

УДК 621.923  
DOI: 10.12737/21425

С.М. Братан, д.т.н.,  
В.Б. Богуцкий, к.т.н.,  
А.Г. Колесов, аспирант  
(Севастопольский государственный университет,  
299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33)  
E-mail: serg.bratan@gmail.com

## Математическое моделирование процесса доводки прецизионных поверхностей упругих пластин с поверхностно-активными веществами

*Представлено математическое описание химико-механического процесса доводки с поверхностно-активными веществами. Предложенные модели позволяют рассчитывать съем материала с учетом образования тончайших оксидных пленок на обрабатываемой поверхности.*

**Ключевые слова:** доводка; абразивные зерна; вероятность удаления материала; поверхностно-активные вещества.

S.M. Bratan, D.Eng.,  
V.B. Bogutsky, Can.Eng.,  
A.G. Kolesov, Post graduate student  
(Sevastopol State University,  
33, Universitetskaya Str, 299053 Sevastopol)

## Mathematical modeling of high-precision surfaces finishing in elastic plates with surface-active matters

*At present a significant problem at the production of high-precision machinery and devices is the ensuring of stability of quality specified parameters and increase of working productivity. The simultaneous achievement of these values may be obtained only at the expense of the destination of optimum modes and methods of manufacturing operations control for that there were necessary adequate mathematical models. The existing engineering processes are formed on determined procedures without taking into account a stochastic nature of a process and the interference of chemical and mechanical phenomena in the area of working. In the paper the mechanism of allowance removal at finishing with abrasive pastes having in their composition as fillers the surface-active matters as a factor defining the effectiveness of a finishing procedure is investigated. A process mathematical model is developed allowing the computation of material removal at any time at different algorithms of modes changes including parameters of a contact area, a current state of a surface layer in a blank. A model formed taking into account the process of passivation, machine cutting, takes into account a stochastic character of a process and allows estimating differentially the impact of separate factors upon material removal.*

**Keywords:** abrasive grains; likelihood of material removal; surface-active materials.

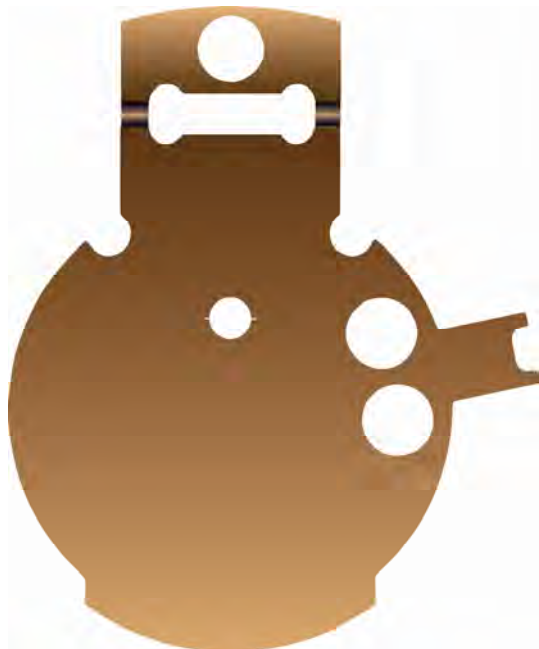
В настоящее время актуальной научно-технической задачей является создание малогабаритных высокоточных приборов, используемых в системах управления авиационной, космической и морской техники, а также целого спектра объектов специального назначения.

При создании таких приборов существенно повышаются требования к точности, надежности, габаритно-массовым харак-

теристикам и др. В качестве чувствительного элемента используются прецизионные упругие пластины, разработкой и исследованием которых занимаются как зарубежные фирмы, например, Northrop Grumman (США), Marconi (Великобритания), InnaLabs (Великобритания), Badin-Crouzet (Франция), так и российские РПКБ, НПП "Медикон", ОАО "АНПП "ТЕМП-АВИА" и др.

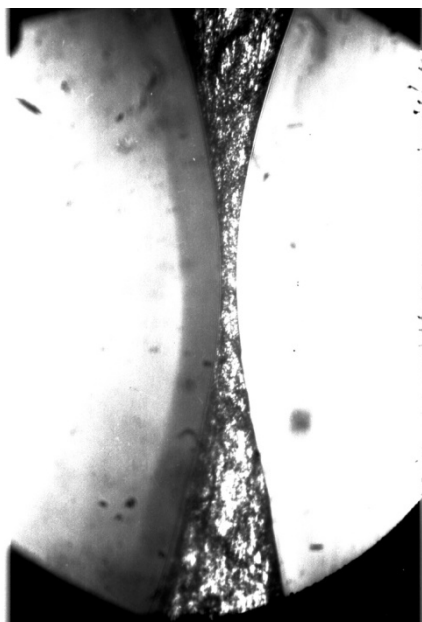
В качестве примера таких конструкций рассмотрим подвесы маятников акселерометров (рис.1), представляющих собой объект, выполненный в виде пластины с фасонными поверхностями, изготовленными по 4–5-му

квалитетам точности. Традиционно для обработки таких деталей используются методы абразивно-алмазной обработки, к числу которых относится процесс доводки абразивно-алмазными пастами.

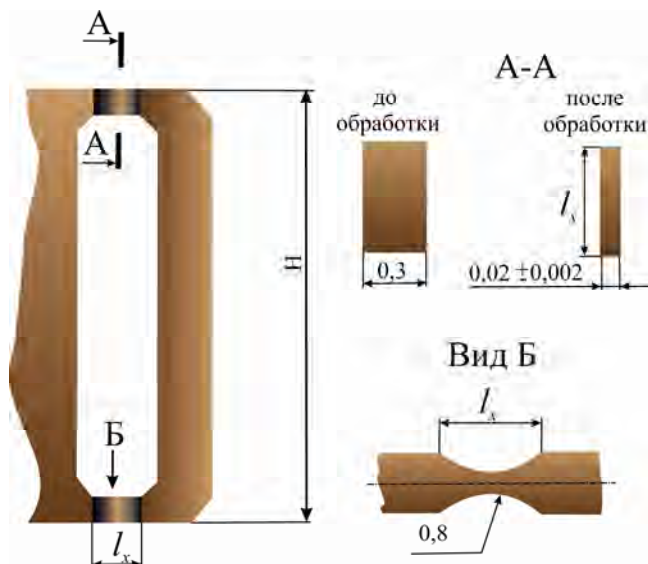


а)

б)



в)



г)

Рис. 1. Пример конструкций маятников:

а, б – конструкции маятников; в – перемычка; г – схема с допусками на изготовление (перемычка толщиной 0,020 мм с допуском ±0,002 мм и шероховатостью  $Ra = 0,1 \dots 0,05$  мкм)

Доводка является разновидностью химико-механической обработки – снятие материала происходит в результате разрушения выступающих микронеровностей под механическим воздействием в химически активных средах с абразивной суспензией. В процессе доводки происходит механическое сглаживание выступающих микронеровностей, при этом возникает адсорбционный эффект понижения прочности (эффект Ребиндера). Вследствие разности скоростей движения поверхностей заготовки и притира, пассивирующая пленка, покрывающая обрабатываемую поверхность, срезается, а в выступающих активированных местах обнажившейся поверхности под влиянием химически активной среды (ПАВ), мгновенно появляется новая [1].

В настоящее время процесс доводки превращается в длительные многоэтапные процедуры, требует высокого индивидуального мастерства работников, при этом стабильность качества готовых деталей составляет 13...15 % от общего количества обработанных изделий при трудоемкости операций 10...20 мин на одну деталь.

Требования современного рынка, с одной стороны, вынуждают предприятия увеличивать производительности обработки, а с другой – выдерживать стабильность заданных показателей качества. Одновременное достижение этих показателей может быть обеспечено только за счет назначения оптимальных режимов и методов управления технологическими операциями, для чего необходимы адекватные математические модели.

Существующие технологические процессы построены на детерминированных методиках, не учитывающих стохастическую природу процесса и взаимовлияние химических и механических явлений в зоне обработки. Что сдерживает внедрение процесса доводки в производство [2].

Таким образом, целью данной работы является разработка математических моделей, отражающих закономерности удаления материала на операциях доводки с поверхностно-активными веществами (ПАВ).

При прохождении абразивных зерен через фиксированный уровень  $y$  на обрабатываемой поверхности образуются элементарные площадки. Если известно число площадок  $\Delta N$ , возникающих в любой момент времени, то можно вычислить приращение химико-механического съема материала с учетом обновления поверхности в результате абразивно-

го воздействия:

$$\Delta Q_{\text{хм}} = [\Delta Q(\tau') \Delta N(\tau')] \Delta t, \quad (1)$$

где  $\Delta Q(\tau')$  – скорость образования пассивирующей пленки;  $\Delta N(\tau')$  – число площадок;  $\Delta t$  – приращение времени.

Скорость пассивации:

$$\Delta Q(\tau') = \exp[-\alpha(t-\tau)]x, \quad (2)$$

где  $x$  – скорость образования пленки без ПАВ,  $x = \text{const}$  (для данного материала);

$\alpha$  – коэффициент пассивации.

Следовательно, единственным неизвестным остается число площадок  $\Delta N$ , возникающих в любой момент времени.

Для получения зависимости, позволяющей рассчитывать число площадок, возникающих в любой момент времени, рассмотрим рис. 2.

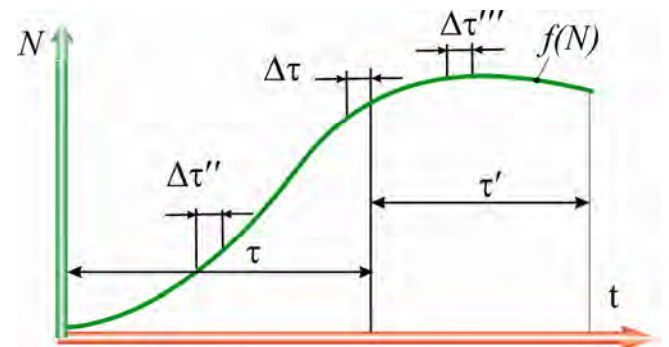


Рис. 2. Схема к расчету химико-механического съема материала с учетом обновления поверхности в результате абразивного воздействия

Пусть в момент времени  $t_0$  через рассматриваемый уровень заготовки начинают проходить вершины наиболее выступающих абразивных зерен.

В случае контактирования абразивных зерен с обрабатываемой поверхностью на ней появляются элементарные площадки. Однако существует вероятность полного или частичного наложения площадок, т.е. у большинства зерен контакт с материалом будет не полным. Он распространяется не на всю ширину абразивного зерна. Другая часть зерен вообще попадает в единичные риски, следовательно, площадки не образуются.

Из анализа работы единичного зерна при абразивной обработке следует, что проходя зону контакта заготовки с инструментом, оно может срезать материал, если попадает на

один из выступов шероховатости поверхности, или не срезать его, если попадет в одну из впадин шероховатости. При встрече зерна с выступом увеличивается доля удаленной части материала. Если зерно попадает во впадину, то материал не снимается, но вероятность его удаления потенциально увеличивается, так как повышается вероятность попадания на выступ последующих абразивных зерен.

Вероятность контакта вершины абразивного зерна с материалом численно равна вероятности удаления материала [3]. При любом положении зерна в зоне резания она будет определяться соотношением не удаленной части металла  $\sum_{i=1}^n l_i$  к общей длине рассматриваемого участка  $l$  (рис. 3):

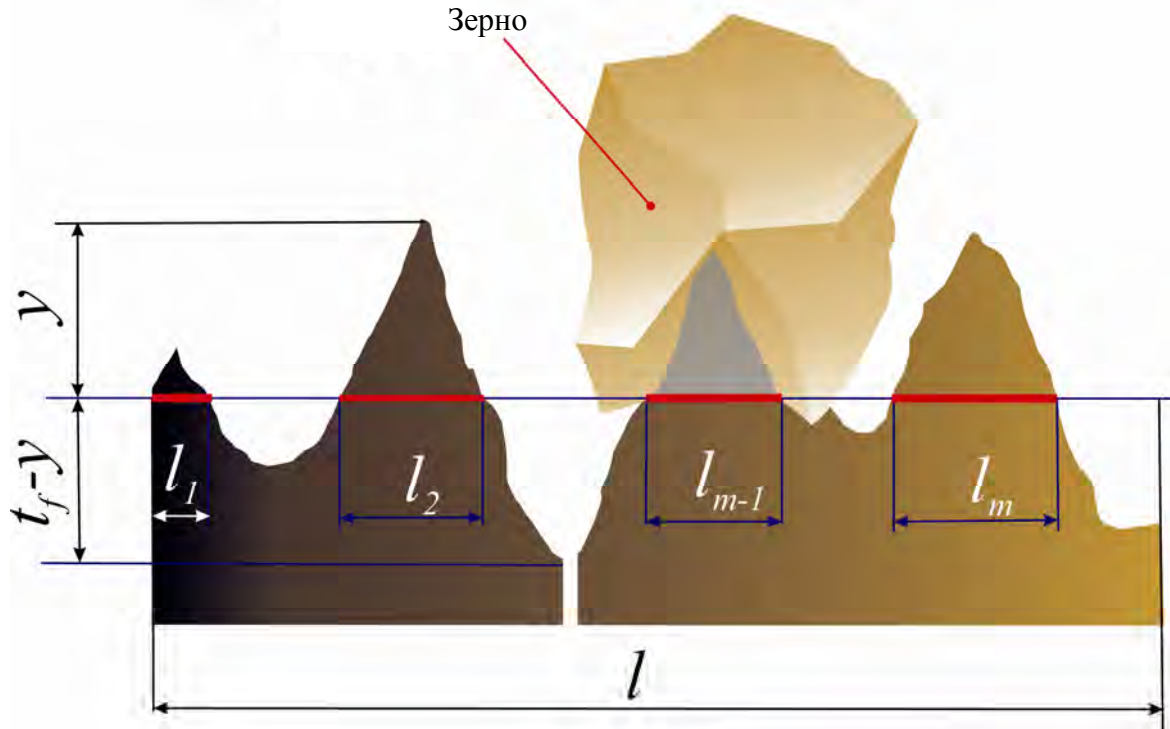


Рис. 3. Схема к расчету вероятности контакта

$$P_k = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{l} = 1 - P(M) = \exp(-u_0 - u), \quad (3)$$

где  $u_0$  – показатель степени при  $e$ , характеризующий состояние поверхности в данном сечении до его входа в зону резания;  $u$  – показатель степени при  $e$ , характеризующий изменение вероятности съема металла в зоне резания;  $P(M)$  – вероятность удаления материала.

Не выясняя физическую природу показателей  $u_0$  и  $u$  и их связь с предысторией процесса формообразования, рассмотрим изменение вероятности контакта зерен с материалом заготовки на фиксированном уровне при одном контакте поверхности с инструментом. Съем материала при доводке производится дискретными порциями, но число единичных срезов, проходящих через сечение, достаточно велико (от нескольких сотен до нескольких тысяч на единицу длины сечения), что позволяет при

расчете вероятности перейти от дискретной модели к непрерывной.

Для определения числа зерен, контактирующих с материалом, рассмотрим изменение вероятности контакта на фиксированном уровне (рис. 4). На основе анализа вероятности контакта вершин зерен с материалом может быть вычислено количество площадок, образовавшихся в момент времени  $\tau$ .

Вероятность появления площадки равна вероятности события, заключающегося в том, что точка профиля зерна пройдет через материал.

Если, например, за время  $\Delta t$  через уровень от  $a = 0$  до  $a = a_g$  пройдет  $\Delta \lambda$  зерен, то вероятность появления площадки будет равна:

$$P_n = \Delta \lambda P(\bar{M}), \quad (4)$$

где  $P(\bar{M})$  – вероятность не удаления материала в момент времени  $\tau$  на уровне  $u$ .

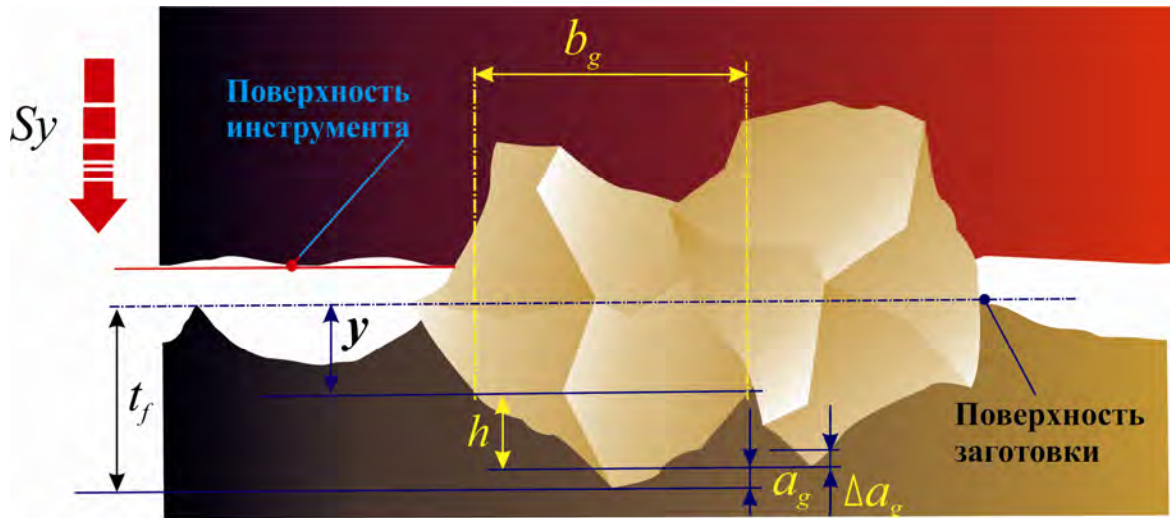


Рис. 4. Схема к расчету вероятности удаления материала заготовки

Часть площадок, образовавшихся в момент времени  $\tau$ , попадает с учетом перекрытия в зону действия одного из зерен и может быть срезана в любой момент времени (см. рис. 2):

$$\tau' = t - \tau, \quad (5)$$

где  $t$  – данный момент времени;  $\tau'$  – время существования площадки.

Очевидно, для того, чтобы определить число площадок в любой момент времени  $t$ , нужно умножить вероятность появления площадки  $P_n$  на вероятность события, заключающегося в том, что площадка, образовавшаяся за время  $\Delta t$  на уровне  $y$ , не будет срезана.

$$\Delta N(\tau') = \Delta \lambda P(\bar{M}) P_N(\bar{M}), \quad (6)$$

где  $P_N(\bar{M})$  – вероятность того, что площадка не будет срезана.

Число зерен, прошедших через сечение  $y$  за время  $\Delta t$ , вычисляется по плотности распределения:

$$\Delta \lambda = v_u n_g f(a_g) \Delta a_g \Delta t, \quad (7)$$

где  $n_g$  – количество зерен в единице площади притира (может быть определено экспериментально, рис. 5);  $t_f$  – фактическая глубина резания;  $v_u$  – окружная скорость притира;  $f(a_g)(d, L)$  – функция плотности распределения зерен по глубине [4]:

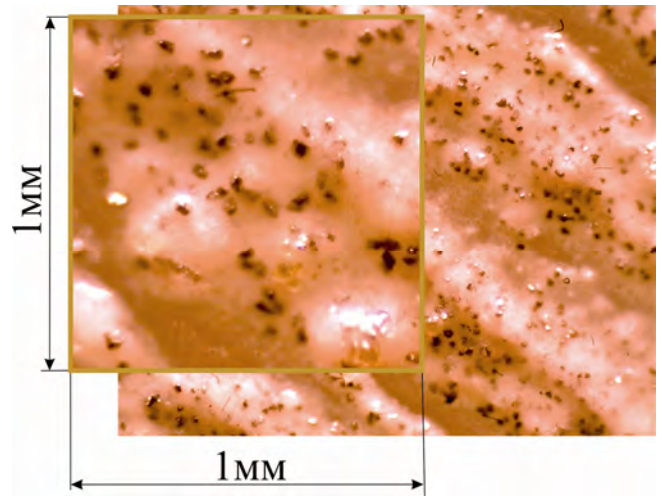


Рис. 5. Зерна на поверхности притира

$$f(a_g)(d, L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\mu}{\sqrt{\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2 + \sigma_d^2}} \exp \left[ -\frac{[(d - u_1 - u_2) - (m_d - m_{u1} - m_{u2})]^2}{2(\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2 + \sigma_d^2)} \right] = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{a_g}} \exp \left[ -\frac{(a_g - m_{a_g})^2}{2\sigma_{a_g}^2} \right]. \quad (8)$$

На рис. 6 приведены данные численного расчета характеризующие зависимость числа зерен, прошедших через зону контакта за 30 с работы, от фактической глубины резания для доводочной пасты с алмазными зернами зернистости 14/10.

Вероятность не удаления материала на уровне  $y$  в момент времени  $\tau$ :

$$P(\bar{M}) = \exp[-u(y; \tau)], \quad (9)$$

где  $u(y; \tau)$  – сумма поперечных сечений зерен на уровне  $W$  за время от  $t_0$  до  $\tau$  определяется выражением:

$$u(y, \tau) = K_c b_g \lambda, \quad (10)$$

где  $K_c$  – коэффициент стружкообразования, учитывающий, что не весь материал удаляется из объема риски, а часть его вытесняется и образует по краям риски;  $\lambda$  – число зерен, прошедших через единичное сечение;  $b_g$  – ширина профилей абразивных зерен.

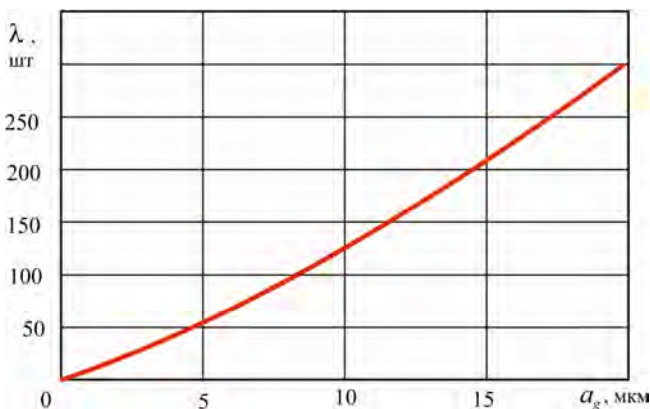


Рис. 6. Зависимость числа зерен, прошедших через сечение, от фактической глубины резания

$$P(\bar{M}) = \exp\left(-K_c v_u n_g \int_0^\tau \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau''\right). \quad (15)$$

Вероятность  $P_N(\bar{M})$  того, что площадка, образовавшаяся на уровне  $y$  за время  $\Delta\tau$ , не будет срезана за время  $\tau'$ , можно вычислить:

$$P_N(\bar{M}) = \exp[-u(\tau')] = \exp[-u(t) - u(\tau)]. \quad (16)$$

Изменение суммы поперечных сечений зерен на уровне  $y$  за время  $\tau'$  определится системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_y(y, \tau) = K_c v_u n_g \int_0^\tau \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' \\ u_y(y, t) = K_c v_u n_g \int_\tau^t \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' \end{array} \right. \quad (17)$$

Подставив (17) в (16), получим

При аппроксимации профиля зерна шаром получаем:

$$b_g = \sqrt{(a_g)(d - a_g)}. \quad (11)$$

Из общего числа зерен, прошедших через сечение, ширину профиля  $b_g(y)$  будут иметь зерна, вершины которых расположены в слое заготовки  $l \cdot \Delta a_g \cdot \Delta\tau \cdot v_u$ . Число таких вершин определяется по плотности распределения  $f(a_g)(d, L)$ :

$$\Delta\lambda = \left[ n_g v_u \int_0^{S_y \tau''} f(a_g) da_g \right] \Delta\tau. \quad (12)$$

При подстановке (11) и (12) в (10), видно, что изменение параметра  $u_y(y, \tau)$  определяется приращением суммы поперечных сечений профилей зерен:

$$\Delta u_y(y, \tau) = K_c v_u n_g b_g(y) f(a_g)(d, l) \Delta a_g \Delta\tau. \quad (13)$$

Переходя от дискретной модели к непрерывной, получим интегральное уравнение, определяющие изменение параметра вероятности в зоне контакта детали с притиром в момент времени  $\tau$  на уровне  $y$ :

$$u_y(y, \tau) = K_c v_u n_g \int_0^\tau \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau''. \quad (14)$$

Следовательно, вероятность не удаления материала на уровне  $y$  в момент времени  $\tau$ :

$$P_N(\bar{M}) = \exp \left[ -K_c v_u n_g \left( \int_{\tau}^t \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' + \int_0^{\tau} \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' \right) \right]. \quad (18)$$

Тогда уравнение для расчета  $\Delta N(\tau')$ , с учетом обозначений, приведенных ранее, запишется следующим образом:

$$\Delta N(\tau') = \exp \left( -K_c v_u n_g \left[ \int_{\tau}^t \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' + 2 \int_0^{\tau} \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' \right] \right) \times \left[ n_g v_u \int_0^{S_y \tau'} f(a_g) da_g \right] \Delta \tau. \quad (19)$$

После подстановки (19) в (1) зависимость для расчета приращения съема металла с учетом обновления поверхности за счет абразивного воздействия запишется:

$$\Delta Q_X = \left[ \begin{array}{l} \Delta Q(\tau') \exp \left( -K_c v_u n_g \left( \int_{\tau}^t \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' + 2 \int_0^{\tau} \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' \right) \right) \cdot \\ \cdot \left[ n_g v_u \int_0^{S_y \tau'} f(a_g) da_g \right] \Delta \tau \end{array} \right] \Delta t. \quad (20)$$

После интегрирования по  $\tau$  выражения (20) получим интегральное уравнение, описывающее съем металла при доводке с ПАВ:

$$Q_X = \int_0^t \left[ \begin{array}{l} \Delta Q(\tau') \exp \left( -K_c v_u n_g \left( \int_{\tau}^t \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' + 2 \int_0^{\tau} \int_0^{S_y \tau''} b_g(y) f(a_g) da_g d\tau'' \right) \right) \cdot \\ \cdot \left[ n_g v_u \int_0^{S_y \tau'} f(a_g) da_g \right] \Delta \tau \end{array} \right] d\tau. \quad (21)$$

Полученные зависимости моделируют механизм удаления материала в процессе доводки деталей абразивными пастами с поверхностно-активными веществами и могут быть использованы при расчете режимов, прогнозировании качества обработанной поверхности при доводке из условий заданного состояния поверхностного слоя детали.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Zhixue Guo, Qingzhong Li, Hui Zhang, Jing Zhai. Research on material removal rate of each element of chemical mechanical polishing // *Journal of Mechanical Engineering*, 2003, Vol.39, p.100. (In Chinese).
2. Братан, С.М., Сазонов, С.Е. Системный анализ процесса доводки заготовок свободным абразивом // *Резание и инструмент в технологических системах: международный научно-технический сборник*. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2008. – Вып. 75. – С. 42–48.
3. Новоселов, Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке: монография [текст]. – Севастополь: Из-во СевНТУ, 2012. – 304 с.

4. Братан, С.М., Сазонов, С.Е., Колесов, А.Г. Моделирование процессов доводки абразивными пастами // *Научно-технические технологии в машиностроении*. – 2016. – №1 (55). – С. 25–29.

### REFERENCES

1. Zhixue Guo, Qingzhong Li, Hui Zhang, Jing Zhai. Research on material removal rate of each element of chemical mechanical polishing // *Journal of Mechanical Engineering*, 2003, Vol.39, p.100. (In Chinese).
2. Bratan, S.M., Sazonov, S.E. System analysis blanks finishing with free abrasive // *Cutting and Tool in Technological Systems: International Scientific-Engineering Paper Collection*. – Kharkov: KTU “KPI”, 2008. – Issue 75. – pp. 42–48.
3. Novosyolov, Yu.K. *Dynamics of Surface Shaping at Abrasion: Monograph [text]*. – Sevastopol: Publishing House of SevNTU, 2012. – pp. 304.
4. Bratan, S.M., Sazonov, S.E., Kolesov, A.G. Modeling of finishing with abrasive pastes // *Science Intensive Technology in Mechanical Engineering*. – 2016. – №1 (55). – pp. 25–29.

Рецензент д.т.н. Ю.С. Степанов