

УДК 622.692.4

# Моделирование напряженно-деформированного состояния подземного трубопровода на участках сложных геологических условий

**А.А. Александров**, ректор, профессор, доктор технических наук

**В.И. Ларионов**, заместитель директора по научной работе Научно-образовательного центра исследований экстремальных ситуаций, профессор, доктор технических наук

**С.П. Суцев**, директор Научно-образовательного центра исследований экстремальных ситуаций, профессор, доктор технических наук

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

e-mail: lag@esrc.ru

## Ключевые слова:

трубопровод,  
кривизна,  
изгиб,  
грунт,  
нагрузки,  
моделирование,  
надежность,  
безопасность трубопроводного транспорта.

*При оценке безопасности подземного трубопровода, эксплуатируемого в сложных инженерно-геологических условиях, необходимо знать и учитывать основные закономерности, обусловленные взаимодействием трубопровода с грунтом. Представленная в статье математическая модель пространственного изгиба трубопровода под действием группы нагрузок и воздействий позволяет оценить влияние сложных геологических условий и конструктивных особенностей на напряженно-деформированное состояние и надежность трубопровода.*

## 1. Введение

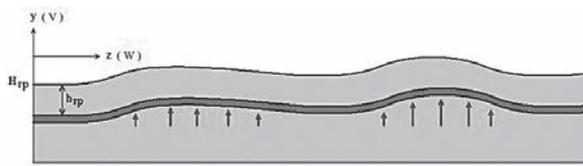
Повышение надежности и безопасности трубопроводного транспорта относится к числу наиболее актуальных задач для нефтегазовой промышленности. Особенно трудно обеспечить надежность подземных магистральных трубопроводов (МТ), проложенных в сложных инженерно-геологических условиях. К ним относятся территории с карстовыми образованиями; зоны многолетнемерзлых грунтов; оползневые участки; сейсмоопасные зоны; заболоченные и подтопленные территории; сильнопересеченная местность.

Для предотвращения аварий трубопроводов, проложенных в сложных инженерно-геологических условиях, необходимо вести наблюдение геологических процессов на участках прокладки МТ, выявлять и контролировать потенциально опасные участки трубопровода. Этих участки выявляют не только техническими средствами (внутритрубная диагностика, замеры напряжений в стенке трубы, определение положения трубопровода), но и путем расчета трубопровода на прочность. Для адекватного анализа прочности трубопроводов с приемлемой точностью в настоящее время используют методы математиче-

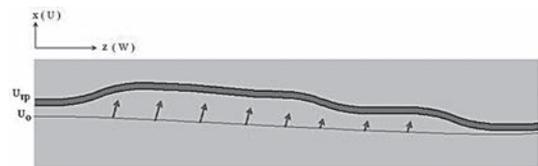
ского моделирования, когда нагруженный участок нефтепровода представляется как упругая балка, находящаяся под действием комплексных нагрузок.

## 2. Моделирование взаимодействия трубопровода с грунтом на участках сложных геологических условий

Задача состоит в определении напряженно-деформированного состояния (НДС) трубопровода с учетом особенностей его конструкции, основных закономерностей функционирования системы «атмосфера — грунт — трубопровод — продукт», нелинейного поведения грунта, влияния эксплуатационных нагрузок и внешних воздействий на трубопровод, возможности изменения и перераспределения нагрузки на трубопровод в зависимости от деформации самого трубопровода и грунта, ряда других причин. Рассмотрим основные закономерности взаимодействия трубопровода с грунтом на участках сложных геологических условий (СГУ). В данном случае под действием грунтовых изменений участок трубопровода подвергается воздействиям во всех направлениях в пространстве (рис. 1).



а) Продольный профиль трубопровода (стрелками показан вертикальный сдвиг грунта трубопровода;  $H_{гр}$  – высотное положение поверхности грунта;  $h_{гр}$  – глубина залегания трубы)



б) Положение трубопровода в плане (стрелками показан сдвиг грунта в плане;  $U_0$  – начальное положение трубопровода;  $U_{гр}$  – текущее положение трубопровода)

Рис. 1. Состояние трубопровода на участке СГУ

Определим основные нагрузки и воздействия на трубопровод. Расчетная схема трубопровода представлена на рис. 2.

**Суммарная вертикальная нагрузка  $q_y$** , действующая на подземный трубопровод на участке СГУ, в общем случае описывается выражением:

$$q_y = p_{гр} + p_{гр} + q_{гр}^+ + q_{гр}^-, \text{ Н/м.} \quad (1)$$

Здесь:

$p_{гр}$  – собственный вес трубопровода с продуктом на единицу длины, равный

$$p_{гр} = -\frac{\pi \gamma_{тр}}{4} \left[ D^2 - (D - 2\delta_{тр})^2 \right] - \frac{\pi \gamma_{и}}{4} (D - 2\delta_{тр})^2 - \pi \gamma_{и} \delta_{и} (D + \delta_{и}); \quad (2)$$

$p_{гр}$  – собственный вес грунта, находящегося на трубе, вычисляемый по формуле

$$p_{гр} = -\gamma_{гр} D(h_{гр} + 0,1073D); \quad (3)$$

$q_{гр}^+$  – сила реакции грунта сверху<sup>1</sup> при движении трубы вверх, равная

$$q_{гр}^+ = -C_y^+ \Delta V D; \quad (4)$$

$q_{гр}^-$  – сила реакции грунта снизу<sup>1</sup> при смещении трубы вниз, равная

$$q_{гр}^- = -C_y^- \Delta V D, \quad (5)$$

где  $\gamma_{тр}$ ,  $\gamma_{и}$ ,  $\gamma_{и}$ ,  $\gamma_{гр}$  – удельный вес металла трубы, нефти, изоляции, грунта над трубой соответственно;  $\delta_{тр}$ ,  $\delta_{и}$  – толщина стенки трубы и изоляции;  $D$  – внешний диаметр трубы;  $h_{гр}$  – глубина залегания трубы, т.е. высота от дневной поверхности до верхней образующей трубы;  $C_y^+$ ,  $C_y^-$  – коэффициенты постели грунта при движении трубы вверх/вниз

соответственно [1];  $\Delta V$  – вертикальное смещение трубы.

При поперечном смещении трубы от исходного состояния в горизонтальной плоскости на участке СГУ возникают силы **реакции грунта  $q_x^1$** , препятствующие поперечному смещению:

$$q_x = -C_x \Delta U D, \text{ Н/м,} \quad (6)$$

где  $C_x$  – коэффициент постели грунта;  $\Delta U$  – поперечное смещение трубы в горизонтальной плоскости.

Изменение продольных размеров участков трубопровода вызывает продольное смещение трубы относительно грунта. В таком случае появляются **силы реакции грунта  $q_z^1$** , препятствующие продольному смещению:

$$q_z = -\pi C_w \Delta W D, \text{ Н/м,} \quad (7)$$

где  $C_w$  – коэффициент сцепления между поверхностью и грунтом при продольном перемещении грунта;  $\Delta W$  – величина продольного смещения грунта.

**Продольная сила  $N$** , действующая на каждый элемент трубы, определяется по предложенной в [2] формуле:

$$N = (\mu \sigma_{кц} - \alpha \Delta t E + \Delta \epsilon_z E) F, \quad (8)$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона металла трубы;  $\sigma_{кц}$  – кольцевое напряжение в трубе, определяемое из выражения

$$\sigma_{кц} = \frac{P(D - 2\delta_{тр})}{2\delta_{тр}}; \quad \alpha$$

– коэффициент температурного расширения металла трубы;  $\Delta t$  – температурный перепад;  $E$  – модуль упругости металла трубы;  $\Delta \epsilon_z$  – относительное удлинение элемента трубы;  $F$  – площадь поперечного сечения трубы;  $P$  – внутреннее давление в трубе;  $D$  – наружный диаметр трубы;  $\delta_{тр}$  – толщина стенки трубы.

<sup>1</sup> Силы реакции грунта на смещение трубопровода не должны превышать предельных значений сопротивления грунта [1].

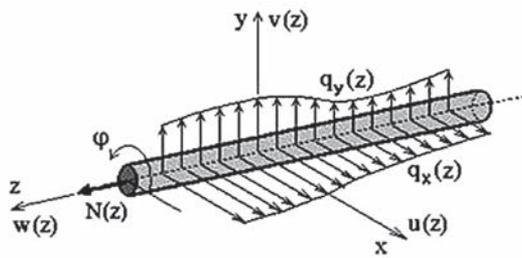


Рис. 2. Расчетная схема трубопровода

**Условные обозначения:**  $u$  – поперечное смещение оси трубы по горизонтали;  $v$  – вертикальное смещение трубы;  $w$  – продольное смещение трубы;  $q_x(z)$  – поперечная горизонтальная нагрузка на трубу;  $q_y(z)$  – вертикальная нагрузка на трубу;  $N(z)$  – продольная (осевая) сила

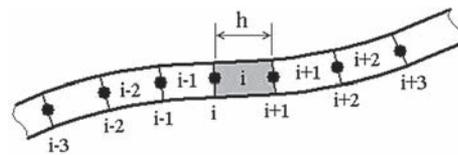


Рис. 3. Нумерация узлов и элементов в конечно-элементной модели

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \int_F \Theta dF = \frac{1}{2E} \int_{R_B}^{R_H} \int_0^{2\pi} (\sigma_o - kr \sin \phi)^2 r dr d\phi = \\ &= \frac{1}{2E} \left( \frac{N^2}{F} + \frac{M_x^2}{J_x} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

а энергия продольных деформаций в конечном элементе длиной  $h$

$$\Theta_h = \frac{h}{2E} \left( \frac{N^2}{F} + \frac{M_x^2}{J_x} \right) = \Theta_{h(N)} + \Theta_{h(M)}. \quad (13)$$

$$\text{Здесь } \Theta_{h(N)} = \frac{hN^2}{2EF}; \quad \Theta_{h(M)} = \frac{hM_x^2}{2EJ_x}.$$

В пределах малых деформаций  $N$  явным образом не зависит от смещения узлов  $v$ , а изгибающий момент  $M_x$  определяется следующим образом:

$$M_x(z) = -EJ_x \left( \frac{d^2v}{dz^2} - K_y \right). \quad (14)$$

Кривизна участка складывается из исходной кривизны  $K_y$  и кривизны, вызванной смещением узлов.

Отсюда (13) примет вид:

$$\Theta_h = \frac{hN^2}{2EF} + \frac{hEJ_x}{2} \left( \frac{d^2v}{dz^2} - K_y \right)^2. \quad (15)$$

При замене второй производной в (15) конечно-разностным выражением получаем следующие выражения для упругой энергии элементов с номерами  $(i-1)$ ,  $(i)$ ,  $(i+1)$ :

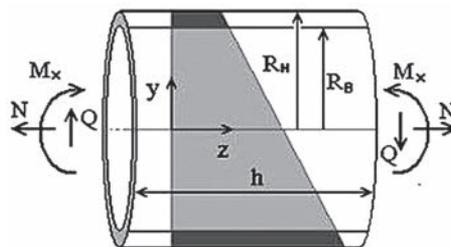


Рис. 4. Конечный элемент трубопровода под действием различных сил

Предлагается метод численного решения задачи о пространственном изгибе трубопровода на участках сложных геологических условий. Для решения задачи строится конечно-элементная сетка по длине расчетного участка трубопровода с шагом  $h$ . Узлы и элементы нумеруются, как показано на рис. 3. Координаты всех узлов конечно-элементной сетки определяются интерполяцией по координатам заданных граничных и промежуточных точек.

Рассмотрим конечный элемент трубопровода в плоскости  $yz$  (рис. 4). Продольные напряжения и деформации стенки трубы появляются под действием осевой силы  $N$  и изгибающего момента  $M_x$  (рис. 4):

$$\sigma_{np} = \frac{N}{F} - \frac{yM_x}{J_x} = \sigma_o - kr \sin \phi. \quad (9)$$

Здесь  $r$ ,  $\phi$  – полярные координаты;  $\sigma_o = \frac{N}{F}$  – осевое напряжение;  $k = \frac{M_x}{J_x}$ ;  $J_x$  – момент инерции поперечного сечения трубы относительно оси  $X$ :

$$J_x = \int y^2 dF = \frac{\pi(R_H^4 - R_B^4)}{4}, \quad (10)$$

где  $R_B$  и  $R_H$  – внутренний и наружный радиусы трубы.

Плотность энергии продольных деформаций определяется по предложенной в [3] формуле

$$\Theta = \frac{\sigma_{np}^2}{2E} = \frac{1}{2E} (\sigma_o - kr \sin \phi)^2. \quad (11)$$

Тогда энергия продольных деформаций участка трубы единичной длины составит

$$\left. \begin{aligned} \Theta_{i-1} &= \frac{hN^2}{2EF} + \frac{hEJ_x}{2} \left( \frac{v_i - 2v_{i-1} + v_{i-2}}{h^2} - K_{yi-1} \right)^2 = \\ &= \frac{hN^2}{2EF} + \frac{EJ_x}{2h^3} (v_i - 2v_{i-1} + v_{i-2} - h^2 K_{yi-1})^2; \\ \Theta_i &= \frac{hN^2}{2EF} + \frac{EJ_x}{2h^3} (v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1} - h^2 K_{yi})^2; \\ \Theta_{i+1} &= \frac{hN^2}{2EF} + \frac{EJ_x}{2h^3} (v_{i+2} - 2v_{i+1} + v_i - h^2 K_{yi+1})^2. \end{aligned} \right\} (16)$$

Полная упругая энергия всего участка трубопровода равна сумме всех выражений (16):

$$\Theta_n = \sum_{i=1}^n \Theta_i \quad (17)$$

где  $n$  – количество конечных элементов трубы.

Условию равновесия в локальной области соответствует равенство нулю вариации функции Лагранжа:

$$\begin{aligned} L &= \Theta_n - A_i; \delta L = 0; \\ \delta \Theta_n &= \delta A_p \end{aligned} \quad (18)$$

здесь  $A_i$  – работа внешних сил, приложенных к узлу с номером  $i$ .

Определим вариацию полной энергии  $\Theta_n$  при варьировании вертикальными смещениями  $v_i$  узла с номером  $i$ :

$$\begin{aligned} \delta \Theta_n &= \frac{\partial \Theta_n}{\partial v_i} \delta v_i = \frac{\partial \Theta_{h(M)}}{\partial v_i} \delta v_i = \\ &= \frac{EJ_x}{h^3} [v_{i-2} - 4v_{i-1} + 6v_i - 4v_{i+1} + v_{i+2} - \\ &- h^2 (K_{yi-1} - 2K_{yi} + K_{yi+1})] \delta v_i, \end{aligned} \quad (19)$$

здесь учтено, что  $\frac{\partial \Theta_{h(N)}}{\partial v_i} = 0$ .

Затем определим работу внешних сил, действующих на узел  $i$ .

Поперечная сила в вертикальной плоскости, вызванная осевой силой  $N_i$  и действующая на единичной длине, равна

$$Q_{Nyi} = \frac{N_i}{\rho_i} = N_i \left( K_{yi} + \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{h^2} \right),$$

где  $\rho_i$  – радиус кривизны участка.

Тогда суммарная вертикальная поперечная нагрузка, приложенная к узлу  $i$ , в численном решении определяется следующим образом:

$$Q_{yi} = h \left[ q_{yi} + N_i \left( K_{yi} + \frac{v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}}{h^2} \right) \right], \quad (20)$$

где  $q_{yi}$  – реакция грунта на единичной длине. Отсюда

$$\begin{aligned} \delta A_i &= Q_{yi} \delta v_i = \left[ \frac{N_i}{h} (v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}) + \right. \\ &\left. + h (q_{yi} + N_i K_{yi}) \right] \delta v_i \end{aligned} \quad (21)$$

Подставив (19) и (21) в (18), получим выражения для вертикальных смещений:

$$v_i = A_{vi} (v_{i-1} + v_{i+1}) + B_{vi} (v_{i-2} + v_{i+2}) + C_{vi}. \quad (22)$$

Аналогично рассуждая, получим выражения для поперечных смещений в горизонтальной плоскости:

$$u_i = A_{ui} (u_{i-1} + u_{i+1}) + B_{ui} (u_{i-2} + u_{i+2}) + C_{ui}. \quad (23)$$

Далее определим вариацию полной энергии  $\Theta_n$  при варьировании продольными смещениями  $w_i$  узла с номером  $i$ :

$$\begin{aligned} \delta \Theta_n &= \frac{\partial \Theta_n}{\partial w_i} \delta w_i = \frac{\partial \Theta_{h(N)}}{\partial w_i} \delta w_i = \\ &= \frac{FE}{h} (2w_i - w_{i-1} - w_{i+1}) \delta w_i, \end{aligned} \quad (24)$$

здесь учтено, что  $\frac{\partial \Theta_{h(M)}}{\partial w_i} = 0$ .

Суммарная продольная нагрузка, приложенная к узлу  $i$ , в численном решении определяется следующим образом:  $Q_{zi} = hq_{zi}$ . Отсюда

$$\delta A_i = Q_{zi} \delta w_i = hq_{zi} \delta w_i. \quad (25)$$

Подставив (24) и (23) в (18), получим уравнение

$$w_i = 0,5 (w_{i-1} + w_{i+1} + C_{wi}). \quad (26)$$

Таким образом, плано-высотное положение трубы на участке ( $i$ ) определяется уравнениями

$$\begin{cases} v_i = A_{vi} (v_{i-1} + v_{i+1}) + B_{vi} (v_{i-2} + v_{i+2}) + C_{vi} \\ u_i = A_{ui} (u_{i-1} + u_{i+1}) + B_{ui} (u_{i-2} + u_{i+2}) + C_{ui} \\ w_i = 0,5 (w_{i-1} + w_{i+1} + C_{wi}) \end{cases} \quad (27)$$

где коэффициенты имеют вид:

$$A_{vi} = \frac{4EJ_x + N_i h^2}{6EJ_x + 2N_i h^2}; B_{vi} = \frac{-EJ_x}{6EJ_x + 2N_i h^2};$$

$$C_{vi} = \frac{h^4(q_{yi} + N_i K_{yi}) + EJ_x h^2(K_{yi-1} - 2K_{yi} + K_{yi+1})}{6EJ_x + 2N_i h^2};$$

$$A_{ui} = \frac{4EJ_y + N_i h^2}{6EJ_y + 2N_i h^2}; B_{ui} = \frac{-EJ_y}{6EJ_y + 2N_i h^2};$$

$$C_{ui} = \frac{h^4(q_{xi} + N_i K_{xi}) + EJ_y h^2(K_{xi-1} - 2K_{xi} + K_{xi+1})}{6EJ_y + 2N_i h^2};$$

$$C_{wi} = \frac{q_{zi} h^2}{FE}.$$

Здесь приняты обозначения:  $i$  — номер узла конечно-разностной сетки;  $N_i$  — суммарная продольная осевая сила, действующая в  $i$ -м узле и вычисляемая по формуле:

$$N_i = (\mu\sigma_{кц} - \alpha\Delta t E + \Delta\varepsilon_{zi} M) F, \quad (28)$$

$\Delta\varepsilon_{zi}$  — относительное удлинение оси трубопровода на конечном элементе в  $i$ -м узле, вычисляемое по формуле:

$$\Delta\varepsilon_{zi} = \frac{\sqrt{(u_{i+1} - u_{i-1})^2 + (v_{i+1} - v_{i-1})^2 + (2h + w_{i+1} - w_{i-1})^2}}{2h} - 1; \quad (29)$$

$q_{xi}$ ,  $q_{yi}$ ,  $q_{zi}$  — суммарные горизонтальная, вертикальная и продольная нагрузки, прикладываемые в  $i$ -м узле;  $K_{xi}$ ,  $K_{yi}$  — кривизна  $i$ -го элемента трубопровода в горизонтальной и вертикальной плоскостях.

Изгибающие моменты (Н·м) определяются следующим образом:

$$M_{ni}(z) = \sqrt{M_x^2(z) + M_y^2(z)}, \quad (30)$$

где  $M_x(z) = EJ_x(z) \left( \frac{d^2 v(z)}{dz^2} - K_y \right);$

$$M_y(z) = EJ_y(z) \left( \frac{d^2 u(z)}{dz^2} - K_x \right).$$

Продольные напряжения имеют вид:

$$\sigma_z(y, z) = \frac{N(z)}{F(z)} \pm M_{ni}(z) + E\varepsilon_z \text{ Па.} \quad (31)$$

### 3. Анализ расчета напряженно-деформированного состояния трубопровода на участках сложных геологических условий

Рассмотрим задачу о напряженно-деформированном состоянии подземного нефтепровода с наружным диаметром 1,22 м, толщиной стенки 19 мм, толщиной изоляции 3 мм, глубиной залегания 1 м на участке с карстом. Расчетная схема трубопровода на участке с карстом представлена на рис. 5.

Длина участка с карстом составляет 24 м; глубина карста — 0,8 м; длина расчетного участка — 130 м.

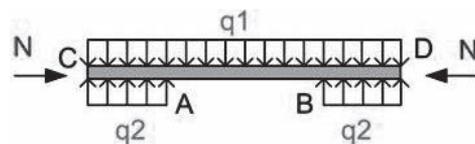
Температурный перепад равен 20 °С; рабочее давление в трубе составляет 6,68 МПа; удельный вес нефти — 8,7 кН/м<sup>3</sup>.

Характеристики трубопровода: материал трубы — сталь; удельный вес — 77 кН/м<sup>3</sup>; модуль упругости — 2,060E+05 МПа; коэффициент температурного расширения — 1,2 E-05; коэффициент Пуассона — 0,3; предел текучести — 460 МПа; предел временного сопротивления — 640 МПа. Удельный вес изоляции равен 11 кН/м<sup>3</sup>.

Характеристики грунта на участке карста: супесь твердая; удельный вес 26,8 кН/м<sup>3</sup>; коэффициент пористости — 0,47; несущая способность — 300 КПа; модуль упругости — 30 МПа; удельное сцепление — 21 кПа; угол внутреннего трения — 30°; коэффициент Пуассона — 0,3. Реакция грунта при вертикальном сдвиге трубы вверх: коэффициент постели — 2,00 МПа/м, предельная реакция грунта — 89,10 кН/м. Реакция грунта при вертикальном сдвиге трубы вниз: коэффициент постели — 3,58 МПа/м; предельная реакция грунта — 366,00 кН/м. Реакция грунта при поперечном сдвиге: коэффициент постели — 2,00 МПа/м; предельная реакция грунта — 219,60 кН/м. Реакция грунта при продольном сдвиге: коэффициент сцепления — 3,50 МПа/м; предельная реакция грунта — 105,25 кН/м.

Результаты прочностного расчета трубопровода на участке с карстом показывают, что в районе карста основные показатели НДС трубопровода находятся в допустимых пределах (рис. 6–9) и равны:

**Смещения:** максимальное смещение по оси X зарегистрировано на отметке 150 м и равно 4.035E-17 м; максимальное смещение по оси Y — на отметке 162 м



**Условные обозначения:**  $q_1$  — сила, действующая на трубопровод сверху;  $q_2$  — реакция грунта;  $N$  — осевая сила

Рис. 5. Расчетная схема трубопровода на участке с карстом

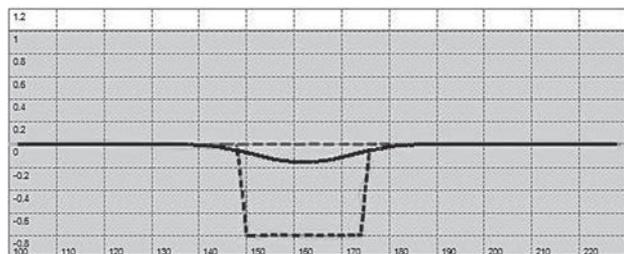


Рис. 6. Расчетное положение трубопровода на расчетном участке (профиль)

и составляет  $1.547E-01$  м; максимальное смещение по оси Z — на отметке 182 м и равно  $3,415E-04$  м.

Минимальный радиус изгиба  $7,243E+02$  1/м — на отметке 162 м.

Напряжения: кольцевое напряжение равно 207,78 МПа; максимальное осевое напряжение — 15,92 МПа на отметке 154 м. Максимальное напряжение изгиба равно 173,5 МПа на отметке 162 м. Минимальное продольное напряжение зарегистрировано на отметке 162 м и равно  $-157,63$ ; максимальное продольное напряжение составляет 189,38 МПа на отметке 160 м. Максимальная интенсивность напряжений получена также на отметке 162 м и составляет 317,45 МПа.

#### 4. Заключение

Представленная математическая модель взаимодействия трубопровода с грунтом позволяет с требуемой точностью оценить влияние опасных геологических процессов на напряженно-деформированное состояние и прочность трубопроводной системы. Рассмотренный метод определения напряженно-деформированного состояния магистральных трубопроводов на участках сложных инженерно-геологических условий учитывает не только основные закономерности взаимодействия трубопровода с грунтом при развитии опасных геологических процессов, но и конструктивные особенности трубопровода (наличие крутоизогнутых вставок).

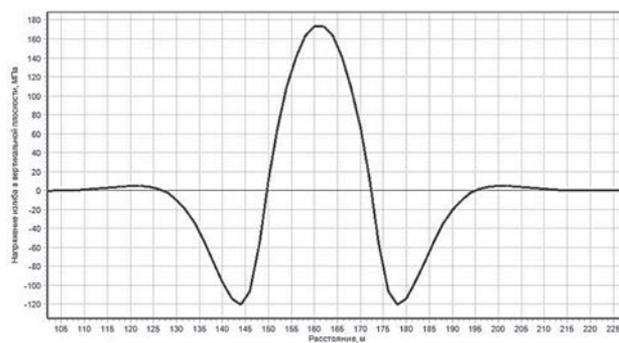


Рис. 7. Зависимость напряжения изгиба в вертикальной плоскости от расстояния

логических процессов, но и конструктивные особенности трубопровода (наличие крутоизогнутых вставок).

Работа, результаты которой использованы в данной научной публикации, выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации.

#### Обозначения

- $A$  — работа внешних сил, Н·м;
- $C_x$  — коэффициент постели грунта при горизонтальном воздействии, Па/м;
- $C_y$  — коэффициент постели грунта при вертикальном воздействии, Па/м;
- $C_w$  — коэффициент сцепления между поверхностью трубы и грунтом, Па/м;
- $D$  — наружный диаметр трубы, м;
- $E$  — модуль упругости металла трубы, Па;
- $F$  — площадь поперечного сечения стенки трубы (металла),  $m^2$ ;
- $h$  — размер элемента конечно-разностной сетки;
- $i$  — номер узла конечно-разностной сетки;
- $J_x$  — момент инерции поперечного сечения трубы относительно горизонтальной оси X,  $m^4$ ;
- $J_y$  — момент инерции поперечного сечения трубы относительно вертикальной оси Y,  $m^4$ ;

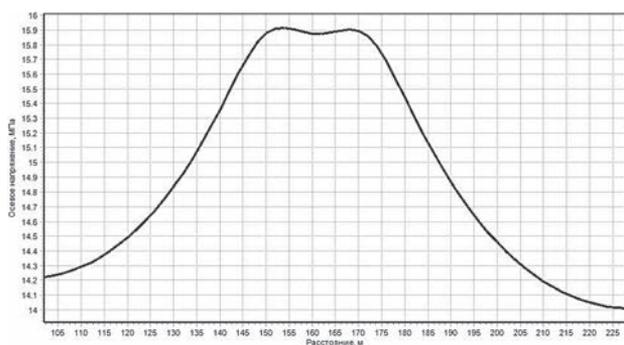


Рис. 8. Зависимость осевого напряжения от расстояния

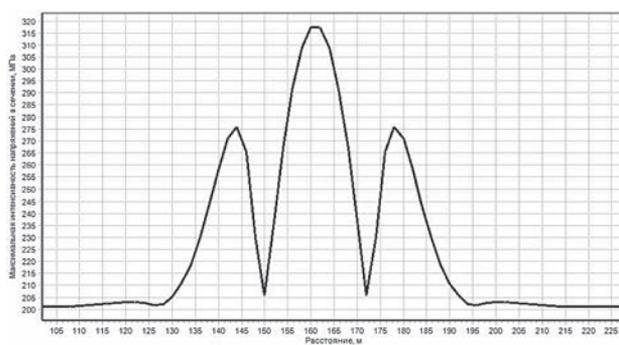


Рис. 9. Зависимость максимальной интенсивности напряжений в сечении от расстояния

$K_x$ — кривизна участка трубопровода в горизонтальной плоскости, 1/м;	$u (\Delta u)$ — поперечное смещение трубы от исходного состояния в горизонтальной плоскости, м;
$K_y$ — кривизна участка трубопровода в вертикальной плоскости, 1/м;	$v (\Delta v)$ — вертикальное смещение трубы от исходного состояния, м;
$L(\delta L)$ — функция Лагранжа (вариация функции Лагранжа);	$w (\Delta w)$ — продольное (осевое) смещение трубы от исходного состояния, м;
$M_x$ — изгибающий момент в вертикальной плоскости, Н·м;	$x, y, z$ — прямоугольные декартовы координаты, м;
$M_y$ — изгибающий момент в горизонтальной плоскости, Н·м;	$\mathcal{E}_1$ — энергия продольных деформаций участка трубы длиной 1 м, Н·м;
$M_{\text{и}}$ — изгибающий момент, Н·м;	$\mathcal{E}_{\text{п}}$ — полная энергия участка трубопровода, Н·м;
$N$ — продольная (осевая) сила, Н;	$\mathcal{E}_{\text{н}}$ — энергия продольных деформаций участка трубы длиной $h$ , Н·м;
$P$ — внутреннее давление в трубе, Па;	$\alpha$ — коэффициент линейного расширения металла, град <sup>-1</sup> ;
$p_{\text{гр}}$ — собственный вес грунта, находящегося на трубе, Н/м;	$\gamma_{\text{тр}}$ — удельный вес металла трубы, Н/м <sup>3</sup> ;
$p_{\text{тр}}$ — собственный вес трубопровода, заполненного продуктом (трубы, изоляции, нефти), соответствующий единице длины, Н/м;	$\gamma_{\text{н}}$ — удельный вес нефти, Н/м <sup>3</sup> ;
$q_{\text{гр}}$ — сила реакции грунта, Н/м;	$\gamma_{\text{и}}$ — удельный вес изоляции, Н/м <sup>3</sup> ;
$q_x$ — сила реакции грунта, препятствующая поперечному смещению трубопровода, Н/м;	$\delta_{\text{тр}}$ — толщина стенки трубы, м;
$q_y$ — вертикальная нагрузка на трубопровод, Н/м;	$\delta_{\text{и}}$ — толщина изоляции, м;
$q_z$ — сила реакции грунта, препятствующая продольному смещению трубопровода, Н/м;	$\varepsilon_z$ — осевая деформация трубы, безразмерная величина;
$R_{\text{в}}$ — внутренний радиус трубы;	$\mu$ — коэффициент поперечной деформации материала трубы (коэффициент Пуассона), безразмерная величина;
$R_{\text{н}}$ — наружный радиус трубы;	$\rho$ — радиус кривизны участка трубопровода, м;
$r, \varphi, z$ — полярные координаты;	$\vartheta$ — плотность энергии продольных деформаций;
$\Delta t$ — температурный перепад, °С	$\sigma_{\text{кц}}$ — кольцевое напряжение, Па;
	$\sigma_{\text{пр}}$ — продольное напряжение, Па.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Айнбиндер А.Б.* Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость. — М.: Недра, 1991. — 287 с.
2. *Шаммазов А.М., Зарипов Р.М., Чичелов В.А., Коробков Г.Е.* Расчет и обеспечение прочности трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях. — Т. 2. Оценка и обеспечение прочности трубопроводов в сложных инженерно-геологических условиях. — М.: Интер, 2006. — 564 с.
3. *Тимошенко С.П.* Сопротивление материалов. — Т. 2. — М.: Наука, 1965. — 485 с.

## Simulation of Underground Pipeline Stressed-Deformed State on Sites of Complicated Geological Conditions

**A.A. Aleksandrov**, Rector, Professor, Doctor of Engineering, Bauman Moscow State Technical University (BMSTU)

**V.I. Larionov**, Deputy Director on scientific work of Emergency Situations Research Center, Professor, Doctor of Engineering, Bauman Moscow State Technical University (BMSTU)

**S. P. Sushchev**, Director of Emergency Situations Research Center, Professor, Doctor of Engineering, Bauman Moscow State Technical University (BMSTU)

In estimating the safety of underground pipeline operated in complicated engineering and geological conditions, it is necessary to know and consider the main regularities caused by pipeline interaction with soil. Presented in this article mathematical model of pipeline spatial bend under the action of group of loadings and influences allows estimate influence of complicated geological conditions and design features on pipeline's stressed-deformed state and reliability. **Keywords:** acceptable risk, admissible risk, practical expediency principle.

**Keywords:** pipeline, curvature, bend, soil, loads, simulation, reliability, pipeline transport safety.