

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФРЕЗЕРНОГО НОЖА С ПОЧВОЙ

Акимов А.П., Константинов Ю.В., Туровский Б.В.

Реферат. В качестве рабочих органов почвообрабатывающих фрез используются как изогнутые (Г-образные) пластинчатые ножи, так и прямые пластинчатые ножи. Реакции почвы на эти рабочие органы зависят от свойств почвы, геометрических параметров рабочих органов, параметров, определяющих режимы их работы и угла поворота рабочих органов. При построении математической модели взаимодействия рабочих органов с почвой необходимо учитывать все эти факторы, одновременно стремясь к простоте предлагаемой модели. Учет зависимости силовых характеристик рабочих органов от угла их поворота является не простой задачей, и в большинстве случаев она решается с помощью специально поставленных экспериментов. Предложена математическая модель взаимодействия прямого пластинчатого фрезерного ножа с почвой, позволяющая определять составляющие результирующей реакции почвы на такой нож, суммарный момент этих реакций и мощность, расходуемую на резание почвы, в зависимости от угла поворота ножа. Эта модель учитывает геометрию рабочего органа через радиусы ступицы и фрезы, угла установки фрезерного ножа и его длину. Режим работы ножа задается кинематическим коэффициентом, равным отношению окружной скорости конца ножа к скорости поступательного движения фрезы, и максимальным относительным заглублением фрезерного ножа в почве. Построенная модель дает возможность определять зависимость максимальных значений рассматриваемых силовых характеристик ножа от указанных геометрических параметров и параметров режима работы ножа, что позволяет существенно упростить эксперименты по определению силовых характеристик фрезы и значительно уменьшить их объем. Эта модель может быть использована для выбора оптимальных значений параметров ножа. Кроме того, предложенную модель можно применять для расчета силовых характеристик стойки изогнутого пластинчатого ножа, которая потребляет значительную часть энергии при фрезеровании.

Ключевые слова: математическая модель, почвообрабатывающая фреза, фрезерный нож, силовые характеристики, угол поворота.

Введение. Взаимодействие многих ротационных рабочих органов с почвой до сих пор рассматривается лишь на качественном уровне, и на их совершенствование методом проб и ошибок тратится неоправданно большое количество времени и средств. Поэтому методики теоретического и экспериментального анализа силовых характеристик взаимодействия с почвой важны как для совершенствования традиционных почвообрабатывающих рабочих органов, так и для создания новых, способных при меньшей энергоёмкости обработки почвы создавать условия необходимые для роста и развития растений.

Изогнутые (Г-образные) пластинчатые ножи и прямые пластинчатые ножи широко используются в качестве рабочих органов почвообрабатывающих фрез. Реакции почвы на ротационные рабочие органы, в том числе ротационные ножи, зависят не только от свойств почвы, геометрических параметров рабочих органов и параметров, определяющих режимы их работы, но также и от угла поворота рабочих органов. Задача учета зависимости силовых характеристик ротационных рабочих органов от угла их поворота является сложной, и в большинстве случаев она либо решается с помощью специально поставленных экспериментов [1–3], либо ее решение основывается

на необоснованных допущениях [4, 5].

В работах [6–9] были построены математическая модель взаимодействия боковой поверхности лопастного ротационного рабочего органа (ЛРРО) с почвой и математическая модель взаимодействия его лезвия с почвой, учитывающие зависимость силовых характеристик ЛРРО от угла его поворота.

Целью данной работы является построение такой математической модели взаимодействия пластинчатого ножа фрезы с почвой, которая учитывает зависимость его силовых характеристик от угла его поворота.

Анализ и обсуждение результатов. Геометрия фрезерного ножа определяется радиусом фрезы r , углом установки ножа γ и длиной ножа L . Удобно ввести безразмерную длину ножа $\mu=L/r$ и безразмерное расстояние от точки крепления ножа к ступице фрезы до оси ее вращения $\rho=r_0/r$, которое выражается через параметры μ и γ (рисунок 1):

$$\rho = (1 - \mu^2 \sin^2 \gamma)^{1/2} - \mu \cos \gamma. \quad (1)$$

Предположим, что почвообрабатывающая машина движется прямолинейно с постоянной скоростью v^0 , фрезерный барабан вращается вокруг оси ступицы с постоянной угловой скоростью ω , а его ножи при работе погружаются на максимальную глубину h в однородную почву. При этом режим работы фрезы

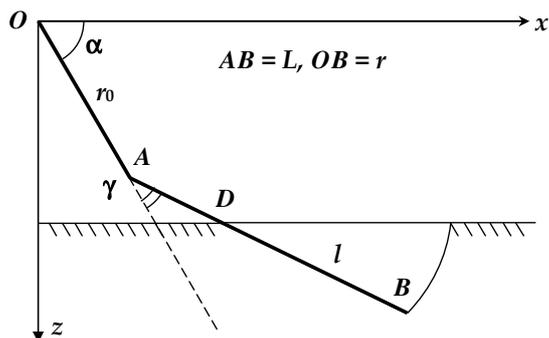


Рисунок 1 – Схема к определению геометрических параметров ножа фрезы

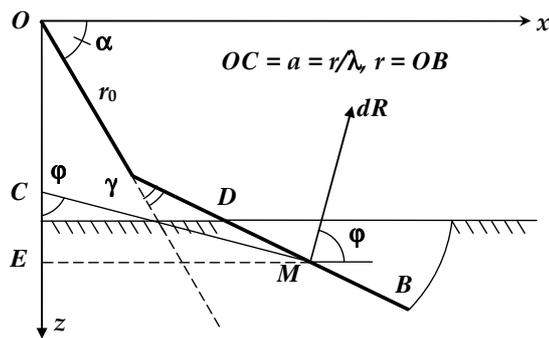


Рисунок 2 – Схема к определению элементарных сил сопротивления резанию ножом.

характеризуется двумя постоянными безразмерными параметрами: кинематическим коэффициентом $\lambda = \omega r / v_0$ и максимальным относительным заглублением $\zeta = h/r$.

Фрезерный нож разрезает почву, совершая плоскопараллельное движение в вертикальной плоскости. В системе координат Oxz с центром O на оси вращения фрезы и равномерно движущейся вместе с ней, положение этого ножа задается углом его отклонения от направления поступательного движения машины α (рисунок 2). Скорость резания почвы, переменная по лезвию, определяется положением мгновенного центра скоростей фрезы, находящегося в точке $C(0; a)$, $a = r/\lambda$.

На произвольный бесконечно малый элементарный участок режущей части лезвия длиной ds , прилегающий к точке $M(x; z)$ лезвия, действует элементарная сила сопротивления резанию (ССР) dR , направленная противоположно вектору \vec{v} абсолютной скорости этой точки (рисунок 2), поскольку как показывают расчеты угол, составляемый вектором с внешней нормалью к ножу меньше угла трения почвы о сталь. Величина этой силы равна $dR = Q \times ds$, где Q – средняя удельная сила резания, приходящаяся на единицу длины лезвия и определяемая экспериментально.

Пусть φ – угол, образуемый вектором dR с положительным направлением оси Ox (рисунок 2), тогда его проекции на оси координат будут равны $dR_x = Q \cos \varphi ds$ и $dR_z = -Q \sin \varphi ds$. А горизонтальная и вертикальная проекции результирующей ССР почвы ножом фрезы будут равны соответствующим криволинейным интегралам по длине дуги, взятым по отрезку лезвия BD , погруженного в почву:

$$R_x = Q \int_{BD} \cos \varphi ds, \quad R_z = -Q \int_{BD} \sin \varphi ds. \quad (2)$$

Параметрические уравнения отрезка BD фрезерного ножа в почве записываются в виде

(рисунок 1):

$$\begin{cases} x = r[\rho \cos \alpha + (\mu - t) \cos(\alpha - \gamma)], \\ z = r[\rho \sin \alpha + (\mu - t) \sin(\alpha - \gamma)]; \end{cases} \quad (3)$$

где $t-r$ – расстояние от конца ножа B до текущей точки отрезка M ($0 \leq t \leq l$), $a-l-r$ – длина части ножа, разрезающей почву.

Из прямоугольного треугольника CEM (рисунок 2) $tg \varphi = x/(z-a)$ и с учетом равенств (3) находится тангенс угла φ в точке, определяемой значением параметра t :

$$tg \varphi = \frac{\rho \cos \alpha + (\mu - t) \cos(\alpha - \gamma)}{\rho \sin \alpha + (\mu - t) \sin(\alpha - \gamma) - 1/\lambda} \quad (4)$$

Для того, чтобы перейти от криволинейных интегралов к определенным интегралам, нужно учесть, что $ds = r dt$, и выразить подынтегральные функции криволинейных интегралов через $tg \varphi$:

$$R_x = Qr \int_0^l \frac{dt}{\sqrt{1 + tg^2 \varphi}}, \quad R_z = -Qr \int_0^l \frac{tg \varphi dt}{\sqrt{1 + tg^2 \varphi}}. \quad (5)$$

В формулах (5) $tg \varphi$ зависит от переменной интегрирования t и параметров l, m, g, a в соответствии с формулой (4).

Выберем за положительное направление моментов сил направление, совпадающее с направлением вращения фрезбарабана. Тогда момент относительно точки O элементарной ССР dR будет определяться равенством $dM_O = -z \times dR_x + x \times dR_z$ (рисунок 2), интегрируя которое по отрезку BD , найдем результирующий момент сопротивления резанию (МСР):

$$\begin{aligned} \frac{M_O}{Qr^2} = & - \int_0^l \frac{[\rho \cos \alpha + (\mu - t) \cos(\alpha - \gamma)] tg \varphi}{\sqrt{1 + tg^2 \varphi}} dt - \\ & - \int_0^l \frac{\rho \sin \alpha + (\mu - t) \sin(\alpha - \gamma) - 1/\lambda}{\sqrt{1 + tg^2 \varphi}} dt, \end{aligned} \quad (6)$$

где $tg \varphi$ определяется формулой (4).

Интегралы (5) и (6) несложно найти аналитически, но получающиеся при этом выражения здесь не приводятся ввиду их громоздкости. Эти интегралы легче вычислить с помощью одного из известных численных методов.

Мощность, расходуемая на резание почвы, равна общей расходуемой мощности минус мощность движущей силы, потраченная на перемещение фрезерного ножа:

$$W = -(M \cdot \omega - R_x \cdot v_0) = -Qr \cdot v_0 (M / (Qr^2) \cdot \lambda - R_x / Qr). \quad (7)$$

Силовые характеристики ножа фрезы, входящего в почву первым, интересны с практической точки зрения, поскольку для него максимальные по углу, а значения нагрузок являются наибольшими из всех возможных, а длина режущей части лезвия ножа $l(\alpha, \xi) \times r$ определяется относительно просто. Аппликата точки D, лежащей на поверхности поля, равна $z = r - h = r(1 - \xi)$, а расстояние от этой точки до конца лезвия ножа, точки B, равно длине режущей части ножа $l \cdot r$. Поэтому из второго уравнения системы (3) получаем уравнение:

$$(1 - \xi) = r \sin \alpha + (\mu - l) \sin(\alpha - \gamma), \quad (8)$$

из которого определяется искомая безразмерная длина режущей части ножа:

$$l = [r \sin \alpha + \mu \sin(\alpha - \gamma) + \xi - 1] / \sin(\alpha - \gamma). \quad (9)$$

Последняя формула при $g = 0$ совпадает с аналогичной формулой (здесь и далее с точностью до выбора направления отсчета угла поворота ножа), полученной ранее для малой полуоси первой лопасти ЛРРО [6, 7].

Угол начала резания почвы α_0 определяется из уравнения, которое получается из равенства (8) при условии $l = 0$, $\alpha = \alpha_0$. Решение этого тригонометрического уравнения имеет простой вид:

$$\alpha_0 = \arctg(\mu \sin \gamma / (r + \mu \cos \gamma)) + \arcsin(1 - \xi). \quad (10)$$

При $\gamma = 0$ из формулы (10) следует $\alpha_0 = \arcsin(1 - \xi)$, что совпадает с формулой, полученной для начального угла взаимодействия малой полуоси первой лопасти ЛРРО с почвой [6, 7].

Резание первым ножом завершается при $\alpha = \alpha_1$ ($\alpha_1 > \alpha_0$) и $l = 0$, подстановка этих значений в равенство (8) приводит к тригонометрическому относительно α_1 уравнению, решение которого имеет следующий вид:

$$\alpha_1 = \pi - \arcsin(1 - \xi) + \arctg(\mu \sin \gamma / (r + \mu \cos \gamma)). \quad (11)$$

При $\gamma = 0$ из формулы (11) получаем $\alpha_1 = \pi - \arcsin(1 - \xi)$, что совпадает с формулой, полученной ранее для угла завершения резания почвы малой полуосью первой лопасти ЛРРО [6, 7].

При заданной глубине резания ξ безразмерные параметры фрезерного ножа μ и γ не могут выбираться произвольно. Так как длина лезвия ножа не может быть меньше максимальной глубины обработки, то $L \geq h$, а значит $\mu \geq \xi$.

Условие, что при работе фрезы ее ступица не должна погружаться в почву, приводит к неравенству $r \leq 1 - \xi$, или $(1 - \mu^2 \sin^2 \gamma)^{1/2} - \mu \cos \gamma \leq 1 - \xi$, ограничивающему при заданном значении ξ угол установки ножа γ и безразмерную длину ножа μ . При заданных значениях ξ и μ это не-

равенство ограничивает угол установки фрезерного ножа

$$\gamma \leq \arccos \left(\frac{1 - \mu^2 - (1 - \xi)^2}{2\mu(1 - \xi)} \right).$$

Подстановка безразмерной длины режущей части ножа из формулы (9) в формулы (4) – (7) определяет результирующие силы, момент сопротивления резанию почвы и мощность, расходуемую на резание почвы, первым ножом фрезы в зависимости от угла α при $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_1$. При этом необходимо соблюдать указанные условия на μ и γ . Отметим что при $\gamma = 0$, получающиеся зависимости совпадают с соответствующими силовыми зависимостями для малой полуоси первой лопасти ЛРРО [7].

На рисунках 3 и 4 для относительного заглубления $\xi = 0,5$, кинематического коэффициента $\lambda = 3$ и безразмерной длины ножа $\mu = 0,8$ представлены графики безразмерных проекций результирующей ССР, безразмерного результирующего МСР и безразмерной мощности в зависимости от угла α для трех значений угла установки ножа. На всех рисунках графики, соответствующие значению угла $\gamma = 0$, изображены пунктирной линией; значению $\gamma = 60^\circ$ – тонкой сплошной линией; а значению $\gamma = 80^\circ$ – толстой сплошной линией.

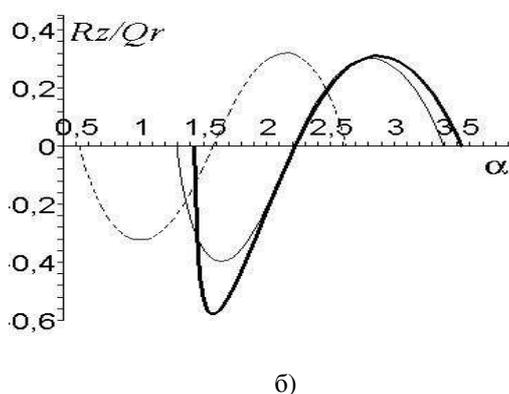
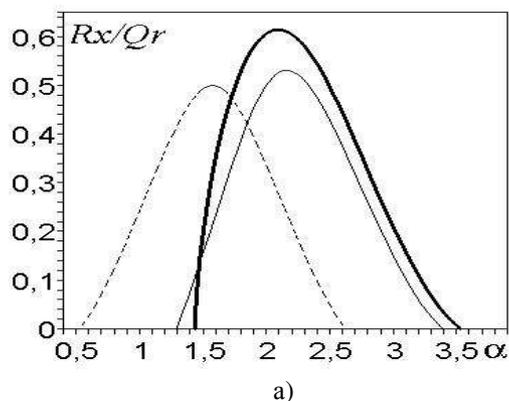


Рисунок 3 – Проекция результирующей силы сопротивления резанию почвы:
а) – горизонтальная; б) – вертикальная

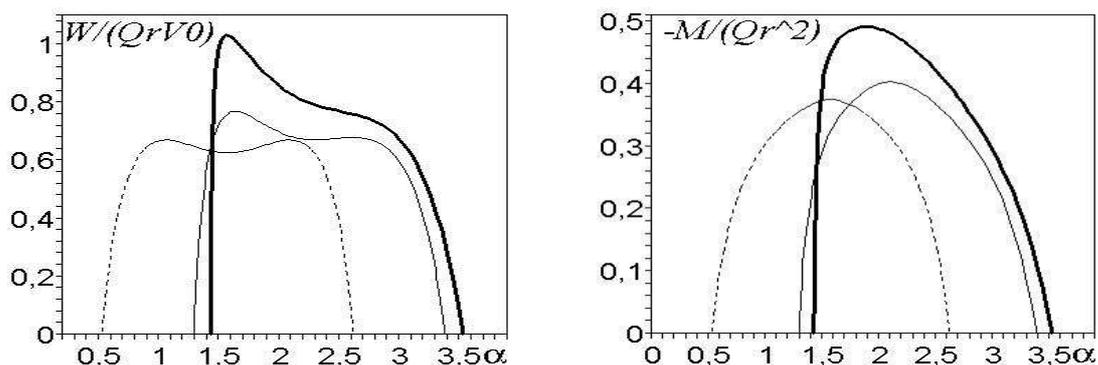


Рисунок 4 – Результирующий момент сил сопротивления резанию почвы и мощность, расходуемая на резание почвы: а) – момент; б) – мощность.

Из представленных графиков следует, что с увеличением угла установки ножа происходит сдвиг всех графиков вправо, а экстремальные значения соответствующих функций по абсолютной величине возрастают. Как следует из рисунка 3, а), проекция R_x является неотрицательной, то есть горизонтальная компонента силы сопротивления резанию является для фрезы движущей силой. Вертикальная проекция ССР для определенного промежутка углов поворота ножа отрицательна (рисунок 3, б), и, значит, вертикальная компонента ССР является для этих значений, а выглубляющей фрезу нагрузкой, а при больших значениях, а эта проекция положительна, и компонента сопротивления резанию является заглубляющей фрезу силой. Поскольку МСР всегда является неположительным (рисунок 4, а), то он тормозит вращение фрезерного барабана и для его преодоления необходимо прикладывать к нему неотрицательный момент вращения, равный абсолютной величине момента сопротивления резанию. Из рисунка 4, б следует, что мгновенная мощность, расходуемая на разрезание почвы, является неотрицательной функ-

цией угла поворота ножа α . Она является наименьшей для угла установки фрезерного ножа $\gamma = 0$.

Выводы. Построенная математическая модель взаимодействия фрезерного ножа с почвой, позволяет находить максимальные значения силовых характеристик пластинчатого фрезерного ножа для различных значений, определяющих его геометрию и режим работы безразмерных параметров λ , ξ , μ и γ . Она дает возможность максимально упростить экспериментальное определение силовых характеристик фрезы и значительно сократить объем лабораторных и полевых экспериментов при проектировании фрезерных рабочих органов. И в этом заключается практическая ценность этой математической модели. Кроме того, полученные зависимости можно использовать для выбора оптимальных значений параметров такого ножа. Предложенную модель можно применять также для расчета силовых характеристик стойки изогнутого пластинчатого ножа, которая потребляет значительную часть энергии при фрезеровании.

Литература

1. Синеоков Г.Н., Панов И.М. Теория и расчет почвообрабатывающих машин. – М.: Машиностроение, 1977. – 328 с.
2. Яцук. Е.П. Ротационные почвообрабатывающие машины: Конструкция, расчет и проектирование / Е.П. Яцук, И.М. Панов, Д.Н. Ефимов и др. – М.: Машиностроение, 1971. – 255 с.: ил.
3. William R. Gill, Glen E. Vanden Berg. Soil dynamics in tillage and traction. – Washington: Agricultural Research Service, U.S. Dept. of Agriculture. 1967. – 511 p. illus.
4. Канарев Ф.М. Ротационные почвообрабатывающие машины и орудия. – М.: Машиностроение, 1983. – 142 с., ил. – (Промышленность селу).
5. Коршун В.Н. Роторные рабочие органы лесохозяйственных машин: Механика взаимодействия с предметом труда: Монография. – Красноярск: СибГТУ, 2004. – 272 с.
6. Медведев В.И. Расчет длины режущей части лезвия почвообрабатывающего ротационного рабочего органа / В.И. Медведев, Ю.Ф. Казаков, Ю.В. Константинов // Сб. науч. тр. Всерос. науч.-техн. конф. – Саратов: Тип. «Крас. Окт.», 2002. – С. 62–68.
7. Акимов А.П. Методика расчета сопротивления и момента сопротивления резанию почвы / А.П. Акимов, Ю.В.Константинов, Д.И. Федоров // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2013, № 3. – С. 32–35.
8. Акимов А.П. Математическая модель взаимодействия ротационного лопастного рабочего органа с почвой / А.П. Акимов, Ю.В. Константинов // Тракторы и сельхозмашины. – 2011. – № 5. – С. 29–35.
9. Акимов А.П. Расчет мощности привода ротационного лопастного рабочего органа почвообрабатывающей машины/ А.П. Акимов, Ю.В.Константинов, Д.И. Федоров // Тракторы и сельхозмашины. – 2012. – № 5. – С. 27–32.

Сведения об авторах:

Акимов Александр Петрович – доктор технических наук, профессор, e-mail: akimov_mechfak@mail.ru
 ФГБОУ ВО «Чувашская государственная сельскохозяйственная академия», г. Чебоксары, Россия.
 Константинов Юрий Валентинович – кандидат технических наук, доцент, e-mail: konstantinov@polytech21.ru
 Туровский Борис Владимирович – кандидат технических наук, доцент, e-mail: boturovskij@yandex.ru
 ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет», г. Краснодар, Россия.

MATHEMATICAL MODEL OF INTERACTION OF MILLING KNIVES WITH SOIL

Akimov A.P., Konstantinov Yu.V., Turovskiy B.V.

Abstract. As working units of tillage mills, both curved (L-shaped) blade knives and straight blade knives are used. The soil reactions to these working units depend on soil properties, geometric parameters of the working parts, parameters determining the modes of their operation and the angle of rotation of the working units. When constructing a mathematical model for the interaction of working parts with soil, all these factors must be taken into account, while striving to simplify the proposed model. Accounting for the dependence of force characteristics of the working units on the angle of their rotation is not an easy task, and in most cases it is solved with the help of specially set experiments. A mathematical model is proposed for the interaction of a direct lamellar milling knife with soil, which makes it possible to determine the components of the resulting soil reactions to such a knife, the total moment of these reactions, and the power consumed for cutting the soil, depending on the knife rotation angle. This model takes into account the geometry of the working unit through the radii of the hub and cutters, the angle of installation of the milling knife and its length. The operating mode of the knife is set by the kinematic coefficient, equal to the ratio of the circumferential velocity of the knife end to the speed of the translational motion of a mill, and the maximum relative depth of the milling knife in the soil. The constructed model makes it possible to determine the dependence of the maximum values of the considered power characteristics of the knife on the indicated geometric parameters and the parameters of the knife operating mode, which makes it possible to simplify experiments to determine the power characteristics of the cutter and significantly reduce its volume. This model can be used to select the optimal knife parameters. In addition, the proposed model can be used to calculate the power characteristics of the rack of a curved blade knife, which consumes a significant amount of energy during milling.

Key words: mathematical model, tiller, milling knife, power characteristics, angle of rotation.

References

1. Sineokov G.N., Panov I.M. *Teoriya i raschet pochvoobrabatyvayuschikh mashin*. [Theory and calculation of soil-cultivating machines]. – M.: Mashinostroenie, 1977. – P. 328.
2. Yatsuk E.P. *Rotatsionnye pochvoobrabatyvayuschie mashiny: Konstruktsiya, raschet i proektirovanie*. [Rotary tillers: Construction, calculation and design]. / E.P. Yatsuk, I.M. Panov, D.N. Efimov and others. – M.: Mashinostroenie, 1971. – P. 255, illustrated.
3. William R. Gill, Glen E. Vanden Berg. *Soil dynamics in tillage and traction*. – Washington: Agricultural Research Service, U.S. Dept. of Agriculture. 1967. – 511 p. illus.
4. Kanarev F.M. *Rotatsionnye pochvoobrabatyvayuschie mashiny i orudiya*. [Rotary tillers and tools]. – M.: Mashinostroenie, 1983. – P. 142, illustrated. – (Promyshlennost selu).
5. Korshun V.N. *Rotornyye rabochie organy lesokhozyaystvennykh mashin: Mekhanika vzaimodeystviya s predmetom truda: Monografiya*. [Rotary working units of forestry machines: Mechanics of interaction with the object of labor: Monograph]. – Krasnoyarsk: SibGTU, 2004. – P. 272.
6. Medvedev V.I. *Raschet dliny rezhushey chasti lezviya pochvoobrabatyvayuschego rotatsionnogo rabocheho organa*. / V.I. Medvedev, Yu.F. Kazakov, Yu.V. Konstantinov // *Sb. nauch. tr. Vseros. nauch.-tekhn. konf.* (Calculation of the length of the cutting part of the blade of the soil-cultivating rotational working organ Medvedev, Yu.F. Kazakov, Yu.V. Konstantinov // Collection of scientific articles of All-Russian scientific and technical Conference). – Saransk: Tip. "Kras. Okt.", 2002. – P. 62–68.
7. Akimov A.P. Method for calculating the resistance and the moment of resistance to cutting soil. [Metodika rascheta soprotivleniya i momenta soprotivleniya rezaniyu pochvy]. / A.P. Akimov, Yu.V. Konstantinov, D.I. Fedorov // *Traktory i selskokhozyaystvennyye mashiny. - Tractors and agricultural machinery*. – 2013, №3. – P. 32–35.
8. Akimov A.P. Mathematical model of the interaction of the rotary blade unit with the soil. [Matematicheskaya model vzaimodeystviya rotatsionnogo lopastnogo rabocheho organa s pochvoy]. / A.P. Akimov, Yu.V. Konstantinov // *Traktory i selskokhozyaystvennyye mashiny. - Tractors and agricultural machinery*, 2011, № 5. – P. 29–35.
9. Akimov A.P. Calculation of the drive power of the rotary blade operating device of a tiller. [Raschet moschnosti privoda rotatsionnogo lopastnogo rabocheho organa pochvoobrabatyvayuschey mashiny]. / A.P. Akimov, Yu.V. Konstantinov, D.I. Fedorov // *Traktory i selskokhozyaystvennyye mashiny. - Tractors and agricultural machinery*. 2012, № 5. – P. 27–32.

Authors:

Akimov Aleksandr Petrovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: akimov_mechfak@mail.ru
 Chuvash State Agricultural Academy, Cheboksary, Russia.
 Konstantinov Yuriy Valentinovich – Ph.D. of Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: konstantinov@polytech21.ru
 Turovskiy Boris Vladimirovich – Ph.D. of Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: boturovskij@yandex.ru
 Kuban State Agrarian University, Krasnodar, Russia.