

# Особенности статистических подходов при оценке статической прочности

**Н.А. Махутов**, член-корр. РАН, главный научн. сотрудник, профессор, д-р техн. наук,

**В.В. Зацаринный**, ведущий научн. сотрудник, старший научн. сотрудник, канд. техн. наук,

**Д.О. Резников**, ведущий научн. сотрудник, канд. техн. наук

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва

e-mail: v.zatsar@mail.ru

## Ключевые слова:

детерминированные и вероятностные подходы, прочность, надёжность, статические характеристики, коэффициент запаса.

*В статье рассмотрены особенности детерминированных и вероятностных подходов к оценке статической прочности элементов сложных технических систем, позволяющие определить показатель прочностной надёжности, характеризующий вероятность отказа (повреждения) элемента системы при заданных режимах нагружения и запасах. Если при детерминистском подходе оценка прочности (запасы прочности по пределам текучести, прочности, длительной прочности или ползучести) обычно дается по средним значениям эксплуатационных воздействий и характеристик механических свойств, то в вероятностном расчёте вышеуказанные расчётные параметры приобретают вероятностную природу и характеризуются соответствующим рассеянием значений. Это позволяет вычислить заданный запас для установленной вероятности. Приведены расчётные формулы и описана общая схема определения вероятности разрушения элемента, базирующаяся на использовании в расчётах кривых плотности распределения действующих напряжений и несущей способности элемента конструкции. На основе изложенных положений приведены расчётные примеры изменения вероятности разрушения и запасов прочности по пределу прочности для ряда отраслей техники.*

## 1. Постановка проблемы

Большинство аварий и катастроф на объектах техносферы, вызываемых природными и техногенными факторами, в своем сценарии имеют нарушение условий прочности при переходе от штатных ситуаций к аварийным. В связи с этим разработка проблем прочности очень важна для обеспечения техногенной безопасности ответственных конструктивных элементов.

В фундаментальных исследованиях и прикладных разработках проблем прочности, ресурса и надёжности сложных технических систем для установления области допустимых безопасных состояний используются детерминированные (детерминистические, детерминистские), статистические и вероятностные подходы и критериальные характеристики. В соответствии с общепринятыми нормативными документами в детерминированных подходах предельные нагрузки, напряжения и деформации уменьшаются в некоторое число раз, определяемое коэффициентом запаса  $n$ . Например,

для достижения заданных условий функционирования при детерминированном подходе в оценках статической прочности и устойчивости при нормативном расчёте в условиях действия механических нагрузок (напряжений) величина  $n$  составляет 1,5–3 (при расчётах по пределам текучести и прочности). Поверочная оценка статической прочности обычно выполняется с использованием более широкого набора кратковременных или длительных механических характеристик прочности, пластичности, упрочнения по данным испытаний в соответствии с государственными или отраслевыми стандартами или техническими условиями. Если с изменением температуры, времени или числа циклов происходит существенное изменение физико-механических свойств материалов, то оно обязательно должно учитываться при оценке прочности, ресурса и надёжности по различным критериям.

В нормативных и детерминированных подходах статистические данные о механических свойствах материалов и нагруженности, носящие случайный

характер, в неявном виде входят в запасы  $n$  и номинальные допустимые напряжения  $[\sigma]$ . Обычно величину  $[\sigma]$  устанавливают по средним или гарантированным значениям пределов текучести  $\sigma_T$ , прочности  $\sigma_\sigma$ , длительной прочности  $\sigma_{\sigma T}$  или ползучести  $\sigma_{\Pi}$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_\sigma}{n_\sigma} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{\sigma T}}{n_{\sigma T}} \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{\Pi}}{n_{\Pi}}. \quad (1)$$

В расчётах используются минимальная величина  $[\sigma]$  и максимальные номинальные эксплуатационные напряжения  $n_{n \max}^\ominus$

$$n_{n \max}^\ominus \leq \min \left\{ \frac{\sigma_c}{n} \right\}, \quad (2)$$

где  $\sigma_c/n$  — минимальное значение отношения разрушающего напряжения (пределов текучести  $\sigma_T$ , прочности  $\sigma_\sigma$ , длительной прочности и ползучести) для материала детали к соответствующему запасу прочности по (1).

Выражение (2) позволяет определить показатель прочностной надежности, характеризующий вероятность отказа или вероятность безотказной работы при заданных режимах нагружения и запасах.

При оценках прочности следует учитывать, что все вышеуказанные расчётные параметры выражений (1)–(2) имеют вероятностную природу. Это означает, что наступление разрушения (повреждения) также носит вероятностный характер. Обладая необходимой исходной статистической информацией по объекту (или его элементу), этим выражениям можно придать вероятностную трактовку. Тогда на первых этапах вероятностного исследования и нормирования прочности можно вычислить заданный запас  $n$  по установленной вероятности  $P$ :

$$n_{\sigma_p} = \frac{(\sigma_c)_p}{(\sigma^\ominus)_p},$$

где  $(\sigma_c)_p$  — предельное (разрушающее) напряжение с заданным уровнем вероятности  $P$ ;

$(\sigma^\ominus)_p$  — эксплуатационное номинальное напряжение с тем же параметром  $P$ .

На основе (1) для практических целей можно использовать упрощенную оценку запасов по пределам текучести и прочности, соответствующих заданным вероятностям разрушения  $P$

$$(n_T)_p = \frac{(\sigma_T)_p}{(\sigma^\ominus)_p}; \quad (n_\sigma)_p = \frac{(\sigma_\sigma)_p}{(\sigma^\ominus)_p}. \quad (3)$$

При детерминистском подходе оценка прочности заданного элемента объекта обычно дается по сред-

ним значениям ( $P = P_{cp} = 50\%$ ) эксплуатационного воздействия  $(\sigma^\ominus)_{CP}$  и характеристик механических свойств  $(\sigma_T)_{CP}$  и  $(\sigma_\sigma)_{CP}$ :

$$(n_T)_{CP} = \frac{(\sigma_T)_{CP}}{(\sigma^\ominus)_{CP}}; \quad (n_\sigma)_{CP} = \frac{(\sigma_\sigma)_{CP}}{(\sigma^\ominus)_{CP}}. \quad (4)$$

Для фактически эксплуатируемых элементов сложных технических систем характерна большая вариативность эксплуатационных нагрузок, конструктивных особенностей несущих элементов, статистическая неопределенность характеристик механических свойств материалов и их соотношений, а также неопределенность относительно несущей способности элементов конструкции, для надлежащей уточненной оценки прочности и надежности этих конструкций следует рассматривать взаимосвязанные вероятностные и детерминистские подходы (или их сочетание). Такой подход предполагает использование прямых статистических данных о материалах, воздействиях и условиях нагруженности объектов, на основе которых будет осуществляться вероятностный анализ прочности и надежности. Вероятностный подход основан на использовании статистических характеристик при расчетной оценке прочности как вероятности достижения предельного состояния элемента (его повреждения или разрушения).

Научные основы вероятностных подходов при оценке прочности и надежности разрабатывались многими учеными. В том числе В. Вейбуллом [1], А. Фройденталем [2], Н.С. Стрелецким [3], А.Р. Ржанициным [4], С.В. Серенсенем [5], В.В. Болотиним [6], И.А. Биргером [7], В.П. Когаевым [8], Г.Б. Иосилевичем [9], Н.А. Махутовым [10-11] и др. В последнее время эти подходы получили широкое применение.

Цель данной работы — дальнейшее развитие вероятностных методов оценки прочности, основанное на использовании собственных исследований и на анализе известных литературных данных, а также иллюстрация применения положений этих методов для расчета изменения вероятности разрушения и запасов прочности  $n_{\sigma_B}$  для трех специальных отраслей техники — ракетная и авиационная техника, оборудование АЭС.

## 2. Исходные положения

На базе [1–11] рассмотрим общую схему определения вероятности разрушения элемента конструкции. Она основана на предположении, что эксплуатационные напряжения, действующие в опасной точке опасного сечения элемента, имеют рассеяние из-за непостоянства и варьирования внешней нагрузки, особенностей конструкции (например, зоны концентрации) или других обстоятельств (технологии, остаточные напряжения из-за наличия сварки и наплавки).

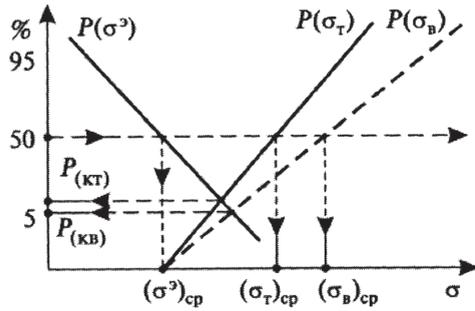


Рис. 1. Схема вероятностной оценки прочности при однократном нагружении

Статистическая изменчивость действующих напряжений  $(\sigma^3)_p$  и несущей способности или разрушающего напряжения  $(\sigma_c)_p$  описывается соответствующими кривыми плотности распределения  $f$ . Расчетные значения  $\sigma_T, \sigma_B$  по параметру вероятности разрушения  $P$  можно получить путем проведения статистических испытаний серий лабораторных образцов при статическом разрыве. На рис. 1 и 2 показаны функции  $P$  распределения эксплуатационных напряжений  $P(\sigma^3)$ , предела текучести  $P(\sigma_T)$  и предела прочности  $P(\sigma_B)$  (рис. 1) и функции плотности распределения  $f(\sigma)$  действующих напряжений и разрушающего напряжения для оценки вероятности разрушения  $P_{(к)}$  в случае вероятностного определения статической прочности при однократном нагружении (рис. 2) [7, 9, 10].

Точкам пересечения функций эксплуатационных воздействий  $P(\sigma^3)$  с функциями эксплуатационных напряжений и прочности  $\sigma^3 = \sigma_T$  и  $\sigma^3 = \sigma_B$  соответствует вероятность  $P_{(к)}$  (рис. 1) или плотность вероятности разрушения  $f_{(к)}$  (в точке  $K$ ) (рис. 2):

$$P_{(к)} = \{P_{(кт)}, P_{(кв)}\}. \quad (5)$$

Предельное напряжение  $(\sigma_c)$ , характеризующее «возможности» материала детали  $(\sigma_T), (\sigma_B)$ , также является случайной величиной. Если известны функции плотности распределения  $f(\sigma^3)$  для действующих  $\sigma^3$  и  $f(\sigma_c)$  для предельных напряжений  $(\sigma_T), (\sigma_B)$ ,

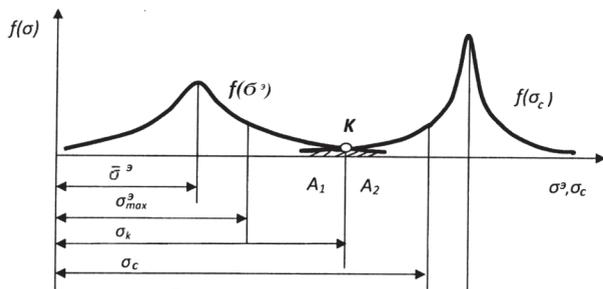


Рис. 2. Плотность распределения нагрузки и несущей способности

(рис. 2), то заданное отношение отрезков  $\sigma_c$  и  $\sigma_{nmax}^3$  определяет расчетный запас прочности по (3). В точке  $K$  кривые пересекаются, определяя возможность разрушения, если одновременно напряжения удовлетворяют неравенствам

$$\sigma^3 > \sigma_k \text{ и } \sigma_c < \sigma_k. \quad (6)$$

В этом случае вероятность разрушения, считая события при указанных неравенствах независимыми, равна

$$P_{разр} = P(\sigma^3 > \sigma_k)P(\sigma_c < \sigma_k) = A_1 \times A_2, \quad (7)$$

где  $\sigma_k$  — напряжение в точке пересечения кривых плотностей распределения;  $A_1$  и  $A_2$  — площади заштрихованных участков на рис. 2.

Предполагая, что эксплуатационные и предельные напряжения распределены по нормальному закону, с учетом неравенства (7) вероятность разрушения будет равна

$$P_{разр} = \left[ \frac{1}{2} - \Phi \left( \frac{\sigma_k - \bar{\sigma}_3}{S_3} \right) \right] \times \left[ \frac{1}{2} + \Phi \left( \frac{\sigma_k - \bar{\sigma}_c}{S_c} \right) \right], \quad (8)$$

где  $\bar{\sigma}_3$  и  $\bar{\sigma}_c$  — средние значения действующих (напряжение в опасном сечении) и предельных напряжений (текучести или прочности), используемые в детерминированных расчетах;  $S_3$  и  $S_c$  — среднеквадратические отклонения в распределениях.

Тогда надёжность (вероятность неразрушения)  $P_{(н)}$  несущего элемента будет равна

$$P_{(н)} = 1 - P_{(разр)}. \quad (9)$$

Величину  $\sigma_k$  можно вычислить аналитически при известных или установленных экспериментально функциях распределения.

Рассматривая простейший случай, когда напряжения  $\sigma^3$  и  $\sigma_B = \sigma_c$  являются случайными величинами  $\sigma_B = \beta$  и  $\sigma^3 = \alpha$  с заранее известными параметрами нормального закона распределения, получим функцию неразрушаемости случайной величины  $\psi$  по А.Р. Ржаницину [4]. Она будет иметь вид (рис. 3) и будет также распределена по нормальному закону

$$F(\psi) = \frac{1}{2} + \Phi \left( \frac{\psi - \bar{\psi}}{S_\psi} \right) \quad (10)$$

$$\psi = \sigma_B - \sigma^3 = \beta - \alpha,$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$  — функция Лапласа.

Если при этом случайные величины характеристик прочности  $\sigma_B$  или  $\sigma_T$  и характеристик нагру-

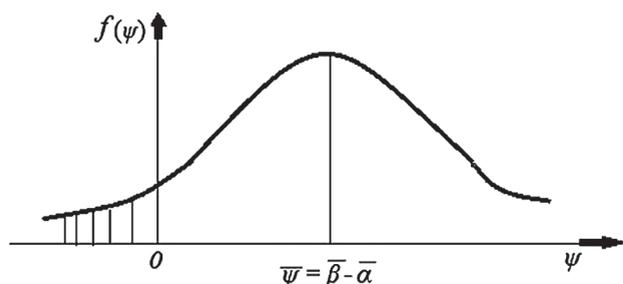


Рис. 3. Плотность распределения функции неразрушения

женности  $\sigma^3$  считать практически независимыми случайными величинами (т. е. отсутствует корреляционная связь между ними), то параметры функции неразрушения определяются как

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= \bar{\sigma}_B - \bar{\sigma}^3 = \bar{\beta} - \bar{\alpha}, \\ S_\psi &= \sqrt{S_\beta^2 + S_\alpha^2}, \\ v_\psi &= \frac{s_\psi}{\bar{\psi}} = \frac{\sqrt{S_\beta^2 + S_\alpha^2}}{\bar{\beta} - \bar{\alpha}}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\bar{\psi}$  — среднее значение;  $S_\psi$  — среднеквадратическое отклонение;  $v_\psi$  — коэффициент вариации.

Вероятность разрушения должна соответствовать вероятности выполнения условий

$$\psi = \sigma_B - \sigma^3 < 0 \text{ (заштрихованная зона на рис. 3),}$$

$$P_{\text{разр}} = P(\psi < 0) = F(0). \quad (12)$$

Учитывая равенства (10) и (12), можно получить формулу для определения вероятности разрушения

$$P_{\text{разр}} = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\bar{\psi}}{s_\psi}\right) = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{1}{v_\psi}\right). \quad (13)$$

Выражения (2)–(13) позволяют установить связь между запасом прочности  $n$  и вероятностью разрушения  $P_{\text{разр}}$ . Разделив числитель и знаменатель соотношения для коэффициента вариации  $v_\psi$  на  $\bar{\alpha}$ , получим

$$v_\psi = \frac{\sqrt{v_\alpha^2 + \bar{n}^2 v_\beta^2}}{n-1}, \quad (14)$$

где  $v_\alpha = \frac{s_\alpha}{\bar{\alpha}}$  и  $v_\beta = \frac{s_\beta}{\bar{\beta}}$  — соответственно коэффициенты вариации действующих эксплуатационных и разрушающих напряжений;  $\bar{n}$  — запас по напряжениям по их средним значениям  $\bar{n} = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}}$ .

Тогда на основе (13) и (14) получим

$$P_{\text{разр}} = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\bar{n}-1}{\sqrt{v_\alpha^2 + \bar{n}^2 v_\beta^2}}\right). \quad (15)$$

Из этого соотношения вытекает, что вероятность разрушения уменьшается при увеличении запаса прочности  $\bar{n}$  по средним значениям разрушающих и действующих напряжений. К такому же результату приводит уменьшение среднеквадратических отклонений и коэффициентов вариации  $v_\alpha$  и  $v_\beta$ .

В итоге, приняв в первом приближении предположение о нормальном законе распределения эксплуатационной нагрузки и несущей способности элемента конструкции и зная фактические (или заданные) значения коэффициентов вариации  $v_\alpha$  и  $v_\beta$ , можно получить зависимость между вероятностью разрушения  $P_{\text{разр}}$  и запасами  $n$  для различных типов объектов техносферы. Эти зависимости используются преимущественно для сравнительной оценки принимаемых решений в техногенной безопасности и рисков.

Дополнительные уточнения вероятности разрушения  $P_{\text{разр}}$  можно получить по значениям квантиля  $U_p$  для функции неразрушения  $\psi$ , используя те же таблицы нормального распределения для  $\psi = \sigma_B - \sigma^3$ .

Если  $\sigma_B$  и  $\sigma^3$  распределены нормально и не коррелированы, то по положениям теории вероятностей величина  $\psi$ , как указывалось выше, также распределена нормально с параметрами  $(\bar{\psi}, S_\psi)$ , где эти параметры определяются соотношениями (10).

Значение  $\psi$ , которое соответствует некоторой вероятности  $P$ , определяется выражением

$$\psi_p = \bar{\psi} + U_p \cdot S_\psi, \quad (16)$$

где  $U_p$  — квантиль, отвечающая вероятности разрушения  $P$ .

Она определяется из условия наступления разрушения при  $\psi_p = 0$ , которое разграничивает области отрицательных и положительных величин  $\psi$

$$U_p = -\frac{\bar{\psi}}{s_\psi} = -\frac{\bar{\sigma}_B - \bar{\sigma}^3}{\sqrt{s_{\sigma_B}^2 + s_{\sigma^3}^2}}. \quad (17)$$

Если в выражение (14) ввести величину условного коэффициента запаса прочности по средним значениям

$\bar{n} = \frac{\bar{\sigma}_B}{\bar{\sigma}^3}$  и коэффициенты вариации  $v_{\sigma_B} = \frac{s_{\sigma_B}}{\bar{\sigma}_B}$  и  $v_{\sigma^3} = \frac{s_{\sigma^3}}{\bar{\sigma}^3}$ , то после преобразований получим выражение для квантиля  $U_p$ , связывающее запас прочности и коэффициенты вариации нагрузки и прочности. Численная величина квантиля определяет

соответствующую вероятность разрушения  $P_{\text{разр.}}$  (т. е. достижение предельного состояния) [4, 8]:

$$U_p = \left( -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{v_{\sigma_s}^2 + \bar{n}^2 v_{\sigma_s}^2}} \right). \quad (18)$$

Таким образом, зная фиксированные величины коэффициентов вариации  $v_{\sigma_s}$  и  $v_{\sigma_s}$ , можно определить величину квантиля  $U_p$  и построить зависимость между вероятностью разрушения  $P_{\text{разр.}}$  и запасами  $\bar{n}$ , используя таблицы нормального распределения или соответствующие номограммы.

Следует отметить, что приведенные решения справедливы только при условии, что рассмотренные выше кривые распределения не слишком сильно отличаются от кривых нормального распределения. При наличии асимметричных кривых распределения, кривых с пороговыми значениями нагруженности и прочности необходимо дополнительно учитывать характеристики, описывающие эти особенности кривых распределения.

### 3. Результаты оценок

Для расчетных иллюстраций рассмотренных выше положений в табл. 1 приведены в качестве примера диапазоны изменения коэффициентов вариации пределов прочности  $\sigma_B$  и запасов прочности  $n_{\sigma_B}$  для трёх специальных отраслей техники (табл. 1).

Для указанных в табл. 1 объектов и их расчётных параметров на рис. 4–8 представлены зависимости вероятности разрушения (достижение предельного состояния элемента конструкции)  $P_{\text{разр.}}$  от запаса прочности  $n_{\sigma_B}$  при фиксированных значениях коэффициентов вариации эксплуатационной нагрузки  $v^3$  и прочности  $v_c$ .

Учитывая предельно допустимую (заданную нормативную) величину вероятности разрушения  $[P_{\text{разр.}}]$ , можно из указанных графиков определить условие безопасности (неразрушения) элементов конструкции объекта (вытекает из неравенства  $P_{\text{разр.}} < [P_{\text{разр.}}]$ ), для различных заданных уровней вариации  $v_c$  и  $v^3$ , установив предельно допустимые запасы прочности  $[n_{\sigma_B}]$  для сосудов давления, авиационных и ракетных конструкций (см. рис. 4, 5).

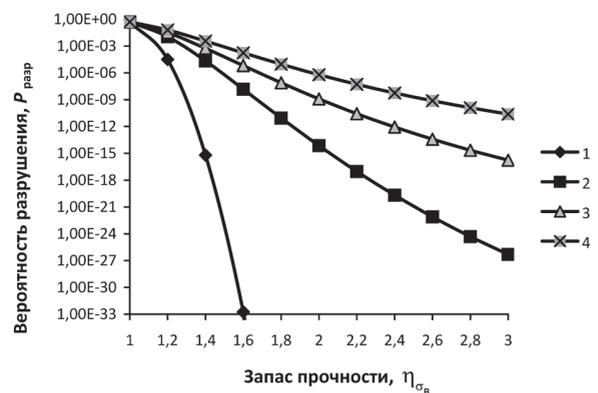
Из рис. 6–7, учитывая нормативную величину  $[P_{\text{разр.}}]$ , можно для тех же конструкций определить значение допустимых коэффициентов вариации прочности  $[v_c]$  при заданных (фиксированных)  $n_{\sigma_B}$  и  $v^3$ . Из рис. 8 при тех же подходах можно получить допустимые коэффициенты вариации нагрузки  $[v^3]$  при различных запасах  $n_{\sigma_B}$  и вариациях прочности  $v_c$ .

Из проведённого вероятностного анализа достижения предельного состояния (повреждения)  $P_{\text{разр.}}$  в критическом элементе конструкции можно констати-

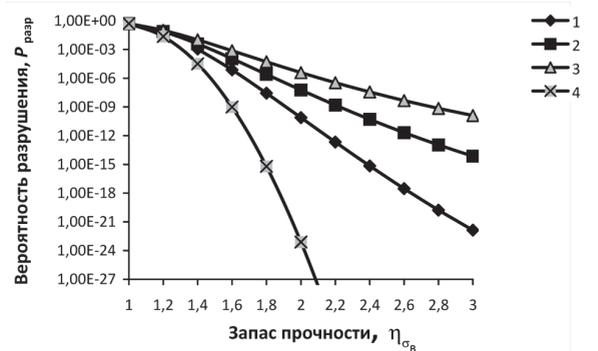
Таблица 1  
Запас прочности и коэффициенты вариации пределов прочности для различных технических объектов

№	Объект	Диапазон изменения применяемых запасов и коэффициентов вариации	
		Запас прочности $n_{\sigma_s}$	Коэффициент вариации $\sigma_s$
I	Ракетные конструкции	1,2–1,5	0,03
II	Авиационная техника	1,5–1,7	0,04
III	Сосуды давления, оборудование АЭС	2,6	0,06–0,08

ровать, что  $P_{\text{разр.}}$  зависит от следующих переменных: запаса  $\bar{n}$  по напряжениям по средним значениям, а также коэффициентов вариации нагрузки  $v^3$  и прочности (несущей способности)  $v_c$ . Из изложенного следует, что для рассмотренных типов конструкций и рекомендуемых пределов изменения режимов эксплуатации и пределов изменения несущей способности (прочности) максимальная расчетная вероятность разруше-



а) вид зависимостей при  $v^3 = 0,05$



б) вид зависимостей при  $v^3 = 0,1$

Рис. 4. Зависимость вероятности разрушения от запаса прочности  $n_{\sigma_B}$  при различных сочетаниях коэффициентов вариации нагрузки и прочности для сосудов давления

- а) 1 -  $v_c = 0$ ; 2 -  $v_c = 0,06$ ; 3 -  $v_c = 0,08$ ; 4 -  $v_c = 0,1$ ;  
б) 1 -  $v_c = 0,06$ ; 2 -  $v_c = 0,08$ ; 3 -  $v_c = 0,1$ ; 4 -  $v_c = 0$

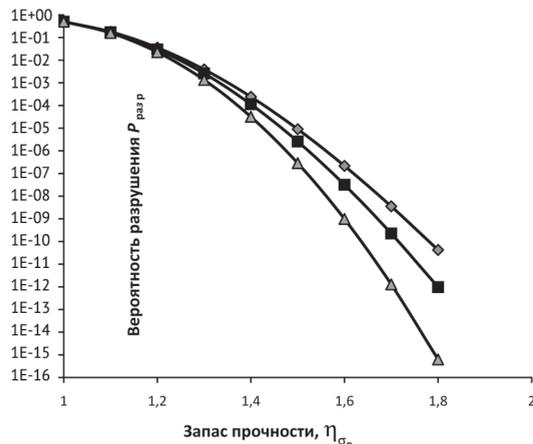


Рис. 5. Зависимость вероятности разрушения от запаса прочности  $n_{ср}$  при различных сочетаниях коэффициентов вариации нагрузки и прочности для авиационных и ракетных конструкций (при  $\sigma^3 = 0,1$ ). 1 –  $v_c = 0,04$ ; 2 –  $v_c = 0,03$ ; 3 –  $v_c = 0$

ния элемента конструкции составляет примерно  $1 \cdot 10^{-15}$  (для сосудов давления) и  $5 \cdot 10^{-2}$  (для авиа- и ракетных конструкций). Это указывает на невозможность достижения предельного состояния по статическому разрушению, когда запас прочности  $n < 1$  (без учета дополнительных вариаций конструкторско-технологических и эксплуатационных параметров). Вместе с тем традиционное стремление снизить запасы прочности  $n_s$  сопряжено с увеличением вероятности разрушения при учете указанных параметров.

**Обозначения**

- [ $\sigma$ ] – номинальные допустимые напряжения, МПа;
- $\sigma_T$  – предел текучести, МПа;
- $\sigma_B$  – предел прочности, МПа;
- $\sigma_{ст}$  – предел длительной прочности, МПа;
- $\sigma_n$  – предел ползучести, МПа;
- $n_T, n_{ст}, n_n$  – запасы прочности по пределам текучести, прочности, длительной прочности и ползучести, относительная;

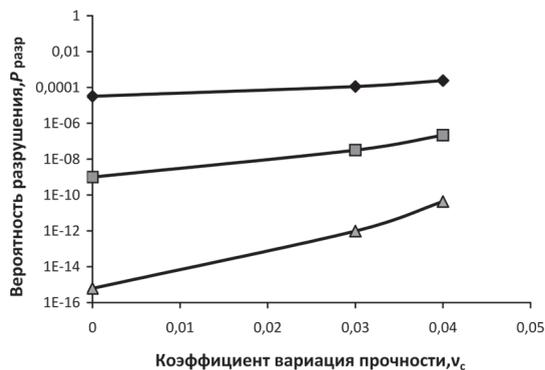
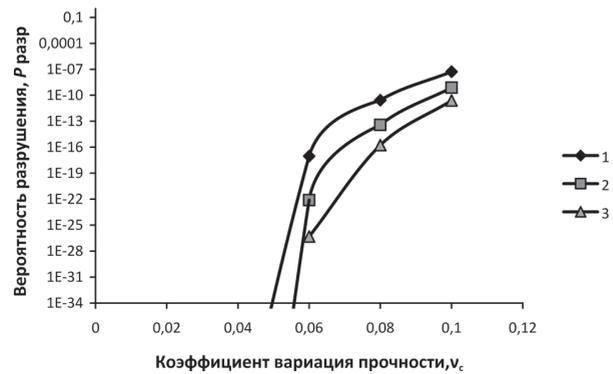
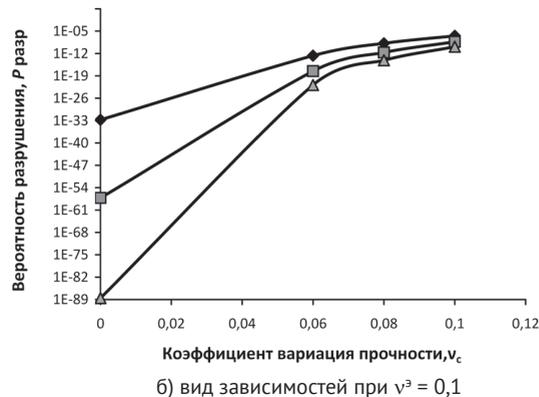


Рис. 6. Зависимость вероятности разрушения от коэффициента вариации прочности  $v_c$  по параметру запаса  $n_{ср}$  для авиа- и ракетных конструкций (при  $v^3 = 0,1$ )  
1 –  $n_{ср} = 1,4$ ; 2 –  $n_{ср} = 1,6$ ; 3 –  $n_{ср} = 1,8$



а) вид зависимостей при  $v^3 = 0,05$



б) вид зависимостей при  $v^3 = 0,1$

Рис. 7. Зависимость вероятности разрушения от коэффициента вариации прочности  $v_c$  по параметру запаса  $n_{ср}$  для сосудов давления  
а) 1 –  $n_{ср} = 2,2$ ; 2 –  $n_{ср} = 2,6$ ; 3 –  $n_{ср} = 3,0$ ;  
б) 1 –  $n_{ср} = 2,2$ ; 2 –  $n_{ср} = 2,6$ ; 3 –  $n_{ср} = 3,0$

- $\sigma_{nmax}^3$  – максимальные номинальные эксплуатационные напряжения, МПа;
- $\sigma_c$  – разрушающее напряжение для материала детали, МПа;
- $(\sigma_c)_p$  – предельное (разрушающее) напряжение с заданным уровнем вероятности  $P$ , МПа;
- $(\sigma^3)_p$  – эксплуатационное номинальное напряжение с заданным уровнем вероятности  $P$ , МПа

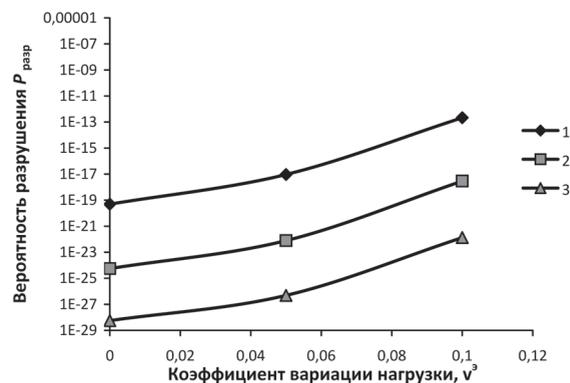


Рис. 8. Зависимость вероятности разрушения от коэффициента вариации нагрузки  $v^3$  по параметру запаса  $n_{ср}$  для сосудов давления  
1 –  $n_{ср} = 2,2$ ; 2 –  $n_{ср} = 2,6$ ; 3 –  $n_{ср} = 3,0$

$(n_T)_p, (n_\sigma)_p$  — запасы по пределам текучести и прочности для заданной вероятности разрушения  $P$ , относительная;  
 $(\sigma_T)_p, (\sigma_\sigma)_p$  — пределы текучести и прочности, соответствующие заданной вероятности разрушения  $P$ , МПа;  
 $(\sigma_T)_{CP}, (\sigma_\sigma)_{CP}, (\sigma^3)_{CP}$  — средние значения эксплуатационных напряжений, предела текучести и предела прочности, МПа;  
 $f(\sigma)$  — кривые плотности распределения соответствующих напряжений, 1/МПа;  
 $P(\sigma^3), P(\sigma_T), P(\sigma_\sigma)$  — функции распределения эксплуатационных напряжений, предела текучести и предела прочности;  
 $\{P_{(KT)}, P_{(KB)}\}$  — вероятности разрушения в точке пересечения  $K$  по рис. 1, относительная;  
 $f(k)$  — плотность вероятности разрушения в точке пересечения  $K$  по рис. 2, 1/МПа;

$\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_c, \bar{\psi}$  — средние значения действующих, предельных напряжений и функции неразрушения, МПа;  
 $P_{разр.}$  — вероятностью разрушения, безразмерная;  
 $S$  — среднеквадратическое отклонение соответствующих напряжений в распределениях, Па;  
 $P_n$  — надежность несущего элемента, безразмерная;  
 $\psi$  — функция неразрушения случайной величины, МПа;  
 $\Phi(x)$  — функция Лапласа, безразмерная;  
 $F(\psi)$  — функция нормального закона распределения случайной величины  $\psi$ , безразмерная;  
 $v_\psi$  — коэффициент вариации функции неразрушения, относительная;  
 $v_{\sigma_\beta} = v_\beta$  — коэффициент вариации разрушающих напряжений, относительная;  
 $v_{\sigma_\alpha} = v_\alpha$  — коэффициент вариации эксплуатационных напряжений, относительная;  
 $U_p$  — квантиль, отвечающая вероятности разрушения  $P_{разр.}$ , безразмерная;  
 АЭС — атомные электростанции

### Литература

1. Вейбулл В.А. Усталостные испытания и анализ их результатов. — М.: Машиностроение, 1964.
2. Freudenthal A.M., Gumbel E.J. Distributions functions for predictions of fatigue life and fatigue strength//Intern. Conf. Fatigue Metals. — L., 1956. — P. 262–271.
3. Стрелецкий Н.С. Основы статистического учета коэффициента запаса прочности сооружений. — М.: Стройиздат, 1947.
4. Ржаницин А.Р. Расчёт сооружений с учётом пластических свойств материала. — М.: Стройиздат, 1954.
5. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчет деталей машин на прочность. — М.: Машиностроение, 1975.
6. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. — М.: Стройиздат, 1966.
7. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Шнейдерович Р.М. Расчёт на прочность деталей машин. Справочное пособие/ Под общей ред. докт. техн. наук И.А.Биргера. — Изд. 2-е, испр. и доп. — М.: Машиностроение, 1966.
8. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. — М.: Машиностроение, 1977.
9. Иосилевич Б.Г. Детали машин. — М.: Машиностроение, 1988.
10. Махутов Н.А. Прочность и безопасность: Фундаментальные и прикладные исследования. — Новосибирск: Наука, 2008.
11. Статические закономерности малоциклового разрушения/Н.А.Махутов, В.В.Зацаринный, Ж.Л. Базарас и др. — М.: Наука, 1989.

## Features of Statistical Approaches at Static Durability Assessment

**N.A. Makhutov**, Member Correspondent of RAS, Chief Research Associate, Doctor of Engineering, Professor, RAN's Institute of Machines Science named after A.A. Blagonravov, Moscow

**V.V. Zatsarinny**, Leading Research Associate, Senior Research Associate, Ph.D. of Engineering, RAN's Institute of Machines Science named after A.A. Blagonravov, Moscow

**D.O. Reznikov**, Leading Research Associate, Ph.D. of Engineering, RAN's Institute of Machines Science named after A.A. Blagonravov, Moscow

*Features related to determined and probabilistic approaches to assessment of static durability of sophisticated technical systems' elements have been considered in this paper. These approaches allow define the strength reliability indicator characterizing probability of system element refusal (damage) at set modes of loading and strength margins. If at determined approach the durability assessment (margins of yield point, durability, long durability or creep) usually is given on average values of operational effects and characteristics of mechanical properties, then in probabilistic calculation the above settlement parameters get the probabilistic nature and are characterized by corresponding dispersion of values. It allows calculate the set margin for established probability. Have been presented calculating formulas and element destruction probability definition's general scheme, based on use of distribution density curve of construction element's operating tension and bearing ability in the calculations. Based on stated provisions the calculated examples related to destruction probability change and margins of strength limit have been presented for a number of technical branches.*

**Keywords:** determined and probabilistic approaches, durability, reliability, static characteristics, factor of assurance.