

DOI: 10.34031/article_5db33945315bb4.76965991

Радайкин О.В.

Казанский государственный архитектурно-строительный университет

Россия, 420043, г. Казань, ул. Зелёная, д. 1

E-mail: olegxxii@mail.ru

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА ПО КРИТЕРИЮ ЭНЕРГОЗАТРАТ НА ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ

Аннотация. С точки зрения прочностных расчётов работу бетона под нагрузкой удобно описывать диаграммами деформирования « σ - ϵ » при одноосных растяжении и сжатии. При этом конечный результат расчёта зависит от формы соответствующей диаграммы, математического выражения, на основе которого она строится и других факторов. Наиболее универсальным критерием оценки сопротивляемости бетона силовому воздействию, по мнению автора, являются энергозатраты на деформирование и разрушение материала. Данный критерий вычисляется через определённый интеграл функции $\sigma=f(\epsilon)$. С его использованием в статье были рассмотрены 10 диаграмм деформирования бетона при сжатии и 4 при растяжении из доступных литературных источников, включая авторские. Установлены некоторые качественные и количественные закономерности, что позволило сделать вывод: для дальнейшего совершенствования нелинейной деформационной модели можно рекомендовать диаграммы сжатия: трёхлинейную, криволинейные, а при использовании рассматриваемой модели в современном её виде для инженерных расчётов наиболее подходящими является диаграммы растяжения.

Ключевые слова: бетон, диаграмма деформирования, энергия деформирования, разрушение.

Введение. К настоящему моменту нелинейная деформационная модель железобетонного сечения прочно вошла в обиход инженеров-проектировщиков благодаря своей простоте, универсальности и возможности самостоятельно автоматизировать расчёты с её использованием. Главным параметром данной модели, влияющим на результаты, является зависимость между напряжениями и деформациями « σ - ϵ », чаще всего задаваемая в виде диаграммы с ниспадающей ветвью. В ходе изучения отечественной и зарубежной литературы автором обнаружено порядка 30 различных видов диаграмм и это – не предел. Систематизация наиболее распространённых диаграмм выполнена в работах [1–2] и др. Возникает вопрос: в каких случаях можно применять тот или иной вид? Ответить на него можно двояко:

а) сравнить конечный результат расчёта конструкции на основе принятой теоретической диаграммы с экспериментом либо с надёжной расчётной методикой, ранее приведённой в соответствии с опытом; этому посвящены, например, работы [3–4];

б) сравнить самые распространённые и общепризнанные теоретические диаграммы между собой, отобрать из их числа на основе неких общих признаков (критериев) наиболее соответствующие друг другу, а затем сопоставить отобранные диаграммы с опытными зависимостями.

Второй вариант ответа более перспективен, поскольку подталкивает исследователя после выполнения этой процедуры совершенствовать

остальные параметры модели: геометрическую схему, схему усилий и напряжений, условия равновесия и др. Иначе получается, что при трансформации опытных диаграмм и переходе от них к нормативным и расчётным не учитываются важные параметры модели, более полно раскрывающие физическую суть работы конструкции под нагрузкой – они теряются в формуле, аппроксимирующей зависимость « σ - ϵ », а также в структуре принятых в нормах различных коэффициентов запаса (коэффициентов надёжности). К таким не учитываемым пока в нормах параметрам можно отнести: сцепление арматуры с бетоном и возможность его частичного либо полного нарушения, концентрация напряжений в вершине нормальных и наклонных трещин, возникновение горизонтальных трещин в сжатой зоне балки, градиенты деформаций и др.

Методология. В данной статье сделано первое приближение для ответа на поставленный вопрос по второму варианту. Для этого проведён сравнительный анализ различных диаграмм деформирования бетона при кратковременном нагружении по критерию энергозатрат на деформирование и разрушение материала. Данный критерий вычисляется через определённый интеграл функции $\sigma=f(\epsilon)$. При этом выделены следующие его составляющие:

$$U_{tot} = U_d + U_f, \quad U_d = U_e + U_{pl}, \quad (1)$$

где U_{tot} – полные энергозатраты на сопротивление бетона внешней нагрузке; U_d – энергозатраты на деформирование материала; U_f – энергозатраты на разрушение материала с образованием новых поверхностей (в следствии появления и развития макротрещин); U_e – энергия упругого деформирования; U_{pl} – энергия пластического деформирования.

Отметим, что один из вариантов энергетического подхода к оценке сопротивляемости бетона растяжению и сжатию представлен в работах проф. В.М. Митасова, например, в [5]. В них энергия деформирования и энергия разрушения материала тождественны друг другу. В данной статье эти два вида энергозатрат разделены по соответствующим стадиям работы бетона: а) от начала нагружения до момента появления видимых макротрещин в материале, что соответствует восходящей ветви диаграммы деформирования (эта стадия включает в себя работу вначале упругих, а потом совместно и пластических, точнее псевдопластических, деформаций), б) дальнейшее нагружение вплоть до полного разрушения с разделением бетонного образца на части, что соответствует ниспадающей ветви. При этом отчасти бетон начинает разрушаться уже на первой стадии в виде образования и развития невидимых микротрещин, что, однако, можно обобщить работой псевдопластических деформаций. Кроме того, на ниспадающей ветви диаграммы о деформациях материала можно говорить лишь

условно, так как удлинение либо укорочение бетонного образца под нагрузкой происходит главным образом за счёт образования и раскрытия макротрещин соответствующего направления: при растяжении – поперечных макротрещин отрыва; при сжатии – продольных отрыва и наклонных сдвига. В связи с этим, для удобства описания процессов деформирования и разрушения бетона и было принято выражение (1). Отметим, что похожий подход используется в зарубежных работах по механике разрушения. В частности, известна модель фиктивной трещины А. Хилерборга [6], в которой тем не менее работа псевдопластических деформаций на первой стадии не учитывается.

Основная часть. Входящие в формулу (1) величины можно представить в виде соответствующих площадей под кривой « σ - ϵ », показанных на рис. 1. Эти площади математически определяются через следующие интегралы:

$$U_{b,tot} = \int_0^{\epsilon_{b2}} \sigma_b(\epsilon) d\epsilon, U_{bt,tot} = \int_0^{\epsilon_{bt2}} \sigma_{bt}(\epsilon) d\epsilon, \quad (2)$$

$$U_{b,d} = \int_0^{\epsilon_{b0}} \sigma_b(\epsilon) d\epsilon, U_{bt,d} = \int_0^{\epsilon_{bt0}} \sigma_{bt}(\epsilon) d\epsilon, \quad (3)$$

$$U_{b,f} = \int_{\epsilon_{b0}}^{\epsilon_{b2}} \sigma_b(\epsilon) d\epsilon, U_{bt,f} = \int_{\epsilon_{bt0}}^{\epsilon_{bt2}} \sigma_{bt}(\epsilon) d\epsilon, \quad (4)$$

$$U_{b,e} = \frac{1}{2} R_{bn} \epsilon_{b0}, U_{bt,e} = \frac{1}{2} R_{btn} \epsilon_{bt0}, \quad (5)$$

$$U_{b,pl} = U_{b,d} - U_{b,e}, U_{bt,pl} = U_{bt,d} - U_{bt,e}. \quad (6)$$

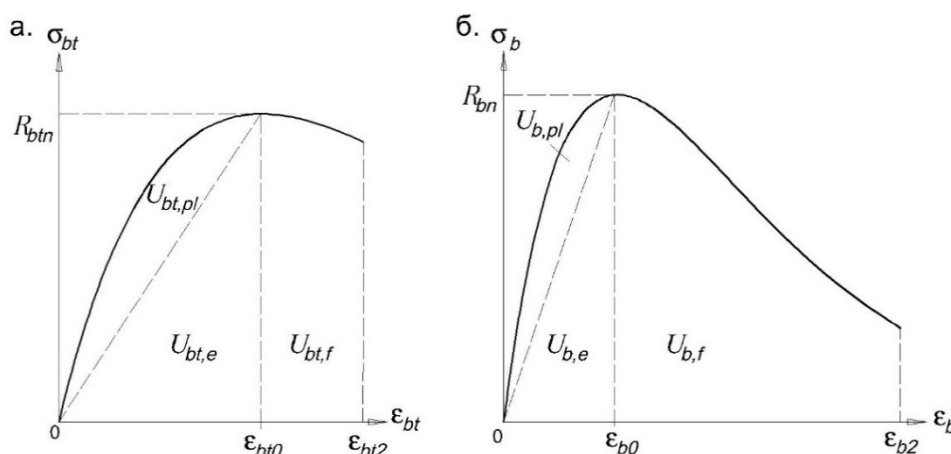


Рис. 1. К определению энергозатрат на нагружение бетона при растяжении (а) и при сжатии (б)

Данные расчётные выражения были применены для анализа диаграмм деформирования бетона при кратковременном нагружении, которые на примере сжатия представлены в табл. 1. Всего рассмотрено 10 диаграмм [2–4, 7–13].

В формулах табл. 1 недостающие в первоисточнике параметрические точки диаграмм, такие как ϵ_{b0} , ϵ_{b2} , приняты по СП 63.13330.2012 [7].

В табл. 2 и 3 приведены данные расчёты по формулам (2)–(6) для 10 представленных диаграмм.

Таблица 1

Расчётные выражения для анализа диаграмм деформирования бетона при кратковременном нагружении

[Ист.]	Расчётное выражение (аппроксимация)	Вид диаграммы деформирования бетона (на примере кл. В10)
1	2	3
Трёхлинейная СП 63.1330.2012 [7]	$\sigma_b = \begin{cases} E_b \varepsilon_b; & 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1} \\ \left[\left(1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right) \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right] R_b; & \varepsilon_{b1} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b0} \\ R_b; & \varepsilon_{b0} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b2} \end{cases}$ $\sigma_{b1} = 0,6R_b$	
Двухлинейная СП 63.1330.2012 [7]	$\sigma_b = \begin{cases} E_{bred} \varepsilon_b; & 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1red} \\ R_b; & \varepsilon_{b1red} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b2} \end{cases}$	
Криволинейная Еврокод 2 [8]	$\frac{\sigma_c}{R_b} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}, \quad \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}, \quad k = 1,1 E_{cm} \cdot \frac{ \varepsilon_{c1} }{R_b}$	
Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. [3], [4]	$\sigma_b = \bar{v}_b E_b \varepsilon_b,$ $v_b = \bar{v}_b \pm (v_0 - \bar{v}_b) \sqrt{1 - \omega \eta_b - (1 - \omega) \eta_b^2}, \quad \eta_b = \sigma_b / R_b$	
Радайкин О.В. [9]	$\sigma_b = a_c \left(1 - b_c D_b \right)^{c_c} E_b \varepsilon_b, \quad D_b = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b2}}, \quad a_c = \frac{2,7 R_b}{E_b \varepsilon_{b0}}$ $, \quad b_c = \frac{1}{50 R_b}, \quad c_c = 50 R_b \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b0}} - 1$	

продолжение таблицы 1

1	2	3
Мурашкин Г.В. [2]	$\sigma_b = a_c \varepsilon_b^{b_c} \exp\left(\frac{-b_c \varepsilon_b}{p}\right)$	
Поповикс [10]	$\sigma_b(\varepsilon_b) = R_{bn} \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}}\right)^n}, n = 0,58R_{bn} + 1$	
Томашевич [11] с учётом [12]	$\sigma_b(\varepsilon_b) = R_{bn} \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}}\right)^{kn}}, n = \frac{8,32}{8,32 - R_{bn}^{0,475}},$ $\varepsilon_{b0} = 0,7 \left(\frac{R_{bn}}{10^9}\right)^{0,31}, k = \begin{cases} 1 \text{ при } \varepsilon_b < \varepsilon_{b0} \\ \frac{R_{bn}}{20} \text{ при } \varepsilon_b \geq \varepsilon_{b0} \end{cases}$	
Карейра и Чу [13]	$\sigma_b(\varepsilon_b) = R_{bn} \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} \frac{n}{n-1 + \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}}\right)^n}, n = \frac{2}{1 - \frac{R_{bn}}{\varepsilon_{b0} E_b}}$	
Хогнестад [14]	$\sigma_b = R_{bn} \left[\frac{2\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}} - \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b0}}\right)^2 \right]$	

Таблица 2

Энергозатраты¹ на деформирование и разрушения бетона при сжатии

№ п/п	Автор, ист.	$U_{b,tot}$	$U_{b,d}$	$U_{b,f}$	$U_{b,e}$	$U_{b,pl}$	$\frac{U_{b,d}}{U_{b,tot}}$	$\frac{U_{b,f}}{U_{b,tot}}$	$\frac{U_{b,e}}{U_{b,d}}$	$\frac{U_{b,pl}}{U_{b,d}}$
Класс бетона В10										
1.	Трехлин. [7]	2,221	1,096	1,125	0,75	0,346	0,493	0,507	0,685	0,315
2.	Двухлин. [7]	2,063	0,938	1,125	0,75	0,188	0,455	0,545	0,8	0,2
3.	Еврокод-2 [8]	2,059	0,895	1,164	0,62	0,275	0,435	0,565	0,693	0,307
4.	Карпенко [3]	2,345	1,167	1,178	0,73	0,437	0,498	0,502	0,626	0,374
5.	Радайкин [9]	2,116	1,071	1,045	0,75	0,321	0,506	0,494	0,7	0,3
6.	Мурашкин [2]	2,215	1,154	1,061	0,75	0,404	0,521	0,479	0,65	0,35
7.	Поповикс [10]	1,694	0,871	0,823	0,75	0,121	0,514	0,486	0,861	0,139
8.	Томашевич [11]	1,674	1,214	0,459	0,795	0,419	0,726	0,274	0,655	0,345
9.	Карейра [13]	2,018	0,988	1,03	0,75	0,238	0,49	0,51	0,759	0,241
10.	Хогнестад [14,15]	1,914	1	0,914	0,75	0,25	0,522	0,478	0,75	0,25
Класс бетона В25										
1.	Трехлин. [7]	5,332	2,557	2,775	1,85	0,707	0,48	0,52	0,723	0,277
2.	Двухлин [7]	5,088	2,313	2,775	1,85	0,463	0,455	0,545	0,8	0,2
3.	Еврокод-2 [8]	4,963	2,511	2,453	1,819	0,691	0,506	0,494	0,725	0,275
4.	Карпенко [3]	5,557	2,772	2,785	1,85	0,922	0,499	0,501	0,668	0,322
5.	Радайкин [9]	5,217	2,64	2,577	1,85	0,79	0,506	0,494	0,701	0,299
6.	Мурашкин [2]	5,297	2,693	2,604	1,85	0,843	0,508	0,492	0,687	0,313
7.	Поповикс [10]	3,162	1,996	1,166	1,85	0,146	0,631	0,369	0,927	0,073
8.	Томашевич [11]	4,071	3,633	0,438	2,595	1,038	0,892	0,108	0,714	0,286
9.	Карейра [13]	4,837	2,634	2,472	1,85	0,514	0,489	0,511	0,782	0,218
10.	Хогнестад [14,15]	4,721	2,467	2,255	1,85	0,617	0,522	0,478	0,75	0,25
Класс бетона В40										
1.	Трехлин. [7]	8,165	3,818	4,35	2,9	0,915	0,467	0,533	0,76	0,24
2.	Двухлин [7]	7,975	3,625	4,35	2,9	0,725	0,455	0,545	0,8	0,2
3.	Еврокод-2 [8]	7,599	4,254	3,345	3,185	1,069	0,56	0,44	0,749	0,251
4.	Карпенко [3]	8,356	4,333	4,023	3,022	1,311	0,519	0,481	0,697	0,303
5.	Радайкин [9]	8,178	4,139	4,039	2,9	1,239	0,506	0,494	0,701	0,299
6.	Мурашкин [2]	8,1	4	4,1	2,9	1,1	0,494	0,506	0,725	0,275
7.	Поповикс [10]	4,305	3,055	1,251	2,9	0,155	0,709	0,291	0,949	0,051
8.	Томашевич [11]	6,554	6,169	0,385	4,675	1,494	0,941	0,059	0,758	0,242
9.	Карейра [13]	7,359	3,609	3,75	2,9	0,709	0,49	0,51	0,804	0,196
10.	Хогнестад [14,15]	7,401	3,867	3,534	2,9	0,967	0,522	0,478	0,75	0,25

Примечания: 1 – единицы измерения величин, входящих в таблицу: МПа×10⁻².

Таблица 3

Энергозатраты¹ на деформирование и разрушения бетона при растяжении

№ п/п	Автор, ист.	$U_{bt,tot}$	$U_{bt,d}$	$U_{bt,f}$	$U_{bt,e}$	$U_{bt,pl}$	$\frac{U_{bt,d}}{U_{bt,tot}}$	$\frac{U_{bt,f}}{U_{bt,tot}}$	$\frac{U_{bt,e}}{U_{bt,d}}$	$\frac{U_{bt,pl}}{U_{bt,d}}$
В10										
1.	Трехлин. [7]	9,708	5,456	4,25	4,25	1,206	0,562	0,438	0,779	0,221
2.	Двухлин. [7]	9,35	5,1	4,25	4,25	0,85	0,545	0,455	0,833	0,167
3.	Карпенко [3]	8,045	3,63	4,415	2,921	0,709	0,451	0,549	0,805	0,195
4.	Радайкин [9]	10,22	6,102	4,113	4,25	1,852	0,597	0,403	0,697	0,303
В25										
1.	Трехлин. [7]	17,324	9,573	7,75	7,75	1,823	0,553	0,447	0,81	0,19
2.	Двухлин. [7]	17,05	9,3	7,75	7,75	1,55	0,545	0,455	0,833	0,167
3.	Карпенко [3]	15,636	7,015	8,621	5,778	1,237	0,449	0,551	0,824	0,176
4.	Радайкин [9]	18,572	11,096	7,476	7,75	3,346	0,597	0,403	0,698	0,302
В40										
1.	Трехлин. [7]	22,976	12,476	10,5	10,5	1,976	0,543	0,457	0,842	0,158
2.	Двухлин. [7]	23,1	12,6	10,5	10,5	2,1	0,545	0,455	0,833	0,167
3.	Карпенко [3]	22,51	10,051	12,458	8,437	1,615	0,447	0,553	0,839	0,161
4.	Радайкин [9]	25,138	15,02	10,118	10,5	4,52	0,597	0,403	0,699	0,301

Примечания: 1 – единицы измерения величин, входящих в таблицу: МПа $\times 10^{-5}$.

Приведённые в табл. 2, 3 числовые данные ниже представлены графически. Нумерация диаграмм на рис. 2 и 3 по оси абсцисс принята, как в этих таблицах. Отдельно для данного класса бетона приведена столбчатая диаграмма, показывающая структуру полных энергозатрат и затрат энергии на деформирование материала на восходящей ветви диаграммы деформирования.

Из табл. 2 и рис. 2 следует, что близкие значения по энергозатратам дают диаграммы 1-6 и 9, которые могут быть приняты для дальнейшего изучения и использования в расчётах. Максимальная разница в значениях $U_{b,tot}$ между ними для бетона В10 не превышает 16,2 % и она снижается до 13,5 % с увеличением класса до В40. Остальные диаграммы – 7, 8 и 10, – могут быть использованы с большой осторожностью после тщательной проверки и возможной корректировки. Так, разница полных энергозатрат между диаграммой 4 и 8 достигает 40 %. Возможно, что такое отличие обусловлено не вполне правомерной заменой в формулах цилиндрической прочности бетона при сжатии, f_{ck} , принятой в иностранных нормах, на призменную, R_{bn} , принятой в отечественном СП [7]. Сделано это было в данной статье для обеспечения одинаковых исходных данных расчёта по различным методикам.

Тем не менее результаты Еврокод-2 [8] после такой замены оказались близкими к данным, полученным по отечественным нормам.

Отметим, что диаграммы 1, 2 и 4 включены в один и тот же норматив [7] и рекомендованы к использованию в качестве альтернативы. При этом отличие в $U_{b,tot}$ между 1 и 2 хотя и достигает всего 7,6 %, а между 4 и 2 – 13,7 %, однако двухлинейная диаграмма 2 имеет наименьшие энергозатраты на псевдопластические деформации: в 2,32 раза меньше, чем для криволинейной диаграммы 4, и в 1,84 раза, чем для трёхлинейной 1. При этом энергозатраты на упругое деформирование у всех диаграмм практически совпадают. Это свидетельствует о том, что при расчётах конструкций, работающих в эксплуатационной стадии, использование двухлинейной диаграммы 2 может привести к заметным запасам по прогибам и трещиностойкости. Приблизительно об этом говорится в положениях п.п. 6.1.23-6.1.26 СП 63.13330.2012 [7]: для расчёта по прочности и по прогибам после образования трещин, а также при расчёте по раскрытию трещин для сжатой зоны бетона рекомендована двухлинейная диаграмма; для расчёта по образованию трещин, а также для расчёта по прогибам без трещин для сжатого и растянутого бетона – трёхлинейная диаграмма. Однако в свете полученных данных сравнения

энергозатрат на псевдопластическое деформирование применять двухлинейную диаграмму для расчётов по второй группе предельных состояний после образования трещин, как это рекомендует СП [7], следует с опаской получить некорректные результаты.

Важно отметить, что особенностью диаграмм 1, 4, 5, 6, 7, 9 и 10 является равенство энергозатрат на деформирование и разрушение: $U_{b,d} = U_{b,f}$. Для остальных диаграмм это условие не соблюдается. Однозначно сказать без экспериментальной проверки, является ли оно критерием правильности построения диаграмм пока не

представляется возможным, но определённно, что условие $U_{b,d} = U_{b,f}$ выполняется для большинства диаграмм (7 из 10), а при сравнении с результатами, полученными с использованием оставшихся диаграмм (2, 3 и 8), разница будет тем больше, чем больше будут отличаться для них $U_{b,d}$ и $U_{b,f}$.

Кроме того, из выявленной закономерности $U_{b,d} = U_{b,f}$ следует, что нельзя пренебрегать ниспадающей ветвью диаграмм в расчётах, так это приводит к неоправданным почти двукратным запасам.

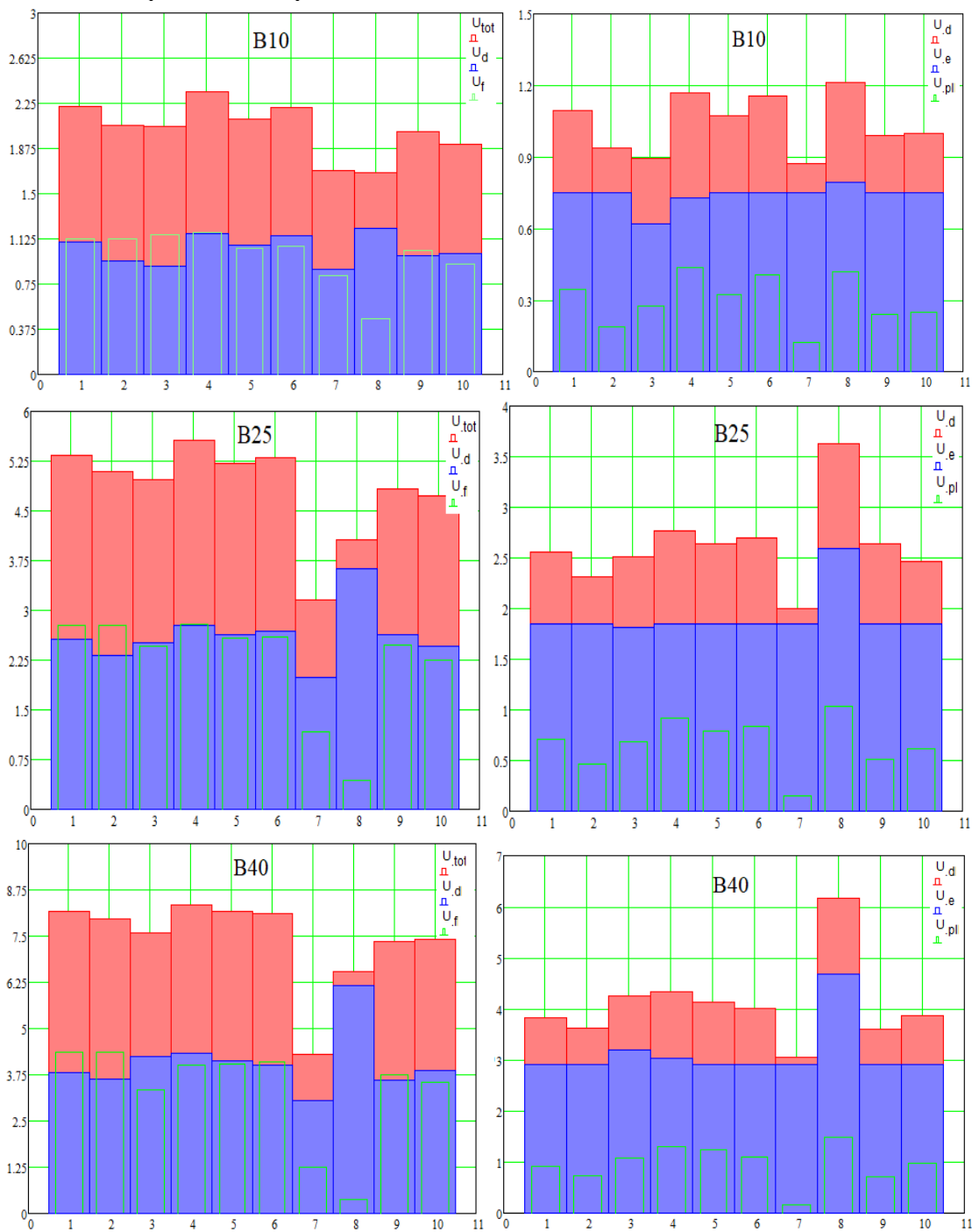


Рис. 2. Структура энергозатрат на деформирование и разрушение бетона различных классов при сжатии, $МПа \times 10^{-2}$

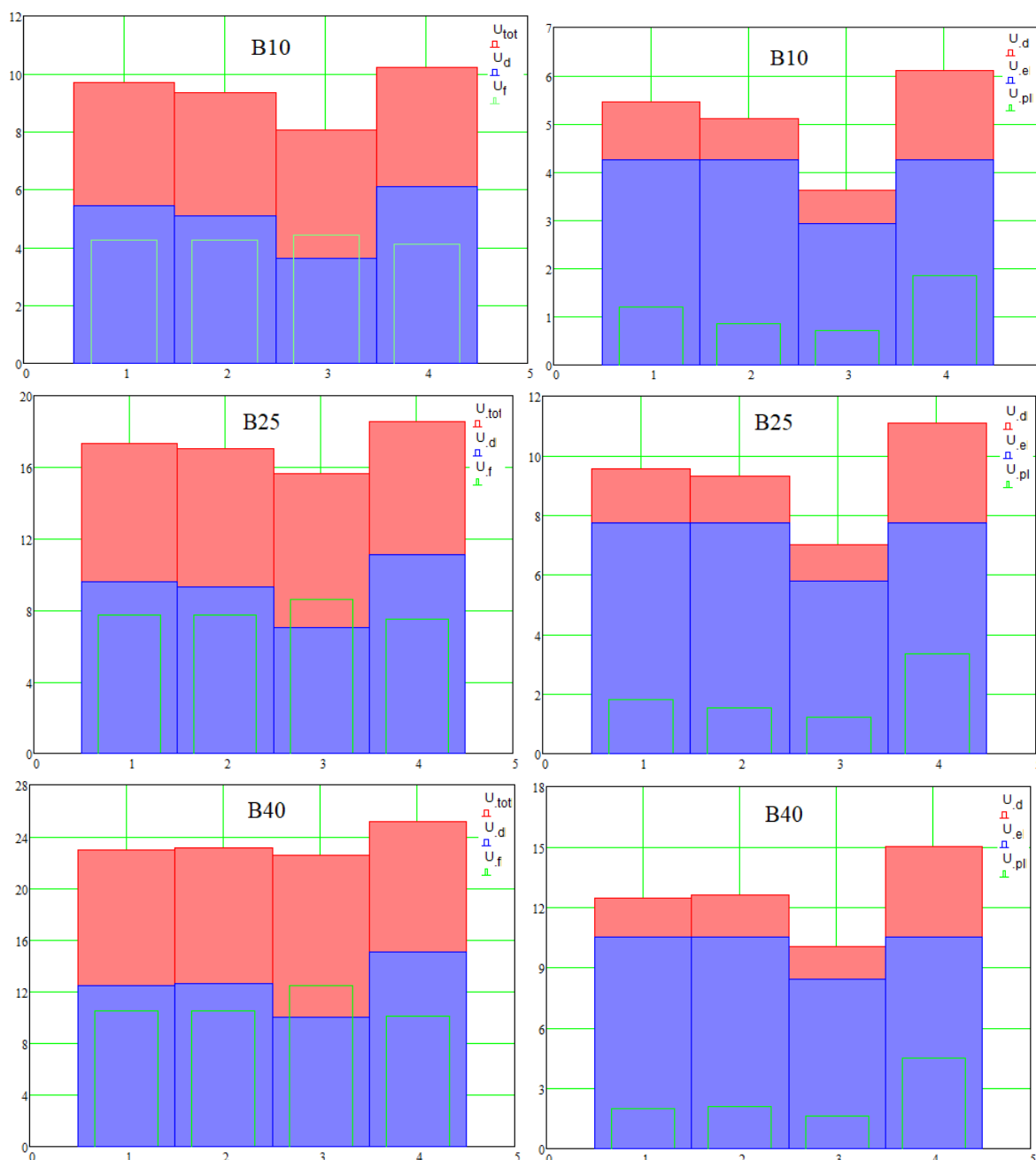


Рис. 3. Структура энергозатрат на деформирование и разрушение бетона различных классов при растяжении, $\text{МПа} \times 10^{-5}$

Итогом всех рассуждений является то, что при сжатии без особых опасений в расчётах железобетонных конструкций по обеим группам предельных состояний можно использовать диаграммы 1, 4, 5 и 6. Их так же можно принять за основу для дальнейшего совершенствования нелинейной деформационной модели. Для остальных же диаграмм требуется тщательная проверка и возможная корректировка. При этом в диаграммах из иностранных литературных источников следует обращать внимание на правомерность замены f_{ck} на R_{bn} , если таковая требуется.

Диаграммам деформирования бетона при растяжении исследователями уделяется меньше внимания, поэтому среди сравниваемых их всего

4. Тем не менее из рис. 3 и табл. 3 можно сделать следующие выводы: отличие в полных энергозатратах максимально между диаграммами 3 и 4 и составляет 27,0 % для бетона B10 и 11,7 – для B40. Близкие данные по всем энергозатратам получились для двух- и трёхлинейной диаграммам (1 и 2) – расхождение в пределах 3,8 %, поэтому для моделирования растянутой зоны бетона достаточно применить упрощённую двухлинейную. Диаграмма 3 несколько выпадает из общей логики описания диаграмм: во-первых энергия деформирования $U_{bt, tot}$ для неё получилась самая низкая, а во-вторых, установлено

$U_{bt,d} < U_{bt,f}$, в то время как для остальных диаграмм $U_{bt,d} > U_{bt,f}$. Причиной этому, скорее всего, является трансформация диаграмм, выполненная в работах [3, 4] для сближения расчётных данных по M_{cr} и M_{ult} со СНиП 2.03.01-84*. С одной стороны, это позволило получить достоверные конечные результаты расчёта железобетонных балок по прочности и трещинообразованию, а с другой стороны, несколько отдалило описание диаграммы от общеизвестного представления о том, что сопротивляемость растянутого бетона на ниспадающей ветви должна быть меньше по сравнению с восходящей ветвью.

Отметим также, что в целом для всех рассматриваемых диаграмм растяжения условие $U_{bt,d} = U_{bt,f}$ не выполняется, как это было выше для случая со сжатием.

Таким образом, пока не ясно, какую именно диаграмму растянутого бетона следует рекомендовать для дальнейшего совершенствования нелинейной деформационной модели. Тем не менее при использовании этой модели в современном её виде [7], наиболее подходящими является диаграммы 3 и 4, что подтверждают результаты исследований [3, 4, 9].

Выводы:

1. Проведено сравнение 10-и наиболее распространённых, общепризнанных в нормативной и научной литературе диаграмм деформирования бетона при кратковременном сжатии и 4-х – при кратковременном растяжении – по критерию затрат энергии на деформирование и разрушение.

2. Установлено, что близкие значения по энергозатратам дают диаграммы сжатия под номерами 1–6 и 9 [2, 3, 7–9, 13]. Максимальная разница в значениях $U_{b,tot}$ между ними для бетона В10 не превышает 16,2 % и она снижается до 13,5 % с увеличением класса до В40. Остальные диаграммы – 7, 8 и 10, – могут быть использованы с большой осторожностью после тщательной проверки и возможной корректировки. Так, разница полных энергозатрат между диаграммой 4 и 8 достигает 40 %.

3. Отличие в $U_{b,tot}$ между трёх- и двухлинейной диаграммой [7] (под номером 1 и 2) хотя и достигает всего 7,6 %, а между диаграммой [3] (под номером 4) и двухлинейной – 13,7 %, однако последняя имеет наименьшие энергозатраты на псевдопластические деформации: в 2,32 раза меньше, чем для криволинейной диаграммы 4, и в 1,84 раза, чем для трёхлинейной 1.

4. Для 7 из 10 рассмотренных диаграмм при сжатии выявлена закономерность, что энергозатраты на деформирование и разрушение материала количественно равны друг другу, $U_{b,d} = U_{b,f}$

(соответственно равны площади фигур под восходящей ветвью диаграммы и ниспадающей).

5. При растяжении отличие в полных энергозатратах максимально между диаграммами [3, 9] и составляет 27,0 % для бетона В10 и 11,7 – для В40. Близкие данные по всем энергозатратам получились для двух- и трёхлинейной диаграммам [7] – расхождение в пределах 3,8 %, поэтому для моделирования растянутой зоны бетона достаточно применить упрощённую двухлинейную.

6. Для дальнейшего совершенствования нелинейной деформационной модели рекомендованы диаграммы сжатия: трёхлинейная [7], криволинейные [2, 3, 9]. При растяжении пока не ясно, какую именно диаграмму следует рекомендовать для этих целей. Тем не менее при использовании рассматриваемой модели в современном её виде [7] для инженерных расчётов наиболее подходящими является диаграммы [3, 9].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тур В.В., Рак Н.А. Прочность и деформации бетона в расчетах конструкций. Брест: Изд-во БГТУ, 2003. 252 с.
2. Мурашкин Г.В., Мурашкин В.Г., Панфилов Д.А. Описание диаграмм деформирования бетона в отечественных и зарубежных нормах // Вестник волжского регионального отделения российской академии архитектуры и строительных наук. 2011. №14. С. 144–150.
3. Карпенко Н.И., Соколов Б.С., Радайкин О.В. К определению деформаций изгибаемых железобетонных элементов с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры // Строительство и реконструкция. 2012. № 2(40). С. 11–20.
4. Карпенко Н.И., Радайкин О.В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // Строительство и реконструкция. 2012. №3(41). С. 10–17.
5. Митасов В.М., Адищев В.В. Основные положения энергетической теории сопротивления железобетона // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2010. № 6 (618). С. 3–8.
6. Hillerborg A., Modeer M. Petersson, P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements // Cement and Concrete Research. 1976. No. 6. Pp. 773–782.
7. СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. 2012. 128 с.

8. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. European Committee for Standardization. 2002. 226 p.

9. Радайкин О.В. К построению диаграмм деформирования бетона при одноосном кратковременном растяжении/сжатии с применением деформационного критерия повреждаемости // Вестник гражданских инженеров. 2017. №6. С. 71–78.

10. Popovics S. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete // Cement and Concrete Research. 1973. No. 3. Pp. 583–599.

11. Tomaszewicz A. Betongens Arbeidsdiagram // SINTEF Report no. STF 65A84065. Trondheim. 1984. Pp. 85–92.

12. A. Van Gysel L. Taerwe Analytical formulation of the complete stress-strain curve for high strength concrete // Materials and Structures. 1996. No. 29(9). Pp. 529–533.

13. Carreira D.J., Chu K.H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression // ACI Journal Proceedings, ACI. 1985. Pp. 797–804.

14. Hognestad E. Study of combined bending and axial load in reinforced concrete members // Bull. Ser. no. 399, Univ. Illinois Engineering Experimental Station, Champaign, IL. 1951. 128 p.

15. Ertekin Oztekin, Selim Pul, Metin Husem Determination of rectangular stress block parameters for high performance concrete // Engineering Structures. 2003. No. 25. Pp. 371–376.

Информация об авторах

Радайкин Олег Валерьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры железобетонных и каменных конструкций. E-mail: olegxxii@mail.ru. Казанский государственный архитектурно-строительный университет. Россия, 420043, г. Казань, ул. Зелёная, д. 1.

Поступила в сентябре 2019 г.

© Радайкин О.В., 2019

Radaikin O.V.

Kazan State University of Architecture and Engineering

Russia, 420043, Kazan, Green str., 1

*E-mail: olegxxii@mail.ru

COMPARATIVE ANALYSIS OF VARIOUS DIAGRAMS OF CONCRETE DEFORMATION ACCORDING TO THE CRITERION OF ENERGY CONSUMPTION FOR DEFORMATION AND DESTRUCTION

Abstract. From the point of view of strength calculations, it is convenient to describe concrete work under load by deformation diagrams " σ - ϵ " under uniaxial tension and compression. The result of the calculation depends on the shape of the corresponding diagram, the mathematical expression on which it is based and other factors. According to the author, the universal criterion for assessing the resistance of concrete to force impact is the energy consumption for deformation and destruction of the material. This criterion is calculated through a definite integral of the function $\sigma=f(\epsilon)$. Ten diagrams of concrete deformation under compression and four under tension from available and original literature sources are considered using this integral. Some qualitative and quantitative regularities are established. The following conclusion is made: compression diagrams can be recommended for further improvement of the nonlinear deformation mode: three-line, curvilinear; the stretching diagrams and are the most suitable for engineering calculations when using the considered model in its modern form.

Keywords: the concrete deformation diagram, the energy of deformation, destruction.

REFERENCES

1. Tur V.V., Rak N.A. Strength and deformation of concrete in structural calculations [Prochnost' i deformacii betona v raschetah konstrukcij]. Brest: BG TU. 2003. 252 p. (rus)

2. Murashkin G.V., Murashkin V.G., Panfilov D.A. Description of concrete deformation diagrams in domestic and foreign norms [Opisanie diagramm deformirovaniya betona v otechestvennyh i zarubezhnyh normah]. Bulletin of the Volga regional branch of the Russian Academy of architecture and

construction Sciences. 2011. No. 14. Pp. 144–150. (rus)

3. Karpenko N.I., Sokolov B.S., Radaikin O.V. To definition of deformations of the bent reinforced concrete elements with use of diagrams of deformation of concrete and reinforcement [K opredeleniyu deformacij izgibaemyh zhelezobetonnyh elementov s ispol'zovaniem diagramm deformirovaniya betona i armatury]. Construction and reconstruction. 2012. No. 2(40). Pp. 11–20. (rus)

4. Karpenko N.I., Radaikin O.V. To improve the deformation diagrams of the concrete to determine the moment of cracking and damaging moment in bendable reinforced concrete elements [K sovershenstvovaniyu diagramm deformirovaniya betona dlya opredeleniya momenta treshchinoobrazovaniya i razrushayushchego momenta v izgibayemyh zhelezobetonnyh elementah]. Construction and reconstruction. 2012. No. 3(41). Pp. 10–17. (rus)

5. Mitsov V.M., Agishev V.V. The Main provisions of the energy theory of resistance of reinforced concrete [Osnovnye polozheniya energeticheskoy teorii soprotivleniya zhelezobetona]. Proceedings of higher educational institutions. Construction. 2010. No. 6(618). Pp. 3–8. (rus)

6. Hillerborg A., Modeer M., Petersson P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement and Concrete Research. 1976. No. 6. Pp. 773–782.

7. SP 63.13330.2012 Concrete and reinforced concrete structures. Fundamentals. Updated version of SNiP 52-01-2003 [SP 63.13330.2012 Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. Osnovnye polozheniya. Aktualizirovannaya redakciya SNiP 52-01-2003]. 2012. 128 p. (rus)

8. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. European Committee for Standardization. 2002. 226 p.

9. Radaikin O.V. To the construction of diagrams of concrete deformation under uniaxial short-term tension/compression using the deformation criterion of damage [K postroeniyu diagramm deformirovaniya betona pri odnoosnom kratkovremennom rastyazhenii/szhatii s primeneniem deformatsionnogo kriteriya povrezhdaemosti]. Bulletin of civil engineers. 2017. No. 6. Pp. 71–78. (rus)

10. Popovics S. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. Cement and Concrete Research. 1973. No. 3. Pp. 583–599.

11. Tomaszewicz A. Betongens Arbeidsdiagram. SINTEF Report no. STF 65A84065. Trondheim. 1984. Pp. 85–92.

12. A. Van Gysel L. Taerwe Analytical formulation of the complete stress-strain curve for high strength concrete. Materials and Structures. 1996. No. 29(9). Pp. 529–533.

13. Carreira D.J., Chu K.H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. ACI Journal Proceedings, ACI. 1985. Pp. 797–804.

14. Hognestad E. Study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. Bull. Ser. no. 399, Univ. Illinois Engineering Experimental Station, Champaign, IL. 1951. 128 p.

15. Ertekin Oztekin, Selim Pul, Metin Husem Determination of rectangular stress block parameters for high performance concrete. Engineering Structures. 2003. No. 25. Pp. 371–376.

Information about the authors

Radaikin, Oleg V. PhD, Assistant professor of the Department Reinforced concrete and stone structures. E-mail: olegxxii@mail.ru. Kazan State University of Architecture and Engineering. Russia, 420043, Kazan, Green str. 1.

Received in September 2019

Для цитирования:

Радайкин О.В. Сравнительный анализ различных диаграмм деформирования бетона по критерию энергозатрат на деформирование и разрушение // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 10. С. 29–39. DOI: 10.34031/article_5db33945315bb4.76965991

For citation:

Radaikin O.V. Comparative analysis of various diagrams of concrete deformation according to the criterion of energy consumption for deformation and destruction. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2019. No. 10. Pp. 29–39. DOI: 10.34031/article_5db33945315bb4.76965991