

DOI:10.34031/2071-7318-2019-4-11-128-138

Данилов А.В.

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
Россия, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, дом 5, с. 1
E-mail: 157304@rambler.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСПЫТАНИЯ МЕТОДА «КОНЕЧНОГО ПОВОРОТА И СМЕЩЕНИЯ» НА ПРОХОЖДЕНИЕ МАНИПУЛЯЦИОННЫМ РОБОТОМ EUROPEAN ROBOTIC ARM СИНГУЛЯРНЫХ ТОЧЕК

Аннотация. Рассматривается моделирование испытания метода «конечного поворота и смещения» (МКПС) на прохождение через сингулярные точки манипуляционного робота (МР) European Robotic Arm (ERA). Моделированием испытания подтверждена работоспособность метода при прохождении сингулярных точек и показаны способы управления манипуляционным механизмом ERA при различных проявлениях сингулярности. В зависимости от вида проявления сингулярности управление манипуляционным механизмом в окрестности сингулярной точки осуществляется с помощью малых изменений его конфигурации или посредством ограничения и задания конкретных значений обобщенным координатам на программно-аппаратном уровне. Метод МКПС предназначен для решения обратной задачи кинематики (ОЗК) для манипуляционных механизмов последовательной структуры с произвольным числом звеньев, связанных кинематическими парами пятого класса. Метод основан на определении точных и оптимальных итерационных шагов, обеспечивающих максимальное приближение к заданным параметрам конечного звена, для каждой степени подвижности. По алгоритму метода разработано программное обеспечение, состоящее из подпрограмм для организации общего решения ОЗК и частного для конкретного манипуляционного механизма в виде исходных данных. Исходными данными являются векторная модель манипуляционного механизма, значения конструктивных ограничений обобщенных координат и признаки кинематических пар по виду и по классу.

Ключевые слова: метод «конечного поворота и смещения», манипулятор ERA, обратная задача кинематики, прохождение через сингулярные точки.

Введение. В настоящее время манипуляционные роботы (МР) находят широкое применение во всех отраслях промышленности. Их также используют в космосе и под водой. Для проведения технологических операций, не требующих особой точности, используется ручное управление по степеням подвижности от задающего манипулятора. В случае удаленного управления оператор использует камеру наблюдения. Такая организация работы не может обеспечить выполнения всё возрастающего перечня работ с повышенными требованиями к точности и скорости их выполнения. Современное управление манипуляционными механизмами (ММ) предполагает управление конечным звеном. Такое управление позволяет организовать программное движение конечного звена и обеспечить выполнение технологических операций с высокой точностью и скоростью. При таком управлении важной задачей является определение желаемых значений обобщенных координат звеньев манипулятора посредством решения ОЗК, а в случаях использования произвольных траекторий, формируемых автоматически от систем технического зрения и распознавания, добавляется задача прохождения ММ сингулярных точек.

Из всех популярных на сегодняшний день методов, а именно: FABRIK [1, 2], Cyclic Coordinate Descent (CCD) [3, 4, 5], Jacobian Transpose [6,

7], Jacobian DLS [8, 9], Jacobian SVD-DLS [10, 11], FTL [12], Триангуляция [13], метод МКПС не уступает самому быстрому эвристическому методу FABRIK и имеет более естественную настройку для конкретного МР [14, 15].

Цель статьи – показать прохождение сингулярных точек с помощью метода МКПС на примере космического МР ERA, установленного на российском модуле международной космической станции.

Краткое описание метода «конечного поворота и смещения». Метод МКПС геометрический, использует ортогональное преобразование векторов, основан на кинематических свойствах ММ последовательной структуры, а именно: пятый класс кинематической пары, вид соединения в паре (шарнир, призма), ориентация оси и звена в абсолютной системе координат в виде единичного вектора оси и вектора звена соответственно. Углы Эйлера-Крылова используются только для удобства задания ориентации конечного звена манипуляционного механизма МР при вводе/выводе. Точные и оптимальные итерационные шаги для максимально быстрого достижения заданных параметров положения и ориентации конечного звена в методе названы конечными. Для кинематической пары в виде призмы определяется конечное смещение для вектора соответствующего звена. В случае шарнира определяется конечный

угол поворота вектора соответствующего звена и всех векторов, следующих за ним согласно векторной модели ММ, показанной на рисунке 4 в общем виде, и алгоритму, изложенному в [15]. В методе используется ортогональное преобразование, которое является математической формой описания вращательного движения твердого тела. Операцию вращения можно выполнить с помощью кватерниона, который задает ортогональное преобразование своей векторной частью. Оно может быть рассмотрено как ортогональное преобразование в вещественном трехмерном пространстве. Если орты векторной части кватерниона формально совмещены с любым базисом трехмерного пространства, то ортогональное преобразование с помощью матрицы сложного поворота эквивалентно ортогональному преобразованию с помощью кватерниона. В методе для операций ортогонального преобразования векторов используется матрица сложного поворота.

В процессе решения ОЗК по алгоритму, изложенному в [15], выполнение условия

$$\sum_{i=1}^n |\Delta q_i| = 0$$

для каждого $i = 1, \dots, n$, где n – число степеней подвижности ММ, Δq_i – конечный угол/смещение для i -ой кинематической пары в виде шарнира/призмы согласно теоремам 1, 2 и 3 приведенным в [14], соответствует наличию сингулярной точки для данной конфигурации ММ, что в дальнейшем называется мониторингом сингулярных точек ММ. В этой точке итерационный процесс не приближает параметры конечного звена к заданным, и начинается проявление сингулярности в виде непредсказуемого вращения группы звеньев, или поворот соседних звеньев в непредсказуемую сторону при значении угла между ними равном 180° . Для продолжения решения ОЗК, в зависимости от вида проявления сингулярности, используются разные механизмы обхода. Для обхода сингулярности, связанной с углом между звеньями равным 180° , используется механизм изменения конфигурации путем прибавления заданного малого числа $\delta q_i > \varepsilon_{\text{зад}}$ ($\varepsilon_{\text{зад}}$ – заданная точность решения ОЗК) к обобщенной координате с заранее выбранным знаком для того, чтобы звенья поворачивались относительно друг друга в нужную сторону. Прохождение через сингулярные точки, вызывающие непредсказуемое вращение группы звеньев, обеспечивается «замораживанием» конкретных значений обобщенных координат или их управлением в окрестности влияния этих точек на движение звеньев ММ. После этого итерационный процесс продолжается до получения решения ОЗК согласно теоремам в [14] и алгоритму в [15]. Окон-

чательную формулу решения ОЗК для обобщенной координаты i -й степени подвижности можно записать в виде суммы:

$$q_i = q_{i0} + \sum_{j=1}^z \Delta q_{ij} + \sum_{k=1}^m \delta q_{ik},$$

где q_i – конечное значение i -й обобщенной координаты: $q_i = \theta_i$ для шарнира, $q_i = d_i$ для призмы;

q_{i0} – начальное значение i -й обобщенной координаты: $q_{i0} = \theta_{i0}$ для шарнира, $q_{i0} = d_{i0}$ для призмы;

Δq_{ij} – конечный угол/смещение для i -го шарнира/призмы и j -го номера конечного угла/смещения;

i – номер степени подвижности манипулятора $i = 1, 2, \dots, n$;

j – номер конечного угла/смещения для i -го шарнира/призмы;

n – число степеней подвижности схвата манипулятора;

$z = z_0 + z_1 + z_2 + \dots + z_m$ – общее число конечных поворотов и смещений;

z_0 – число конечных поворотов и смещений до точки сингулярности;

z_k – число конечных поворотов и смещений от k -ой сингулярности до $(k+1)$ -ой;

m – число сингулярных точек на пути решения ОЗК;

δq_{ik} – малые значения обобщенных координат, используемые для изменения конфигурации манипулятора при обходе k -ой сингулярной точки.

Рассматриваемый метод обладает следующими свойствами: однозначностью решения ОЗК, высокой скоростью решения ОЗК, универсальностью алгоритма по отношению к числу звеньев ММ, возможностью использовать вычислители малой мощности, линейной зависимостью времени решения ОЗК от числа звеньев ММ, что даёт возможность проектировать ММ произвольной конструкции, отвечающей оптимальной конфигурации для тех или иных требований.

Описание манипулятора ERA. Семистепенной МР ERA, показанный на рисунке 1, представляет собой симметричную манипуляционную цепь последовательной структуры с кинематическими парами пятого класса в виде шарниров, где основание и конечное звено могут меняться местами для перемещения в другую рабочую зону, используя специальные контактные площадки, размещенные на обслуживаемом объекте.

Модель и кинематическая схема манипуляционного механизма ERA показаны на рисунках 2, 3. Связь основания и конечного звена с осталь-

ной кинематической цепью позволяет её ориентировать по рысканию, тангажу и крену соответственно.

Для применения метода МКПС в решении ОЗК необходимо построить в прямоугольной декартовой системе координат $x_0y_0z_0$ нулевого звена математическую модель ММ, показанную в общем виде на рис. 4.

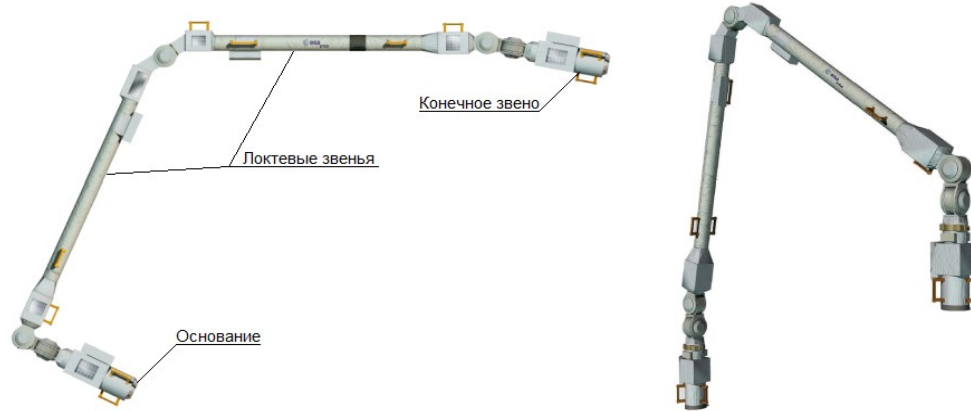


Рис. 1. Семистепенной манипуляционный робот ERA



Рис. 2. Модель манипулятора ERA

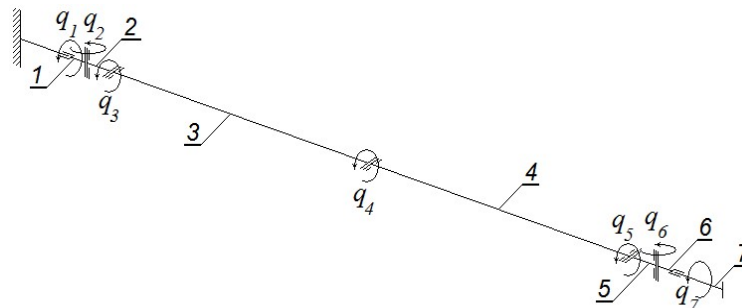
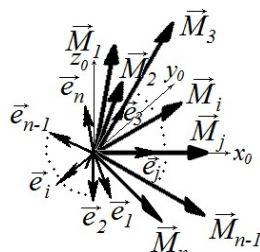


Рис. 3. Кинематическая схема манипулятора ERA



$$p(n) = (1, 1, 0, \dots, 1, \dots, 0, \dots, 1, 1)$$

$$L(2, n) = \begin{pmatrix} q_{1max}, q_{2max}, d_{3max}, \dots, q_{imax}, \dots, d_{jmax}, \dots, q_{n-1max}, q_{nmax} \\ q_{1min}, q_{2min}, d_{3min}, \dots, q_{imin}, \dots, d_{jmin}, \dots, q_{n-1min}, q_{nmin} \end{pmatrix}$$

Рис. 4. Иллюстрация векторной математической модели ММ с n степенями свободы с кинематическими парами пятого класса

Для манипуляционного механизма ERA в прямоугольной декартовой системе координат $x_0y_0z_0$ нулевого звена построим с помощью векторов модель ММ, кинематическая схема которого показана на рисунке 3. Для определения звеньев ММ введем векторы \vec{M}_i , направленные вдоль каждого звена и равные по модулю длинам звеньев. Для определения ориентации осей кинематических пар введем единичные векторы \vec{e}_i , направленные вдоль осей шарниров кинематических пар. N – характерная точка схвата, \vec{M}_7 и \vec{M}_j – векторы, указывающие текущую

ориентацию схвата, \vec{E}_x и \vec{E}_y – векторы, указывающие заданную ориентацию схвата. Признаки кинематических пар (1 – шарнир, 0 – призма) задаются массивом $p(n)$ в порядке очередности от

основания. Конструктивные ограничения в кинематических парах задаются массивом $L(2,n)$. Нижний индекс $i=1, \dots, n$, где $n=7$ – число звеньев ММ. Построенная таким образом векторная модель манипуляционного механизма ERA показана на рисунке 5.

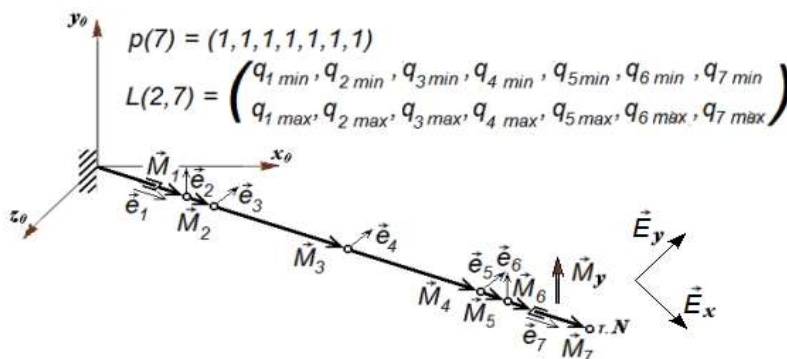


Рис. 5. Векторная математическая модель манипуляционного механизма ERA и необходимые массивы: $p(n)$ и $L(2,n)$

Моделирование испытания по прохождению сингулярных точек манипулятора ERA проводим с помощью разработанного программно-аппаратного комплекса, в состав которого входит программа решения ОЗК по методу МКПС, пакет Matlab/Simulink, программа визуализации ММ, программа выводов необходимых графиков и параметров движения ММ для анализа прохождения через сингулярные точки, рукоятка 3D Connexion Space Navigator и плата STM32F407G-DISC1 с микроконтроллером STM32F407VGT6 для определения времени решения ОЗК [16].

Моделирование испытания метода на прохождение через сингулярные точки манипуляционного робота ERA. Из сингулярных точек манипуляционного робота ERA отобраны три сингулярные точки с разным проявлением сингулярности, которые полностью отображают

характерные виды их проявления. Для подтверждения работоспособности метода МКПС проведено моделирование прохождения через эти точки модели манипуляционного робота ERA. Рассмотрим прохождение через эти точки по порядку.

Сингулярная точка №1. При движении конечного звена вдоль оси x_0 до построения локтевых звеньев в линию, ММ попадает в первую сингулярную точку, показанную на рисунке 6. Для прохождения через эту точку в методе предусмотрено изменение конфигурации манипулятора путем изменения обобщенных координат манипулятора на малые величины ($\delta q > \epsilon_{зад}$) с заранее настроенными знаками для каждого шарнира. Это обеспечивает центральному шарниру, соединяющему локтевые звенья, в автоматическом режиме всегда сгибаться в нужную сторону.

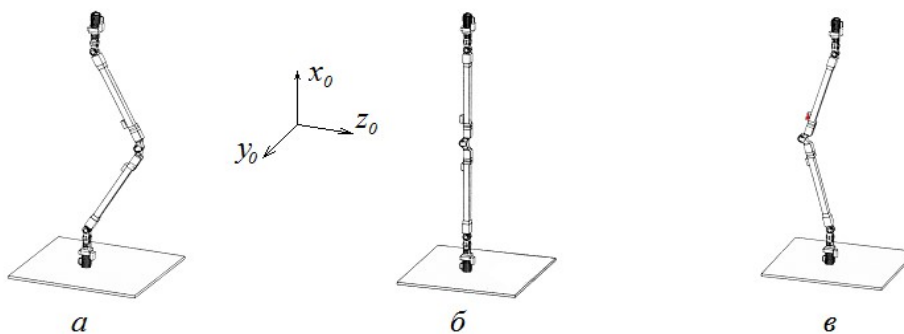


Рис. 6. Движение локтевых звеньев ММ через точку сингулярности: а) движение вверх вдоль оси x_0 , б) точка сингулярности, в) движение вниз вдоль оси x_0 .

Обобщенные координаты при прохождении первой сингулярной точки без обхода и с обходом сингулярности представлены на рисунках 7 и 8 соответственно в виде графиков.

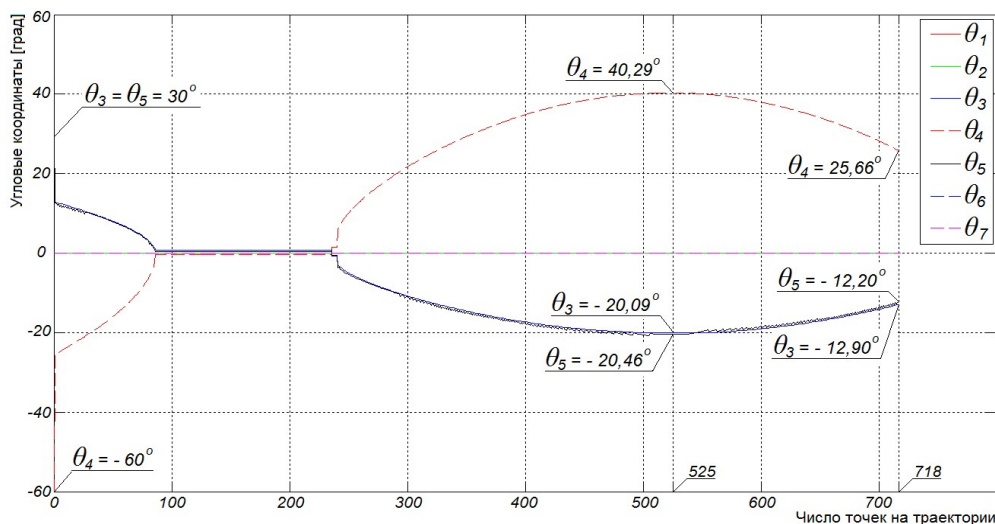


Рис. 7. Графики обобщенных координат при прохождении первой точки без обхода сингулярности

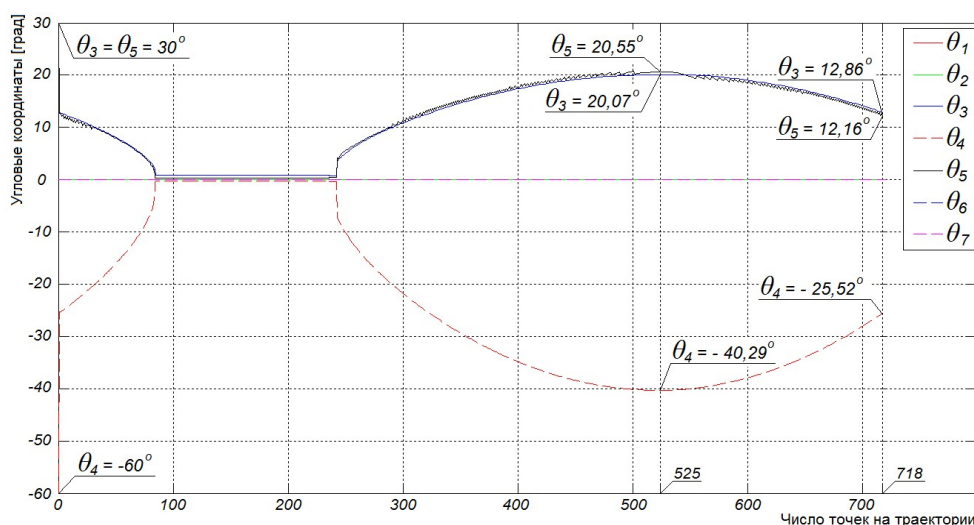


Рис. 8. Графики обобщенных координат при прохождении первой точки с обходом сингулярности

На рисунке 8 графики изменения обобщенных координат $\theta_3, \theta_4, \theta_5$, в отличие от графиков показанных на рисунке 7, находятся каждый в своем квадранте, что подтверждает движение локтевых звеньев в нужном направлении.

Сингулярная точка №2. При движении запястья снизу вверх параллельно оси y_0 ММ попадает во вторую сингулярную точку, показанную

на рисунке 9, в так называемый карданный замок. Прохождение через эту точку обеспечивается ограничением обобщенных координат $q_5 < 80^\circ, q_6 < 80^\circ$ или $q_1 = \text{Const}$, что предотвращает проявление сингулярной точки в шарнирах в виде быстрого вращения локтевых звеньев.

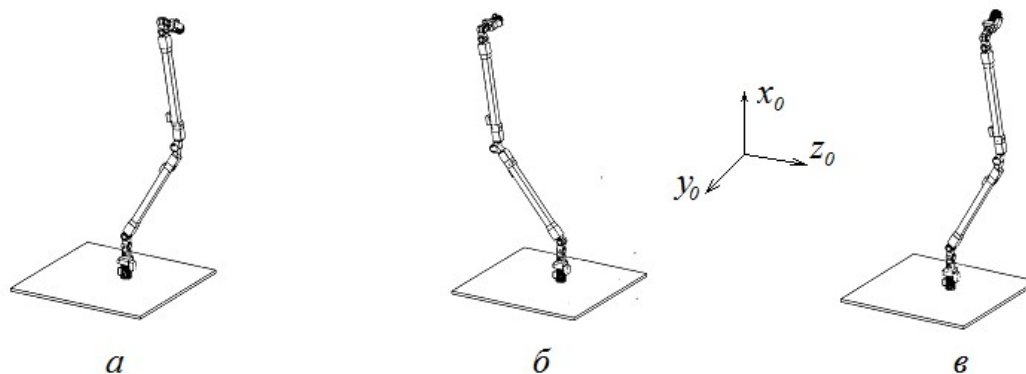


Рис. 9. Движение запястья ММ через точку сингулярности:
 а) движение запястья параллельно оси y_0 до сингулярной точки,
 б) точка сингулярности, в) движение запястья параллельно оси y_0 после сингулярной точки

Обобщенные координаты при прохождении второй сингулярной точки без обхода и с обходом сингулярности представлены на рисунках 10 и 11 соответственно в виде графиков.

Большие значения обобщенных координат на рисунке 10 означают проявление сингулярности вращением группы звеньев и суммированием углов, полученных при вращении.

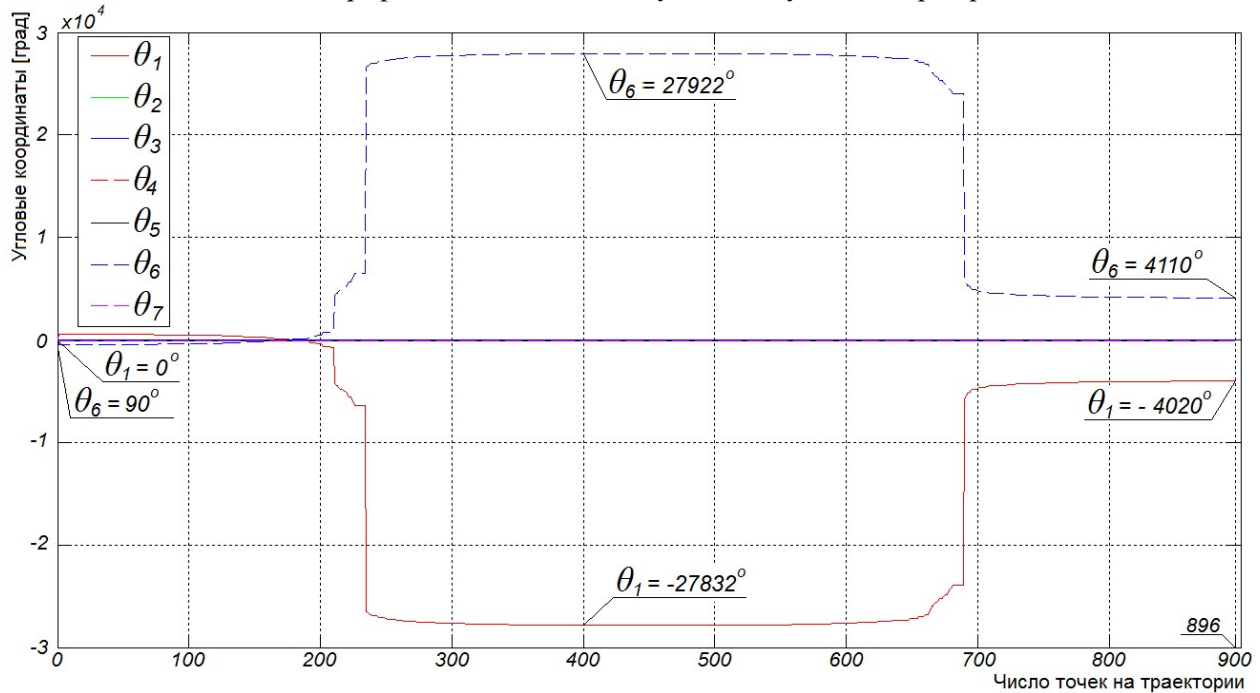


Рис. 10. Графики обобщенных координат при прохождении второй точки без обхода сингулярности

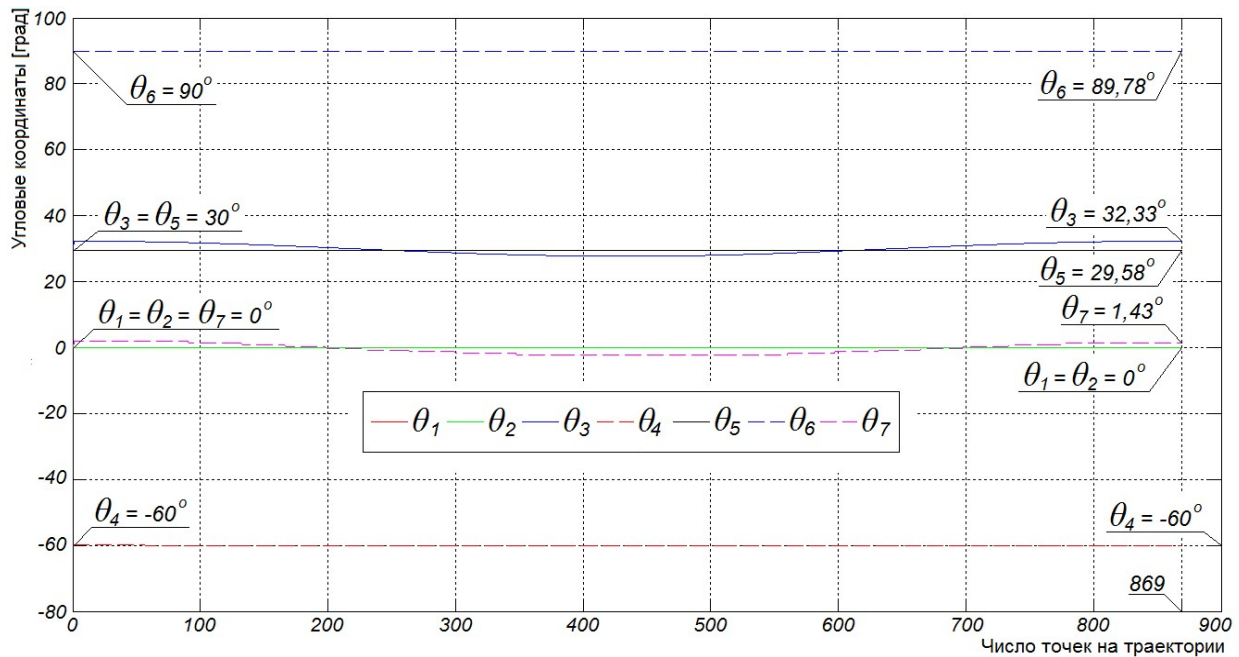


Рис. 11. Графики обобщенных координат при прохождении второй точки с обходом сингулярности

На рисунке 11 видим плавное изменение графиков обобщенных координат, которое соответствует и плавному движению звеньев ММ.

Сингулярная точка №3. При движении плеча ММ через окрестность точки на вертикальной линии (ось x_0) или вокруг неё, показанного на рисунке 12, звенья ММ 3 и 4 начинают синфазное движение вращения при движении схвата

по окружности. Так проявляет себя третья сингулярная точка.

Обобщенные координаты при прохождении третьей сингулярной точки без обхода и с обходом сингулярности представлены на рисунках 13 и 14 соответственно в виде графиков.

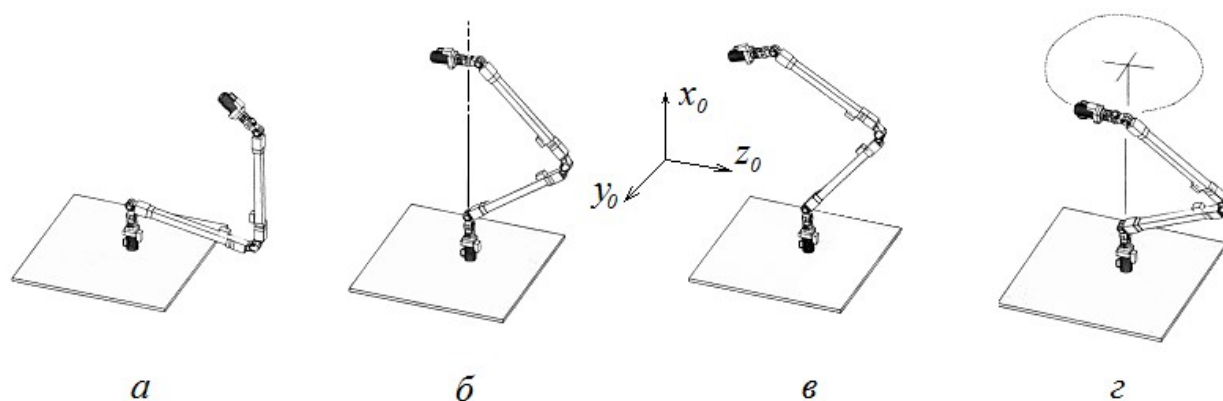


Рис. 12. Движение плеча ММ через точку сингулярности:
 а) движение плеча назад, б) точка сингулярности, в) движение плеча вперед, г) движение плеча по окружности

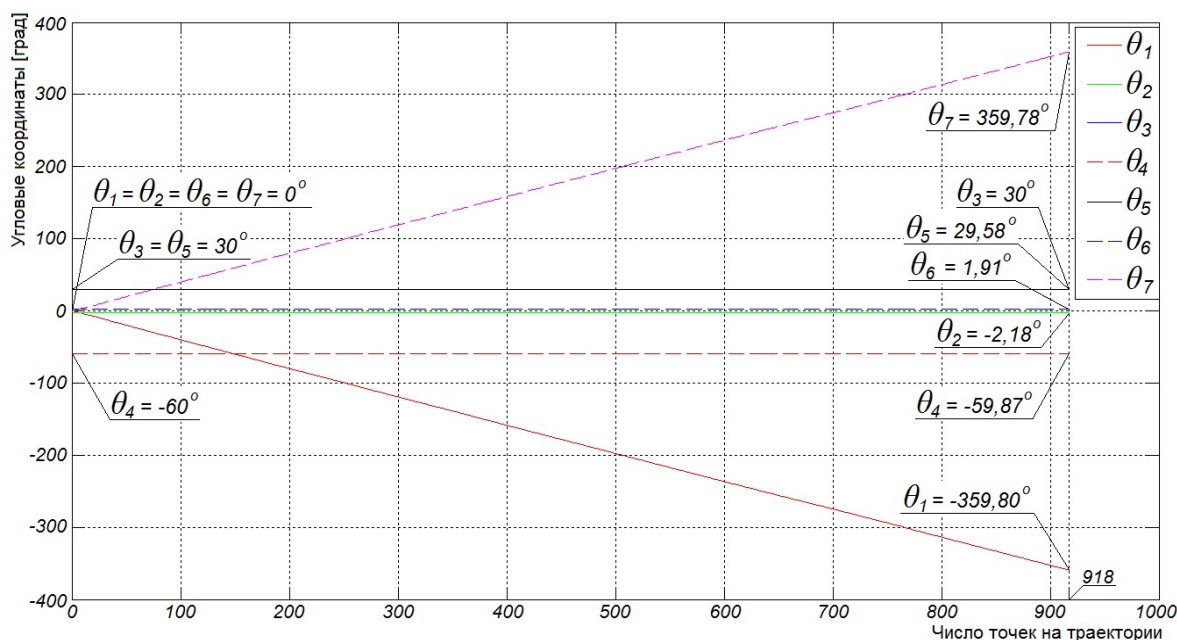


Рис. 13. Графики обобщенных координат при прохождении третьей точки без обхода сингулярности

На рисунке 13 линейное увеличение углов в противоположных шарнирах ММ происходит в результате вращения группы звеньев вокруг оси, проходящей в окрестности третьей сингулярной точки.

Прохождение через третью точку сингулярности обеспечивается ограничением обобщенных координат q_1 или q_7 путем задания конкретного значения. Так как это ограничение препятствует движению звеньев в зонах, где нет точек сингулярности, то имеет место временная фиксация указанных значений обобщенных координат при прохождении плеча через третью точку сингулярности. При использовании метода в режиме непосредственного управления можно легко организовать динамическую фиксацию обобщенных координат при прохождении сингулярных точек и исключить их проявление в виде быстрых

вращательных движений группы звеньев ММ, что и показано на рисунке 14.

Численные испытания метода проводились с помощью программного аппаратного комплекса (ПАК), включающего метод МКПС, путем прохождения через сингулярные точки, показанные на рисунках 6, 9 и 12 с выводом графиков обобщенных координат, показанных на рисунках 7, 8, 10, 11, 13, 14 и визуализацией движения звеньев ММ, показанных в [16]. Анализ графиков изменения обобщенных координат и просмотр визуализации движения звеньев манипуляционного механизма ERA подтверждают работоспособность метода при прохождении сингулярных точек.

Данное испытание показало, что в алгоритме метода предусмотрено прохождение сингулярных точек различного проявления. На примере

манипуляционного робота ERA показана визуализация прохождения сингулярных точек с механизмом обхода и без него. В качестве механизма обхода сингулярности в методе используются следующие внешние параметры метода: малые

приращения обобщенных координат с учетом знака, ограничения обобщенных координат в виде интервала значений или конкретного значения.

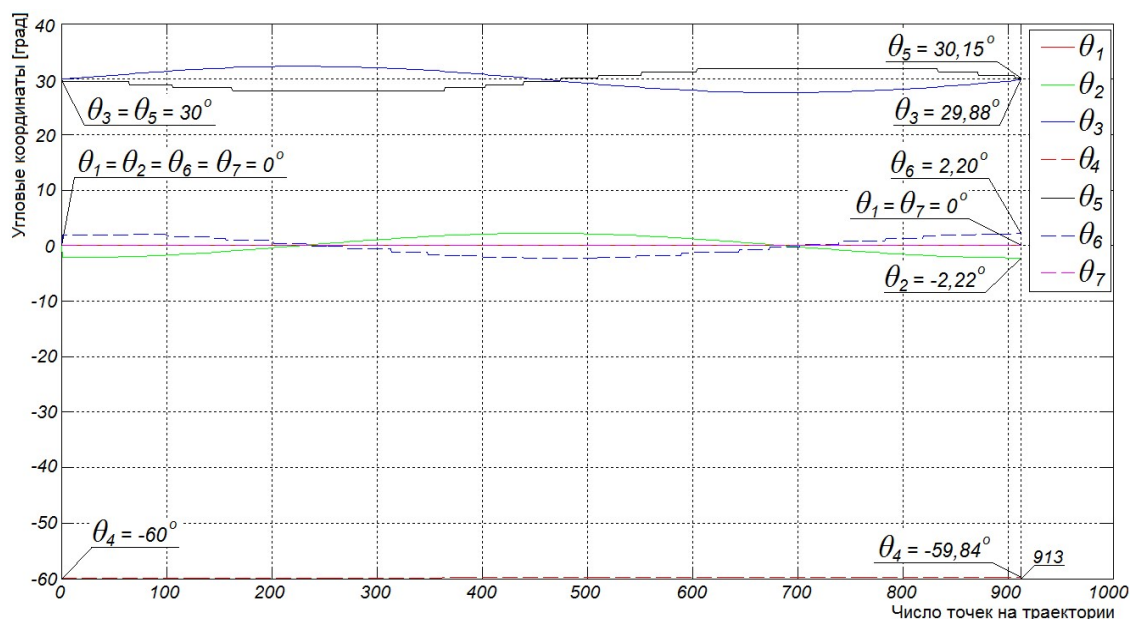


Рис. 14. Графики обобщенных координат при прохождении третьей точки с обходом сингулярности

В частности, для манипуляционного робота ERA при прохождении первой сингулярной точки (Elbow Reach Singularity), обобщенной координате центрального шарнира задается знак минус перед малым приращением δq , что всегда соответствует повороту колена в нужную сторону. Для прохождения через точки, аналогичные второй и третьей (Wrist Gimbal Lock and Shoulder Singularities), требуются ограничения части обобщенных координат в виде задания интервала значений или задания конкретных значений. Используемый механизм обхода сингулярности можно обеспечить на программном или программно-аппаратном уровне, не изменяя алгоритма метода при наличии дополнительных кнопок управления режимами изменения обобщенных координат звеньев манипулятора, например, фиксацией обобщенной координаты, или ограничением с помощью введения интервала значений. Можно учитывать существующий в алгоритме [15] мониторинг сингулярных точек, заключающийся в выполнении условия

$$\sum_{i=1}^n |\Delta q_i| = 0$$

, приведенного выше, в процессе решения ОЗК и автоматически включать и выключать механизм их обхода.

Выводы. Метод успешно прошел испытания на прохождение через сингулярные точки манипуляционного робота ERA. Моделированием подтверждена работоспособность исполь-

зуемых в методе механизмов прохождения сингулярных точек различного проявления. Определены возможности реализации механизмов обхода сингулярных точек с учетом существующего в алгоритме мониторинга сингулярных точек в процессе итерационного решения ОЗК. Все параметры для предотвращения различных влияний на движение звеньев при прохождении сингулярных точек являются внешними задающими параметрами для метода и поэтому при его применении могут быть включены в разработку системы управления на программно-аппаратном уровне или автоматически на программном уровне с учетом существующего мониторинга.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem. *Graphical Models*. 2011. Vol. 73. Iss. 5. Pp. 243–260. doi: 10.1016/j.gmod.2011.05.003
2. Aristidou A., Lasenby J. Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver. Cambridge University Engineering Department (CUEDF-INFENG, TR-632). 2009. 60 p.
3. Canutescu A.A., Dunbrack Jr. R.L. Cyclic coordinate descent: A robotics algorithm for protein loop closure. *Protein Science*. 2003. Vol. 12, Iss. 5. Pp. 963–972. doi: 10.1110/ps.0242703
4. Wang L.-C.T., Chen C.C. A combined optimization method for solving the inverse kinematics

problems of mechanical manipulators. IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1991. Vol. 7 (4). Pp. 489–499. doi: 10.1109/70.86079

5. Welman C. Inverse kinematics and geometric constraints for articulated figure manipulation. Master Dissertation, Simon Fraser University, Department of Computer Science, 1993. 77 p.

6. Balestrino A., De Maria G., Sciavicco L. Robust control of robotic manipulators // IFAC Proceedings Series. 1985. Pp. 2435–2440.

7. Wolovich W.A., Elliott H. A computational technique for inverse kinematics. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. 1984, Pp. 1359–1363.

8. Orin D., Schrader W. Efficient computation of the jacobian for robot manipulators. The International Journal of Robotics Research. 1984. Vol. 3, Iss. 4. Pp. 66–75. doi: 10.1177/027836498400300404

9. Wampler C. Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares methods. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1986. Vol. 16, Iss. 1, Pp. 93–101. doi: 10.1109/TSMC.1986.289285

10. Baillieul J. Kinematic programming alternatives for redundant manipulators. Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1985. 1087234. Pp. 722–728. doi: 10.1109/ROBOT.1985.1087234

11. Buss S. Selectively damped least squares for inverse kinematics. Journal of Graphics Tools. 2005. Vol. 10(3). Pp. 37–49. DOI: 10.1080/2151237X.2005.10129202

12. Brown J., Latombe J.-C., Montgomery K. Realtime knot-tying simulation. The Visual Computer: International J. of Computer Graphics. 2004. Vol. 20 (2). Pp. 165–179.

13. Müller-Cajar R., Mukundan R. Triangulation: A new algorithm for inverse kinematics. Proceedings of Image and Vision Computing. 2007, December, Hamilton, New Zealand. Hamilton, 2007, Pp. 181–186. Режим доступа: <http://ir.canterbury.ac.nz/handle/10092/743>, Дата обращения 01.02.2016.

14. Данилов А.В., Кропотов А.Н., Трифонов О.В. Общий подход к решению обратной задачи кинематики для манипулятора последовательной структуры с помощью конечного поворота и смещения // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2018. № 81. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-81> (дата обращения: 20.02.2019)

15. Данилов А.В., Кропотов А.Н., Трифонов О.В. Применение метода конечного поворота и смещения для манипулятора последовательной структуры с кинематическими парами пятого класса // Препринты ИПМ им. Келдыша. 2018. № 107. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-107> (дата обращения: 20.02.2019)

16. Данилов А.В. Видеофайлы. Визуализация прохождения сингулярных точек манипулятора ERA [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.sasha-dan.ru/era.html (дата обращения: 20.02.2019)

Информация об авторах

Данилов Александр Владимирович, младший научный сотрудник НИИСМ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: 157304@rambler.ru. Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет). Россия, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, дом 5, с. 1.

Поступила в октябре 2019 г.

© Данилов А.В., 2019

Danilov A.V.

*Bauman Moscow State Technical University
Russia, 105005, Moscow, 2nd Baumanskaya st., 5/1.
E-mail: 157304@rambler.ru*

TEST SIMULATION OF «FINITE ROTATION AND DISPLACEMENT» METHOD BY THE EUROPEAN ROBOTIC ARM PASSING THROUGH THE SINGULAR POINTS

Abstract. The article consider the test simulation of the «finite rotation and displacement» method (FRDM) when the European Robotic Arm (ERA) manipulator is passing through the singular points. The test simulation confirms the method's efficiency when passing through singular points and shows how to control the manipulator with various manifestations of the singularity. Depending on the type of singularities manifestation the manipulator is controlled in the vicinity of the singular point by means of small changes in its configuration or by limiting and setting specific values to generalized coordinates at the software and hardware level. The

FRDM method is designed to solve the inverse kinematics (IK) for sequential-structure manipulators with an arbitrary number of links connected by fifth-class kinematic pairs. The method is based on determining the exact and optimal iterative steps that provide the maximum approximation to the given parameters of the final link for each degree of mobility. The software has been developed that consists of subprograms for organizing a general solution of the IK and a particular one for a particular manipulator in the form of source data according to the algorithm of the method. The initial data are the vector model of the manipulator, the values of the structural constraints of the generalized coordinates and signs of kinematic pairs by type and class.

Keywords: «finite rotation and displacement» method, ERA manipulator, inverse kinematics, passing through singular points.

REFERENCES

1. Aristidou A., Lasenby J. FABRIK: A fast, iterative solver for the Inverse Kinematics problem. *Graphical Models*. 2011. Vol. 73. Iss. 5. Pp. 243–260. doi: 10.1016/j.gmod.2011.05.003
2. Aristidou A., Lasenby J. Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver. Cambridge University Engineering Department (CUEDF-INFENG, TR-632). 2009. 60 p.
3. Canutescu A.A., Dunbrack Jr. R.L. Cyclic coordinate descent: A robotics algorithm for protein loop closure. *Protein Science*. 2003. Vol. 12, Iss. 5. Pp. 963–972. doi: 10.1110/ps.0242703
4. Wang L.-C.T., Chen C.C. A combined optimization method for solving the inverse kinematics problems of mechanical manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 1991. Vol. 7 (4). Pp. 489–499. doi: 10.1109/70.86079
5. Welman C. Inverse kinematics and geometric constraints for articulated figure manipulation. Master Dissertation, Simon Fraser University, Department of Computer Science, 1993. 77 p.
6. Balestrino A., De Maria G., Sciavicco L. Robust control of robotic manipulators // *IFAC Proceedings Series*. 1985. Pp. 2435–2440.
7. Wolovich W.A., Elliott H. A computational technique for inverse kinematics. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. 1984, Pp. 1359–1363.
8. Orin D., Schrader W. Efficient computation of the jacobian for robot manipulators. *The International Journal of Robotics Research*. 1984. Vol. 3, Iss. 4. Pp. 66–75. doi: 10.1177/027836498400300404
9. Wampler C. Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares methods. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*. 1986. Vol. 16, Iss. 1, Pp. 93–101. doi: 10.1109/TSMC.1986.289285
10. Baillieul J. Kinematic programming alternatives for redundant manipulators. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1985. 1087234. Pp. 722–728. doi: 10.1109/ROBOT.1985.1087234
11. Buss S. Selectively damped least squares for inverse kinematics. *Journal of Graphics Tools*. 2005. Vol. 10(3). Pp. 37–49. DOI: 10.1080/2151237X.2005.10129202
12. Brown J., Latombe J.-C., Montgomery K. Realtime knot-tying simulation. *The Visual Computer: International J. of Computer Graphics*. 2004. Vol. 20 (2). Pp. 165–179.
13. Müller-Cajar R., Mukundan R. Triangulation: A new algorithm for inverse kinematics. *Proceedings of Image and Vision Computing*. 2007, December, Hamilton, New Zealand. Hamilton, 2007, Pp. 181–186. Access mode: <http://ir.canterbury.ac.nz/handle/10092/743>, date of access: 01.02.2016.
14. Danilov A.V., Kropotov A.N., Trifonov O.V. Obshchij podhod k resheniyu obratnoj zadachi kinematiki dlya manipulyatora posledovatel'noj struktury s pomoshch'yu konechnogo povorota i smeshcheniya [A general approach to solving the inverse kinematics problem for a serial structure manipulator using finite rotation and displacement]. *Preprinty IPM im. Keldysha*. 2018. No. 81. Access mode: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-81> (date of access: 02.20.2019). (rus)
15. Danilov A.V., Kropotov A.N., Trifonov O.V. Primenenie metoda konechnogo povorota i smeshcheniya dlya manipulyatora posledovatel'noj struktury s kinematcheskimi parami pyatogo klassa [Application of the finite rotation and displacement method for a sequential-structure manipulator with kinematic pairs of the fifth class]. *Preprinty IPM im. Keldysha*. 2018. No. 107. Access mode: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-107> (date of access: 02.20.2019). (rus)
16. Danilov A.V. Video files. Visualization of the passage of the singular points of the ERA manipulator [Videofajly. Vizualizaciya prohozhdeniya singularnyh toček manipulyatora ERA]. Access mode: www.sasha-dan.ru/era.html (data obrashcheniya: 20.02.2019).

Information about the authors

Danilov, Alexander V. Junior Researcher. E-mail: 157304@rambler.ru. Moscow State Technical University named after N.E. Bauman, Russia, 2-ya, 5/1 Baumanskaya str., Moscow Postcode, 105005, Russia.

Received in October 2019

Для цитирования:

Данилов А.В. Моделирование испытания метода «конечного поворота и смещения» на прохождение манипуляционным роботом European Robotic Arm сингулярных точек // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 11. С. 128–138. DOI:10.34031/2071-7318-2019-4-11-128-138

For citation:

Danilov A.V. Test simulation of «finite rotation and displacement» method by the European Robotic Arm passing through the singular points. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2019. No. 11. Pp. 128–138. DOI:10.34031/2071-7318-2019-4-11-128-138