

Вероятностно-статистическая модель процесса осушки воздуха в установках для содержания оболочек под избыточным давлением

Г.П. Павлихин, д-р техн. наук, профессор

В.А. Львов, старший преподаватель

О.Г. Калугина, аспирант

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

e-mail: E9@bmstu.ru

Ключевые слова:

взрывобезопасность, взрывозащита, безопасность электрооборудования, адсорбция, теоретическая модель осушки.

Показана возможность применения вероятностно-статистического метода расчета процесса адсорбционной осушки воздуха силикагелем в установках для содержания оболочек под статическим избыточным давлением с целью обеспечения взрывобезопасности. Установлено, что изменение функции плотности распределения концентрации адсорбтива и адсорбата может быть описано кинетическим уравнением Фоккера–Планка–Колмогорова. При этом процесс осушки воздуха силикагелем может быть представлен в виде двухмодальной функции плотности распределения.

1. Введение

Требования к конструкции и испытаниям электрооборудования, предназначенного для использования в потенциально взрывоопасных газовых средах, установлены в ГОСТ Р 51330.3-99 «Электрооборудование взрывозащищенное». В этих средах

- либо защитный газ поддерживается под давлением выше давления во внешней среде и используется для защиты от образования взрывоопасной газовой смеси в оболочках, которые не содержат внутренний источник утечки воспламеняющегося газа или пара,
- либо защитный газ подается в количестве, которого достаточно, чтобы полученная концентрация взрывоопасной газовой (паровой) смеси вокруг электрического компонента была вне верхнего и нижнего пределов взрываемости в соответствии с условиями эксплуатации.

Это применяется для предотвращения образования взрывоопасных смесей внутри оболочек, содержащих один или более внутренних источников утечки.

Заполнение или продувка оболочек под избыточным давлением защитного газа могут быть самосто-

ятельными процессами взрывозащиты многих видов электрооборудования. Они не только обеспечивают надежность функционирования всей защищаемой системы в целом путем увеличения климатостойкости её оборудования [1], но и во многом определяют безопасность работы объектов, особенно в зонах пожаро- и взрывоопасности, где наряду с обеспечением постоянного контроля за расходными характеристиками газа и герметичностью оболочек, содержащихся под статическим избыточным давлением, очень важно обеспечить бесперебойную подачу технологически чистого защитного газа.

Во многих системах содержания оболочек под статическим избыточным давлением в качестве защитного газа применяют атмосферный воздух, предварительно прошедший осушку и очистку [1, 2]. При этом процессы контроля расходных характеристик газа и герметичности оболочек, выдачи аварийных сигналов, очистки и осушки атмосферного воздуха, а также бесперебойной подачи защитного газа под статическим избыточным давлением объединены в едином технологическом цикле работы специальных многофункциональных установок. Наиболее наглядным примером подобного рода установок являются

компрессорно-сигнальные установки (КСУ), применяемые для содержания под постоянным избыточным воздушным давлением кабельных линий связи городских телефонных сетей (ГТС) [2, 3]. В КСУ, как и во многих аналогичных установках из других областей применения, на конечной стадии подготовки защитного газа лимитирующим процессом является контролируемая адсорбционная осушка воздуха с использованием неподвижного слоя силикагеля.

При проектировании подобного рода установок во многих случаях расчет адсорбционного процесса осуществляют профильные специалисты на базе опыта предшествующих разработок общепромышленных осушителей [4], который не учитывает специфических особенностей работы систем содержания оболочек под статическим избыточным давлением защитного газа. В определенных условиях это приводит к возможности аварийных ситуаций, вплоть до полного выхода защищаемой системы из строя.

Особенности систем не учитывают из-за отсутствия стандартных методов расчета адсорбционных процессов с применением различного рода адсорбентов и их программного обеспечения, из-за непроработанности инженерных методик расчета этих процессов. Исходя из этого, разработку теоретических моделей процесса адсорбционной осушки воздуха в специальных установках для содержания оболочек под статическим избыточным давлением можно отнести к числу актуальных и практически значимых проблем обеспечения безопасности в техносфере.

2. Теоретическая модель процесса осушки воздуха силикагелем

Рассмотрим процесс изотермической адсорбционной осушки воздуха силикагелем на примере работы цилиндрического адсорбера с неподвижным однородным слоем адсорбента длиной L_0 и осредненной площадью свободного поперечного сечения F_0 .

Введем систему отсчета, связанную с координатой оси симметрии адсорбера S и временем t , которое отсчитывается от начала процесса подачи влажного воздуха в адсорбер.

Допуская, что на силикагеле сорбируется лишь один компонент — влага, будем считать, что несущая среда — воздух — несжимаемая, а концентрация влаги в ней настолько мала, что изменением плотности потока из-за убыли адсорбтива можно пренебречь. Предположим, что в полностью отрегенированный адсорбент подается влажный воздух с постоянной концентрацией c_w , равной концентрации насыщенных паров воды c_s , и объемным расходом $Q_0 = Q_0(t)$, а движение потока воздуха в слое адсорбента происходит со средней скоростью $W_0 = Q_0 / F_0 = W_0(t)$ в направлении уменьшения концентрации адсорбата.

В рамках сделанных допущений, используя уравнение материального баланса, можно получить феноменологическую систему уравнений динамики равновесной изотермической адсорбции с учетом процесса продольной диффузии адсорбтива в слое адсорбента в виде [4, 5]:

$$\begin{cases} \frac{\partial a'}{\partial t} + \frac{\partial c}{\partial t} = -W_0 \frac{\partial c}{\partial S} + D \frac{\partial^2 c}{\partial S^2}, \\ a = \psi(c) \end{cases} \quad (1)$$

где $a = \psi(c)$ — уравнение изотермы адсорбции, D — коэффициент продольной диффузии, c — текущая концентрация адсорбтива в потоке, a и a' — равновесные величины адсорбции и концентрации адсорбата соответственно.

Равновесные величины a и a' однозначно связаны между собой соотношением $a' = a \rho_N$, где $\rho_N = const$ — насыпная плотность адсорбента. С учетом этого, используя метод подстановки, первое уравнение системы (1) можно представить как:

$$\frac{\partial c(S,t)}{\partial t} = -W' \frac{\partial c(S,t)}{\partial S} + D^* \frac{\partial^2 c(S,t)}{\partial S^2}, \quad (2)$$

где $W' = W_0 / (1 + \rho_N \frac{da}{dc})$ и $D^* = D / (1 + \rho_N \frac{da}{dc})$ — скорость движения адсорбтива по слою адсорбента и эквивалентный коэффициент продольной диффузии соответственно.

Рассмотрим движение произвольной i -ой точки фронта адсорбции при $W_0 = const$, $D^* = 0$ и наличии конечного градиента концентраций в адсорбере. Согласно уравнению (2) средняя скорость произвольной i -ой точки фронта адсорбции зависит от постоянной величины ρ_N и конечной величины $(da/dc)_i \geq 0$, определяемой изотермой адсорбции $a = \psi(c)$ для каждой конкретной точки, и удовлетворяет закону Викке [4, 5] в виде:

$$W'_i = W_0 / (1 + \rho_N (\frac{da}{dc})_i). \quad (3)$$

Выражение (3) позволяет констатировать, что в общем случае любая i -я точка фронта адсорбции будет двигаться по слою адсорбента со своей характерной скоростью W'_i .

В случае выпуклой изотермы адсорбции $a = \psi(c)$ при условии, что $c_a < c_b$ и $(da/dc)_a > (da/dc)_b$, две произвольные точки (a) и (b) фронта адсорбции будут непрерывно сближаться, стремясь образовать так называемый «обрывной» фронт, так как согласно закону (3) $W'_a < W'_b$. При этом «обрывной» фронт должен распространяться со скоростью W'_w , также опре-

деляемой изотермой адсорбции $a = \psi(c)$, но удовлетворяющей закону Вильсона [4,5] в виде:

$$W'_W = W'_0 / (1 + \rho_N a_{W'} / c_W), \quad (4)$$

где концентрации адсорбтива в потоке c_W соответствует равновесная величина адсорбции $a_{W'}$. Если имеет место $c_a < c_w < c_b$, то выполняется неравенство $W'_a < W'_W < W'_b$ [4].

В случае вогнутой изотермы адсорбции $a = \psi(c)$ согласно закону (3) для $c_a < c_b$ имеем: $(da/dc)_a < (da/dc)_b$ и $W'_a > W'_b$. Соответственно, точки (a) и (b), постоянно удаляясь друг от друга, обуславливают тенденцию к неограниченному «размыванию» фронта адсорбции.

Можно выделить частный случай движения различных точек фронта адсорбции $W'_a = W'_W = W'_b$, соответствующий согласно (3) и (4) либо линейной изотерме адсорбции, либо условию распространения «обрывного» фронта. При этом стационарный фронт адсорбции, сохраняя свою первоначальную конфигурацию, будет перемещаться в режиме параллельного переноса.

Независимо от вида изотермы и величины градиента концентраций присутствие диффузионных составляющих процесса ($D^* \rightarrow 0$) будет способствовать «размыванию» фронта адсорбции и нарушению «поршневой» структуры потока в зернистом слое [4].

В настоящее время не существует общего решения системы (1). Известны точные решения системы (1) и уравнения (2) при различных начальных и граничных условиях с использованием разного рода упрощающих допущений [4, 5], в том числе, когда изотермы адсорбции прямые (изотермы Генри) [6], но они сложны и на практике их обычно не используют [4]. Применительно к процессам осушки воздуха даже при $W' = const, D^* = const$ решения системы (1) и уравнения (2), как правило, нельзя представить в виде элементарных функций [4,5].

Поскольку при рассмотрении большинства практических вопросов динамики адсорбции обычно не ставится задача дать точное молекулярно-кинетическое или микроскопическое описание явлений, то при поиске функций распределения адсорбтива и/или адсорбата в слое адсорбента наряду с феноменологическим подходом [4,5] можно использовать вероятностно-статистический подход [5,7], базирующийся на методах статистической физики. Очевидно, что каждый из этих подходов способен самостоятельно охарактеризовать протекающие процессы с макроскопической точки зрения. Однако более глубокий — вероятностно-статистический подход [7] — в прикладных исследованиях адсорбционных процессов используют значительно реже [4,5].

Это объясняется тем, что сложно однозначно сопоставить и интерпретировать результаты теоретических и экспериментальных исследований. Вместе с тем, используя информацию о поведении элементов макросистемы, вероятностно-статистический подход обладает неоспоримыми преимуществами методов молекулярной динамики [7], что во многих случаях позволяет существенно расширить не только возможности теоретических методов исследований, но и область практического применения самих результатов исследований.

Очевидно, что адсорбционные процессы (как и любые другие процессы переноса), имея двойственную детерминированно-стохастическую природу [4–8], переменные в пространстве и во времени. Поэтому применительно к процессу осушки воздуха силикагелем рационально использовать комбинированный метод описания, основанный на вероятностно-статистическом подходе, который следует применять для статистического описания поведения рассматриваемой макросистемы, с учетом вероятности нахождения ее в том или ином состоянии. При этом феноменологический подход может быть использован для установления функциональных зависимостей между детерминированными макроскопическими величинами, характеризующими протекание адсорбционных процессов.

Определяя стохастические составляющие адсорбционного процесса, будем полагать, что в рабочей части адсорбера имеет место квазиустановившееся стохастическое движение молекул воды, которое соответствует теории случайных марковских процессов. Не снижая общности рассуждений, будем считать кинетическую стадию эволюции рассматриваемой системы закончившейся на входе в рабочий слой адсорбента. В результате будем полагать, что в рабочей части адсорбера установилось равновесное (стационарное) распределение потоков и происходит относительно медленное изменение во времени концентрационных (гидродинамических) параметров рассматриваемой макросистемы. Учитывая быстрое завершение кинетической стадии эволюции системы, будем считать, что средние скорости несущей среды и адсорбтива существенно отличаются друг от друга за счет протекания адсорбционных процессов. Указанное обстоятельство позволяет ввести в рассмотрение величину скорости движения фронта адсорбции по слою адсорбента W .

Тогда, с учетом сделанных допущений наряду со средней скоростью движения фронта адсорбции по слою адсорбента $W'(S, t)$ в рассматриваемом процессе будут постоянно присутствовать и случайные составляющие этой скорости \tilde{W} , влиянием которых пренебречь нельзя, что позволяет записать:

$$W = W'(S, t) + \tilde{W}. \quad (5)$$

Поскольку величина \tilde{W} в выражении (5) обусловлена наличием случайных составляющих, действующих на молекулы адсорбтива, как со стороны потока несущей среды, так и адсорбента, то скорость W и координата S также будут случайными величинами. В результате, распределение молекул адсорбтива на фронте адсорбции в осевом направлении в любой момент времени можно охарактеризовать статистически, например, с помощью функции плотности распределения $f = f(S, t)$, нормированной на единицу.

Таким образом, основная задача теоретических исследований будет заключаться в выводе явного выражения для функции распределения $f = f(S, t)$, характеризующей состояние системы на гидродинамической стадии её эволюции, а также в получении зависимостей, определяющих параметры системы.

Величина $f(S, t)dS$ представляет собой вероятность того, что произвольно выбранная молекула адсорбтива будет иметь в момент времени t координату в интервале $(S, S + dS)$. Будем считать, что случайные составляющие \tilde{W} скорости δ -коррелированы во времени и их свойства удовлетворяют допущениям теории случайных марковских процессов. Тогда для описания гидродинамической стадии эволюции системы в пространстве S мы можем воспользоваться известным кинетическим уравнением Фоккера–Планка–Колмогорова [7] (далее уравнение ФПК) в виде:

$$\frac{\partial f(S, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial S}(W'(S, t)f(S, t)) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial S^2}(B_0(S, t)f(S, t)), \quad (6)$$

где $W'(S, t)$ и $B_0(S, t)$ — величины, характеризующие в пространстве S соответственно среднюю детерминированную скорость эволюции системы и интенсивность случайных составляющих протекающих процессов.

Допуская многомерное обобщение, уравнение (6) как одно из наиболее универсальных кинетических уравнений широко используется при изучении различных процессов переноса [7, 9]. Имея наглядную интерпретацию, аналогичную по виду обычному уравнению неразрывности, уравнение (6) позволяет обобщить многие феноменологические зависимости, в том числе полученные из уравнений материального баланса.

Указанные обстоятельства связаны с тем, что уравнение ФПК будет справедливо как для самой функции распределения f по другим переменным, так и для других функций, аналогичных и/или взаимосвязанных с функцией f , если только выполнены условия, лежащие в основе его вывода: относительно малое изменение наблюдаемых величин в элементар-

ных актах взаимодействия и линейность по f интегрального оператора, выражающего изменение функции благодаря этим актам [9]. В частности, используя обобщенный принцип суперпозиций, можно показать [6], что если некоторая функция $f(S, t, \alpha)$ по переменным (S, t) удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению $L(f) = 0$ при любом фиксированном значении параметра α , то интеграл

$$c(S, t) = \int f(S, t, \alpha)\phi(\alpha)d\alpha$$

также будет решением уравнения $L(f) = 0$, если производные, входящие в линейный дифференциальный оператор $L(f)$, можно вычислить при помощи дифференцирования под знаком интеграла.

Таким образом, в рассматриваемых условиях величины $W'(S, t)$ и $B_0(S, t)$, входящие в уравнение (6), могут быть определены через соответствующие величины W' и D^* уравнения (2) в виде:

$$W'(S, t) = W'(t) = W_0(t) / (1 + \rho_N \frac{da}{dc}) \text{ и}$$

$$B_0(S, t) = 2D^* = 2D / (1 + \rho_N \frac{da}{dc}).$$

Это существенно упрощает процедуру проводимых исследований.

Анализ величин $W'(S, t)$ и $B_0(S, t)$, входящих в уравнение (6), показывает, что в рамках сделанных допущений мы будем исходно предполагать независимость средней скорости движения фронта адсорбции от координаты $W'(S, t) = W'(t)$ и стационарную интенсивность случайных возмущений процесса $B_0 = B_0(S) = const$. Тогда для описания гидродинамической стадии эволюции системы в пространстве S мы можем представить уравнение (6) в виде:

$$\frac{\partial f(S, t)}{\partial t} = -W'(t) \frac{\partial}{\partial S} f(S, t) + \frac{B_0}{2} \frac{\partial^2}{\partial S^2} f(S, t). \quad (7)$$

Решения уравнения (7) уже могут быть представлены в виде элементарных функций, что значительно расширяет возможности практического применения уравнения ФПК.

Указанные обстоятельства позволяют сделать вывод, что применительно ко многим адсорбционным процессам уравнение ФПК способно выполнять роль связующего звена между теорией дифференциальных уравнений и теорией случайных процессов. В результате применительно к нахождению функции распределения адсорбтива и/или адсорбата в слое адсорбента для рассматриваемых условий появляется возможность установить взаимосвязь между результатами применения вероятностно-статистического и феноменологического подходов.

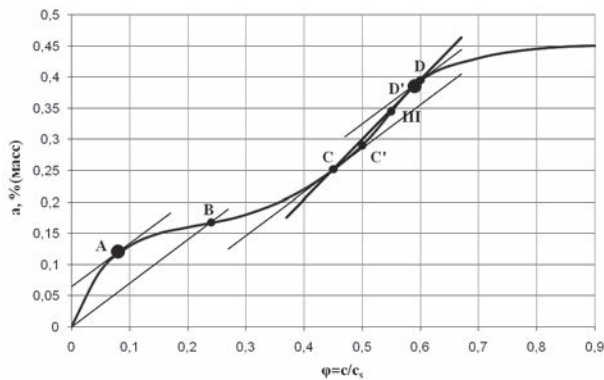


Рис. 1. Вид изотермы адсорбции паров воды на силикагеле

Экспериментальное определение изотерм адсорбции паров воды на силикагеле $a = \psi(c)$ показало [4], что они состоят из трех различных участков (рис. 1).

По мере возрастания относительного влагосодержания среды $\phi = c/c_s$ первый участок с выпуклой изотермой адсорбции, выходящий из нуля, пройдя первую точку перегиба B изотермы при $\phi_1 \approx 20...30\%$, плавно переходит во второй участок с вогнутой изотермой адсорбции. Этот участок заканчивается на второй точке перегиба изотермы при $\phi_2 \approx 50...60\%$ и переходит в третий участок с выпуклой изотермой адсорбции, на котором при $\phi > 90\%$ величина $(da/dc) \rightarrow 0$.

Таким образом, при адсорбции паров воды на силикагеле параллельный перенос стационарных участков фронта адсорбции в слое адсорбента может происходить лишь на первом и третьем участках изотермы адсорбции. Только здесь могут одновременно возникнуть условия как для формирования «обрывного» фронта (выпуклая изотерма адсорбции), так и для проявления эффекта «размывания» фронта адсорбции под действием случайных составляющих процесса. Естественно предположить, что при наличии двух противоположно действующих эффектов по истечении некоторого времени их действие взаимно компенсируется и стационарный участок фронта адсорбции начнет перемещаться по слою адсорбента в режиме параллельного переноса. Эта гипотеза нашла свое экспериментальное подтверждение при $W_0 = const$ [4, 5]. При этом на первом участке изотермы $a = \psi(c)$ для сравнительно небольшой влажности осушаемого воздуха ($\phi \leq 20...30\%$) среднюю скорость движения стационарного фронта предложено рассчитывать по формуле [4]:

$$W'_I = W_0 \frac{c_I}{\rho_N a_I}, \quad (8)$$

где c_I и a_I – величина концентрации адсорбтива и значение адсорбции в первой точке перегиба B .

Зависимость (8) получена из уравнения линейной изотермы адсорбции (изотерма Генри) при условии, что $c_I \ll \rho_N a_I$, так как в этом случае

$$W'_I = W_0 / (1 + \rho_N \frac{da_I}{dc_I}) = W_0 c_I / (c_I + \rho_N a_I) \approx W_0 \frac{c_I}{\rho_N a_I}.$$

Величина $\rho_N a_I / c_I = \rho_N da_I / dc_I = k_A$ характеризует тангенс угла наклона касательной в некоторой точке A первого участка изотермы адсорбции (рис. 1), а величина $W'_I = W_0 \frac{c_I}{\rho_N a_I} = W'_A$ — среднюю скорость дви-

жения некоторой точки фронта адсорбции, с концен-

трацией c_A . Соответственно при $W_0 = const$ и $B_0 = 0$, исходя из закона (3), все точки (a) фронта адсорбции с концентрацией c_a , меньшей чем в точке A , будут двигаться медленнее, чем точка с концентрацией c_A , а все точки (b) фронта с большей концентрацией c_b — быстрее, стремясь образовать «обрывной» фронт адсорбции, движущийся со скоростью

$$W'_A = W_0 c_I / (c_I + \rho_N a_I) \approx W_0 \frac{c_I}{\rho_N a_I}.$$

Осуществляя параллельный перенос касательной в точке A , можно получить точки C и D , принадлежащие соответственно второму и третьему участкам изотермы адсорбции $a = \psi(c)$. При $B_0 = 0$ точки фронта адсорбции с концентрациями c_A , c_C и c_D согласно закону (3) должны двигаться в режиме параллельного переноса с одинаковыми средними скоростями движения $W'_I = W'_A = W'_C = W'_D$.

В результате, любая i -я точка фронта адсорбции, удовлетворяющая условию $c_i \in (c_A; c_C)$, будет стремиться к точке фронта с концентрацией c_A , а любая i -я точка фронта адсорбции, удовлетворяющая условию $c_i \in (c_C; c_D)$, — к точке с концентрацией c_D , способствуя неограниченному «размыванию» фронта адсорбции между точками с концентрациями c_A и c_D .

Другая точка перегиба изотермы адсорбции $a = \psi(c)$, с величинами концентрации адсорбтива и адсорбции c_{III} и a_{III} , на фронте адсорбции будет иметь минимальную среднюю скорость движения

$$W'_{III} = W_0 / (1 + \rho_N \frac{da_{III}}{dc_{III}}).$$

Подобное поведение точек фронта адсорбции, при $W_0 = W_0(t)$ и $t_I \geq t_{II}$, в первом приближении можно смоделировать, рассмотрев в пространстве и времени два независимых множества адсорбтива, имеющих функции плотности распределения $f_I(S, t_I)$ и $f_{II}(S, t_{II})$. Эти множества нормированы на единицу и соответствуют выпуклым участкам изотермы адсорбции, которые перемещаются по слою адсорбента с различными средними скоростями:

$$W'_I(t_I) = W'_A(t_I) = W_0(t_I) \cdot c_I / (c_I + \rho_N a_I) \approx \approx W_0(t_I) \frac{c_I}{\rho_N a_I}, \quad (9)$$

$$W'_II(t_{II}) = W_0(t_{II}) / (1 + \rho_N \frac{a_D - a_C}{c_D - c_C}) \approx \approx W_0(t_{II}) \frac{c_D - c_C}{\rho_N (a_D - a_C)}. \quad (10)$$

Зависимость (10) получена из уравнения линейной изотермы адсорбции, проходящей через точки C и D , которые соответственно принадлежат второму и третьему участкам изотермы адсорбции $a = \psi(c)$ (рис. 1) при условии, что $(c_D - c_C) \ll \rho_N (a_D - a_C)$. Осуществляя параллельный перенос линейной изотермы адсорбции, проходящей через точки C и D , можно получить точки C' и D' , принадлежащие соответственно второму и третьему участкам изотермы адсорбции. При $B_0 = 0$ точки фронта адсорбции с концентрациями c_C и $c_{D'}$ согласно закону (3) также должны двигаться в режиме параллельного переноса с одинаковыми средними скоростями движения $W'_II(t_{II}) = W'_C(t_{II}) = W'_{D'}(t_{II})$.

В результате любая i -я точка фронта адсорбции, удовлетворяющая условию $c_i \in (c_C; c_{D'})$, будет стремиться к точке фронта адсорбции с концентрацией $c_{D'}$, способствуя как «размыванию» участка этого фронта между точками с концентрациями c_C и $c_{D'}$, так и одновременному формированию «обрывного» участка фронта для второго множества адсорбтива с функцией плотности распределения $f_{II}(S, t_{II})$.

Поскольку для любых $t > 0$ справедливо $W'_II(t_{II}) < W'_I(t_I)$, определяющая точка с концентрацией $c_{D'}$ фронта адсорбции второго множества адсорбтива будет непрерывно отставать от определяющей точки с концентрацией c_A фронта адсорбции первого множества адсорбтива, тем самым, моделируя «размывание» фронта адсорбции, обусловленное вогнутым участком изотермы адсорбции. Точки фронтов адсорбции с концентрациями c_A и $c_{D'}$ можно рассматривать в качестве определяющих, в виде неких «центров» этих фронтов, движущихся со средними скоростями $W'_II(t_{II})$ и $W'_I(t_I)$, удовлетворяющими выражениям (9) и (10).

Для различных коэффициентов продольной диффузии D_I и D_{II} рассматриваемых множеств адсорбтива из уравнения (7) с учетом (9) и (10) получаем:

$$\frac{\partial f_I(S, t_I)}{\partial t_I} = -W'_I(t_I) \frac{\partial}{\partial S} f_I(S, t_I) + \frac{B_I}{2} \frac{\partial^2}{\partial S^2} f_I(S, t_I), \quad (11)$$

$$\frac{\partial f_{II}(S, t_{II})}{\partial t_{II}} = -W'_II(t_{II}) \frac{\partial}{\partial S} f_{II}(S, t_{II}) + \frac{B_{II}}{2} \frac{\partial^2}{\partial S^2} f_{II}(S, t_{II}), \quad (12)$$

$$\text{где } B_I = 2D_I c_I / (c_I + \rho_N a_I) \approx 2D_I \frac{c_I}{\rho_N a_I} \text{ и } B_{II} = 2D_{II} / (1 + \rho_N \frac{a_D - a_C}{c_D - c_C}) \approx 2D_{II} \frac{c_D - c_C}{\rho_N (a_D - a_C)}.$$

С помощью уравнений (11) и (12) можно описать поведение всего фронта адсорбции в целом. Однако они, используя линейные изотермы адсорбции, не учитывают условия формирования «обрывного» фронта, характерные для выпуклых участков изотермы адсорбции.

Переходя в подвижные системы координат, связанные с определяющими точками фронтов адсорбции,

путем замены $x_I = S - \int W'_I(t_I) dt_I$ и $x_{II} = S - \int W'_II(t_{II}) dt_{II}$,

$b_I = B_I / 2$ и $b_{II} = B_{II} / 2$ из (11) и (12) соответственно на-

$$\text{ходим: } \frac{\partial f_I}{\partial t_I} = b_I \frac{\partial^2 f_I}{\partial x_I^2} \text{ и } \frac{\partial f_{II}}{\partial t_{II}} = b_{II} \frac{\partial^2 f_{II}}{\partial x_{II}^2}.$$

Введем в последние два уравнения дополнительные члены, существование которых не следует из уравнения материального баланса. Они в первом приближении будут учитывать влияние нелинейности выпуклых участков изотермы адсорбции, а их наличие постулируется предлагаемой моделью. В результате имеем:

$$\frac{\partial f_I}{\partial t_I} = k_I \frac{\partial(x_I f_I)}{\partial x_I} + b_I \frac{\partial^2 f_I}{\partial x_I^2}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial f_{II}}{\partial t_{II}} = k_{II} \frac{\partial(x_{II} f_{II})}{\partial x_{II}} + b_{II} \frac{\partial^2 f_{II}}{\partial x_{II}^2}, \quad (14)$$

где k_I и k_{II} — некоторые постоянные коэффициенты.

Исходные замены $f_I(x_I, t_I) = \exp(k_I t_I) u_I(x_I, t_I)$ и $f_{II}(x_{II}, t_{II}) = \exp(k_{II} t_{II}) u_{II}(x_{II}, t_{II})$ в уравнениях (13) и (14) приводят к уравнениям вида:

$$\frac{\partial u_I}{\partial t_I} = k_I x_I \frac{\partial u_I}{\partial x_I} + b_I \frac{\partial^2 u_I}{\partial x_I^2}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial u_{II}}{\partial t_{II}} = k_{II} x_{II} \frac{\partial u_{II}}{\partial x_{II}} + b_{II} \frac{\partial^2 u_{II}}{\partial x_{II}^2}. \quad (16)$$

Последующий переход от t_I , x_I и $\tau_I = \exp(2k_I t_I) / (2k_I)$ к $\tau_I = \exp(2k_I t_I) / (2k_I)$, $z_I = x_I \cdot \exp(k_I t_I)$ и $\tau_{II} = \exp(2k_{II} t_{II}) / (2k_{II})$, $z_{II} = x_{II} \cdot \exp(k_{II} t_{II})$ соответственно приводит к уравнениям:

$$\frac{\partial u_I}{\partial \tau_I} = b_I \frac{\partial^2 u_I}{\partial z_I^2} \text{ и } \frac{\partial u_{II}}{\partial \tau_{II}} = b_{II} \frac{\partial^2 u_{II}}{\partial z_{II}^2}, \text{ которые аналогичны}$$

уравнениям тепло- и массопереноса, точные решения которых хорошо известны [6,10].

Для задачи Коши при $-\infty < z_I < \infty$ и $-\infty < z_{II} < \infty$ находим:

$$u_I(z_I, \tau_I) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C_I}{\sqrt{b_I \tau_I}} \exp\left(-\frac{(z_I - \xi_I)^2}{4b_I \tau_I}\right) \phi_{0,I}(\xi_I) d\xi_I; t_I, x_I$$

где C_I и C_{II} — некоторые постоянные. Переход к переменным t_I, x_I и t_{II}, x_{II} дает:

$$u_I(x_I, t_I) = C_I \left[\frac{2\pi b_I}{k_I} (\exp(2k_I t_I) - 1) \right]^{-1/2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_I(x_I \cdot \exp(k_I t_I) - \xi_I)^2}{2b_I(\exp(2k_I t_I) - 1)}\right] \phi_{0,I}(\xi_I) d\xi_I,$$

$$u_{II}(x_{II}, t_{II}) = C_{II} \left[\frac{2\pi b_{II}}{k_{II}} (\exp(2k_{II} t_{II}) - 1) \right]^{-1/2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_{II}(x_{II} \cdot \exp(k_{II} t_{II}) - \xi_{II})^2}{2b_{II}(\exp(2k_{II} t_{II}) - 1)}\right] \phi_{0,II}(\xi_{II}) d\xi_{II}.$$

Возвращаясь к функциям $f_I(x_I, t_I)$ и $f_{II}(x_{II}, t_{II})$, для начальных условий $f_{0,I} = f_0(x_I, 0)$ при $t_I = 0$ и $f_{0,II} = f_0(x_{II}, 0)$ при $t_{II} = 0$ имеем:

$$f_I(x_I, t_I) = C_I e^{k_I t_I} \left[\frac{2\pi b_I}{k_I} (e^{2k_I t_I} - 1) \right]^{-1/2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_I(x_I \cdot e^{k_I t_I} - \xi_I)^2}{2b_I(e^{2k_I t_I} - 1)}\right] f_{0,I}(\xi_I) d\xi_I,$$

$$f_{II}(x_{II}, t_{II}) = C_{II} e^{k_{II} t_{II}} \left[\frac{2\pi b_{II}}{k_{II}} (e^{2k_{II} t_{II}} - 1) \right]^{-1/2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_{II}(x_{II} \cdot e^{k_{II} t_{II}} - \xi_{II})^2}{2b_{II}(e^{2k_{II} t_{II}} - 1)}\right] f_{0,II}(\xi_{II}) d\xi_{II}.$$

Тогда для функций распределения $f_I(S, t_I)$ и $f_{II}(S, t_{II})$ можно записать:

$$f_I(S, t_I) = C_I e^{k_I t_I} \left[\frac{\pi B_I}{k_I} (e^{2k_I t_I} - 1) \right]^{-1/2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_I((S - \int W'_I(t_I) dt_I) e^{k_I t_I} - \xi_I)^2}{B_I(e^{2k_I t_I} - 1)}\right] f_{0,I}(\xi_I) d\xi_I, \quad (17)$$

$$f_{II}(S, t_{II}) = C_{II} e^{k_{II} t_{II}} \left[\frac{\pi B_{II}}{k_{II}} (e^{2k_{II} t_{II}} - 1) \right]^{-1/2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_{II}((S - \int W'_{II}(t_{II}) dt_{II}) e^{k_{II} t_{II}} - \xi_{II})^2}{B_{II}(e^{2k_{II} t_{II}} - 1)}\right] f_{0,II}(\xi_{II}) d\xi_{II}, \quad (18)$$

где C_I и C_{II} — постоянные, определяемые величиной соответствующего множества и в любой момент времени t удовлетворяющие условиям нормировки функции плотности распределения $f = f(S, t)$ в виде:

$$\int f(S, t) dS = \int (f_I(S, t_I) + f_{II}(S, t_{II})) dS = 1.$$

Окончательно для функции плотности распределения $f = f(S, t)$ получаем:

$$f = f(S, t) = f_I(S, t_I) + f_{II}(S, t_{II}) = C_I e^{k_I t_I} \left[\frac{\pi B_I}{k_I} (e^{2k_I t_I} - 1) \right]^{-1/2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_I((S - \int W'_I(t_I) dt_I) e^{k_I t_I} - \xi_I)^2}{B_I(e^{2k_I t_I} - 1)}\right] f_{0,I}(\xi_I) d\xi_I + C_{II} e^{k_{II} t_{II}} \left[\frac{\pi B_{II}}{k_{II}} (e^{2k_{II} t_{II}} - 1) \right]^{-1/2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{k_{II}((S - \int W'_{II}(t_{II}) dt_{II}) e^{k_{II} t_{II}} - \xi_{II})^2}{B_{II}(e^{2k_{II} t_{II}} - 1)}\right] f_{0,II}(\xi_{II}) d\xi_{II}. \quad (19)$$

При соответствующем выборе величин C_I и C_{II} выражение (19) становится применимым и для случая $c_w < c_s$. Фактически это означает, что в рамках предложенной модели рассматриваемый процесс адсорбционной осушки воздуха силикагелем может быть представлен в виде эволюции усеченной двухмодальной функции плотности распределения $f = f(S, t)$.

Формула (19), определяя явный вид искомой функции $f = f(S, t)$, позволяет решить целый ряд важных практических задач. Используя её, можно найти распределение концентрации адсорбтива и (или) адсорбата по длине слоя адсорбента в любой момент времени, в зависимости от конструктивных и технологических параметров процесса, таких как $L_0, Q_0, F_0, D, a = \psi(c), \rho_N$ и т.д. Эта формула позволяет также изучить влияние начальных распределений $f_{0,I} = f_{0,I}(S)$ и $f_{0,II} = f_{0,II}(S)$ на вид функции $f = f(S, t)$. Основываясь на явном выражении для функции $f = f(S, t)$, можно рассчитать динамическую активность слоя адсорбента, время защитного действия адсорбера, длину фронта адсорбции и целый ряд других величин, необходимых для расчета процесса адсорбционной осушки воздуха силикагелем с учетом специфики его применения в системах содержания объектов под избыточным давлением.

3. Выводы

1. Продемонстрирована возможность применения вероятностно-статистического метода расчета

процесса адсорбционной осушки воздуха силикагелем в специальных установках для содержания оболочек под статическим избыточным давлением с обеспечением пожаровзрывобезопасности.

- Показано, что изменение функции плотности распределения $f = f(S, t)$ по длине слоя адсорбента в любой момент времени может быть описано на основе дифференциальных уравнений в частных производных диффузионного типа, например,

с помощью кинетического уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова.

- Теоретически доказано, что в рамках предложенной модели процесс адсорбционной осушки воздуха силикагелем может быть представлен в виде эволюции усеченной двухмодальной функции плотности распределения $f = f(S, t)$, характеризующей состояние рассматриваемой системы на гидродинамической стадии её эволюции.

ЛИТЕРАТУРА

- Jack Price*. It's raining in our cables // *Outside Plant*. 1998. June, P. 44–47.
- Руководство по содержанию кабельных линий городских телефонных сетей под избыточным давлением / Министерство связи СССР. ГУТС. — М.: Радио и связь, 1982. — 72 с.
- Руководство по строительству линейных сооружений местных сетей связи. — Ч. 2 / Министерство связи РФ. — М.: АООТ «ССКТЬ-ТОМАСС», 1995. — 307 с.
- Кельцев Н.В.* Основы адсорбционной техники. — М.: Химия, 1984. — 592 с.
- Рачинский В.В.* Введение в общую теорию динамики сорбции и хроматографии. — М.: Наука, 1964. — 136 с.
- Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977. — 736 с.
- Протодьяконов И.О., Богданов С.Р.* Статистическая теория явлений переноса в процессах химической технологии. — Л.: Химия, 1983. — 400 с.
- Кафаров В.В., Глебов М.Б.* Математическое моделирование основных процессов химических производств. — М.: Высш. шк., 1991. — 400 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Физическая кинетика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 536 с.
- Полянин А.Д. и др.* Справочник по точным решениям уравнений тепло- и массопереноса. — М.: Факториал, 1998. — 368 с.

Probabilistic and Statistical Model of Air-Drying Process in Devices for the Maintenance of Shells Under Overload Pressure.

G.P. Pavlikhin, Doctor of Engineering, Professor, Bauman Moscow State Technical University

V.A. Lviv, Senior Teacher, Bauman Moscow State Technical University

O.G. Kalugina, Graduate Student, Bauman Moscow State Technical University

Application possibility of probabilistic and statistical calculation method of adsorptive air-drying process by silica-gel in devices for the maintenance of shells under overload static pressure is shown. It is established that distribution density function change of adsorbate and adsorbed substance concentration can be described by Fokker-Plank-Kolmogorov kinetic equation. In such a case the air-drying process by silica-gel can be presented as two-modal function of distribution density.

Keywords: explosion safety, implosion protection, adsorption, electric equipment safety, theoretical model of air-drying.

VI Балтийский образовательный форум, Калининград 19–20 октября 2012 г.

Повестка дня форума — пути мобилизации научных кадров для модернизации российских университетов. На форуме приводились данные мониторинга вузов России, проведенного Министерством образования и науки РФ в 2012 г., оценивающим их образовательную и научную деятельность. Среди показателей мониторинга — учебная деятельность, объемы внебюджетного финансирования вуза, число иностранных студентов, академическая мобильность российских ученых, количество приглашенных преподавателей из других стран, индексы цитирования работ наших преподавателей и ученых, средний возраст преподавателей вуза, средний балл поступивших по ЕГЭ, и т.п. Индекс цитирования оценивается по системам *Scopus* и *Web of Science* (по индексу Хирша).

На форуме говорилось о необходимости увеличить долю публикаций российских ученых в течение ближайших лет. При этом отмечено, что 25 % цитированных за границей трудов российских ученых составляют работы преподавателей и научных сотрудников двух университетов — МГУ и СПбГУ.