

$$\begin{aligned} a = & \frac{1}{K \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \sin \alpha_6} \{ \sin \alpha_1 (\cos \alpha_6 + \cos \alpha_5) - \\ & - 2 \sin \alpha_5 \cos \alpha_6 + K [\sin \alpha_1 (1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_6) + 2 \sin \alpha_5] - \\ & - 2 \sin \alpha_5 \cos \alpha_6 + K [\sin \alpha_1 (1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_6) + 2 \sin \alpha_5] \} \end{aligned} \quad (32a)$$

$$\begin{aligned} b = & \frac{1}{K \sin^2 \alpha_1 \sin^2 \alpha_5 \sin \alpha_6} \{ 2 \sin \alpha_1 (\cos \alpha_5 \sin^2 \alpha_6 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \alpha_6) + \\ & + K [2 \sin \alpha_1 (1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_6) + \sin \alpha_5 (1 - \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_6)] \} \end{aligned} \quad (32b)$$

$$\begin{aligned} c = & \frac{1}{K \sin^2 \alpha_1 \sin^3 \alpha_5 \sin \alpha_6} \{ (1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_6) [(1 - \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_6) * \\ & * K - \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_6] + \sin^2 \alpha_6 (\cos \alpha_5 + \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_6) \} \end{aligned} \quad (32b)$$

Для решения полученного кубического уравнения используем формулу Кардано. Найдём дискриминант уравнения:

$$\Delta = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{pq}{3}\right)^3 \quad (33)$$

Здесь:

$$q = \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c \quad (34a)$$

$$p = -\frac{a^2}{3} + b \quad (34b)$$

В случае, если детерминант $\Delta > 0$, то действительный корень уравнения один:

$$x_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}} - \frac{a}{3} \quad (35)$$

и, следовательно:

$$\varphi_{1K} = \arccos x_1$$

Если $\Delta = 0$, при этом p и q не равны нулю, то действительных корней два:

$$x_1 = \frac{3a}{p} - \frac{a}{3}, x_2 = -\left(\frac{3q}{2p} + \frac{a}{3}\right) \quad (36)$$

и

$$\varphi_{(1)K} = \arccos x_1, \varphi_{(2)K} = \arccos x_2$$

Если же $\Delta < 0$, то действительных корней три:

$$\begin{aligned} x_1 = & 2 \sqrt[3]{r} \cos \frac{\beta}{3} - \frac{a}{3} \\ x_2 = & 2 \sqrt[3]{r} \cos \frac{\beta + 360^\circ}{3} - \frac{a}{3} \\ x_3 = & 2 \sqrt[3]{r} \cos \frac{\beta + 720^\circ}{3} - \frac{a}{3} \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь:

$$\sqrt[3]{r} = \sqrt[3]{-\frac{p}{3}}; \cos \beta = -\frac{q}{2r}; r = \sqrt{\frac{p^3}{27}}$$

Тогда:

$\varphi_{(1)K} = \arccos x_1, \varphi_{(2)K} = \arccos x_2, \varphi_{(3)K} = \arccos x_3$
значение угла φ_{1K} выбираем так, чтобы выполнялось условие $\varphi_{1K} \leq \varphi_{1P}$.

Полученные зависимости необходимы для

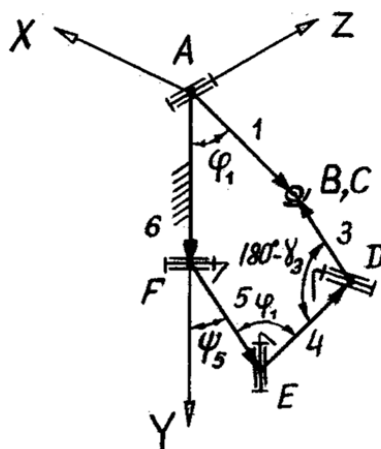


Рис. 7 – Кинематическая схема пространственного шестизвенника с векторным контуром AFEDBC.

автоматизации оптимизационного синтеза по целевой функции шестизвенного механизма (или его пятизвенной модификации), воспроизводящего линейную функцию на некоторой части оборота выходного звена при его полной проворачиваемости. Синтез можно проводить, задав рабочий участок φ_{1p} угла поворота входного кривошипа, а также верхние предельные значения коэффициента K и углов $\dot{\alpha}_5$ и $\dot{\alpha}_6$. После нахождения угла $\dot{\alpha}_1$ ведётся подсчёт целевой функции с учётом условия:

$$\Delta\varphi_5^0 \leq \Delta\varphi_5$$

Определение величин K , $\dot{\alpha}_1$, $\dot{\alpha}_5$, $\dot{\alpha}_6$ позволяет найти другие угловые и линейные параметры по приведённым формулам.

Выводы. Для реализации колебательно-го движения с рабочими участками на прямом и обратном ходе представляют интерес кривошипно-коромысловые пятизвенники, у которых углы скрещивания геометрических осей шарниров смежных звеньев 4 и 5 равны $\dot{\alpha}_4 = \dot{\alpha}_5$

$= 90^\circ$. Аналогичным способом был проведен синтез пространственного пятизвенника, у которого углы скрещивания осей шарниров выходного звена $\dot{\alpha}_4$ и стойки $\dot{\alpha}_5$ связаны зависимостью $\dot{\alpha}_4 = 180^\circ - \dot{\alpha}_5$, по воспроизведению колебательного движения выходного балансира с рабочим ходом на прямом участке.

В результате проведенных исследований выявлены оптимальные структурные схемы пространственных пяти- и шестизвенных механизмов, которые воспроизводят с требуемой точностью линейную функцию при колебательном и вращательном движении выходного звена.

Полученные зависимости будут использованы для автоматизации оптимизационного синтеза по целевой функции шестизвенного механизма (или его пятизвенной модификации), воспроизводящего линейную функцию на некоторой части оборота выходного звена при его полной проворачиваемости.

Литература

1. Мудров А. П., Мудров А. Г., Пикмуллин Г. В. Пространственные механизмы с вращательными парами // Научное сопровождение технологий агропромышленного комплекса: теория, практика, инновации: научные труды I-ой Международной научно-практической конференции. Казань: Казанский государственный аграрный университет, 2020. С. 65-69.
2. Мудров, А. П. Проектирование пространственного 5R механизма по заданному закону движения выходного звена / А. П. Мудров, А. Г. Мудров, Г. В. Пикмуллин // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2020. – Т. 15. – № 2(58). – С. 107-113.
3. Левицкая, О.Н., Левицкий, Н.И. Курс теории механизмов и машин. М.: Высшая школа, 1978. 270 с.
4. Обоснование применения рабочего органа колебательного вида для обработки почвы / И.М. Салахов, А.В. Матяшин, Н.Ф. Вафин и др. // Техника и оборудование для села. 2018. № 3. С. 21-23.
5. Обоснование формы и определение конструктивных параметров ротационного рыхлителя почвы / Г. Г. Булгариев, Г. В. Пикмуллин, И. Г. Галиев [и др.] // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2018. – Т. 13. – № 3(50). – С. 73-76.
6. Теоретическое обоснование оценки технического состояния двигателя внутреннего сгорания по величине суммарной ЭДС в парах трения / И. Р. Салахутдинов, А. А. Глущенко, Д. Е. Молочников [и др.] // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2021. – Т. 16. – № 1(61). – С. 90-95.
7. Мудров, А. Г. Исследование пространственных механизмов с особой структурой / А. Г. Мудров // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2019. – Т. 14. – № 2(53). – С. 111-116.
8. Многопроцессорная система управления манипулятором параллельно-последовательной структуры / Н.С. Воробьева, В.В. Жога, И.А. Несмиянов и др. // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2022. № 4 (263). С. 12-19.
9. Дяшкин-Титов В.В., Воробьева Н.С., Жога В.В. Математическая модель динамики шестимассовой системы механизма манипулятора параллельной структуры // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2021. № 9 (256). С. 32-37.
10. Ибяттов, Р. И. О моделировании случайных процессов в агропромышленном комплексе / Р. И. Ибяттов, Б. Г. Зиганшин // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2022. – Т. 17. – № 1 (65). – С. 50-55.
11. Мудров, А. Г. Совершенствование смесителя "Турбула" / А. Г. Мудров // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2019. – Т. 14. – № 3(54). – С. 108-111.
12. Воробьева Н.С., Жога В.В., Жога Л.В. Динамический синтез алгоритмов управления манипулятором параллельно-последовательной структуры // Мехатроника, автоматизация, управление. 2020. Т. 21. № 12. С. 706-715.
13. Влияние уровня эксплуатации тракторов в сельскохозяйственном производстве на показатели их надежности / И. Г. Галиев, Р. К. Хусаинов, Т. А. Хусаинова [и др.] // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2018. – Т. 13. – № 3(50). – С. 77-80.
14. Яруллин М.Г., Мингазов М.Р. Кинематика характерных точек рабочих звеньев пространственного 4R-механизма как активатора процессов перемешивания // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. 2014. № 3 (63). С. 34-38.
15. Яруллин М.Г., Мингазов М.Р. К синтезу сферических механизмов с вращательными парами // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2014. № 1. С. 75-80.
16. Алейников, Ю. Г. Оптимизация движения опор шагающей машины с динамической устойчивостью / Ю. Г. Алейников // Вестник Казанского государственного аграрного университета. – 2021. – Т. 16. – № 1 (61). – С. 66-70.

Сведения об авторах:

Мудров Александр Петрович – кандидат технических наук, доцент; e-mail: mudrov.aleks@yandex.ru
Казанский государственный аграрный университет; Казанский национальный исследовательский технический университет (КАИ) им. А.Н.Туполева, Казань, Россия
Хабибуллин Фаниль Фаргатович – кандидат технических наук, доцент; e-mail: fanil_arsk@mail.ru

Казанский национальный исследовательский технический университет (КАИ) им. А.Н.Туполева, Казань, Россия

Пикмуллин Геннадий Васильевич – кандидат технических наук, доцент; e-mail: pikmullin@mail.ru
Казанский государственный аграрный университет, Казань, Россия

Гургендиде Зураб Джемалович – кандидат технических наук, доцент; e-mail: t001ke116rus@mail.ru
Казанский государственный аграрный университет, Казань, Россия

**SYNTHESIS OF SPATIAL FIVE- AND SIX-LINK MECHANISMS WITH ROTATIONAL PAIRS
BY THE MOVEMENT OF THE OUTPUT LINK**

A.P. Mudrov, F.F. Khabibullin, G.V. Pikmullin, Z.D. Gurgendize

Abstract. The research was carried out in order to identify the optimal structural schemes of three-dimensional five- and six-link mechanisms with rotational pairs, which reproduce with the required accuracy a linear function during oscillatory and rotational motion of the output link. Spatial mechanisms, which are used as transmission and base mechanisms, make it possible to recreate the movement of the output or any working link with a given accuracy and provide the necessary rigidity, reliability and compactness of the structure. The synthesis of spatial mechanisms was carried out according to the given law of the output link. To implement oscillatory motion with working sections on the forward and reverse stroke, you can use crank-rocker five-links, in which the angles of crossing of the geometric axes of the hinges of adjacent links 4 and 5 are equal to $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$. In a similar way, the synthesis of a spatial five-link was carried out, in which the angles of crossing the axes of the hinges of the output link α_4 and the rack α_5 are related by the dependence $\alpha_4 = 180^\circ - \alpha_5$, by reproducing the oscillatory motion of the output balancer with the working stroke in a straight section. Optimal structural schemes of three-dimensional five- and six-link mechanisms are revealed, which reproduce with the required accuracy a linear function during the oscillatory and rotational motion of the output link. The resulting dependencies will be used to automate the optimization synthesis for the objective function of the six-link mechanism (or its five-link modification), which reproduces a linear function on a certain part of the turn of the output link with its full cranking

Key words: spatial mechanisms, rotational pairs, synthesis, objective function, movement of the output link.

References

1. Mudrov AP, Mudrov AG, Pikmullin GV. [Spatial mechanisms with rotational pairs]. Nauchnoe soprovozhdenie tekhnologii agropromyshlennogo kompleksa: teoriya, praktika, innovatsii: nauchnye trudy I-oi Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii. Kazan': Kazanskii gosudarstvennyi agrarnyi universitet. 2020; 65-69 p.
2. Mudrov AP, Mudrov AG, Pikmullin GV. [Designing a spatial 5R mechanism according to a given law of motion of the output link]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2020; Vol.15. 2(58). 107-113 p.
3. Levitskaya ON, Levitskiy NI. Kurs teorii mekhanizmov i mashin. [Course of the theory of mechanisms and machines]. Moscow: Vysshaya shkola. 1978; 270 p.
4. Salakhov IM, Matyashin AV, Vafin NF. [Substantiation of the use of the working unit of an oscillatory type for tillage]. Tekhnika i oborudovanie dlya sela. 2018; 3. 21-23 p.
5. Bulgariev GG, Pikmullin GV, Galiev IG. [Justification of the form and determination of the design parameters of a rotary soil cultivator]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2018; Vol.13. 3(50). 73-76 p.
6. Salakhutdinov IR, Glushchenko AA, Molochnikov DE. [Theoretical justification for assessing the technical condition of an internal combustion engine by the magnitude of the total EMF in friction pairs]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2021; Vol.16. 1(61). 90-95 p.
7. Mudrov AG. [Study of spatial mechanisms with a special structure]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2019; Vol.14. 2 (53). 111-116 p.
8. Vorob'eva NS, Zhoga VV, Nesmiyanov IA. [Multiprocessor control system for a parallel-serial structure manipulator]. Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2022; 4 (263). 12-19 p.
9. Dyashkin-Titov VV, Vorob'eva NS, Zhoga VV. [Mathematical model of the six-link mechanism system's dynamics of parallel structure manipulator]. Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2021; 9 (256). 32-37 p.
10. Ibyatov RI, Ziganshin BG. [On modeling random processes in the agro-industrial complex]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2022; Vol.17. 1 (65). 50-55 p.
11. Mudrov AG. [Improving the mixer "Turbula"]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2019; Vol.14. 3 (54). 108-111 p.
12. Vorob'eva NS, Zhoga VV, Zhoga LV. [Dynamic synthesis of control algorithms for a parallel-serial structure manipulator]. Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. 2020; Vol.21. 12. 706-715 p.
13. Galiev IG, Khusainov RK, Khusainova TA. [Influence of the level of operation of tractors in agricultural production on the indicators of their reliability]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2018; Vol.13. 3 (50). 77-80 p.
14. Yarullin MG, Mingazov MR. [Kinematics of the characteristic points of the working links of the spatial 4R-mechanism as an activator of mixing processes]. Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova. 2014; 3 (63). 34-38 p.
15. Yarullin MG, Mingazov MR. [On the synthesis of spherical mechanisms with rotational pairs]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. A.N.Tupoleva. 2014; 1. 75-80 p.
16. Aleynikov YuG. [Optimization of the supports movement of a walking machine with dynamic stability]. Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2021; Vol.16. 1 (61). 66-70 p.

Authors:

Mudrov Aleksandr Petrovich – Ph.D. of Technical sciences, Associate Professor; e-mail: mudrov.aleks@yandex.ru
Kazan State Agrarian University and Kazan National Research Technical University (KAI) named after A.N.Tupolev
Kazan, Russia

Khabibullin Fanil Fargatovich - Ph.D. of Technical sciences, Associate Professor; e-mail: fanil_arsk@mail.ru
Kazan National Research Technical University (KAI) named after A.N.Tupolev, Kazan, Russia

Pikmullin Gennadiy Vasilevich – Ph.D. of Technical sciences, Associate Professor; e-mail: pikmullin@mail.ru
Kazan State Agrarian University, Kazan, Russia

Gurgendize Zurab Dzhemalovich – Ph.D. of Technical sciences, Associate Professor; e-mail: t001ke116rus@mail.ru
Kazan State Agrarian University, Kazan, Russia.