

Аналитическая модель процесса разделения суспензий в гидродинамическом фильтре с вращающейся перфорированной перегородкой

В.А. Девисилов, канд. техн. наук, доцент

В.А. Львов, старший преподаватель

И.А. Мягков, старший преподаватель

Е.Ю. Шарай, старший преподаватель

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана.

e-mail: devisil@mail.ru

Ключевые слова:

гидродинамический фильтр, течение Куэтта–Тейлора, стохастическая модель, марковский процесс, вихри Тейлора, сепарация.

Разработана стохастическая модель процесса разделения суспензий в гидродинамическом фильтре. Разделение суспензий в фильтре осуществляется за счет гидродинамического силового воздействия на поток (первый этап разделения) и фильтрования через пористую перегородку (второй этап). Для повышения эффективности разделения суспензии на первом этапе предложено снабдить фильтр дополнительной вращающейся перфорированной перегородкой, установленной перед пористой фильтровальной перегородкой. В зазоре между корпусом фильтра и перфорированной перегородкой возникает сложное течение Куэтта. При определенных режимах течения жидкости в зазоре возникают вихри Тейлора, размер и интенсивность которых зависят от скорости вращения перегородки и скорости течения жидкости. Возникает течение, известное как течение Куэтта–Тейлора. Разнонаправленные вихри Тейлора, возникающие в структуре основного течения, нарушают его гидродинамику и турбулизируют поток. Расчет сепарации твердой фазы при таком течении с использованием детерминированных моделей может давать погрешности, так как не учитывает стохастические процессы. В статье предложена новая аналитическая модель разделения суспензий, учитывающая вероятностные сепарационные процессы и базирующаяся на теории случайных марковских процессов. Предложено процесс разделения суспензий в гидродинамических фильтрах с вращающейся перфорированной перегородкой описывать на основе уравнений диффузионного типа, в частности уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова.

1. Введение

Для очистки жидкости от механических загрязнений в промышленности применяются гидродинамические фильтры, конструкции и принцип действия которых описаны в [1–3]. В [4, 5] с использованием моделирования в программных комплексах Ansys CFX и Star-CD установлено, что гидродинамическое фильтрование жидкости приводит к снижению нагрузки на фильтровальный материал, увеличению времени работы до регенерации фильтра, снижению

перепада давления на фильтровальной перегородке. Однако к настоящему времени отсутствует полное математическое описание гидродинамических процессов в фильтре. Имеется ограниченное число работ, в которых описаны механизмы, реализуемые в гидродинамическом самоочищающемся фильтре [6–9]. Большинство из них касается непосредственно фильтрования без учета влияния всех механизмов очистки или при других схемах движения потока жидкости [10–12].

При очистке высоковязких жидкостей от мелко-дисперсных взвесей в гидродинамических фильтрах требуется увеличить число оборотов фильтровально-го элемента. Для повышения эффективности работы гидродинамического фильтра предложено снабдить фильтр дополнительной вращающейся перфорированной перегородкой, при наличии которой повышается эффективность очистки.

В зазоре между корпусом фильтра и перфорированной перегородкой возникает сложное течение Куэтта–Тейлора, которое дестабилизирует поток жидкости. Расчет сепарации твердой фазы в таком течении с использованием детерминированных моделей может давать погрешности, так как не учитываются стохастические процессы. Мы предлагаем новую аналитическую модель разделения суспензий, учитывающую вероятностные сепарационные процессы и базирующуюся на теории случайных марковских процессов.

2. Теоретическая модель разделения суспензий

Рассмотрим процесс разделения суспензий в гидродинамических фильтрах с вращающейся перфорированной перегородкой 2 (рис. 1). Будем считать, что при постоянной угловой скорости ω_0 вращения перегородки 2 и фильтрующего элемента 3, а также постоянном расходе Q разделяемой дисперсной системы, которая поступает в фильтр, кинетическая стадия эволюции рассматриваемого процесса закончилась еще при вводе разделяемой дисперсной системы в фильтр. В результате в рабочей части фильтра установилось равновесное (стационарное) распределение по скоростям потока дисперсионной среды и происходит относительно медленное изменение во времени гидродинамических параметров рассматриваемой дисперсной системы.

Гидродинамические процессы разделения (как и любые другие процессы переноса) имеют стохастическую природу, в их основе лежат как детерминированные, так и вероятностно-статистические явления. Определяя стохастические составляющие процесса, будем полагать, что в рабочей части фильтра имеет место квазиустановившееся стохастическое движение частиц дисперсной фазы, которое соответствует теории случайных марковских процессов. Тогда основная задача теоретических исследований будет заключаться в составлении выражения для некоей функции распределения, характеризующей состояние системы на гидродинамической стадии её эволюции, а также в получении зависимостей, определяющих параметры системы.

Считая разделяемую дисперсную систему мало-концентрированной, введем в рассмотрение цилиндрическую систему координат (рис. 1), связанную с

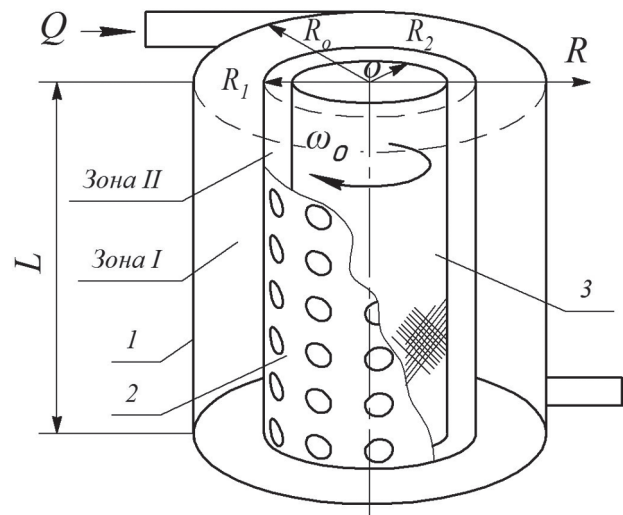


Рис. 1. Схема течения в гидродинамическом фильтре: 1 — корпус фильтра; 2 — перфорированная перегородка, 3 — фильтрующий элемент, I — зона тангенциального ввода очищаемой жидкости, II — защитная зона

осью симметрии цилиндрического фильтрующего элемента. Учитывая быстрое завершение кинетической стадии эволюции рассматриваемой дисперсной системы, будем допускать, что тангенциальные скорости несжимаемой дисперсионной среды (несущей фазы) и частиц дисперсной фазы практически совпадают.

Анализируя скорость частиц дисперсной фазы в рабочей части аппарата, будем предполагать, что движение в ней крупных частиц размером 80 мкм и более в основном определяется действием сил тяжести [13]. Для частиц размером менее 80 мкм вертикальную (осевую) составляющую скорости движения частиц дисперсной фазы будем считать пренебрежимо малой по сравнению с тангенциальной (окружной) составляющей этой скорости. Это существенно упрощает решение поставленной задачи и позволяет перейти к рассмотрению плоского движения частиц дисперсной фазы.

Если рассматривать плоское криволинейное движение стоксовской сферической частицы массы m_q и диаметра d_q в подвижной системе координат, то скорость частицы равна $\vec{v} = \vec{w} + \vec{v}_c$, где \vec{w} — скорость дисперсионной среды (потока), \vec{v}_c — относительная скорость движения частицы, а ее ускорение определяется теоремой Кориолиса. Тогда уравнение движения произвольной частицы дисперсной фазы можно представить в виде:

$$m_q \frac{d\vec{v}_c}{dt} + \frac{\pi d_q^3}{6} (\rho_q - \rho_c) \vec{\omega} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{R}) + m_q \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \cdot \vec{R} \right) + 2m_q (\vec{\omega} \cdot \vec{v}_c) + \sum = -3\pi \mu d_q \vec{v}_c, \quad (1)$$

где: t — время; $\rho_{\text{ч}}$ и $\rho_{\text{с}}$ — плотность частиц и среды соответственно; R — текущий радиус вращения (расстояние от оси аппарата); $\bar{\omega}$ — угловая скорость вращения; μ_0 — динамическая вязкость дисперсионной среды; Σ — прочие силы, включая случайные составляющие всех сил.

Каждый член левой части уравнения (1) представляет собой некоторый компонент силы, с которой частица действует на поток, стремящийся искривить траекторию частицы и изменить ее скорость. В правой части уравнения представлена гидродинамическая сила, действием которой объясняется указанный эффект, т.е. внешняя сила сопротивления, определяемая формулой Стокса.

Первый член уравнения (1) связан с ускорением классификационного движения и может быть равен нулю при условии $v_c = \text{const}$. Это возможно только для практически безынерционных частиц, размер которых не превышает 80 мкм [13]. Для этих частиц также можно считать пренебрежимо малыми величинами составляющие силы сопротивления, обусловленные нестационарностью движения частиц, которые включены в состав сил Σ . Второй член представляет собой центробежную силу с учетом вытеснения частицей соответствующего объема дисперсионной среды. Третий член уравнения выражает реакцию частицы на тормозящее влияние среды при переходе частицы в периферийные слои. (Для безынерционных частиц его можно исключить из рассмотрения.) Четвертый член представляет собой силу Кориолиса, которой также можно пренебречь, поскольку в гидродинамических фильтрах $\omega R \gg dR/dt$. В результате скорость радиального движения стоксовских безынерционных сферических частиц дисперсной фазы, в первом приближении, может быть представлена в виде:

$$u = u' + \frac{d_{\text{ч}}^2}{18\mu_0}(\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{с}})\omega^2(R) \cdot R, \quad (2)$$

где $u' = u'(Q, R)$ — средняя скорость радиального движения дисперсионной среды.

Для определения зависимости $\omega^2 = \omega^2(R)$ выделим в рабочей части аппарата две рабочие зоны, которые определяют режим работы цилиндрического фильтрующего элемента высотой — L .

Зона I — зона тангенциального ввода разделяемой суспензии, которая ограничена зазором между внутренней цилиндрической стенкой с радиусом R_0 неподвижного корпуса аппарата 1 и наружной цилиндрической стенкой вращающейся перфорированной перегородки 2 с радиусом R_1 .

Зона II — защитная зона, которая находится в зазоре между вращающимися наружными цилиндри-

ческими стенками перфорированной перегородки 2 и фильтрующего элемента 3 с радиусами R_1 и R_2 , соответственно.

Пренебрегая толщиной перегородки, исключим из рассмотрения краевые эффекты, допуская, что $L \gg R_0 - R_1$ и $L \gg R_1 - R_2$.

Не снижая общности рассуждений при нахождении функции $\omega = \omega(R)$, рассмотрим частный случай. Используя метод предельных оценок, будем считать, например, что в первом приближении угловая скорость вращения $\omega = \omega(R)$ определяется двумя составляющими — основной $\omega_c(R)$ и дополнительной $\omega_r(R)$. Основная составляющая обусловлена вращением перегородки в вязкой среде и устанавливает вид зависимости изменения угловой скорости от радиуса вращения. Дополнительная составляющая, определяющая условия тангенциального ввода потока разделяемой дисперсной системы в аппарат, влияет на граничные значения этой зависимости. Основную составляющую $\omega_c(R)$ угловой скорости вращения определим с помощью выражения, приведенного в [14], для установившегося движения жидкости между двумя коаксиальными цилиндрами равномерно вращающимися с угловыми скоростями ω_n и ω_b в виде:

$$\omega_c(R) = \frac{R_n^2 R_b^2}{R_n^2 - R_b^2} \frac{\omega_b - \omega_n}{R^2} + \frac{R_n^2 \omega_n - R_b^2 \omega_b}{R_n^2 - R_b^2}, \quad (3)$$

где индексы «н» и «в» относятся к наружному и внутреннему цилиндрам соответственно.

В зоне тангенциального ввода разделяемой суспензии будем считать $\omega_b = \omega_0$ и $\omega_n = \omega_r(R_0)$. Определим последнюю величину в виде $\omega_r(R_0) = k_Q Q / (R_0 S_{\text{вх}})$, где $k_Q = k_Q(Q)$ — постоянный коэффициент, учитывающий изменение средней скорости тангенциального ввода потока разделяемой дисперсной системы в аппарат, $S_{\text{вх}}$ — площадь входного патрубка. Это позволяет записать:

$$\omega(R) = \frac{R_n^2 R_b^2}{R_n^2 - R_b^2} \frac{\omega_0 - k_Q Q / (R_0 S_{\text{вх}})}{R^2} + \frac{R_n^2 k_Q Q / (R_0 S_{\text{вх}}) - R_b^2 \omega_0}{R_n^2 - R_b^2} \approx \frac{D}{R^{n+1}}, \quad (R > R_1), \quad (4)$$

где $D = \text{const}$, $n = \text{const}$ — некоторые известные постоянные, определённые путем аппроксимации величины $\omega(R)$ зависимостью вида D / R^{n+1} при $R \in [R_1; R_0]$.

В зоне тангенциального ввода разделяемой суспензии, наряду с частными зависимостями (3) и (4), предлагаемая модель допускает возможность применения других выражений, более полно отражающих особенности конструктивного исполнения аппарата и движения дисперсной системы в этой зоне. Одна-

ко последующее применение аппроксимации вида D/R^{n+1} при $R \in [R_1; R_0]$ в дальнейших преобразованиях модели обязательно и требует дополнительного обоснования.

В защитной зоне, считая $\omega_r(R) = 0$, согласно (3) получаем:

$$\omega_n = \omega_b = \omega_0 \text{ и } \omega_c(R) = \omega_0 = \text{const. } R < R_1 \quad (5)$$

Таким образом, мы предполагаем, что независимо от вида зависимости, которая определяет тангенциальную составляющую скорости, при $R > R_1$ движение дисперсионной среды потенциально и подчиняется закону распределения окружных скоростей в виде: $w(R) = D/R^n$.

При $R < R_1$ дисперсионная среда вращается вокруг вертикальной оси аппарата, как твердое тело с постоянной угловой скоростью ω_0 и окружными скоростями $w(R) = \omega_0 R$.

Фактически мы ввели в рассмотрение модифицированную разновидность классической модели комбинированного вихря Ранкина (Ренкина) [15], в которой при $R < R_1$ жидкость также вращается вокруг вертикальной оси, как твердое тело с постоянной угловой скоростью ω_0 , но при $R > R_1$ движение жидкости подчиняется известному закону площадей $w(R) = D/R$. Кроме того, в отличие от классической модели, где тангенциальная составляющая скорости непрерывна, предлагаемая модель допускает наличие разрыва при $R = R_1$, что существенно расширяет возможности ее применения.

После подстановки (4) и (5) в (2) получаем:

$$u = \frac{dR}{dt} = \begin{cases} u' + \frac{d^2(\rho_q - \rho_c)D^2}{18\mu_0 R^{2n+1}} = u' + \frac{C_q D^2}{R^{2n+1}}; & (R > R_1) \\ u' + \frac{d^2(\rho_q - \rho_c)\omega_0^2}{18\mu_0} R = u' + C_q \omega_0^2 R; & (R < R_1), \end{cases} \quad (6)$$

где $C_q = \frac{d^2}{18\mu_0}(\rho_q - \rho_c)$ — известная постоянная величина для данного диаметра частиц (при неизменной плотности дисперсионной фазы и дисперсионной среды).

Определим среднюю скорость радиального движения дисперсионной среды $u' = u'(R)$ в рабочей части фильтра в виде:

$$u' = -k_\gamma Q / (2\pi LR) = -A_0 / R, \quad (7)$$

где: $k_\gamma = k_\gamma(Q)$ — постоянный коэффициент, определяющий (для заданного расхода Q) эффективное осредненное изменение радиального потока в рабочей части аппарата; $A_0 = k_\gamma Q / 2\pi L$ — постоянная величина (для данного расхода Q), характеризующая

эффективный радиальный расход, приходящийся на единицу длины фильтрующего элемента).

Подстановка (7) в уравнение (6) дает:

$$u = \frac{dR}{dt} = \begin{cases} \frac{C_q D^2}{R^{2n+1}} - \frac{A_0}{R}; & (R > R_1) \\ C_q \omega_0^2 R - \frac{A_0}{R}; & (R < R_1). \end{cases} \quad (8)$$

Для стоксовских частиц при $u = 0$ выражение (8) позволяет определить теоретическую зависимость размера граничного зерна разделения $\delta_{гр} = \delta_{гр}(R)$ от текущего радиуса вращения R в каждой из рассматриваемых зон в виде:

$$\delta_{гр} = \begin{cases} \frac{3}{D} \sqrt{\frac{\mu_0 Q k_\gamma}{\pi L (\rho_q - \rho_c)}} R^n; & (R > R_1) \\ \frac{3}{\omega_0} \sqrt{\frac{\mu_0 Q k_\gamma}{\pi L (\rho_q - \rho_c)}} R^{-2}; & (R < R_1). \end{cases} \quad (9)$$

Выражение (9) позволяет ввести в рассмотрение в каждой из рассматриваемых зон по два параметра, в первом приближении определяющих разделяющую способность каждой из выделенных зон рассматриваемого аппарата:

$$\delta_{0гр} = \frac{3}{D} \sqrt{\frac{\mu_0 Q k_\gamma}{\pi L (\rho_q - \rho_c)}} R_0^n \text{ и } \delta'_{1гр} = \frac{3}{D} \sqrt{\frac{\mu_0 Q k_\gamma}{\pi L (\rho_q - \rho_c)}} R_1^n;$$

$$\delta''_{1гр} = \frac{3}{\omega_0} \sqrt{\frac{\mu_0 Q k_\gamma}{\pi L (\rho_q - \rho_c)}} R_1^{-2} \text{ и } \delta_{2гр} = \frac{3}{\omega_0} \sqrt{\frac{\mu_0 Q k_\gamma}{\pi L (\rho_q - \rho_c)}} R_2^{-2}.$$

В зоне тангенциального ввода разделяемой суспензии параметры $\delta_{0гр}$ и $\delta'_{1гр}$ характеризуют нижний граничный размер крупности частиц, которые могут улавливаться на внутренней стенке аппарата, и верхний граничный размер крупности частиц, которые могут поступать на перегородку фильтра соответственно. Параметры $\delta''_{1гр}$ и $\delta_{2гр}$ соответственно оценивают верхний граничный размер крупности частиц, поступающих в защитную зону и на фильтрующий элемент. Характерно, что в рамках предлагаемой модели в общем случае $\delta'_{1гр} \neq \delta''_{1гр}$.

Однако каждый из представленных параметров пригоден только для проведения оценочных расчетов, поскольку все они были получены в идеализированных условиях при ряде упрощающих допущений, в том числе исключая влияние интенсивности случайных составляющих, которая в рассматриваемых условиях может достигать 20–25% от интенсивности детерминированных составляющих процесса. В результате расчет значений граничного зерна раз-

деления не всегда однозначен, поскольку определяется не только крупностью частиц и свойствами разделяемой дисперсной фазы, но и свойствами дисперсионной среды. Указанные обстоятельства могут приводить к существенным погрешностям, что требуют более детального рассмотрения процессов поведения дисперсионной среды в рабочих зонах фильтра.

Анализ (8) показывает, что при выбранной обобщенной координате R процессы радиального движения дисперсной фазы и радиального движения дисперсионной среды будут подобными в том смысле, что $uR = \text{const}$. В поле действия центробежных сил и радиального движения дисперсной фазы наблюдается подобие вида $uR^m = \text{const}$, $m \in [-1; 2n + 1]$. При этом нижняя граница указанного диапазона изменения показателя степени m соответствует защитной зоне, а верхняя — зоне тангенциального ввода разделяемой суспензии.

Выберем параметр $S = S(R)$ (новую обобщенную координату) таким образом, чтобы в зоне тангенциального ввода разделяемой суспензии для новой средней скорости движения частиц W' в пространстве S наблюдалось подобие вида $W'S = \text{const}$:

$$\begin{aligned} \frac{R^n dR}{dt} = \frac{dR^{n+1}}{dt} &= \frac{C_q(n+1)}{R^{n+1}} D^2 - \frac{A_0(n+1)}{R^{1-n}} = \\ &= - \left(\frac{A_0(n+1)}{(R^{n+1})^{(1-n)/(n+1)}} - \frac{C_q(n+1)}{R^{n+1}} D^2 \right). \end{aligned}$$

Обозначая $R^{n+1} = S$ — новую обобщенную координату, для новой средней скорости движения частиц W' в пространстве S получаем:

$$\begin{aligned} W' = \frac{dR^{n+1}}{dt} = \frac{dS}{dt} &= - \left(\frac{A_0(n+1)}{S^{(1-n)/(n+1)}} - \frac{C_q(n+1)}{S} D^2 \right) = \\ &= - \left(A_\Sigma S^{\frac{n-1}{n+1}} - \frac{C_\Sigma}{S} \right), \end{aligned}$$

где $A_\Sigma = (n+1)A_0$ и $C_\Sigma = (n+1)C_q D^2$ — некоторые постоянные величины.

В защитной зоне выберем новую обобщенную координату $S = S(R)$ таким образом, чтобы наблюдалось подобие вида $W'/S = \text{const}$:

$$\begin{aligned} W' = \frac{dR^{n+1}}{dt} = \frac{dS}{dt} &= (n+1)C_q \omega_0^2 \cdot R^{n+1} - (n+1)A_0 \cdot R^{n-1} = \\ &= - \left(A_\Sigma S^{\frac{n-1}{n+1}} - C'_\Sigma S \right), \end{aligned}$$

где постоянная $C'_\Sigma = (n+1)C_q \omega_0^2$.

При $R_1^{n+1} = S_1$ это позволяет записать:

$$W' = \frac{dS}{dt} = \begin{cases} - \left(A_\Sigma S^{\frac{n-1}{n+1}} - \frac{C_\Sigma}{S} \right); & (S > S_1) \\ - \left(A_\Sigma S^{\frac{n-1}{n+1}} - C'_\Sigma S \right); & (S < S_1). \end{cases} \quad (10)$$

Следует особо подчеркнуть, что структура подобия выражений (8) и (10) полностью сохраняется, независимо от новой выбранной координаты защитной зоны, даже если в этой зоне $n = n'$, где n' — новая постоянная ($n' \neq -1$).

С учетом сделанных допущений рассмотрим поведение частиц дисперсной фазы разделяемой дисперсионной системы в пространстве новых обобщенных координат. Здесь наряду со средними скоростями процесса W' в каждой из рассматриваемых зон по-прежнему присутствуют случайные составляющие этих скоростей — \tilde{W}'_1 и \tilde{W}'_2 , влиянием которых пренебречь нельзя. Тогда уравнение (10) можно представить в виде:

$$W = \begin{cases} - \left(A_\Sigma S^{\frac{n-1}{n+1}} - \frac{C_\Sigma}{S} \right) + \tilde{W}'_1; & (S > S_1) \\ - \left(A_\Sigma S^{\frac{n-1}{n+1}} - C'_\Sigma S \right) + \tilde{W}'_2; & (S < S_1). \end{cases} \quad (11)$$

Поскольку в рассматриваемых зонах величины \tilde{W}'_1 и \tilde{W}'_2 в уравнении (11) обусловлены наличием случайных сил, действующих на частицу со стороны потока дисперсионной среды, причем в общем случае $\tilde{W}'_1 \neq \tilde{W}'_2$, то естественно скорость W и координата S в этих зонах тоже будут случайными величинами.

В результате очевидно, что распределение частиц дисперсной фазы в радиальном направлении каждой зоны можно характеризовать лишь статистически, например, с помощью функций плотности распределения $f_1 = f_1(S, t)$ и $f_2 = f_2(S, t)$, нормированных на единицу. По определению величина $f(S, t)dS$ представляет собой вероятность того, что произвольно выбранная частица постоянного диаметра d_q будет иметь в момент времени t координату в интервале $(S, S + dS)$. Будем считать, что случайные составляющие \tilde{W}'_1 и \tilde{W}'_2 скорости в каждой рабочей зоне δ -коррелированы во времени и их свойства удовлетворяют допущениям теории случайных марковских процессов. Кроме того, допускаем постоянство во времени средней скорости движения частиц $W' = W'(S)$ и стационарность случайных возмущений в каждой зоне, интенсивность которых в каждой зоне охарактеризуем с помощью параметров $B_1 = B_1(S) = \text{const}$ и $B_2 = B_2(S) = \text{const}$ в пространстве S .

Будем считать, что поведение частиц разделяемой дисперсной системы, находящихся в одной зоне, не зависит от поведения частиц, находящихся в другой зоне. Тогда в каждой рабочей зоне для описания гидродинамической стадии эволюции системы в пространстве S мы можем воспользоваться известным кинетическим уравнением Фоккера–Планка–Колмогорова [16] в виде:

$$\frac{\partial f(S,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial S}(W'(S)f(S,t)) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial S^2}(B(S)f(S,t)). \quad (12)$$

С учетом сделанных допущений после подстановки (10) в (12) для рассматриваемых зон получаем:

$$\frac{\partial f_1(S,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial S} \left[\left(A_\Sigma S^{\frac{n-1}{n+1}} - \frac{C_\Sigma}{S} \right) f_1(S,t) \right] + \frac{B_1}{2} \frac{\partial^2 f_1(S,t)}{\partial S^2} \quad (13)$$

$$\frac{\partial f_2(S,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial S} \left[\left(A_\Sigma S^{\frac{n-1}{n+1}} - C'_\Sigma S \right) f_2(S,t) \right] + \frac{B_2}{2} \frac{\partial^2 f_2(S,t)}{\partial S^2}. \quad (14)$$

Известно из [6], что уравнения такого же типа, как (13) и (14), будут справедливы и для функции распределения f по другим переменным, если выполнены условия, на основе которых они выведены: относительно малое изменение наблюдаемых величин в элементарных актах взаимодействия и линейность по f интегрального оператора, выражающего изменение функции благодаря этим актам.

Обозначив, $B_1/2 = b'_0$ и $B_2/2 = b''_0$ и вводя безразмерную координату $x = S/S_0$, имеем:

$$\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(k \cdot x^{\frac{n-1}{n+1}} - \frac{c_1}{x} \right) f_1(x,t) \right] + b_1 \frac{\partial^2 f_1(x,t)}{\partial x^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial f_2(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(k \cdot x^{\frac{n-1}{n+1}} - c_2 x \right) f_2(x,t) \right] + b_2 \frac{\partial^2 f_2(x,t)}{\partial x^2}. \quad (16)$$

где: $S_0 = R_0^{n+1}$ — постоянная величина, а $k = A_\Sigma / S_0^{n+1}$; $c_1 = C_\Sigma / S_0^2$ и $c_2 = C'_\Sigma$; $b_1 = b'_0 / S_0^2$ и $b_2 = b''_0 / S_0^2$ — постоянные коэффициенты, характеризующие интенсивность классификационного воздействия центробежных сил и случайных возмущений, соответственно.

При решении уравнений (15) и (16) воспользуемся в качестве начальных условий выражениями:

$$f_1(x,0) = f'_0(x), \quad (17)$$

$$f_2(x,0) = f''_0(x), \quad (18)$$

где $f'_0(x)$ и $f''_0(x)$ — функции, задающие начальное (в момент времени $t = 0$) распределение частиц данного

размера d_c в пространстве x в первой и второй рабочих зонах, явный вид которых считается известным и удовлетворяющим условиям нормировки:

$$\int_0^\infty f'_0(x) dx = 1 \quad \text{и} \quad \int_0^1 f''_0(x) dx = 1,$$

например, с помощью δ -функции Дирака в виде $f'_0(x) = \delta(x-1)$ и $f''_0(x) = \delta(x-S_1/S_0)$.

Таким же условиям нормировки должны удовлетворять в любой момент времени функции $f_1 = f_1(x, t)$ и $f_2 = f_2(x, t)$:

$$\int_0^\infty f_1(x,t) dx = 1, \quad (19)$$

$$\int_0^1 f_2(x,t) dx = 1. \quad (20)$$

Условие (19) показывает, что функция $f_1(x,t)$ должна быть ограниченной на интервале $(0, \infty)$, не иметь сингулярности в нуле и удовлетворять условию $f \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$. Условие (20) требует ограниченности функций плотности распределения $f_2(x,t)$ случайной величины на интервале $(0,1)$ и существования, по крайней мере, её математического ожидания и дисперсии.

В общем случае уравнения (15) и (16) могут быть решены известными численными методами. Однако для получения зависимости, определяющей параметры системы, и нахождения взаимосвязи между ними с учетом сформулированных начальных и граничных условий обратимся к аналитическому решению уравнений (15) и (16) в предельном случае $n = 1$. Тогда для зоны тангенциального ввода при $n = 1$, исходя из уравнения (15) получаем:

$$\frac{\partial f_1(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(k - \frac{c_1}{x} \right) f_1(x,t) \right] + b_1 \frac{\partial^2 f_1(x,t)}{\partial x^2}. \quad (21)$$

Воспользовавшись методом разделения переменных, решение (21) будем искать в виде $f_1(x,t) = U_1(x) \cdot T_1(t)$. Подставляя последнее выражение в (21), имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \lambda_1 T \\ \frac{d}{dx} \left[\left(k - \frac{c_1}{x} \right) U \right] + b_1 \frac{d^2 U}{dx^2} &= \lambda_1 U \end{aligned} \right\}, \quad (22)$$

где λ_1 — набор некоторых постоянных величин, нахождение которых и соответствующих им функций обычно называют задачей Штурма–Лиувилля.

Рассмотрим подробнее второе уравнение системы (22), переписав его в виде:

$$b_1 \frac{d^2 U_1}{dx^2} + (k - \frac{c_1}{x}) \frac{dU_1}{dx} + (\frac{c_1}{x^2} - \lambda_1) U_1 = 0. \quad (23)$$

Перед нами однородное линейное уравнение второго порядка вида: $f_2(x)U''_{xx} + f_1(x)U'_x + f_0(x)U = 0$. Последнее уравнение может быть приведено к канонической (или нормальной форме) $u''_{xx} + f(x)u = 0$, путем замены

$$U(x) = u(x) \exp\left(-\frac{1}{2} \int \frac{f_1}{f_2} dx\right),$$

где $f = \frac{f_0}{f_2} - \frac{1}{4} \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{f_1}{f_2}\right)'_x$.

Применительно к уравнению (23) имеем замену:

$$U_1(x) = u_1(x) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \int \left(\frac{k}{b_1} - \frac{c_1}{bx}\right) dx\right) = x^{\frac{\Theta}{2}} \cdot e^{-\frac{kx}{2b_1}} \cdot u_1(x) =$$

$$= x^{\frac{\Theta}{2}} \cdot e^{-\frac{mx}{2}} \cdot u_1(x),$$

где $\Theta = \frac{c_1}{b_1}$ и $m = \frac{k}{b_1}$.

Полагая, что $y = mx$, для функции $u_1(y)$ из уравнения (23) следует:

$$\frac{d^2 u_1}{dy^2} + \left[\frac{\Theta}{2y} - \frac{\Theta^2 - 2\Theta}{4y^2} - \left(\frac{\lambda_1 b_1}{k^2} + \frac{1}{4}\right) \right] u_1 = 0$$

или $4y^2 \frac{d^2 u_1}{dy^2} = \left[\left(1 + \frac{4\lambda_1 b_1}{k^2}\right) y^2 - 2\Theta y + (\Theta - 1)^2 - 1 \right] \cdot u_1$.

Введя новую переменную

$$z = \sqrt{1 + \frac{4\lambda_1 b_1}{k^2}} y = \frac{\sqrt{k^2 + 4\lambda_1 b_1}}{b_1} x$$

и обозначая $\kappa = \Theta / \left(2 \cdot \sqrt{1 + \frac{4\lambda_1 b_1}{k^2}}\right)$, $m_0 = (\Theta - 1) / 2$, для функции $u_1(z)$ имеем:

$$4z^2 \frac{d^2 u_1}{dz^2} = (z^2 - 4\kappa z + 4m_0^2 - 1) \cdot u_1. \quad (24)$$

Уравнение (24) представляет собой приведенную форму вырожденного гипергеометрического уравнения, которую обычно называют уравнением Уиттекера. Уравнение (24) при $m_0 = m$, $2m \neq \pm 1, \pm 2, \dots$ имеет два линейно независимых решения [17]:

$$M_{\kappa, m}(z) = z^{m + \frac{1}{2}} e^{-\frac{z}{2}} \Phi\left(m - \kappa + \frac{1}{2}, 2m + 1; z\right);$$

$$M_{\kappa, -m}(z) = z^{-m + \frac{1}{2}} e^{-\frac{z}{2}} \Phi\left(-m - \kappa + \frac{1}{2}, -2m + 1; z\right)$$

и общее решение — $u_1(z) = C_1 M_{\kappa, m}(z) + C_2 M_{\kappa, -m}(z)$, где $\Phi(\alpha, \beta; z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция, а C_1 и C_2 — некоторые постоянные, которые следует искать исходя из начальных условий (17) и условий нормировки (19).

Применительно к рассматриваемой модели для получения явного вида распределения $f_1(x, t)$ будем искать общее решение уравнения (24) другим мето-

дом, в частности подстановка $u_1(z) = z^{\frac{\Theta}{2}} \cdot e^{-\frac{z}{2}} \cdot \Psi(z)$ приводит для функции $\Psi(z)$ к уравнению вида:

$$z \frac{d^2 \Psi}{dz^2} + [(\Theta - 1) + 1 - z] \frac{d\Psi}{dz} + \frac{\Theta}{2} \left[\frac{k}{\sqrt{k^2 + 4\lambda_1 b_1}} - 1 \right] z = 0. \quad (25)$$

Решение уравнения (25) ограничено на бесконечности и не имеет сингулярности в нуле, если величина

на $\frac{\Theta}{2} \left[\frac{k}{\sqrt{k^2 + 4\lambda_1 b_1}} - 1 \right]$ есть целое число, т.е. когда

$\frac{\Theta}{2} \left[\frac{k}{\sqrt{k^2 + 4\lambda_1 b_1}} - 1 \right] = i$, где $i = 0, 1, 2, \dots$, что соответствует величинам

$$\lambda_1 = -\frac{k^2(\Theta + i)}{b_1(\Theta + 2i)^2} \cdot i \text{ и}$$

$$z = \sqrt{1 + \frac{4\lambda_1 b_1}{k^2}} y = \frac{\sqrt{k^2 + 4\lambda_1 b_1}}{b_1} x = \frac{\Theta \cdot m}{(\Theta + 2i)} x.$$

Решением уравнения (25), которое соответствует

собственному значению $\lambda_1 = -\frac{k^2(\Theta + i)}{b_1(\Theta + 2i)^2} \cdot i$, будет,

как в [17], обобщенный многочлен Лагерра

$$L_i^{(\Theta - 1)}\left(\frac{\Theta \cdot m}{(\Theta + 2i)} x\right) \text{ степени } i \text{ и порядка } (\Theta - 1).$$

Возвращаясь к искомой функции $f_1(x, t) = U_1(x) \cdot T_1(t)$, с учетом системы (22), сделанных замен и обозначений можно утверждать, что для предельного случая $n = 1$ функции вида

$$\left\{ x^{\frac{\Theta}{2}} e^{-\frac{mx}{2}} \left(\frac{\Theta \cdot m}{(\Theta + 2i)} x \right)^{\frac{\Theta}{2}} e^{-\frac{\Theta \cdot m}{2(\Theta + 2i)} x} L_i^{(\Theta - 1)}\left(\frac{\Theta \cdot m}{(\Theta + 2i)} x\right) \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left(-\frac{k^2(\Theta + i)}{b_1(\Theta + 2i)^2} i \cdot t\right) \right\}; i = 0, 1, 2, \dots$$

будут частными решениями уравнения (21). Тогда общее решение этого уравнения для предельного случая $n = 1$ можно представить в виде:

$$f_1(x, t) = \left\{ x^{\frac{\Theta}{2}} e^{-\frac{mx}{2}} \sum_{i=0}^{i=\infty} \left(\frac{\Theta \cdot m}{(\Theta + 2i)} x \right)^{\frac{\Theta}{2}} e^{-\frac{\Theta \cdot m}{2(\Theta + 2i)} x} C_i L_i^{(\Theta-1)} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{\Theta \cdot m}{(\Theta + 2i)} x \right) \exp \left(-\frac{k^2 (\Theta + i)}{b_1 (\Theta + 2i)^2} i \cdot t \right) \right\}, \quad (26)$$

где C_i — постоянные, которые следует искать из начальных условий (17) и условий нормировки (19), используя свойства решений и функций, включая свойства специальных функций [17].

Для зоны тангенциального ввода фильтра с внешним граничным радиусом R_0 мы получили в явном виде (26) искомое выражение для функции распределения $f_1(x, t)$. Оно позволяет найти зависимость вида распределения стоксовских безынерционных сферических частиц массы m_q и диаметра d_q в пространстве безразмерной координаты $x = (R/R_0)^2$ от времени пребывания t в ней и конструктивных параметров фильтра с учетом расходных характеристик и свойств разделяемой дисперсной системы.

Рассмотрим защитную зону фильтра, записав уравнение (16) при $n = 1$ в виде:

$$\frac{\partial f_2(x, t)}{\partial t} = b_2 \frac{\partial^2 f_2(x, t)}{\partial x^2} + (k - c_2 x) \frac{\partial f_2(x, t)}{\partial x} - c_2 f_2(x, t). \quad (27)$$

При $c_2 \neq 0$ замена $y = x - k/c_2$ в (27) приводит к уравнению вида:

$$\frac{\partial f_2(y, t)}{\partial t} = b_2 \frac{\partial^2 f_2(y, t)}{\partial y^2} - c_2 y \frac{\partial f_2(y, t)}{\partial y} - c_2 f_2(y, t).$$

Последующее преобразование $f_2(x, t) = u_2(x, t) \exp(-c_2 t)$ позволяет записать:

$$\frac{\partial u_2(y, t)}{\partial t} = b_2 \frac{\partial^2 u_2(y, t)}{\partial y^2} - c_2 y \frac{\partial u_2(y, t)}{\partial y}. \quad (28)$$

Решение (28) будем искать в виде $u_2(y, t) = U_2(y) \cdot T_2(t)$, воспользовавшись методом разделения переменных. Подставляя последнее выражение в (28), имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT_2}{dt} &= \lambda_2 T_2 \\ b_2 \frac{d^2 U_2}{dy^2} - c_2 y \frac{dU_2}{dy} - \lambda_2 U_2 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (29)$$

где λ_2 — набор собственных значений.

Рассмотрим подробнее второе уравнение системы (29) после замены $U_2(y) = \exp(\frac{c_2}{2b_2} y^2) \cdot U_0(y)$, переписав его в виде:

$$\frac{d^2 U_0}{dy^2} + \frac{c_2}{b_2} y \frac{dU_0}{dy} + \frac{c_2 - \lambda_2}{b_2} U_0 = 0.$$

Замена в последнем уравнении $z = iy \sqrt{\frac{c_2}{2b_2}}$, где i —

мнимая единица, позволяет записать:

$$\frac{d^2 U_0}{dz^2} - 2z \frac{dU_0}{dz} + \frac{c_2 - \lambda_2}{b_2} U_0 = 0 \quad (30)$$

Решением уравнения (25), которое удовлетворяет условиям (18) и (20) и соответствует собственному значению $\lambda_2 = c_2 - 2b_2 n$, ($n = 0, 1, 2, \dots$), будет многочлен Эрмита $H_n(z)$.

Возвращаясь к искомой функции $f_2(x, t)$, с учетом системы (29), сделанных замен и обозначений можно утверждать, что для предельного случая $n = 1$ функции вида:

$$\left\{ \exp\left(\frac{c_2}{2b_2} \left(x - \frac{k}{c_2}\right)\right) \cdot H_n\left(i\left(x - \frac{k}{c_2}\right) \sqrt{\frac{c_2}{2b_2}}\right) \cdot \exp(-2b_2 n t) \right\}; \\ n = 0, 1, 2 \dots$$

будут частными решениями уравнения (27). Тогда общее решение этого уравнения для предельного случая $n = 1$ можно представить в виде:

$$f_2(x, t) = \left\{ \exp\left(\frac{c_2}{2b_2} \left(x - \frac{k}{c_2}\right)\right) \sum_{n=0}^{n=\infty} C_n H_n\left(i\left(x - \frac{k}{c_2}\right) \sqrt{\frac{c_2}{2b_2}}\right) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{c_2}{2b_2}} \cdot \exp(-2b_2 n t) \right\}, \quad (31)$$

где C_n — постоянные, которые следует искать из начальных условий (18) и условий нормировки (20), используя свойства решений и функций, включая свойства специальных функций [17].

Для защитной зоны фильтра с внешним граничным радиусом R_1 мы получили в явном виде (31) искомое выражение для функции распределения $f_2(x, t)$. Оно позволяет найти зависимость вида распределения стоксовских безынерционных сферических частиц массы m_q и диаметра d_q в пространстве безразмерной координаты $x = (R/R_0)^2$ от времени пребывания t в ней и конструктивных параметров аппарата

с учетом расходных характеристик и свойств разделяемой дисперсной системы.

При этом для всего фильтра в целом к конструктивным параметрам можно отнести величины $L, R_0, R_1, R_2, k_Q, k_r, S_{вх}$, к расходным характеристикам величины — Q и Q_{in} , к свойствам разделяемой дисперсной системы — $\mu_0, \rho_ч$ и ρ_c . Эти величины образуют некоторые комплексы (постоянные), которые можно условно подразделить на внешние, внутренние и комбинированные. Условно, к внешним комплексам можно отнести величины $C_q, D, C_\Sigma, C'_\Sigma, c_1, c_2, A_0, A_\Sigma, k$, к внутренним — B_1, B_2 и b_1, b_2 к комбинированным — m и Θ .

Использование выражений (26) и (31) не является тривиальным и в инженерной практике может вызывать большие затруднения. В силу этого обстоятельства необходимо ввести дополнительные обоснованные допущения, которые позволили бы существенно упростить последующие исследования и расчеты, а также обратиться к рассмотрению более общего случая $n \neq 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Девисилов В.А., Мягков И.А. Гидродинамическое вибрационное фильтрование и конструкции фильтров // Безопасность жизнедеятельности. — 2004. — № 7.
2. Девисилов В.А., Мягков И.А. Мобильная установка для восстановления отработанных масел // Безопасность в техносфере. — 2007. — № 5. — С. 36.
3. Девисилов В.А., Мягков И.А. Гидродинамические вибрационные фильтры в системах очистки и регенерации отработанных масел и нефтепродуктов // Экология и промышленность России. — 2005. — Июль. — С. 4.
4. Девисилов В.А., Шарай Е.Ю. Моделирование работы гидродинамического фильтра с использованием программного комплекса // Безопасность в техносфере. — 2009. — № 5. — С. 21–30.
5. Девисилов В.А., Шарай Е.Ю. Моделирование течения не-ньютоновской жидкости вблизи вибрирующей фильтровальной перегородки гидродинамического фильтра // Безопасность в техносфере. — 2010. — № 5. — С. 23.
6. Kholpanov L.P., Ibyatov R.I., Akhmadiev F.G., Fazylzyanov R.R. Mathematical Modeling of the Hydrodynamics over Permeable Surfaces // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. — 2003. — Vol. 37, No. 3. — P. 207
7. Kholpanov L.P., Ibyatov R.I. Mathematical Modeling of the Dispersed Phase // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. — 2005. — Vol. 39, No. 2. — P. 190
8. Schutyser M., Belfort G. Dean vortex membrane microfiltration non-Newtonian viscosity effects // Ind. Eng. Chem. Res. — 2002. — Vol. 41, № 3. — P. 494.

REFERENCES

1. Devisilov V.A., Myagkov I.A. Hydrodynamic vibration filtering and designs of filters. *Bezopasnost' zhiznedeyatel'nosti* [Life Safety], 2004, I. 7. (in Russian)

3. Основные результаты работы

Теоретически показана возможность применения вероятностно-статистического метода расчета характеристик разделения суспензий в гидродинамических фильтрах с вращающейся перфорированной перегородкой. Процесс разделения суспензий в гидродинамических фильтрах с вращающейся перфорированной перегородкой, образующей с фильтровальным элементом защитную зону, может быть удовлетворительно описан на основе уравнений диффузионного типа, в частности с помощью уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова. На следующем этапе исследования будет проведено сравнение результатов расчета по предложенной стохастической модели и по детерминированной модели с использованием численного решения уравнений Навье–Стокса, а также оценена точность расчетов на основе экспериментальных исследований.

9. Testik F., Voropaev S. On the case when steady converging/diverging flow of a non-Newtonian fluid in a round cone permits an exact solution // Mesh. Res. Commun. — 2004. — Vol. 31, № 4. — P. 477.
10. Testik F., Voropaev S. On the case when steady converging/diverging flow of a non-Newtonian fluid in a round cone permits an exact solution // Mesh. Res. Commun. — 2004. — Vol. 31, № 4. — P. 477.
11. Мочалин Е.В. Особенности протекания слабоконцентрированной суспензии через перфорированный вращающийся цилиндр // Восточно-Европ. журн. перед. технологий. — 2010. — Т. 6. № 6 (48). — С. 21–26.
12. Devisilov V. A., Sharai E. Yu. Hydrodynamics of a Rheologically Complicated Liquid in a Self-Cleaning Filter // Theoretical Foundations of Chemical Engineering. — 2012. — Vol. 46, No 6. — P. 594–600. DOI: 10.1134/S0040579512050119
13. Терновский И. Г., Кутепов А. М. Гидроциклонирование. — М.: Наука, 1994.
14. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т.1. Механика. — М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2002.
15. Протодьяконов И. О., Чесноков Ф. Г. Гидромеханические основы процессов химической технологии. — Л.: Химия, 1987.
16. Справочник по теории вероятностей и математической статистике/ В. С. Королюк и др. — М.: Наука, 1985.
17. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Физическая кинетика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
18. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1977.

2. Devisilov V.A., Myagkov I.A. Mobil'naya ustanovka dlya vosstanovleniya otrabotannykh masel [Mobile installation for restoration of the fulfilled oils]. *Bezopasnost' v*

- tekhnosfere [Safety in Technosphere]. 2007, I. 5, p. 36. (in Russian)
3. Devisilov V.A., Myagkov I.A. Hydrodynamic vibration filters in systems of cleaning and regeneration of the fulfilled oils and oil products. *Ekologiya i promyshlennost' Rossii* [Ecology and industry of Russia]. 2005, I. 7, p. 4. (in Russian)
 4. Devisilov V.A., Sharai E.Yu. Modelling of Work of the Hydrodynamical Filter With Use of the Program Complex. *Bezopasnost' v tekhnosfere* [Safety in Technosphere]. 2009, I. 5, pp. 21-30. (in Russian)
 5. Devisilov V.A., Sharai E.Yu. Modeling the flowing of the non-Newtonian fluid near the vibrating filtering baffler of the hydrodynamic. *Bezopasnost' v tekhnosfere*. [Safety in Technosphere], 2010, I. 5, pp. 23–27. (in Russian)
 6. Kholpanov L.P., Ibyatov R.I., Akhmadiev F.G., Fazylyzhanov R.R. Mathematical Modeling of the Hydrodynamics over Permeable Surfaces. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. 2003. Vol. 37, No 3, p. 207
 7. Kholpanov L.P., Ibyatov R.I. Mathematical Modeling of the Dispersed Phase. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. 2005. Vol. 39, No 2, p. 190
 8. Schutyser M., Belfort G. Dean vortex membrane microfiltration non-Newtonian viscosity effects. *Ind. Eng. Chem. Res.* 2002. V. 41, № 3. P. 494.
 9. Testik F., Voropaev S. On the case when steady converging/diverging flow of a non-Newtonian fluid in a round cone permits an exact solution. *Mesh. Res. Commun.* 2004. V. 31, № 4. P. 477.
 10. Testik F., Voropaev S. On the case when steady converging/diverging flow of a non-Newtonian fluid in a round cone permits an exact solution. *Mesh. Res. Commun.* 2004. V. 31, № 4. P. 477.
 11. Mochalin E.V. Features of behavior of weak suspensions through the punched rotating cylinder. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2010. Vol.6, No 6 (48). p. 21–26 (in Russian)
 12. Devisilov V. A., Sharai E. Yu. Hydrodynamics of a Rheologically Complicated Liquid in a Self-Cleaning Filter. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. 2012. Vol. 46, No 6, pp. 594–600. DOI: 10.1134/S0040579512050119
 13. Ternovskiy I. G., Kutepov A. M. *Gidrotsiklonirovanie* [Hydrocycloning]. Moscow, Nauka Publ., 1994. (in Russian)
 14. Sivukhin D. V. General course of physics. V.1. Mechanics. Moscow, FIZMATLIT Publ.; MFTI Publ., 2002. (in Russian)
 15. Protod'yakonov I. O., Chesnokov F. G. Hydromechanical bases of processes of chemical technology, Leningrad, Publishing house «Khimiya», 1987. (in Russian)
 16. Korolyuk V.S. Reference book on the theory of probability and mathematical statistics. Moscow, Nauka Publ., 1985. (in Russian)
 17. Landau L.D., Lifshits E.M. Physical kinetics. Moscow, Publishing house «FIZMATLIT», 2001. (in Russian)
 18. Korn G., Korn T. Reference book on mathematics. Moscow, Nauka Publ., 1977 (in Russian)

Analytical Model of Suspensions Separation in Hydrodynamic Filter with Pivoting Perforated Partition

V.A. Devisilov, Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, Bauman Moscow State Technical University

V.A. Lvov, Senior Lecturer, Bauman Moscow State Technical University

I.A. Myagkov, Senior Lecturer, Bauman Moscow State Technical University

E.Yu. Sharay, Senior Lecturer, Bauman Moscow State Technical University

The article develops a stochastic model of suspensions separation in hydrodynamic filter. Suspensions separation in the filter is carried out due to hydrodynamic force action on suspension flow (first stage of separation) and filtering through a porous membrane (second stage). Pivoting perforated partition is put into filter in front of the porous filtering membrane to increase effectiveness of suspensions separation at stage one. Complex Couette flow develops in the gap between filter bowl and the perforated partition. Specific modes of flow in the gap produce Taylor vortex, size and intensity of which depend on partition's rotation speed and flow velocity. It produces a flow currently known as Couette-Taylor flow. Multidirectional Taylor vortex arising in the mainstream disrupts its hydrodynamics and creates turbulence. Given such flow, calculation of hard phase separation with use of determinate models can be an error as does not include stochastic processes. The article presents a new analytical model of suspensions separation, which takes in stochastic (probabilistic) separation processes and is based on the theory of Markovian processes. Equations of diffusion type, particularly the Fokker-Planck-Kolmogorov equation, are offered to describe process of suspensions separation in hydrodynamic filters with pivoting perforated partition.

Keywords: hydrodynamic filter, Couette-Taylor flow, stochastic model, Markovian process, Taylor vortex, separation.