DOI 10.12737/2073-0462-2022-50-55
УДК 631.3

О МОДЕЛИРОВАНИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В АГРОПРОМЫШЛЕННОМ КОМПЛЕКСЕ

Р.И. Ибятов, Б.Г. Зиганшин

Реферат. Исследования проводили с целью математического описания случайных отклонений входящего потока сырья, для обоснования необходимых рациональных режимов функционирования непрерывно действующих агрегатов в АПК. Входящий поток задается средним значением и случайными отклонениями в разные направления. Интенсивности отклонения от среднего значения в большую или меньшую сторону могут быть разными. Числовые характеристики входящего потока определяются путем обработки статистических наблюдений. Отдельно рассматриваются две задачи. В первой, с целью определения времени или цикличности реагирования на изменения входящего потока, изучается их общее количество. Для этого использовали модель чистого размножения. На основе построенной модели вычислены численные значения вероятности того, что к моменту времени t окажется n отклонений. Такая функция $P_n(t)$ имеет свой максимум для любого значения n. При решении второй задачи допускается, что отклонения среднего значения входящего потока в разных направлениях могут частично или полностью компенсировать одно другое. Для учета таких особенностей случайного потока использовали модель размножения и гибели. Вычисления соответствующих вероятностей сводится к решению системы дифференциальных уравнений с учетом условия нормировки $P_0+P_1+P_2+ \dots P_n=1$. Расчеты показали, что при равенстве интенсивностей отклонения в разных направлениях, графики вероятностей $P_n(t)$ имеют общую асимптоту по времени. Следовательно, отклонения с одинаковой интенсивностью, имеющие разные знаки, компенсируют одно другое. Если интенсивности не равны, то вероятности $P_n(t)$ выходят к своим индивидуальным асимптотам. Это означает, что входной поток со случайными отклонениями принимает свое стационарное состояние с некоторой приведенной интенсивностью. Рассмотренные математические модели позволяют вычислять вероятностные значения параметров входящего потока и их изменений по времени. Это дает возможность обосновать необходимый рациональный режим функционирования непрерывно действующих агрегатов с учетом случайных отклонений входящего потока.

Ключевые слова: случайные процессы, входящий поток, интенсивность отклонений, модель чистого размножения, модель размножения и гибели, численные расчеты.

Введение. Одна из особенностей современного периода развития агропромышленного комплекса (АПК) – подготовка техники и технологий к использованию автоматизированных линий, роботизированных и беспилотных агрегатов. В отличие от промышленных предприятий, где автоматизированные конвейерные линии вполне привычны, в АПК применение подобных машин и оборудования имеет свои особенности, которые должны быть учтены [1, 2, 3].

Во многих задачах, которые решаются в АПК, необходимо обеспечение непрерывной работы агрегатов и протекания технологических процессов, которые связаны с изменчивыми входящими потоками [4, 5, 6,]. Причем характер изменения параметров входящего потока, как правило, случайная величина. Это необходимо учитывать при выборе оптимальных значений таких управляемых параметров, как объем подачи сырья в механизмы непрерывного действия, время обработки, режим работы и настройки технических и технологических агрегатов, скорость движения сельскохозяйственных машин и др. [2, 7, 8]. Научное обоснование управления непрерывно действующими агрегатами и технологическими процессами при наличии случайных параметров – актуальная задача.

Цель исследований – математическое описание случайных отклонений входящего потока сырья, для обоснования необходимых рациональных режимов функционирования непрерывно действующих агрегатов в АПК.

Условия, материал и методы. Расчет конструктивных параметров технических устройств и исследование протекающих в них технологических процессов возможны при наличии соответствующих математических моделей. Как правило, их строят на основе фундаментальных законов сохранения массы, импульсов или энергии в предположении, что объект изучения имеет детерминированный характер [9, 10]. Учет случайных отклонений входящего потока возможен при выборе режимов эксплуатации агрегата.

Как известно, при моделировании случайных процессов успешно используют теорию массового обслуживания, которая, в свою очередь, опирается на теорию вероятностей и математическую статистику. Для анализа и управления случайными процессами АПК будем использовать терминологию и методы теории массового обслуживания. Одно из основных ее понятий – требование на обслуживание. Для удовлетворения таких требований необходима система массового обслуживания (СМО), работу которой определяют характеристики и интенсивность потока требований, а также особенности их обслуживания.

С учетом этого достаточно большое количество разновидностей технологических линий, технических устройств и агрегатов, которые работают в непрерывном режиме, могут быть трактованы в виде некоторой СМО. Например, рассмотрим мойку, сушку, обеззараживание или протравливание семян сельскохозяйственных культур на механизированных линиях непрерывного типа. Объем или количества материалов, находящихся на технологически активном участке, имеет стохастический характер. Интенсивность такого потока зависит от объема подачи материала, который, как правило, имеет определенные колебания вероятностного типа. С помощью статистического анализа поступления штучного, порционного либо непрерывного потока сырья можно прогнозировать величину некоторого эффективного коэффициента интенсивности γ. Интенсивность входящего потока γ может характеризовать особенности работы узла подачи сырья в аппаратах переработки продукции, скорость движения сельскохозяйственных машин по полю, изменчивость объема хлебной массы в валке при обмолоте зерна.

Производительность агрегата, которая определяется набором числовых характеристик линии переработки, например, геометрическими размерами, количественными показателями параллельно или последовательно работающих узлов, давлением, температурой и другими, назовем интенсивностью обслуживания. Обозначим интенсивность обслуживания с помощью некоторого обобщенного коэффициента η. Из-за неоднородности характеристик входящего потока (физико-химических свойств, объема, приведенной плотности, концентрации и др.) время обработки и интенсивность воздействия могут различаться. Для обеспечения удовлетворительной работы непрерывно действующих агрегатов или линий параметры γ и η должны быть согласованы.

В классических задачах теории массового обслуживания строятся математические модели, предназначенные для расчета числовых характеристик СМО, которые применяют при оценке эффективности ее работы. В качестве меры эффективности системы, чаще всего, рассматривают сумму потерь времени на ожидание очереди и на простой каналов обслуживания [11, 12]. В задачах, связанных с АПК, требования по эффективности функционирования системы могут оказаться более критичными.

Например, в терминах классической СМО превышение потока заявок над интенсивностью обслуживания, то есть условие $\gamma > \eta$, означает образование очереди в зоне обслуживания. После чего методом математического моделирования определяется необходимое количество обслуживающих каналов. В технических или технологических системах АПК условие $\gamma > \eta$ может означать, например, недосушенный продукт, не обмолоченный колос, не срезанный стебель, поскольку в непрерывных процессах и системах целевой продукт не задерживается в рабочем узле.

Недостаточность потока заявок, то есть условие $\gamma < \eta$, в терминах СМО означает простой обслуживающих устройств или оборудования. А в задачах АПК это может быть как неэффективная работа технико-технологисеского средства, так и пересушка или перепротравливание семян и др. Поэтому обеспечение согласованностей интенсивности входящего потока γ и интенсивности обслуживания η при рассмотрение проблем АПК в условиях распространения автоматизированных комплексов очень важно. Одновременно рассмотрение проблемы анализа и учета случайных отклонений входящего потока лишь как решение задачи СМО недостаточно. Подобные процессы необходимо исследовать с позиции теории случайных процессов [13].

Предположим, что имеется некий механизм или агрегат для механической, термической или иной обработки сельскохозяйственной продукции, который действует в непрерывном режиме. В качестве примера можно привести работу зерно- или кормоуборочного комбайна, измельчителя корма, сушильного аппарата и др. Объем сырья, подаваемый в механизм для обработки, представим как некий поток заявок случайного характера со своим более или менее средним значением. Средним значением входящего потока можно управлять, изменяя, например, скорость движения агрегата или режим работы узла подачи. Ставится задача выбора рациональной скорости движения или режима работы узла подачи с учетом случайности характера входящего потока

Входящий поток представим как некий непрерывный поток со своим средним значением и случайными отклонениями в разные направления. Хотя масштабы этих отклонений случайны, в качестве их размеров примем некоторые осредненные значения. Характерные средние значения отклонений в разных направлениях могут не совпадать. Тогда изменчивость входящего потока заявок можно представит как отклонение от среднего значения в большую или меньшую сторону на величины Δ^{+} и Δ^{-} соответственно.

Как было отмечено ранее, отклонения входящего потока на большую и меньшую стороны могут вызывать разные последствия. Это связано с тем, что во многих задачах АПК критична и недопустима избыточная обработка сельскохозяйственной продукции, например, сушка зерна семенного фонда. В других случаях не допускается ее недостаточная обработка, например, шелушение или протравливание зерна. Другими словами, в задачах АПК иногда критична недозагрузка, а иногда перезагрузка используемого агрегата. Поэтому на отклонения входящего потока в разные направления необходимо реагировать разными способами. Критичными могут оказаться либо только Δ^{+}, либо только Δ^{-}, либо отклонения в обоих направлениях. Эти обстоятельства должны быть учтены при моделировании конкретного процесса со случайными отклонениями.

Результаты и обсуждение. Предположим, что имеем дело со случайными процессами, в которых изменения могут происходить только в фиксированные моменты времени [12, 13]. Рассмотрим идеализированную математическую модель такого явления. При этом можно выделить две задачи. С одной стороны, бывает необходим следить за суммарным количеством отклонений, с целью определения времени или цикличности реагирования на них. Время наступления критического количества отклонений, естественно, тоже случайная величина. Для определения числовых характеристик такого случайного процесса можно использовать модель чистого размножения. С другой стороны, когда учитываются отклонения в разных направлениях, они могут частично или полностью компенсировать одно другое. Учет такой особенностей случайного процесса возможен при использовании модели размножения и гибели.

Предположим, что нас интересует время наступления определенного количество суммарных отклонений. Причем, в качестве отклонений, на которых необходимо реагировать, можно принять либо только Δ^{+} , либо только Δ^{-} , либо все отклонения.

Число отклонений за фиксированный промежуток времени t будет представлять собой обычную случайную величину, принимающий значения 0,1,2,…,∞. Пусть $P_n(t)$ означает вероятность того, что к моменту времени t окажется n отклонений. Тогда, величина $P_0(t)$ означает вероятность того, что за время t не произойдет ни одного отклонения. Следовательно, вероятность одного или большего числа отклонений составит $1 - P_n(t)$. Если λ означает интенсивность появления отклонений, вероятность одного или большего числа изменений в течение малого интервала времени h составит λh. Соответственно, величина $1 - \lambda h$ означает вероятность того, что за время h не произойдет ни одного отклонения.

Рассмотрим смежные интервалы времени $(0, t)$ и $(t, t+h)$. Во втором интервале n отклонений могут произойти несколькими способами. Наиболее вероятны следующие две ситуации [13]:

с вероятностью $P_n(t)$ может оказаться n отклонений за интервал времени $(0, t)$ и при этом с вероятностью $(1 - \lambda h)$ не будет отклонений в течение второго интервала времени;

с вероятностью $P_{n-1}(t)$ может оказаться n-1 отклонений за первый интервал времени и с вероятностью λh произойдет одно отклонение за интервал времени $(t, t+h)$.

Кроме того может произойти некоторое $(x \geq 2)$ количество изменений за время $(t, t + h)$ и $(n - x)$ изменений за время $(0, t)$. Однако вероятность такой возможности убывает быстрее, чем h. Следовательно, исходя из теоремы умножения вероятностей, вероятность состояния системы в момент времени $(t+h)$ определится суммой:

$$P_n(t+h) = P_n(t)(1-\lambda h) + P_{n-1}(t)\lambda h$$

Отсюда, после предельного перехода $h \to 0$ для значений $n \geq 1$ получим дифференциальное уравнение:

$$P_n'(t) = -\lambda P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t). \qquad (1)$$

Полученная зависимость (1) представляет собой систему дифференциальных уравнений для состояний n=1,2,3,…,∞. Эти уравнения имеют рекуррентную структуру и решаются последовательно при условии, что функция $P_0(t)$ известна. Для определения $P_0(t)$ можно повторить ранее приведенные рассуждения для смежных интервалов $(0, t)$ и $(t, t+h)$. Заметим, что в предположении n=0 может возникать только первая из названных возможностей. Тогда несложно получить дифференциальное уравнение:

$$P_0'(t) = -\lambda P_0(t). \qquad (2)$$

Количество отклонений контролируемой характеристики моделируемого процесса, от принятого стандартного ее значения, будем фиксировать с момента времени $t = 0$. Естественно, в начальный момент времени количество отклонений равно нулю и такое состояние имеет стопроцентную вероятность. Следовательно, начальное условие для уравнения (2) имеет вид:

$$P_0(0) = 1. \qquad (3)$$

Решение уравнения (1) – (2) при начальном условии (3) представляется в виде:

$$P_n(t) = e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^n}{n!}.$$

Теперь предположим, что, наряду с отклонениями в сторону увеличения, наблюдаются случайные отклонения входящего потока в направлении его уменьшения. Пусть они случайным образом разбросаны, например, на маршруте движения агрегата. Построим математическую модель учета случайных отклонений Δ^{+} и Δ^{-} при условии, что они могут частично или полностью компенсировать одно другое.

Обозначим интенсивность появления отклонений Δ^{+} с помощью символа λ, а интенсивность отклонения Δ^{-} – через букву μ. Для получения соответствующих дифференциальных уравнений вновь применим метод смежных интервалов, который использовали при выводе уравнения (1). Теперь в интервале $(t, t+h)$ предполагаемые n отклонений могут произойти, кроме указанных ранее ситуаций, еще одним способом. В момент времени t может оказаться $(n + 1)$ отклонений и затем в интервале $(t, t+h)$ с вероятностью $\mu h P_{n+1}(t)$ может произойти одно изменение в сторону уменьшения среднего значения. Тогда, вероятность того, что к моменту времени $(t + h)$ окажется n отклонений, будет определять сумма трех слагаемых:

$$P_n(t+h) = (1-\lambda h - \mu h)P_n(t) + \lambda h P_{n-1}(t) + +\mu h P_{n+1}(t).$$

Отсюда, при условии $h \to 0$, получим уравнение:

$$P_n'(t) = -(\lambda + \mu) P_n(t) + \lambda P_{n-1}(t) + \mu P_{n+1}(t). \quad (4)$$

Это уравнение записано для случая $n \geq 1$. Когда n=0, аналогично с выводом уравнения (2), можно получит уравнение:

$$P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t). \quad (5)$$

У системы уравнений (4), (5) имеется принципиальное отличие от системы (1), (2), связанное с алгоритмом ее решения. Система (4), (5) должна решаться одновременно для всех функций $P_n(t)$. Следовательно, необходимо задавать систему начальных условий, например, в следующем виде:

$$P_0(0) = 1, \quad P_1(0) = 0, \quad \ldots, \quad P_n(0) = 0. \quad (6)$$

По построенным математическим моделям были проведены численные расчеты. На рис. 1 представлена характерная форма поверхности вероятностей $P_n(t)$, полученных на основе модели чистого размножения. Поскольку эти вероятности вычисляются для определенных количеств отклонений, которые в свою очередь могут быть только целыми числами, приведенная на рисунке поверхность является ломанной относительно оси n. Для любого значения n функция $P_n(t)$ имеет свой максимум. Числовые значения этих вероятностей показаны на рис. 2 в виде контурных линий. Как видим, с возрастанием n вероятности появления отклонений уменьшаются.

Результаты численных расчетов по модели размножения и гибели (4), (5), (6) представляют собой семейство кривых. На рис. 3 показаны результаты решения системы из четырёх дифференциальных уравнений для значений n=0, 1, 2, 3. Как видим, характер изменения крайних линий для вероятностей P_0 и P_3 сильно отличаются от изменений для вероятностей P_1 и P_2. По заданному исходному условию (6) вероятность P_0 в начале вычислений имеет свое максимальное значение и быстро падает. Вероятности P_1 и P_2 начинают расти с нулевого значения и, достигнув своих максимальных значений, начинают уменьшаться. Особенную форму имеет график вероятности P_3. Это связано с тем, что для ее вычисления использовали условие нормировки $P_0+P_1+P_2+ \ldots P_n$=1.

На рис. 4-6 графики вероятностей P_1, P_2, P_3, P_4, представлены без сильно отличающихся кривых P_0 и P_n. На рис. 4 приведены графики вероятностей при учете отклонений только в одном направлении. Они удовлетворительно совпадают с результатами, представленными на рис. 1 и 2. Следовательно, модель размножения и гибели при μ=0 не противоречит и хорошо согласуется с моделью чистого размножения.

Совместное влияние отклонений Δ^+ и Δ^- на характер изменения графиков вероятностей представлены на рис. 5 и 6. Когда их интенсивности равны ($\lambda = \mu$), кривые вероятностей $P_n(t)$ имеют общую асимптоту по времени. Это

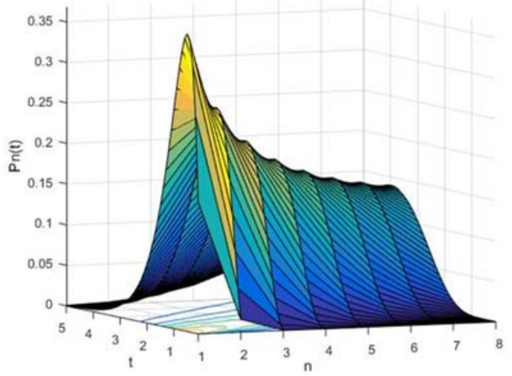

Рис. 1. Характерная форма поверхности вероятностей модели чистого размножения при λ=2

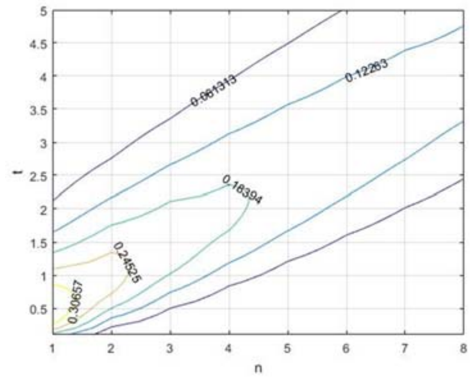

Рис. 2. Контурные линии вероятностей модели чистого размножения при λ=2

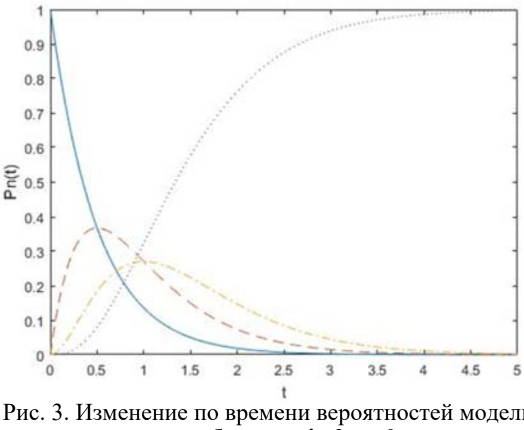

Рис. 3. Изменение по времени вероятностей модели размножения и гибели при λ=2, μ=0: сплошная линия – P_0, штриховая линия – P_1, штрихпунктирная линия – P_2, пунктирная линия – P_3.

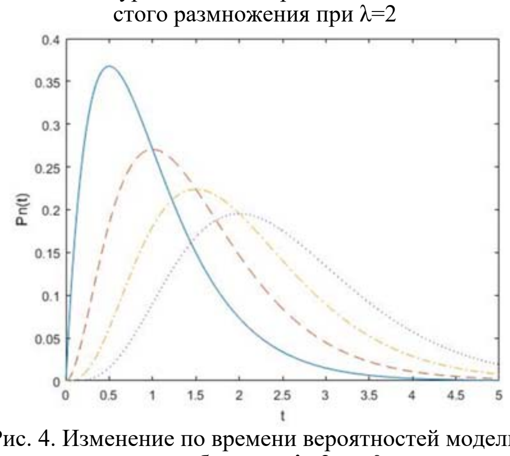

Рис. 4. Изменение по времени вероятностей модели размножения и гибели при λ=2, μ=0: сплошная линия – P1, штриховая линия – P2,. штрихпунктирная линия – P3, пунктирная линия – P4

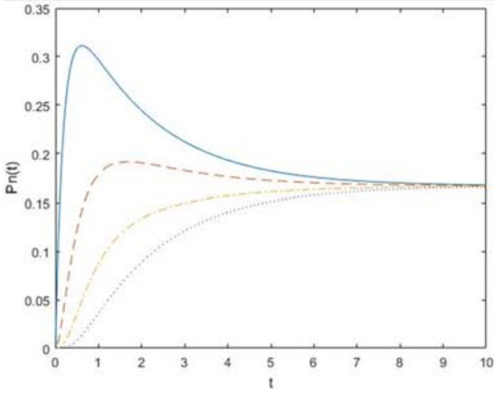

Рис. 5. Изменение по времени вероятностей модели размножения и гибели при λ=2, μ=2: сплошная линия – P_1, штриховая линия – P_2,. штрихпунктирная линия – P_3, пунктирная линия – P_4.

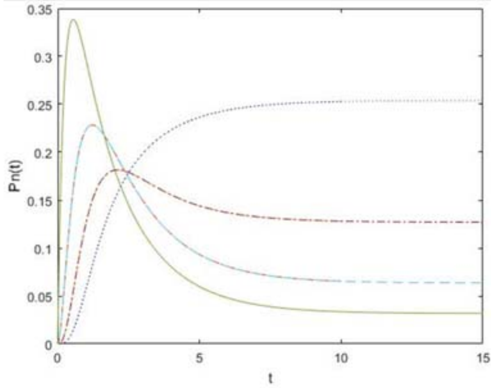

Рис. 6. Изменение по времени вероятностей модели размножения и гибели при λ=2, μ=1: сплошная линия – P_1, штриховая линия – P_2,. штрихпунктирная линия – P_3, пунктирная линия – P_4.

означает, что отклонения с одинаковой интенсивностью, имеющие разные знаки, компенсируются одно другое (рис. 5). При условии $\lambda > \mu$ вероятности $P_n(t)$ выходят к своим индивидуальным асимптотам (рис. 6). Следовательно, входной поток со случайными отклонениями принимает свое стационарное состояние с некоторой приведенной интенсивностью.

Построенные математические модели (1)-(3) и (4)-(6) позволяют определять числовые характеристики разнообразных случайных процессов АПК. При этом числовые значения параметров λ и μ определяются путем обработки статистических наблюдений. Например, разделив расстояния между соответствующими отклонениями на скорость движения агрегата можно перейти к распределению изменений по времени Δt_i^+ и Δt_i^-. Тогда интенсивности появления отклонений Δ^+ и Δ^- могут быть определены следующими соотношениями:

$$\lambda = \frac{N^+}{\sum_i \Delta t_i^+}, \qquad \mu = \frac{N^-}{\sum_i \Delta t_i^-},$$

где N^+ и N^- – количества отклонений определенного типа на интервале исследования. Величина интенсивности выполнения соответствующих работ η определяется с учетом особенностей рассматриваемого агрегата и проводимого технологического процесса.

Выводы. При математическом моделировании непрерывно действующих процессов или агрегатов АПК со случайными параметрами могут быть использованы модели чистого размножения или размножения и гибели. Их использование позволяет вычислять вероятностные значения параметров входящего потока и их изменение по времени. Это открывает возможности для обоснования необходимого рационального режима функционирования непрерывно действующих агрегатов с учетом случайных отклонений входящего потока сырья.

Литература

1. Современные энергосберегающие технологии в сельском хозяйстве / Б.Г. Зиганшин, Ю. Х. Шогенов, И. Х. Гайфуллин и др. Казань: Издательство Казанского ГАУ, 2018. 276 с.

2. Современные автоматизированные и роботизированные машины для междурядной обработки почвы / А.Р. Валиев, Н.А. Васьков, Р.Ф. Сабиров и др. // Техника и оборудование для села. 2020. № 4. С. 2-7.

3. Study of the influence of the oncoming flow of soil on the screw surface of a subsoiler / I.S. Mukhametshin, A.R. Valiev, A.V. Aleshkin, et al. // BIO Web of Conferences. International Scientific-Practical Conference "Agriculture and Food Security: Technology, Innovation, Markets, Human Resources". 2020. Vol. 17. 00118. URL: https://www.bio-conferences.org/articles/bioconf/full_html/2020/01/bioconf_fies2020_00118/bioconf_fies2020_00118.html (дата обращения: 15.01.2022)

4. Современные технические средства для измельчения кормов / Б.Г. Зиганшин, И.М. Гомаа, Ф.Ф. Хасанова и др. Казань: Издательство Казанского ГАУ, 2019. Часть 1. 232 с.

5. Хафизов К.А., Халиуллин Ф.Х. Пути повышения эффективности использования машинно-тракторных агрегатов // Техника и оборудование для села. 2015. № 10. С. 20-22.

6. Особенности взаимодействия винтового рыхлителя с почвой / И.С. Мухаметшин, А.Р. Валиев, А.В. Алешкин и др. // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. 2018. № 4. С. 50-57.

7. Метод расчета траектории движения зерна в пневмомеханическом шелушителе / Ю.Ф. Лачуга, Р.И. Ибятов, Б.Г. Зиганшин и др. // Российская сельскохозяйственная наука. 2021. Т.6. С. 64-67.

8. Валиев А.Р., Яруллин Ф.Ф. Исследование взаимодействия ротационного конического рабочего органа с почвой // Техника и оборудование для села. 2015. № 10. С. 27-30.

9. Холпанов Л.П., Ибятов Р.И. Моделирование гидродинамики многофазных гетерогенных сред в центробежном поле // Теоретические основы химической технологии. 2009. № 5. С. 534-546.

10. Ибятов Р.И., Холпанов Л.П., Ахмадиев Ф.Г. Математическое моделирование течения многофазной гетерогенной среды по проницаемому каналу // Теоретические основы химической технологии. 2007. № 5. С. 514-523.

11. Takagi H. Explicit delay distribution in first-come first-served M/M/m/K and M/M/m/K/n queues and mixed loss-delay system // International Journal of Pure and Applied Mathematics. 2007. No. 2. P.185-200.

12. Bhat U.N. An Introduction to Queueing Theory. Modelling and Analysis of Application. Basel: Birkhauser, 2015. 339 p.

13. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Издательство «Мир», 1967. Т. 1. 498 с.

Сведения об авторах:
Ибятов Равиль Ибрагимович – доктор технических наук, профессор, e-mail: r.ibjatov@mail.ru
Зиганшин Булат Гусманович – доктор технических наук, профессор, e-mail: zigan66@mail.ru
Казанский государственный аграрный университет, Казань, Россия

ON SIMULATION OF RANDOM PROCESSES IN AGRICULTURAL COMPLEX

R.I. Ibyatov, B.G. Ziganshin

Abstract. Research was carried out with the aim of mathematical description of random deviations of the incoming flow of raw materials, to justify the necessary rational modes of operation of continuously operating units in the agro-industrial complex. The incoming flow is given by the average value and random deviations in different directions. The intensity of the deviation from the average value up or down can be different. The numerical characteristics of the incoming stream are determined by processing statistical observations. Two tasks are considered separately. In the first, in order to determine the time or cyclicity of response to changes in the incoming flow, their total number is studied. For this, a pure reproduction model was used. On the basis of the constructed model, the numerical values of the probability that by the time t there will be n deviations are calculated. Such a function $P_n(t)$ has its maximum for any value of n. When solving the second problem, it is assumed that deviations of the average value of the incoming flow in different directions can partially or completely compensate for one another. To take into account such features of a random flow, a model of reproduction and death was used. The calculation of the corresponding probabilities is reduced to solving a system of differential equations, taking into account the normalization condition $P_0+P_1+P_2+ \dots P_n=1$. Calculations have shown that if the deflection intensities in different directions are equal, the probability graphs $P_n(t)$ have a common time asymptote. Consequently, deviations with the same intensity, having different signs, compensate for one another. If the intensities are not equal, then the probabilities $P_n(t)$ go to their individual asymptotes. This means that the input stream with random deviations takes its stationary state with some reduced rate. The considered mathematical models make it possible to calculate the probabilistic values of the incoming flow parameters and their changes over time. This makes it possible to justify the necessary rational mode of operation of continuously operating units, taking into account random deviations of the incoming flow.

Key words: random processes, incoming flow, intensity of deviations, pure reproduction model, reproduction and death model, numerical calculations.

References

1. Ziganshin BG, Shogenov YuKh, Gayfullin IKh. Sovremennye energosberegayushchie tekhnologii v sel'skom khozyaistve. [Modern energy-saving technologies in agriculture]. Kazan': Izdatel'stvo Kazanskogo GAU. 2018; 276 p.

2. Valiev AR, Vas'kov NA, Sabirov RF. [Modern automated and robotic machines for inter-row tillage]. Tekhnika i oborudovanie dlya sela. 2020; 4. 2-7 p.

3. Mukhametshin IS, Valiev AR, Aleshkin AV. Study of the influence of the oncoming flow of soil on the screw surface of a subsoiler. [Internet]. BIO Web of Conferences. International Scientific-Practical Conference "Agriculture and food security: Technology, Innovation, Markets, Human Resources". 2020; Vol.17. 00118. [cited 2022, January 15]. Available from: https://www.bio-conferences.org/articles/bioconf/full_html/2020/01/bioconf_fies2020_00118/bioconf_fies2020_00118.html.

4. Ziganshin BG, Gomaa IM, Khasanova FF. Sovremennye tekhnicheskie sredstva dlya izmel'cheniya kormov. [Modern technical means for grinding feed]. Kazan': Izdatel'stvo Kazanskogo GAU. 2019; 1. 232 p.

5. Khafizov KA, Khaliullin FKh. [Ways to improve the efficiency of using machine-tractor units]. Tekhnika i oborudovanie dlya sela. 2015; 10. 20-22 p.

6. Mukhametshin IS, Valiev AR, Aleshkin AV. [Features of the interaction of a screw ripper with soil]. Vestnik Ul'yanovskoi gosudarstvennoi sel'skokhozyaistvennoi akademii. 2018; 4. 50-57 p.

7. Lachuga YuF, Ibyatov RI, Ziganshin BG. [Method for calculating the trajectory of grain movement in a pneumomechanical peeler]. Rossiiskaya sel'skokhozyaistvennaya nauka. 2021; Vol.6. 64-67 p.

8. Valiev AR, Yarullin FF. [Study of the interaction of a rotary conical working unit with soil]. Tekhnika i oborudovanie dlya sela. 2015; 10. 27-30 p.

9. Kholpanov LP, Ibyatov RI. [Modeling of hydrodynamics of multiphase heterogeneous media in a centrifugal field]. Teoreticheskie osnovy khimicheskoi tekhnologii. 2009; 5. 534-546 p.

10. Ibyatov RI, Kholpanov LP, Akhmadiev FG. [Mathematical modeling of the flow of a multiphase heterogeneous medium through a permeable channel]. Teoreticheskie osnovy khimicheskoi tekhnologii. 2007; 5. 514-523 p.

11. Takagi H. Explicit delay distribution in first-come first-served M/M/m/K and M/M/m/K/n queues and mixed loss-delay system. [Internet]. International journal of pure and applied mathematics. 2007; 2. 185-200 p.

12. Bhat UN. An introduction to Queueing Theory. Modelling and Analysis of Application. Basel: Birkhauser, 2015; 339 p.

13. Feller V. Vvedenie v teoriyu veroyatnostei i ee prilozheniya. [Introduction to the theory of probability and its applications]. Moscow: Izdatel'stvo "Mir". 1967; Vol.1. 498 p.

Authors:
Ibyatov Ravil Ibragimovich - Doctor of Technical sciences, professor, e-mail: r.ibjatov@mail.ru
Ziganshin Bulat Gusmanovich - Doctor of Technical sciences, professor, e-mail: zigan66@mail.ru
Kazan State Agrarian University, Kazan, Russia