

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО 5R МЕХАНИЗМА
ПО ЗАДАННОМУ ЗАКОНУ ДВИЖЕНИЯ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА**

Мудров А.П., Мудров А.Г., Пикмуллин Г.В.

Реферат. Исследования проводили с целью проектирования (синтеза) функционального пространственного пятизвенного механизма с вращательными парами (5R механизма), воспроизводящего движение выходного звена на рабочих участках по линейной функции с заданной точностью. В историческом развитии механизмов был известен семизвенный механизм с вращательными шарнирами, который до сих пор не нашел применения в технике. Достаточно широко используют сферический механизм Кардана-Гука. В 1903 г. английским математиком Беннеттом был описан пространственный четырехзвенный механизм со скрещенными геометрическими осями шарниров, работоспособную модель которого он не смог изготовить. Интерес к механизму Беннетта проявляли ученые во всем мире, но никто из них долгое время не мог изготовить даже его модель, не говоря о производственном образце. Разрешить проблему в полной мере удалось казанским ученым, которые фундаментально раскрыли новое научное направление о пространственных механизмах только с вращательными шарнирами. Были образованы сотни новых, ранее неизвестных механизмов и устройств на их базе, изготовлены не только в моделях, но и внедрены в производство. Сейчас ведутся работы по дальнейшему исследованию механизмов этой группы, в частности, проектирование пространственного пятизвенного механизма по заданному движению выходного звена. В результате проведенных исследований получены целевая функция и зависимости, необходимые для проектирования механизма. Разработан и достаточно подробно описан алгоритм решения указанной задачи в CAD для двух типов пространственных пятизвенников: с одинаковыми углами скрещивания геометрических осей шарниров стойки и выходного звена, равными 90° и с указанными углами, дополняющими друг друга до 180° .

Ключевые слова: пространственный пятизвенный механизм, вращательные шарниры, проектирование, целевая функция, закон движения выходного звена, линейная функция.

Введение. Общеизвестно, что механизмы (плоские и пространственные) входят в состав многих машин и устройств и используются человеком в практической деятельности с древнейших времен [1, 2, 3]. Пространственные механизмы для соединения звеньев имеют в основном шаровые, шаровые с пальцем, цилиндрические, сферические и вращательные шарниры. Затруднений в образовании пространственных механизмов с набором указанных кинематических пар нет, их можно конструировать сотнями. Но простоту создания механизмов нивелируют сложность изготовления шаровых шарниров, малый срок службы, ограничения по несущей силовой способности и ряд других недостатков [4, 5, 6]. Предпочтительнее во всех отношениях в механизмах иметь только вращательные шарниры, оформляемые стандартными подшипниками качения или скольжения, у которых значительно выше силовые передаточные показатели и срок службы, они технологичнее в изготовлении, легко изолируются от агрессивной внешней среды.

В истории механизмов и техники нет другого примера столь длительно по времени нахождения в состоянии становления и развития, как разработка пространственных механизмов только с вращательными шарнирами. Был известен семизвенный механизм, который до сих пор не нашел применения в технике [7]. Другие механизмы на сегодняшний день не известны. В 1903 г. английский математик Беннетт предложил разработанный экспериментальным путём четырехзвенный механизм со скрещенными осями шарниров, работоспособную модель которого он изготовить

не смог [8]. Интерес к пространственным механизмам с вращательными парами проявляли ученые во всем мире, но только с теоретической точки зрения, поскольку никто из них не смог изготовить даже его модель, не говоря о производственном образце. Такая ситуация была обусловлена тем, что развитие этих механизмов сталкивалось с неразрешимыми проблемами при исследовании, а особенно при изготовлении и использовании в технике [9, 10, 11].

На наш взгляд, основные причины возникших затруднений заключаются в следующем. Звенья такого механизма, например, четырехзвенного, имеют скрещенные геометрические оси шарниров, поэтому условие совпадения кратчайших расстояний между ними (теоретических длин звеньев) не все исследователи понимали по существу и конкретности. Дело в том, что у некоторых звеньев такие расстояния измеряются не по их телам, а вне тел. В результате в изготовленных моделях концы кратчайших расстояний не совпадали, и механизм не мог быть работоспособным.

К потере работоспособности изготовленных моделей приводило и не соблюдение другого условия: «кратчайшие расстояния (длины звеньев) должны быть пропорциональны синусам соответствующих углов скрещивания». Ученые не знали особенности технологии изготовления звеньев (два кривошипа и стойка), у которых кратчайшее расстояние находится вне их материального.

Решить проблему в полной мере удалось казанским ученым Б. В. Шитикову [12] и его ученику П. Г. Мудрову [13], которые раскрыли новое научное направление о простран-

ственных механизмах только с вращательными шарнирами. В результате были созданы сотни новых, ранее неизвестных механизмов, работоспособность которых подтверждена сконструированными по уникальной технологии моделями и устройствами на их базе на уровне изобретений. После этого начался второй этап большой исследовательской работы – определение диапазона и сферы практического применения таких механизмов в технике.

Цель представленного исследования – проектирование пространственного пятизвенного шарнирно-рычажного механизма для использования его в автоматизированной линии для точного воспроизведения линейного закона движения рабочего органа.

Условия, материалы и методы исследований. Анализ пространственных механизмов с вращательными парами [14, 15, 16] с учётом возможности лучшей конструктивной реализации структурных схем и требуемой точности воспроизведения линейной функции показал, что для возвратно-вращательного движения с рабочими участками на прямом и обратном ходе представляют интерес кривошипно-коромысловые пятизвенники, у которых углы скрещивания геометрических осей шарниров смежных звеньев 4 и 5 равны $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$ (рисунок 1).

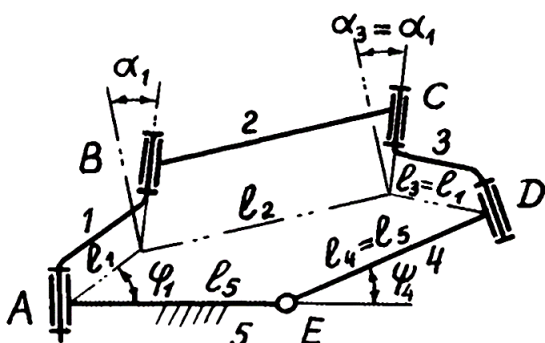


Рисунок 1 – Кинематическая схема пространственного пятизвенника, у которого углы скрещивания геометрических осей шарниров звеньев равны $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$: α_i – угол скрещивания геометрических осей шарниров звена, отсчитываемый против часовой стрелки, принимая за начало отсчёта ось шарнира, обращенного к наблюдателю; l_i – кратчайшее расстояние между осями шарниров (теоретическая длина звена); φ_1, ψ_4 – углы поворота входного (I) и выходного (IV) звеньев

Для воспроизведения возвратно-вращательного движения с рабочим ходом на прямом участке лучше использовать разновидность указанных пятизвенников, у которой те же углы для смежных звеньев связаны зависимостью $\alpha_4 = 180^\circ - \alpha_5$ (рисунок 2а), или их модификацию – четырёхзвенник с одной сферической парой (рисунок 2б).

Пятизвенник первого типа (см. рисунок 1), существует при следующих условиях:

$$\alpha_1 = \alpha_3, l_1 = l_3, \quad (1a)$$

$$\alpha_2 = \alpha_5 = 90^\circ, l_2 = l_5, \quad (1б)$$

$$l_{1,3} = l_{4,5} \cdot \sin \alpha_{1,3}, \quad (1в)$$

$$l_2 = 2l_4 = 2l_5. \quad (1г)$$

Здесь и далее α_i – угол скрещивания геометрических осей шарниров звена, отсчитываемый против часовой стрелки, принимая за начало отсчёта ось шарнира, обращенного к наблюдателю, l_i – кратчайшее расстояние между осями шарниров (теоретическая длина звена).

Структурные зависимости для пятизвенника второго типа, а также его модификации в четырёхзвенном исполнении, где звено 2 с нулевой теоретической длиной заменено сферическим шарниром, (см. рисунок 2), следующие:

$$\alpha_1 = \alpha_3, l_1 = l_3; \quad (2a)$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - 2\alpha_5, l_2 = 0; \quad (2б)$$

$$l_{1,3} = l_{4,5} \cdot \sin \alpha_{1,3} / \sin \alpha_{4,5}; \quad (2в)$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - 2\alpha_5, l_2 = 0; \quad (2г)$$

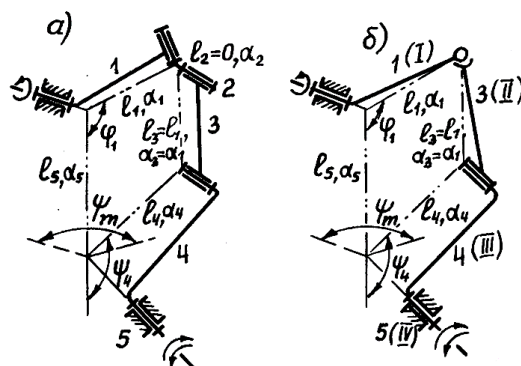


Рисунок 2 – Кинематические схемы разновидностей пространственного пятизвенника: а) с зависимостью углов $\alpha_4 = 180^\circ - \alpha_5$; б) с одной сферической парой; ψ_m – угол максимального поворота (ход) выходного звена; остальные обозначения такие же, как на рисунке 1

Рассмотрим эти механизмы и определим их возможности для проектирования (синтеза) по заданным условиям. Полученные данные и формулы будут использованы для разработки алгоритма проектирования механизмов в CAD.

Кинематика выходного звена пространственных механизмов с вращательными парами зависит только от угловых параметров звеньев [13], поэтому их и необходимо определить при проектировании. При определении линейных параметров необходимо длину одного из звеньев задать произвольно, исходя из функционального назначения механизма и конструктивного исполнения шарнирных узлов, а остальные рассчитываются по приведённым формулам (1), (2).

Анализ и обсуждение результатов исследований. Проектирование пространственных пятизвенников, у которых $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$, по воспроизведению возвратно-вращательного движения выходного звена (балансира 4) с рабочими участками на прямом и обратном ходе основано на зависимости между углами поворота кривошипа 1 (входного звена) и ба-

лансира (рисунок 3):

$$\psi_4 = \arcsin \frac{-\cos \alpha_1 \sin \varphi_1}{1 - \sin \alpha_1 \cos \varphi_1} + \arcsin \frac{-\cos \alpha_1 \sin \varphi_1}{1 + \sin \alpha_1 \cos \varphi_1} - 180^\circ, \quad (3)$$

где α_1 – угол скрещивания геометрических осей шарниров кривошипа (звена 1);
 φ_1 – угол его поворота;
 ψ_4 – угол поворота балансира.

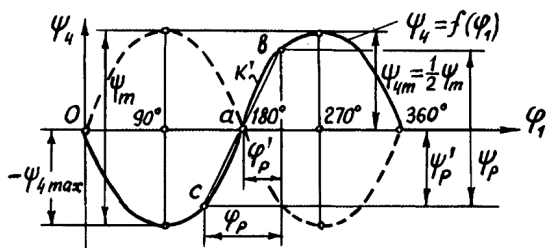


Рисунок 3 – График зависимости угла поворота выходного звена от угла поворота входного ($\psi_4 = f(\varphi_1)$), сплошной линией показан график для случая, когда угол скрещивания геометрических осей шарниров звена 1 $\alpha_1 < 90^\circ$, пунктирной – когда $\alpha_1 > 90^\circ$: φ_p, φ_p' – углы поворота входного звена при рабочем ходе механизма; ψ_p, ψ_p' – углы поворота выходного звена при рабочем ходе механизма; ψ_{4m} – максимальная амплитуда колебаний угла поворота выходного звена

Рассмотрим механизм, у которого $\alpha_1 < 90^\circ$. Как видно из графика (см. рисунок 3), кривая $\psi_4 = f(\varphi_1)$ симметрична относительно точки a . Поэтому отрезок прямой $cb = 2av$ и

$$\psi_p = 2\psi_p' \quad (\varphi_p = 2\varphi_p') \quad (4)$$

Следовательно, достаточно рассмотреть одну ветвь кривой $\psi_4 = f(\varphi_1)$, то есть её отрезка ak' , приближаемого к отрезку av прямой $\psi_p' = k\varphi_p'$ с точностью Δ_{max} (рисунок 4).

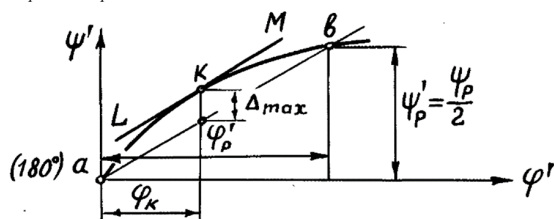


Рисунок 4 – Определению целевой функции для проектирования механизма: φ_k – угол поворота входного звена для максимального отклонения точки K графика $\psi_4 = f(\varphi_1)$ от прямой на рабочем участке; Δ_{max} – целевая функция, остальные обозначения разъяснены в предыдущих рисунках и тексте статьи

Тогда относительная погрешность будет равна:

$$\Delta\psi^0 = \frac{\Delta_{max}}{\psi_p} \cdot 100\%. \quad (5)$$

Анализ расположения кривой, определяемой зависимостью $\psi_4 = f(\varphi_1)$, и прямолинейно-

го участка относительно новой системы координат $\psi\varphi$, выбранной с целью приблизить осуществление рабочего участка на прямом ходе, на графике (рисунок 5) показывает, что величина прямолинейного рабочего участка на прямом и обратном ходе одинакова.

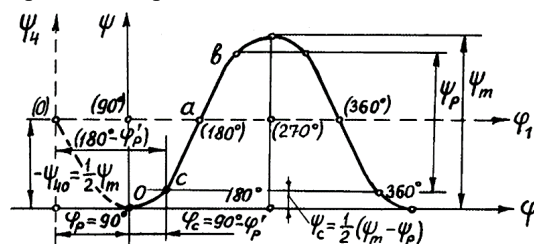


Рисунок 5 – Определению параметров, отвечающих заданному значению целевой функции: φ_c, ψ_c – координаты точки C в системе координат $\varphi O\psi$, с которой начинается прямолинейный участок cb движения выходного звена, остальные обозначения разъяснены в предыдущих рисунках и тексте статьи

При проектировании механизма необходимо исходить из заданной величины рабочего (прямолинейного) участка движения балансира ψ_p и его полного размаха (хода) ψ_m , связанных следующей зависимостью:

$$\frac{\psi_p}{\psi_m} = n.$$

При этом должна обеспечиваться точность воспроизведения относительной погрешности $\Delta\psi = 1 \div 8\%$.

Для этого пятизвенника ход балансира можно определить по формуле:

$$\psi_m = 360^\circ - 4 \arccos \frac{\sin \alpha_1 [1 - \cos(\alpha_4 + \alpha_5)]}{\sin \alpha_4 + \sin \alpha_5 - \cos \alpha_1 \sin(\alpha_4 + \alpha_5)},$$

если учесть, что $\alpha_4 = \alpha_5 = 90^\circ$, то получим:

$$\psi_m = 4\alpha_1. \quad (8)$$

$$\frac{\psi_p}{n} = 4\alpha_1,$$

отсюда

$$\alpha_1 = \frac{\psi_p}{4n}. \quad (10)$$

Определив по формуле (10) угол α_1 , исходя из заданных величин ψ_p и n , найдём максимальное отклонение Δ_{max} из выражения:

$$\Delta_{max} = \psi_k - K \cdot \varphi_k = -\arcsin \frac{\cos \alpha_1 \sin \varphi_k}{1 + \sin \alpha_1 \cos \varphi_k} +$$

$$+\arcsin \frac{\cos \alpha_1 \sin \varphi_k}{1 - \sin \alpha_1 \cos \varphi_k} - K \cdot \varphi_k.$$

Здесь K – угловой коэффициент, характеризующий крутизну прямолинейного участка ab :

$$K = \frac{\psi_p}{\varphi_p} = \frac{\psi_p}{2\varphi_p}, \quad (12)$$

φ_k – угол, определяющий точку касания касательной LM , проведённой параллельно отрезку ab (см. рисунок 3 и 4).

$$\varphi_k = \arccos \left[-\frac{\cos \alpha_1 - \sqrt{\cos^2 \alpha_1 + K^2}}{K \cdot \sin \alpha_1} \right].$$

Угол φ'_p , входящий в формулу (12), находится из выражения:

$$\varphi'_p = \arcsin \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\psi_p}{2}}{\operatorname{tg}^2 \alpha_1 \left(1 + \cos \frac{\psi_p}{2}\right)}}$$

которое получено из формулы (3) заменой в ней φ_1 на $\varphi'_p + 180^\circ$ и ψ_4 на $\psi_p / 2$.

Формула (13) получена путём приравнивания частной производной функции $\psi_4 = f(\varphi_1)$ коэффициенту К (касательная LM параллельна отрезку ав), то есть:

$$\frac{\partial \psi_4}{\partial \varphi_1} = -\frac{\cos \alpha_1}{1 - \sin \alpha_1 \cos \varphi'_k} + \frac{\cos \alpha_1}{1 + \sin \alpha_1 \cos \varphi'_k} + K,$$

где $\varphi'_k = 180^\circ + \varphi_k$.

Поскольку относительная погрешность $\Delta \psi$ изменяется в широких пределах, а желательно иметь минимальное её значение, то при направленном поиске параметров механизма здесь и далее будем исходить из нижнего предела этой величины [17].

Итак, получена целевая функция Δ_{max} (или $\Delta \psi^0$) и соответствующие формулы, необходимые для синтеза механизма, воспроизводящего возвратно-вращательное движение с рабочими участками на прямом и обратном ходе. Синтез осуществляется в следующем порядке. Задаётся рабочий участок хода балансира ψ_p . Берётся большее значение n , определяется угол α_1 и величина целевой функции $\Delta \psi^0$, которая сравнивается с нижним значением $\Delta \psi$. При этом должно выполняться условие $\Delta \psi^0 \leq \Delta \psi$. Если оно не выполняется, то значение n уменьшается на небольшую величину и процесс повторяется до получения $\Delta \psi^0 \leq \Delta \psi$. Если это не удастся, до получения $\Delta \psi_{i+1}^0 - \Delta \psi_i \geq 0$, то есть до достижения минимума Δ_{max} . Затем увеличивается на определённую величину и процесс повторяется до тех пор пока не будет достигнуто условие $\Delta \psi^0 \leq \Delta \psi$.

Получив требуемую точность и, следовательно, угол α_1 , определяются остальные параметры: в частности, координаты точки O (начало новой системы координат $\psi\varphi$):

$$\psi_0 = -\frac{\psi_m}{2} = -2\alpha_1, \quad \varphi_0 = 90^\circ, \quad (15)$$

координаты точки С (начало прямолинейного участка св) в старой системе $\psi_4\varphi_1$:

$$\psi_{4c} = -\frac{\psi_p}{2}, \quad \varphi_{1c} = 180^\circ - \varphi'_p \quad (16)$$

и в новой системе $\psi\varphi$:

$$\psi_c = \frac{(\psi_m - \psi_p)}{2}, \quad \varphi_c = 90^\circ - \varphi'_p,$$

а также линейные параметры по формулам (1).

Рассмотрим теперь проектирование пространственных пятизвенников, у которых $\alpha_4 = 180^\circ - \alpha_5$. Для него имеем:

$$\psi_4 = \arcsin \frac{(\cos \alpha_5 - \cos \alpha_1) \sin \varphi_1}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_1} - 180^\circ + \arcsin \frac{-(\cos \alpha_5 + \cos \alpha_1) \sin \varphi_1}{1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_1}, \quad (18)$$

где α_5 – угол скрещивания геометрических осей шарниров звена 5 (стойки механизма), который может меняться от 70° до 85° .

Рассмотрим случай, когда $\alpha_1 > 90^\circ$. Как видно на графике, кривая $\psi_4 = f(\varphi_1)$, как и для пятизвенника предыдущего типа, симметрична относительно точки а. Поэтому все рассуждения о точности приближения соответствующего участка кривой $\psi_4 = f(\varphi_1)$ к отрезку прямой, изложенные ранее, пригодны и здесь.

В рассматриваемом случае кроме целевой функции составим дополнительное уравнение, связывающее ход балансира, углы α_1 и α_5 .

Это уравнение имеет следующий вид:

$$\cos \left(90^\circ - \frac{\psi_m}{4} \right) = \pm \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{1 + \cos 2\alpha_5}{\sin 2\alpha_5}$$

или

$$\sin \frac{\psi_m}{4} = \pm \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{1 + \cos 2\alpha_5}{\sin 2\alpha_5}.$$

Отсюда:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \pm \frac{\sin 2\alpha_5 \sin \frac{\psi_m}{4}}{1 + \cos 2\alpha_5}.$$

А так как:

$$\psi_m = \frac{\psi_p}{n},$$

то

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \pm \frac{\sin 2\alpha_5 \sin \frac{\psi_p}{4n}}{1 + \cos 2\alpha_5}.$$

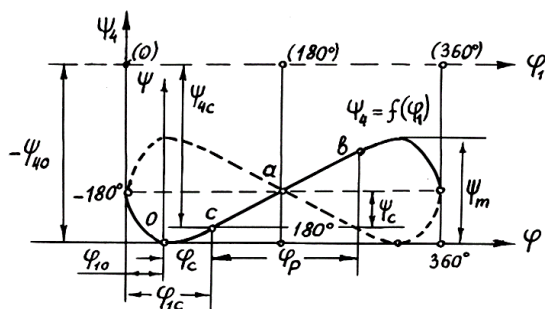


Рисунок 6 – График зависимости угла поворота выходного звена от угла поворота входного для второго типа пятизвенника: сплошная линия для случая, когда $\alpha_1 < 90^\circ$, пунктирная – $\alpha_1 > 90^\circ$:

ψ_m – ход балансира; φ_p – соответствующий ему угол поворота входного звена; φ_{10} , ψ_{40} – координаты начала (точки O) координатной системы $\psi\varphi$; φ_{1c} , ψ_{4c} – координаты начала (точки C) прямолинейного участка движения балансира; φ_c , ψ_c – координаты той же точки в координатной системе $\psi\varphi$; остальные обозначения разъяснены в предыдущих рисунках и тексте статьи

Следовательно,

$$\alpha_1 = \arctg \frac{\sin 2\alpha_5 \sin \frac{\psi_p}{4n}}{1 + \cos 2\alpha_5} \quad (22)$$

и

$$\alpha_1 = 180^\circ - \arctg \frac{\sin 2\alpha_5 \sin \frac{\psi_p}{4n}}{1 + \cos 2\alpha_5}. \quad (23)$$

Для рассматриваемого случая справедливо второе значение α_1 , то есть выражение (23).

Теперь найдём максимальное отклонение:

$$\Delta_{\max} = \arcsin \frac{(\cos \alpha_5 - \cos \alpha_1) \sin \varphi_k}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_k} - K \varphi_k + \arcsin \frac{(\cos \alpha_5 - \cos \alpha_1) \sin \varphi_k}{1 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_k}. \quad (24)$$

Входящий в эту зависимость угловой коэффициент K определяется по формуле (12), в которую подставляется значение угла φ_2, φ_p , найденное из выражения:

$$\varphi_p' = \arccos \left(\frac{b + \sqrt{b^2 - ac}}{2a} \right), \quad (25)$$

где

$$a = \sin^2 \alpha_1 \left[2 - \sin^2 \alpha_5 \left(1 + \cos \frac{\psi_p}{2} \right) \right], \quad (26a)$$

$$b = -2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \left(1 - \cos \frac{\psi_p}{2} \right), \quad (26b)$$

$$c = 1 - \cos \frac{\psi_p}{2} - \cos^2 \alpha_5 \left[2 - \cos^2 \alpha_1 \left(1 + \cos \frac{\psi_p}{2} \right) \right]. \quad (26в)$$

Угол φ_k вычисляется по формуле:

$$\varphi_k = \arccos \times \frac{\cos \alpha_5 - K \pm \sqrt{\cos \alpha_5 [\cos \alpha_5 - K \cos^2 \alpha_1 (2 - K \cos \alpha_5)]}}{K \sin \alpha_1 \sin \alpha_5}, \quad (27)$$

которая получена путём приравнивания частной производной $\partial \psi_4 / \partial \varphi_1$ угловому коэффициенту K , то есть:

$$\frac{\partial \psi_4}{\partial \varphi_1} = \frac{\cos \alpha_5 - \cos \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_k} + \frac{\cos \alpha_5 - \cos \alpha_1}{1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_5 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_5 \cos \varphi_k} = K, \quad (27)$$

где $\varphi_k' = 180^\circ + \varphi_k$,

В формуле (27) при

$$|\cos \alpha_5 - K| \geq \sqrt{\cos \alpha_5 [\cos \alpha_5 - K \cos^2 \alpha_1 (2 - K \cos \alpha_5)]}$$

радикал берётся со знаком минус, если же

$$|\cos \alpha_5 - K| < \sqrt{\cos \alpha_5 [\cos \alpha_5 - K \cos^2 \alpha_1 (2 - K \cos \alpha_5)]}$$

– со знаком плюс.

Таким образом, найдена целевая функция и соответствующие зависимости, необходимые для проектирования пространственного пятизвенника и его четырёхзвенной модификации, имеющей такие же параметры звеньев 1,3,4,5 и сферический шарнир, заменяющий звено 2 нулевой длины (рисунок 2б), воспроизводящих возвратно-вращательное движения с рабочим ходом на прямом участке.

Проектирование может быть осуществлено

в системе CAD и проводится в следующем порядке. Задаётся – ψ_p рабочий участок хода балансира. Берутся верхний предел коэффициента n и нижнее значение угла α_5 , определяется величина угла α_1 , затем целевая функция $\Delta \psi^\circ$, которая сравнивается с нижним значением относительной погрешности $\Delta \psi$. При этом должно обеспечиваться условие $\Delta \psi^\circ \leq \Delta \psi$. Если оно не выполняется, значение n уменьшается на небольшую величину и процесс повторяется до получения необходимого условия, или $\Delta \psi^\circ_{i+1} - \Delta \psi_i \geq 0$, то есть получения минимума целевой функции Δ_{\max} . В последнем случае угол α_5 увеличивается на небольшую величину, и процесс повторяется до обеспечения того же условия ($\Delta \psi^\circ \leq \Delta \psi$). Если оно не достигается, а все значения n и α_5 перебраны, то $\Delta \psi$ увеличивается на определённую величину и процесс снова повторяется, пока условие не будет выполнено.

Получив значения углов α_1 и α_5 , а также коэффициента n при требуемой точности воспроизведения возвратно-вращательного движения, определяют другие параметры механизма по следующим формулам:

$$\psi_m = \frac{\psi_p}{n}; \quad (29)$$

угол поворота кривошипа, соответствующий ходу балансира:

$$\varphi_m = 360^\circ - 2 \arccos \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_5}; \quad (30)$$

координаты точки O (см. рисунок б):

$$\psi_{4o} = -\left(180^\circ + \frac{\psi_m}{2} \right), \quad \varphi_{1o} = \arccos \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_5}; \quad (31)$$

координаты точки C (начало прямолинейного участка) в системе $\psi_4 \varphi_1$:

$$\psi_{4c} = -\left(180^\circ + \frac{\psi_p}{2} \right), \quad \varphi_{1c} = 180^\circ - \varphi_p' \quad (32)$$

и в системе $\psi \varphi$:

$$\psi_c = (\psi_m - \psi_p) / 2, \quad \varphi_c = 180^\circ - \varphi_p' - \varphi_{1o}. \quad (33)$$

Углы α_2 и α_4 , а также линейные параметры находятся по формулам (2).

Выводы. В результате исследований выявлены оптимальные структурные схемы пространственных 5R механизмов, которые воспроизводят движение выходного звена на рабочих участках по линейной функции с заданной точностью.

Для каждого механизма получены целевая функция и соответствующие аналитические зависимости, необходимые для программирования синтеза в системе CAD.

Составленное, кроме целевой функции, дополнительное уравнение, связывающее исходные параметры и данные для проектирования, а также установленные границы их изменения, позволяют упростить задачу целенаправленного поиска параметров синтезируемого механизма.

Литература

1. Артоболевский И. И. Теория пространственных механизмов. М.: ОНТИ, 1937. Ч.1. 236 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов. М.: «Наука», 1967. 719 с.
3. Дименберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов. М.: «Наука», 1982. 336 с.
4. Воробьев Е.И., Дименберг Ф.М. Пространственные шарнирные механизмы. Замкнутые и открытые кинематические цепи. М.: «Наука», 1991. 264 с.
5. Зиновьев Вяч.А. Пространственные механизмы с низшими парами. М. - Л.: Гос. изд. техн.-теорет. лит.-ры, 1952. 431 с.
6. Крайнев А.Ф. Словарь – справочник по механизмам / 2-е изд., перераб и доп. М.: Машиностроение, 1987. 560 с.
7. Баранов Г.Г. Кинематика пространственных механизмов // Тр. Военной воздушной академии им. Н.Е. Жуковского. Вып.18. С.3-64.
8. Bennett G.T. A new mechanism // Engineering. 1903. vol. 76. P. 777-778.
9. Brunthaler K., Schrockner H-P., Husty M. A New Method for the Synthesis of Bennett Mechanisms // Proceedings of CK2005, International Workshop on Computational Kinematics. Cassino: University Innsbruck, 2005. P. 53–61.
10. Oliveira Jr A.A., Carvalho J.C.M. Modeling of the Bennett's linkage as leg of a mobile robot // 12 th IFToMM World Congress. Besancon, 2007. P. 1–6.
11. Chen Y, Baker E.J. Using a Bennett linkage as a connector between other Bennett loops. Proc. IMechE. Vol. 219. 2004. P. 177-185.
12. Шитиков Б. В. Исследование пространственных шарнирных механизмов. Рукопись. Отчет о научно-исследовательской работе. Казань, 1957. 28 с.
13. Мудров П.Г. Пространственные механизмы с вращательными парами. Казань: Изд-во Казанского университета, 1976. 264 с.
14. Мудров А.Г. Пространственные механизмы с особой структурой. Казань: РИЦ «Школа», 2003. 300 с.
15. Yarulinn M.G., Isyanov I.R., Mudrov A.P. Kinematics of the Connecting Rod of a Two-Mobility Five-Link Space Mechanism with a Double Crank // Advances in Mechanical Engineering Selected Contributions from the Conference “Modern Engineering: Science and Education”. Saint Petersburg, 2018.
16. Study of spatial hinge mechanisms and their use in agricultural machines / A.P. Mudrov, A.G. Mudrov, S.M. Yakhin, et al. // BIO Web of Conferences. EDP Sciences. 2020. С. 00012.
17. Левицкая, О.Н., Левицкий, Н.И. Курс теории механизмов и машин. М.: Высшая школа, 1978. 270 с.

Сведения об авторах:

Мудров Александр Петрович – кандидат технических наук, доцент; e-mail: mudrov.aleks@yandex.ru
 ФГБОУ ВО «Казанский государственный аграрный университет», г. Казань, Россия
 Мудров Александр Григорьевич – доктор технических наук, профессор; e-mail: alexmudrov@rambler.ru
 ФГБОУ ВО «Казанский государственный архитектурно-строительный университет», г. Казань, Россия
 Пикмуллин Геннадий Васильевич – кандидат технических наук, доцент; e-mail: pikmullin@mail.ru
 ФГБОУ ВО «Казанский государственный аграрный университет», г. Казань, Россия

DESIGN OF A SPATIAL 5R MECHANISM FOR A SPECIFIED LAW OF THE OUTPUT LINK MOTION

Mudrov A.P., Mudrov A.G., Pikhullin G.V.

Abstract. The studies were carried out with the aim of designing (synthesizing) a functional five-link spatial mechanism with rotational pairs (5R mechanism), reproducing the movement of the output link at the working sections in a linear function with a given accuracy. In the historical development of mechanisms, the seven-link mechanism with rotary joints was known, which until now has not been used in technology. Kardan-Gook's spherical mechanism is widely used. In 1903, the English mathematician Bennett described a spatial four-link mechanism with crossed geometric axes of hinges, a workable model of which he could not manufacture. Scientists around the world showed interest in the Bennett mechanism, but for a long time, none of them could even produce its model, let alone the production model. Kazan scientists were able to fully solve the problem, who fundamentally revealed a new scientific direction about spatial mechanisms with only rotational joints. Hundreds of new, previously unknown mechanisms and devices based on them were formed, manufactured not only in models, but also introduced into production. Now work is underway to further study the mechanisms of this group, in particular, the design of a spatial five-link mechanism for a given movement of the output link. As a result of the studies, the objective function and the dependences necessary for the design of the mechanism are obtained. An algorithm has been developed and described in sufficient detail for solving this problem in CAD for two types of spatial five-link chains: with the same angles of intersection of the geometric axes of the hinges of the rack and the output link, equal to 90° and with the indicated angles that complement each other up to 180° .

Key words: spatial five-link mechanism, rotary joints, design, objective function, law of movement of the output link, linear function.

References

1. Artobolevskiy I.I. *Teoriya prostranstvennykh mekhanizmov*. [Theory of spatial mechanisms]. М.: ONTI, 1937. Part1. P. 236.
2. Artobolevskiy I.I. *Teoriya mekhanizmov*. [Theory of mechanisms]. М.: “Nauka”, 1967. P. 719.
3. Dimenberg F.M. *Teoriya prostranstvennykh sharnirnykh mekhanizmov*. [Theory of spatial articulated mechanisms]. М.: “Nauka”, 1982. P. 336.
4. Vorobev E.I., Dimenberg F.M. *Prostranstvennye sharnirnye mekhanizmy. Zamknutyie i otkrytyie kinematicheskie tsepi*. [Spatial swivel mechanisms. Closed and open kinematic chains]. М.: “Nauka”, 1991. P. 264.
5. Zinovev Vyach.A. *Prostranstvennye mekhanizmy s nizshimi parami*. [Spatial mechanisms with lower pairs]. М. - Л.: Gos. izd. tekhn.-teoret. lit-ry, 1952. P. 431.
6. Kraevnev A.F. *Slovar - spravochnik po mekhanizamam/ / 2-e izd., pererab i dop.* [Dictionary - a reference to mechanisms. / 2nd edition, revised and extended. М.: Mashinostroenie, 1987. P. 560.

7. Baranov G.G. *Kinematika prostranstvennykh mekhanizmov*. // *Tr. Voennoy vozduшной akademii im. N.E. Zhukovskogo*. [Kinematics of spatial mechanisms]. // Scientific works of Military Air Academy named after N.E.Zhukovskiy. Issue 18. P. 3-64
8. Bennett G.T. A new mechanism // *Engineering*. 1903. vol. 76. P. 777-778.
9. Brunthaler K., Schrockner H-P., Husty M. A New Method for the Synthesis of Bennett Mechanisms // *Proceedings of CK2005, International Workshop on Computational Kinematics*. Cassino: University Innsbruck, 2005. P. 53–61.
10. Oliveira Jr A.A., Carvalho J.C.M. Modeling of the Bennett's linkage as leg of a mobile robot // *12 th IFToMM World Congress*. Besancon, 2007. P. 1–6.
11. Chen Y, Baker E.J. Using a Bennett linkage as a connector between other Bennett loops. *Proc. IMechE*. Vol. 219. 2004. P. 177-185.
12. Shitikov B.V. *Issledovanie prostranstvennykh sharnirnykh mekhanizmov. Rukopis. Otchet o nauchno-issledovatel'skoy rabote*. [Research of spatial hinged mechanisms. Manuscript. Research report]. Kazan, 1957. P. 28.
13. Mudrov P.G. *Prostranstvennye mekhanizmy s vraschatelnymi parami*. [Spatial mechanisms with rotational pairs]. Kazan: Izd-vo Kazanskogo universiteta, 1976. P. 264.
14. Mudrov A.G. *Prostranstvennye mekhanizmy s osoboy strukturoy*. [Spatial mechanisms with a special structure]. Kazan: RITs "Shkola", 2003. P. 300.
15. Yarullin M.G., Isyanov I.R., Mudrov A.P. Kinematics of the Connecting Rod of a Two-Mobility Five-Link Space Mechanism with a Double Crank // *Advances in Mechanical Engineering Selected Contributions from the Conference "Modern Engineering: Science and Education"*. Saint Petersburg, 2018.
16. Study of spatial hinge mechanisms and their use in agricultural machines / A.P. Mudrov, A.G. Mudrov, S.M. Yakhin, et al. // *BIO Web of Conferences*. EDP Sciences. 2020. C. 00012.
17. Levitskaya O.N., Levitskiy N.I. *Kurs teorii mekhanizmov i mashin*. [The course of the theory of mechanisms and machines]. M.: Vysshaya shkola, 1978. P. 270.

Authors:

Mudrov Aleksandr Petrovich – Ph.D. of Technical sciences, Associate Professor; e-mail: mudrov.aleks@yandex.ru
 Kazan State Agrarian University, Kazan, Russia
 Mudrov Aleksandr Grigorievich - Doctor of Technical Sciences, Professor; e-mail: alexmudrov@rambler.ru
 Kazan State University of Architecture and Civil Engineering, Kazan, Russia
 Pikmullin Gennadiy Vasilevich – Ph.D. of Technical sciences, Associate Professor; e-mail: pikmullin@mail.ru
 Kazan State Agrarian University, Kazan, Russia