

## Роль теоремы Байеса в профессиональной подготовке бакалавра менеджмента

### The role of Bayes' theorem in the professional training of a bachelor of management

УДК 377

Получено: 29.12.2020

Одобрено: 16.01.2021

Опубликовано: 25.02.2021

#### **Синчуков А. В.**

Канд. пед. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова  
e-mail: AVSinchukov@gmail.com

#### **Sinchukov A.V.**

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, G.V. Plekhanov Russian University of Economics  
e-mail: AVSinchukov@gmail.com

#### **Аннотация**

В рамках статьи раскрыта роль теоремы Байеса в профессиональной подготовке бакалавра менеджмента в экономическом университете. Обоснована необходимость реализации прикладного усиления вероятностной подготовки бакалавра менеджмента. Особое внимание уделяется организации учебно-познавательной деятельности будущих менеджеров с новыми профессионально ориентированными задачами на принятие управленческих решений в условиях риска и неопределенности, связанными с формулой полной вероятности и теоремой Байеса.

**Ключевые слова:** теорема Байеса, условная вероятность, теория вероятностей, прикладное усиление, бакалавр менеджмента, принятие решений.

#### **Abstract**

Within the framework of the article, the role of Bayes' theorem in the professional training of a bachelor of management at an economic university is revealed. The need for implementation of the probabilistic training of the bachelor of management is justified. Particular attention is paid to the organization of educational activities of future managers with new professionally oriented tasks for making managerial decisions in conditions of risk and uncertainty associated with the formula of full probability and theorie Bayes.

**Keywords:** Bayes theorem, conditional probability, probability theory, applied amplification, bachelor of management, decision making.

Сложные и противоречивые изменения, происходящие в социально-экономической сфере, требуют изменения качества профессиональной подготовки будущего бакалавра менеджмента. Не вызывает сомнения, что будущий бакалавр менеджмента должен владеть различными методами принятия решений, относящихся ко всем уровням управления. В содержание профессиональной подготовки бакалавра менеджмента в Российском экономическом университете включены разноуровневые методы принятия решений, базирующиеся на методах теории вероятностей, методах проверки гипотез, методах статистического контроля качества и прогнозирования, методах теории игр и теории риска. Особую роль в повышении качества профессиональной подготовки бакалавра менеджмента играет учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика»,

направленная на развитие вероятностных представлений будущих управленцев. Большое значение в повышении качества принимаемых решений на различных уровнях управления играет *идея комплексного применения различных методов*, изложенная в публикациях [2, 3, 13]. Среди методических исследований по развитию профессиональной компетентности будущего бакалавра менеджмента средствами математических дисциплин укажем публикации [1, 8, 9]. Авторами предложены направления для обновления содержания математической подготовки экономиста и менеджера, выделены типовые задачи, связанные с будущей профессиональной деятельностью и методы их решения, некоторые типовые задачи адаптированы для использования в рамках летних образовательных программ абитуриентов.

Теорема Байеса является центральной теоремой элементарной теории вероятностей, включенной в практику математической подготовки бакалавра менеджмента в экономическом университете. Благодаря теореме Байеса появляется возможность расширить число прикладных, сюжетных задач теории вероятностей и познакомить студентов с прикладными возможностями теории вероятностей в анализе ситуаций, не предполагающих детерминированную трактовку. В рамках учебной темы «Формула полной вероятности. Теорема Байеса» будущие менеджеры знакомятся с *механизмом нахождения вероятности (возможности) наступления определенного события при условии, что имеет место другое событие*. Содержательной интерпретацией типовой задачи данной учебной темы, имеющей профессиональное значение для будущего менеджера, может служить определение вероятности успешной реализации случайно выбранного проекта из имеющегося множества проекта при условии его частичного инвестирования. При этом важно акцентировать внимание студентов на то, что теорема Байеса позволяет оценить вероятность случайного события, принимая во внимание как имеющуюся информацию, так и результаты новых наблюдений (результаты дополнительного исследования состояния рынка проектов, возможных вариантов недофинансирования проектов и т.д.).

Практика преподавания учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов бакалавриата менеджмента свидетельствует о том, что в условиях сокращения часов на аудиторную нагрузку не представляется возможным вывод формулы. Мы считаем, что вывод формулы Байеса, названной в честь её автора Томаса Байеса, на основе аксиом теории вероятностей возможен в рамках самостоятельной внеаудиторной работы студентов. Для успешного восприятия студентами формулы полной вероятности и формулы Байеса у них должны присутствовать сформированные представления об условной вероятности. Отметим, что под условной вероятностью события принято понимать вероятность наступления одного события при условии, что другое событие уже произошло.

Например, основным событием  $A$  может выступать продажа всего товара фермером. Предшествовать этому событию могут следующие события:

$H_1$  – «Существенный рост спроса на производимую продукцию при отсутствии предложений со стороны конкурентов»;

$H_2$  – «Существенное падение спроса на производимую продукцию активизация деятельности конкурентов, предлагающих аналогичную продукцию на рынок сбыта».

В таком случае вероятности  $P(A|H_1), P(A|H_2)$  приобретают конкретный содержательный смысл – с какой вероятностью весь товар будет реализован при условии  $H_1$ , при условии  $H_2$ .

Для повышения мотивации студентов [11] следует отметить, что аппарат условных вероятностей может быть применен для анализа проектов (в частности, оценки ожидаемой доходности проекта при условии его недостаточного финансирования, при условии его адекватного финансирования и при условии его избыточного финансирования). Кроме того, аппарат условных вероятностей играет важную роль в решении различных задач теории

принятия решений, в рамках которых *присутствуют статистически взаимозависимые события*.

В качестве содержательно-методической особенности теоремы Байеса отметим необходимость выполнения трудоемких вычислений, требующих определенной вычислительной культуры студентов. Учитывая, что распространение байесовских оценок в практике принятия управленческих решений связано с внедрением информационных технологий, рациональной стратегией при решении задач на теорему Байеса является перенос вычислительного процесса в выбранное преподавателем инструментальное средство или использование калькуляторов.

Рассмотрим еще одну содержательную ситуацию, приводящую к формуле полной вероятности и формуле Байеса. Пусть  $A$  – событие «Проект принес ожидаемую прибыль», тогда  $\bar{A}$  – «Проект не принес ожидаемую прибыль».

Возможным множеством гипотез является:

$H_1$  – «Недостаточное финансирование проекта»;

$H_2$  – «Адекватное финансирование проекта»;

$H_3$  – «Избыточное финансирование проекта».

Исходя из прошлого опыта финансирования проектов известно, что 50% проектов получают недостаточное финансирование, 40% проектов получают адекватное финансирование, 10% проектов получают избыточное финансирование. Другим вариантом представления информации может быть следующий. Из ста анализируемых проектов, получивших недостаточное финансирование и реализованных в 2019 г. было 79 проектов, не принесших инвестору ожидаемую прибыль. Из пятидесяти анализируемых проектов, получивших адекватное финансирование и реализованных в 2019 г. было 12 проектов, не принесших инвестору ожидаемую прибыль. Из десяти анализируемых проектов, получивших избыточное финансирование и реализованных в 2019 г. был 1 проект, не принесших инвестору ожидаемую прибыль.

После описания ситуации обратимся к возможным вопросам. Случайно выбранный проект, реализованный в 2020 г., принес инвестору ожидаемую прибыль. С какой вероятностью он имел адекватное финансирование? С какой вероятностью он имел недостаточное финансирование? С какой вероятностью он имел избыточное финансирование? Сколько процентов проектов, реализуемых в 2020 г., не принесут инвестору ожидаемую прибыль? Сколько процентов проектов, реализуемых в 2020 г., не принесут инвестору ожидаемую прибыль по причине недостаточного финансирования?

Вероятность основного события  $P(A)$  определяется в соответствии с соотношением

$$P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2) + P(A|H_3)P(H_3).$$

Остановимся на вопросе, сформулированном ранее: «Сколько процентов проектов, реализуемых в 2020 г., не принесут инвестору ожидаемую прибыль по причине недостаточного финансирования?». В соответствии с введенными обозначениями требуется определить условную вероятность

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1)P(H_1)}{P(A)}.$$

Рекомендации по применению формулы Байеса для решения различных задач теории принятия решений содержатся в публикации [4, 5, 14]. Авторам удалось рассмотреть формулу Байеса и другие законы теории вероятностей с позиций полезности в практике принятия решений при анализе социально-экономических ситуаций.

Вероятностные методы и модели играют важную роль в профессиональной подготовке будущего менеджера. Включение элементов теории вероятностей способствует более глубокому пониманию специфики мышления и поведения людей, влияющему на количественную оценку и прогнозирование социально-экономических событий. На востребованность методов теории вероятностей в задачах принятия решений в условиях неопределенно-

сти и риска указывается в статьях [10, 12, 15]. Однако важно понимать, что применение вероятностных методов и моделей не гарантирует отсутствие ошибок в управленческой деятельности, в том числе и значительных. В частности, ошибки при принятии управленческих решений зачастую обусловлены определенными психологическими закономерностями лица, принимающего решение (ЛПР), склонностью его к риску. Решение достаточного количества задач на формулу полной вероятности и теорему Байеса в процессе изучения математических дисциплин будущими бакалаврами менеджмента позволяет формировать у них представления об оптимальном поведении ЛПР в условиях неопределённости.

Остановимся на трех аспектах, имеющих существенное значение для прикладного усиления преподавания учебной темы «Формула полной вероятности. Теорема Байеса». Первый аспект связан с механизмами оценки вероятности случайного события или значения случайной величины при принятии управленческого решения. Естественно, в большинстве случаев не используются сложные процедуры оценки вероятностей значений случайных величин. В практике принятия решений они сводятся к более простым операциям на основе профессионального опыта, интуиции и эвристики, в ряде случаев приводящим к нежелательным ошибкам и последствиям. Таким образом, ошибки при принятии управленческих решений возникают из-за субъективности оценок вероятности случайного события или значения случайной величины руководителем или группой лиц, принимающих решения. Отметим, что применение формулы полной вероятности и теоремы Байеса подразумевает использование правильных оценок вероятности основного случайного события и вероятностей гипотез.

Вторым аспектом является *проблема репрезентативности*, возникающая в процессе уточнения условий, при которых одно событие наступает при условии наступления другого события. Так, в процессе принятия решений часто используются некоторые устоявшиеся конструкции, шаблоны и стереотипы. Заметим, что если не представляется возможность оценки связи между событиями и выстраивания логической последовательности случайных событий, то отсутствуют основания для применения формулы Байеса. Например, если устройство состоит из пяти независимо работающих элементов и отказывает в случае отказа, по крайней мере, одного элемента, то возможно применение формулы Байеса. Однако если не установлена связь между работой устройства и отказом конкретного элемента, т.е. не в полной мере ясно, как поведет себя устройство при отказе родного из элементов, формулу Байеса для анализа данной ситуации применять нельзя. Отметим, что данный пример технического содержания может быть адаптирован для профессиональной подготовки будущего бакалавра менеджмента следующим образом: основное событие – завершение проекта в срок, гипотезы – досрочный выход инвестора из проекта.

Третьим аспектом является *нечувствительность ЛПР к доопытной вероятности* результата реализации события. ЛПР не всегда принимает во внимание частоты (вероятности), в результате чего вероятности гипотез оцениваются неверно. В частности, в условиях полной неопределенности исследователь вынужден предполагать равновозможность (равновероятность) гипотез, что не всегда соответствует социально-экономической действительности. Так, в случае если в магазин поставляется продукция трех фермерских хозяйств, число гипотез равно трем. Однако доопытные вероятности событий «куплен продукт первого фермерского хозяйства», «куплен продукт второго фермерского хозяйства», «куплен продукт третьего фермерского хозяйства» могут быть определены по-разному:

$$P(H_1) = \frac{1}{3};$$

$$P(H_2) = \frac{1}{3};$$

$$P(H_3) = \frac{1}{3},$$

в случае равновозможности,

$$P(H_1) = \frac{2}{10};$$

$$P(H_2) = \frac{3}{10};$$

$$P(H_3) = \frac{5}{10}.$$

в случае если продукция ранее поставлялась в соотношениях 2 к 3 к 5. Важно обратить внимание студентов, что никто в действительности не может гарантировать, что эти соотношения 2 к 3 к 5 сохранятся и в будущем. Таковы основные аспекты, касающиеся практического применения формулы Байеса. Представленные аспекты показывают, что правильный результат, получаемый на основе формулы Байеса, может кардинально отличаться от результата, интуитивно ожидаемого ЛПП.

Таким образом, применение формулы Байеса требует наличия следующей информации: во-первых, должны быть известны доопытные вероятности гипотез, во-вторых, должны быть известны или подлежат вычислению условные вероятности (опытные вероятности, исходя из опыта принятия решений, на основе имеющейся информации о закономерностях развития анализируемой экономической ситуации при условии, что сохранится реализуемый в данное время тренд), в-третьих, должны быть известны вероятности наступления основного события при условии реализации каждой изолированной гипотезы, в-четвертых, должна быть известна полная вероятность наступления основного события.

**Выводы.** Перспективным направлением совершенствования методики обучения теме «Формула Байеса» является поиск путей сочетания традиционных и новых технологий, в том числе информационных технологий, среди которых особое место занимает база знаний и набор вычислительных алгоритмов *Wofram Alpha*. Однако мы считаем, что простого переноса вычислительного процесса в инструментальное средство *Wofram Alpha* недостаточно для развития профессиональной компетентности будущего менеджера. Должен быть раскрыт потенциал формулы Байеса для решения задач теории принятия решений, приближенных к будущей профессиональной деятельности менеджера. Особое внимание следует уделять расширению системы задач и упражнений посредством включения практико-ориентированных задач на использование формулы Байеса для выбора оптимальной инвестиционной стратегии, минимизации рисков проектов, оценки качества производимой продукции и т.д. Также можно рекомендовать не ограничиваться дискретным случаем теоремы Байеса, а рассмотреть её непрерывный вариант.

Представленные методические особенности учебной темы «Формула Байеса» учитывают многоаспектные связи управления и экономики с математическими науками, в том числе теорией вероятностей. Реализация прикладного усиления обучения будущих менеджеров элементам теории вероятностей позволяет оценить возможности и результаты управленческих воздействий на социально-экономические системы.

С целью совершенствования профессиональной подготовки менеджера в соответствии с рекомендациями, изложенными в [6], можно рекомендовать формализацию экономических, финансовых, социальных и технологических событий в виде последовательности с выделением нескольких возможных уровней и сценариев развития ситуации. На этом начальном этапе проектируется вероятностная модель управления для принятия оптимального решения. Однако спроектированная вероятностная модель управления требует привлечения статистических данных и уточнения критериев оптимальности для выбора одного или нескольких управленческих воздействий. Последующий этап применения теории вероятностей при принятии управленческих решений подразумевает реализацию вычислительного процесса и формулирование соответствующих выводов. На итоговом этапе использования теории вероятностей при принятии управленческих решений происходит

окончательный выбор и обоснование оптимального управленческого решения, оценка последствий и выбор необходимых ресурсов для реализации управленческого решения.

### Литература

1. *Быканова О. А., Филиппова Н. В.* Летняя образовательная программа для мотивированных абитуриентов: шаг в будущее // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2017. – Т. 6. – № 3 (20). – С. 48-50.
2. *Власов Д. А.* Методика количественного анализа при принятии решений в различных информационных условиях // Системные технологии. – 2018. – № 4 (29). – С. 18-29.
3. *Власов Д. А.* Особенности комплексного использования количественных методов в финансовой сфере // Системные технологии. – 2020. – № 1 (34). – С. 133-139.
4. *Власов Д. А.* Теоретико-игровое моделирование в практике принятия решений // Научные исследования и разработки. Экономика. – 2018. – Т. 6. – № 6. – С. 59-63.
5. *Канеман Д., Словик П., Тверски А.* Принятие решений в неопределенности: Правила и предубеждения. – Москва: Генезис – 2005. – 632 с.
6. *Карасев П. А., Чайковская Л. А.* Совершенствование программ высшего образования в контексте современных требований рынков образовательных услуг и профессионального сообщества // Экономика и управление: проблемы, решения. – 2017. – Т. 3. – № 2. – С. 3-9.
7. *Мастяева И. Н., Горемыкина Г. И.* Методы оптимальных решений. – Москва: Общество с ограниченной ответственностью Издательство "КУРС", 2016. – 384 с.
8. Математика для экономистов. Практикум: учебное пособие для академического бакалавриата / Под общей редакцией О. В. Татарникова. – Москва: Издательство Юрайт, 2014. – 285 с.
9. Математика для экономистов. Теория и практика: учебник для академического бакалавриата / Под общей редакцией О. В. Татарникова. – Москва: Издательство Юрайт, 2014. – 598 с. 2.
10. *Муханов С. А., Муханова А. А.* Использование сервиса Wolfram|Alpha при моделировании вероятностных экспериментов // Современное педагогическое образование. – 2019. – № 2. – С. 67-69.
11. *Полежаев В. Д., Полежаева Л. Н.* Способы и приемы активизации познавательной деятельности при обучении математике // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом ВУЗе. – 2018. – № 6. – С. 218-224.
12. *Синчуков А. В.* Развитие вероятностных представлений будущих бакалавров экономики // Гуманитарные исследования Центральной России. – 2017. – № 3 (4). – С. 86-93.
13. *Фомин Г. П., Карасев П. А.* Математика в экономике: 813 задач с комментариями и ответами. Учебное пособие – Москва: Общество с ограниченной ответственностью "Издательство "КноРус", 2019. – 368 с.
14. *Эддоус М., Стэнсфилд Р.* Методы принятия решений / Пер. с англ. под ред. член-корр. РАН И. И. Елисеевой. – Москва: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.
15. *Tikhomirov N. P., Tikhomirova T. M., Sukiasyan A. G.* Risks theory advanced. – Москва: Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова, 2019. – 112 с.