

## ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ МАГНИТОСФЕРНЫХ ВОЛН Pc1. ОБЗОР

### PROBLEMS OF THE Pc1 MAGNETOSPHERIC WAVE THEORY. A REVIEW

**А.В. Гульельми**

*Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,  
Москва, Россия, guglielmi@mail.ru*

**А.С. Потапов**

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, potapov@iszf.irk.ru*

**A.V. Guglielmi**

*Schmidt Institute of Physics of the Earth RAS,  
Moscow, Russia, guglielmi@mail.ru*

**A.S. Potapov**

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, potapov@iszf.irk.ru*

**Аннотация.** Ультранизкочастотные электромагнитные волны Pc1 (диапазон частот 0.2–5 Гц), известные также как ожерелья жемчужин (pearl necklace), представляют собой уникальное явление в физике околоземного космического пространства. Многие свойства жемчужин остаются загадкой, несмотря на исследования выдающихся космофизиков на протяжении более полувека. В предлагаемом обзоре мы кратко изложим основные положения так называемой стандартной модели, которая широко используется для интерпретации Pc1. Далее мы сосредоточим внимание на критике стандартной модели и выявлении открытых проблем теории Pc1. Общий вывод состоит в том, что необходима разработка новых идей вне рамок стандартной модели для понимания процессов возбуждения и распространения волн Pc1 в магнитосфере Земли.

**Ключевые слова:** ультранизкочастотные электромагнитные волны, радиационный пояс, ионно-циклотронный резонатор, режим самовозбуждения.

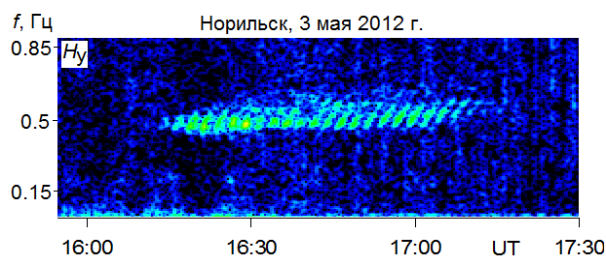
**Abstract.** The Pc1 ultralow-frequency electromagnetic waves (frequency range 0.2–5 Hz), also known as pearl necklace, are a unique phenomenon in near-Earth space physics. Many properties of pearls remain a mystery, despite the research of prominent cosmophysicists for more than half a century. In the proposed review, we briefly outline the main points of the so-called standard model, which is widely used to interpret Pc1. Next, we focus on the criticism of the standard model and on the identification of open problems in the Pc1 theory. The general conclusion is that it is necessary to develop new ideas outside the framework of the standard model in order to understand the processes of excitation and propagation of Pc1 waves in Earth's magnetosphere.

**Keywords:** ultralow-frequency electromagnetic waves, radiation belt, ion-cyclotron resonator, self-excitation mode.

## ВВЕДЕНИЕ

Наш обзор посвящен так называемым ожерельям жемчужин (pearl necklace) — одному из самых загадочных волновых явлений в околоземном космическом пространстве. Жемчужины обнаружили Эйвин Саксдорф и Лейб Харанг в середине 30-х гг. прошлого века в обсерваториях Соданкюля и Тромсё (см. [Kangas et al., 1998; Raita, Kultima, 2007]). В систематике ультранизкочастотных (УНЧ) электромагнитных волн естественного происхождения жемчужины относятся к виду Pc1 (диапазон частот 0.2–5 Гц) [Троицкая, 1964]. Общий взгляд на происхождение Pc1 состоит в том, что колебания зарождаются во внешнем радиационном поясе и распространяются к земной поверхности вдоль геомагнитных силовых линий [Troitskaya, Guglielmi, 1967].

Рисунок дает представление о динамическом спектре колебаний. Событие, показанное на рисунке, наблюдалось перед местной полуночью. Сигнал записан с выхода индукционного магнитометра LEMI-30, установленного на высокоширотной комплексной магнитно-ионосферной станции Норильск (геомагнитные координаты  $\Phi=65.3^\circ$ ,  $\Lambda=162.9^\circ$ ) при низком уровне геомагнитной активности ( $K_p=1_+$ ). Серия колебаний состоит из квазипериодической последовательности структурных элементов. Их для



Динамический спектр УНЧ-волн вида Pc1

краткости иногда называют «райзингами» (rising), или сигналами растущего тона. В данном случае средний период повторения райзингов равен примерно 160 с. Длительность серии составляет около часа, ее несущая частота почти не меняется со временем, лишь немного повышаясь от 0.50 Гц в начале серии до 0.56 Гц к ее концу.

Удивительные свойства амплитудно-частотной модуляции колебаний, придающие неповторимое своеобразие ожерелью жемчужин, привлекают внимание космофизиков с середины 60-х гг. прошлого века [Yanagihara, 1963; Cornwall, 1965; Tepley, 1965; Troitskaya, Guglielmi, 1967]. В результате расчетов и целенаправленных наблюдений была сформулирована стандартная модель возбуждения и распространения волн Pc1, получившая широкую известность (см. например монографии [Гульельми, Тро-

ицкая, 1973; Гульельми, 1979; Нишида, 1980; Guglielmi, Pokhotelov, 1996). В первых двух разделах данной статьи мы кратко описываем основные положения стандартной модели.

С годами, однако, начали выявляться внутренние противоречия стандартной модели Pc1 и ее несоответствие опытным фактам. Наконец, к началу текущего тысячелетия остро встал вопрос о необходимости радикального пересмотра стандартной модели [Guglielmi et al., 2000]. В третьем разделе статьи мы описываем эту драматическую ситуацию. Она привлекла внимание многих исследователей. Проблемам, связанным с объяснением происхождения Pc1, был, например, посвящен специальный выпуск известного международного журнала [Kangas et al., 2007], в котором подвергались сравнительному критическому анализу различные гипотезы о происхождении жемчужин [Demekhov, 2007], сопоставлялись наземные и спутниковые наблюдения Pc1 [Mursula, 2007], рассматривалось взаимодействие волн Pc1 с другими типами колебаний [Zolotukhina, Cao, 2007; Kurazhkovskaya et al., 2007] и высыпаящимися заряженными частицами [Yahnin, Yahnina, 2007]. Интерес к загадкам жемчужин не утихает и по сей день. В последние годы особенно большое внимание уделяется спутниковым наблюдениям [Paulson et al., 2014; 2017] и их теоретической интерпретации [Klimushkin et al., 2010; Mikhailova, 2014; Некрасов, Фейгин, 2018].

В четвертом разделе мы обсуждаем проблематику жемчужин в рамках феноменологической теории критических явлений. Наш общий вывод состоит в том, что необходима разработка новых идей вне рамок стандартной модели для понимания загадочных свойств возбуждения и распространения волн Pc1 в магнитосфере Земли.

## 1. ВОЛНОВОЙ ПАКЕТ

В основе стандартной модели Pc1 лежит фундаментальное представление о волновом пакете, распространяющемся в диспергирующей неравновесной среде. Волновой пакет  $\psi(\mathbf{x}, t)$  занимает в каждый данный момент времени ограниченный объем пространства. Под  $\psi$  мы понимаем какую-либо из ненулевых компонент переменного электромагнитного поля.

Чтобы не загромождать изложение, рассмотрим пакет, распространяющийся в направлении оси  $X$  в однородной безграничной и, на первых порах, консервативной среде. Для наглядности можно представить себе поперечные электромагнитные волны круговой поляризации, бегущие вдоль силовых линий однородного внешнего магнитного поля в холодной водородной плазме. Разложим  $\psi(\mathbf{x}, t)$  по нормальным плоским волнам и выберем начальную форму пакета в виде гауссиана с быстро осциллирующим заполнением:

$$\psi(x, 0) = \varphi_0 \exp\left[-(x/x_0)^2 + ik_0x\right].$$

Здесь  $x$  — маршевая переменная;  $x_0$  — ширина пакета. Найдем соответствующую спектральную плотность

$$\begin{aligned} \psi_k(0) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, 0) \exp(-ikx) dx = \\ &= \varphi_0 \exp\left[-\frac{1}{4}x_0^2(k-k_0)^2\right], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\varphi_0 = \varphi_0 x_0 / 2\sqrt{\pi}$ . (Мы воспользовались табличным значением интеграла [Градштейн, Рыжик, 1962].) Смысл перехода к спектральному представлению состоит в том, что при  $t > 0$  эволюция волн в  $k$ -пространстве тривиальна, а именно, каждая спектральная компонента просто осциллирует  $\psi_k(t) = \psi_k(0) \exp[-i\omega(k)t]$ , причем частота  $\omega(k)$  определяется решением дисперсионного уравнения. (Относительно дисперсионного уравнения для плоских волн в холодной магнитоактивной плазме см. монографию [Гинзбург, 1967].)

Теперь раскладываем  $\omega(k)$  в ряд в окрестности  $k_0$ , ограничиваясь первыми тремя членами, совершаем обратное преобразование Фурье и находим закон эволюции волнового пакета:

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= \varphi_0 \exp(ik_0x - i\omega_0t) \times \\ &\times \sqrt{\frac{\pi}{\alpha + i\beta t}} \exp\left[-\frac{(x - v_g t)^2}{4(\alpha + i\beta t)}\right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\omega_0 = \omega(k_0)$ ,  $\alpha = x_0^2/4$ ,  $\beta = (dv_g/dk)/2$  при  $k = k_0$ . Мы видим, что волновой пакет распространяется как целое с групповой скоростью  $v_g = d\omega/dk$  и испытывает дисперсию (расплывается). Фундаментальное понятие групповой скорости ввели независимые Стокс и Рэлей в 70-е гг. XIX в. Тогда же Умов интерпретировал  $v_g$  как скорость переноса волновой энергии-импульса. Если  $v_g$  зависит от частоты, то говорят, что среда является диспергирующей по отношению к данному виду волн. Заметим, что термин «групповая скорость» ввел Рэлей, а термин «дисперсия» восходит к Ньютону.

Нетрудно убедиться, что максимум амплитуды пакета, перемещаясь со скоростью  $v_g$ , уменьшается со временем как  $(\alpha^2 + \beta^2 t^2)^{-1/4}$ . Ширина пакета растет с течением времени как  $(\alpha^2 + \beta^2 t^2)^{1/2}$ . Полная энергия пакета сохраняется. При  $t > 0$  спектральные компоненты перераспределяются внутри пакета таким образом, что при  $x = const$  мгновенная частота увеличивается с течением времени, если  $\beta < 0$ , и уменьшается, если  $\beta > 0$ .

Закон сохранения волновой энергии является следствием консервативности идеальной среды, выбранной нами в виде холодной магнитоактивной плазмы. В реальности волны поглощаются, их энергия переходит в тепло, но могут и усиливаться, если среда неравновесная, как это имеет место во внешнем радиационном поясе, где небольшая примесь энергичных ионов (преимущественно протонов) создает условия для возникновения ионно-циклотронной неустойчивости [Cornwall, 1965]. Здесь, однако, есть нюанс, который не сразу вошел в структуру стандартной модели Pc1 [Troitskaya,

[Guglielmi, 1967; Гульельми, 1979]. Дело обстоит следующим образом. В пионерской работе [Cornwall, 1965] начальное возмущение взято в виде монохроматической ионно-циклотронной волны, которая распространяется в однородной безграничной холодной плазме, содержащей примесь неравновесных энергичных ионов. Но модель монохроматической волны, заполняющей безграничное пространство, трудно адаптировать даже мысленно к условиям в радиационном поясе. Более того, мы покажем, что радиационный пояс сам по себе вообще не является генератором, а представляет собой усилитель ионно-циклотронных волн.

Выберем начальное возмущение в виде волнового пакета, как это было сделано нами выше, а отнюдь не в виде монохроматической волны. Заменим частоту  $\omega$  в дисперсионном уравнении на комплексную величину  $\omega + i\gamma$ , мнимую часть которой принято называть инкрементом неустойчивости среды относительно волновых возмущений данного вида, если  $\gamma > 0$ , или декрементом затухания волн, если  $\gamma < 0$ . Вычисление  $\gamma$  в рамках реалистичных моделей среды является математически сложной и часто довольно

громоздкой процедурой. Здесь нам достаточно будет допустить, что  $\gamma > 0$  в определенной полосе частот  $\omega$  (или волновых чисел  $k$ ), и  $\gamma \leq 0$  за пределами этой полосы.

Рассмотрим волновой пакет малой амплитуды в неравновесной среде. Допустим, что распределение  $\gamma$  в полосе неустойчивости является унимодальным, как это и бывает во многих случаях (см. например, [Guglielmi, Pokhotelov, 1996]). Разложим функции  $\gamma(k)$  и  $\omega(k)$  в окрестности максимального значения инкремента:

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_m - a(k - k_m)^2, \\ \omega &= \omega_m + v_g(k - k_m) + b(k - k_m)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\gamma_m = \gamma(k_m)$ ,  $\omega_m = \omega(k_m)$ ,  $a = d^2\gamma / 2dk^2|_{k=k_m}$ ,  $b = d^2\omega / 2dk^2|_{k=k_m}$ ,  $\gamma_m > 0$ ,  $a > 0$ .

Дальнейший расчет, вполне аналогичный указанному выше, приводит к следующему закону эволюции волнового пакета в неравновесной среде:

$$\psi(x, t) = \psi_0 \left[ \frac{\pi}{(a + ib)t + x_0^2 / 4} \right]^{1/2} \exp \left\{ i(k_m x - \omega_m t) + \gamma_m t - \frac{[x - v_g t + ix_0^2(k_m - k_0) / 2]^2}{4(a + ib)t + x_0^2} - \frac{x_0^2}{4}(k_m - k_0)^2 \right\}. \quad (4)$$

Амплитуда пакета увеличивается экспоненциально с течением времени благодаря тому, что свободная энергия неравновесной плазмы трансформируется в энергию волн.

Формула (4) позволяет ввести важное для теории Pc1 представление о существенном различии между абсолютной и конвективной неустойчивостями неравновесной среды [Лифшиц, Питаевский, 1979]. При абсолютной неустойчивости амплитуда увеличивается в любой точке пространства. Для этого, как следует из (4), должно выполняться неравенство

$$\gamma_m > \frac{v_g^2 a}{4(a^2 + b^2)}. \quad (5)$$

При обратном неравенстве неустойчивость является конвективной: амплитуда остается конечной в любой фиксированной точке пространства. Она экспоненциально увеличивается только лишь в системе отсчета, движущейся с групповой скоростью, например, в точке  $x = v_g t$ . Заметим, что для ионно-циклотронных волн в радиационном поясе с большим запасом выполняется условие конвективной неустойчивости. Это значит, что в радиационном поясе возможно усиление ионно-циклотронных волн, а отнюдь не их генерация.

## 2. СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ

Самовозбуждение ионно-циклотронных волн возможно в расширенной системе, которая включает в себя радиационный пояс и открытый резонатор. Резонатор образован геомагнитной силовой трубкой, опирающейся своими торцами на ионосферу в магнитосопреженных районах Северного и Южного полушарий. Волновой пакет, усиленный в радиаци-

онном поясе, распространяется к Земле, достигает одного из торцов резонатора, частично отражается, поступает на вход усилителя, а далее процесс повторяется в противоположной полусфере. Если коэффициенты отражения от ионосферы достаточно велики, радиационный пояс переходит в режим генерации колебаний на частоте ионно-циклотронного резонанса

$$\omega_m = \Omega_p (c_A / v_{\parallel p}), \quad (6)$$

где  $\Omega_p$  — гирочастота протонов на экваторе силовой трубки,  $c_A$  — скорость Альфвена,  $v_{\parallel p}$  — продольная компонента скорости энергичных протонов. Здесь для простоты принято условие  $c_A \ll v_{\parallel p}$ . Таковы общие контуры стандартной модели возбуждения УНЧ-волн Pc1, изложенной более подробно в обзорах и монографиях [Troitskaya, Guglielmi, 1967; Гульельми, Троицкая, 1973; Guglielmi, Pokhotelov, 1996; Kangas et al., 1998].

В рамках стандартной модели интерпретация динамического спектра ожерелья жемчужин, представленного на рисунке, состоит в следующем. Фактически мы наблюдаем один и тот же пакет ионно-циклотронных волн, который осциллирует вдоль геомагнитной силовой трубки, отражаясь от ионосферы в магнитосопреженных областях. Пакет периодически возвращается в радиационный пояс, усиливается, и процесс повторяется. Генерация колебаний происходит при условии, что приток энергии из радиационного пояса в волновое поле превышает потери, возникающие при отражении волн от ионосферы. Период повторения структурных элементов (см. рисунок) равен удвоенному времени пробега с групповой скоростью  $v_g$  из одной сопряженной



точки в другую. Несущая частота определяется резонансным условием (6). Рост частоты внутри отдельного структурного элемента объясняется тем, что ионно-циклотронные волны испытывают дисперсионное расплывание, причем параметр дисперсии отрицательный:  $\beta = dv_g/2dk < 0$  (см. формулу (2)).

Мы специально этого не оговаривали, но из контекста было ясно, что для анализа использовалась линейная теория распространения волн. Другими словами, амплитуда начального возмущения (1) предполагалась достаточно малой. В неустойчивой среде волновой пакет лишь короткое время эволюционирует по закону (4). Амплитуда пакета экспоненциально нарастает, и линейная теория становится неприменимой спустя время порядка  $1/\gamma_m$  после начала процесса. Подробный анализ нелинейной стадии эволюции не входит в нашу задачу. Мы ограничимся изложением одного сценария эволюции, интересного с физической точки зрения и, возможно, полезного для интерпретации наблюдений.

Качественно картина эволюции малых возмущений в усиливающей среде выглядит следующим образом. На линейной стадии начальные возмущения нарастают, причем их спектр быстро сужается и концентрируется в малой окрестности резонансной частоты  $\omega_m = \omega(k_m)$ . По мере роста амплитуды в действие вступают нелинейные процессы. Нелинейность называют диссипативной, если под действием волн модифицируется  $\gamma(k)$ , или консервативной, если модификацию испытывает  $\omega(k)$ . Сосредоточим внимание на консервативной нелинейности и будем моделировать ее добавлением члена  $\eta|\psi|^2$  в правую часть второй из формул (3). Допустим, что выполняется критерий Лайтхилла  $\eta b < 0$ . Тогда возникнет модуляционная неустойчивость волнового поля. В результате произойдет уширение спектра, а это приведет к перекачке волновой энергии из области усиления ( $|k - k_{res}| < \Delta k$ ) в область диссипации ( $|k - k_{res}| > \Delta k$ ). Здесь  $\Delta k$  — ширина полосы усиления. Таким образом, за счет перекачки по спектру амплитуда  $|\psi|$  стабилизируется.

Данный сценарий мы заимствовали из теории ветровых волн на воде [Андронов, Фабрикант, 1979]. Не исключено, что он может иметь место и в неравновесной плазме [Гульельми, 2008]. Обратим внимание на интересное обстоятельство. Принято считать, что модуляционная неустойчивость приводит к образованию солитонов. Оказывается, что в активной (усиливающей) диспергирующей нелинейной среде солитон не имеет свободных параметров. Его амплитуда, ширина и частота заполнения полностью определяются параметрами среды. Напомним, что солитон в пассивной среде имеет два свободных параметра, а именно, амплитуду и частоту заполнения. При этом ширина солитона определяется его амплитудой. В отличие от этого, в линейном волновом пакете, распространяющемся в пассивной среде, амплитуда, ширина и частота заполнения не зависят друг от друга, т. е. являются свободными параметрами (см. (2)).

### 3. ПРОБЛЕМЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

Красота, элегантность и глубина теории распространения волновых пакетов проявились в том, что из небольшого числа постулатов мы оказались способны логически вывести многообразие суждений об удивительных свойствах волн Pc1. Казалось бы, многие свойства жемчужин, если не все, удастся понять и описать в рамках теории, по крайней мере, на качественном уровне. Но присмотримся к наклону структурных элементов на рисунке, он не изменяется с течением времени. Это грубо противоречит линейной теории расплывания волновых пакетов, поскольку теория предсказывает, что наклон элементов должен монотонно увеличиваться. Оригинальная гипотеза о происхождении аномальной дисперсии жемчужин была предложена в свое время в рамках квазилинейной теории неустойчивости плазмы [Фейгин, Якименко, 1969, 1970; Feugin, Kurchashov, 1975]. И все же проблему нельзя считать решенной, поскольку без альтернативных предположений мы не можем произвести экспериментальное тестирование гипотезы о квазилинейном механизме формирования дисперсии жемчужин.

Вторую проблему мы назовем проблемой дискретности. Суть ее в том, что в рамках линейной теории волн в диспергирующей неравновесной среде нет механизма стратификации динамического спектра, подобного показанному на рисунке. Как и в случае с аномальной дисперсией, мы вынуждены дополнить стандартную модель гипотезой о нелинейном механизме формирования квазипериодической последовательности структурных элементов. Иногда в этой связи говорят о структурном элементе серии жемчужин как о солитоне, но это не более чем общее направление мысли при поиске решения проблемы дискретности. Физического смысла в аналогии между жемчужиной и солитоном не просматривается.

Проблемы дискретности и дисперсии жемчужин можно назвать теоретическими в том смысле, что наблюдения свидетельствуют о четких стабильных свойствах колебаний, в то время как теория оказывается недостаточно изощренной, чтобы объяснить эти свойства. Кроме того, обе проблемы, судя по всему, относятся к теории нелинейных колебаний. В отличие от этого, третья проблема, которую мы здесь укажем, является, во-первых, экспериментальной, а во-вторых, может быть полностью сформулирована в рамках линейной теории распространения ионно-циклотронных волн. Мы назовем ее проблемой существования в магнитосфере ионно-циклотронных резонаторов, или сокращенно — проблемой ICR (ion cyclotron resonator). Суть ее в том, что теория определенно указывает на существование ICR, но нам не удалось найти этому экспериментальных подтверждений, несмотря на наши усилия в этом направлении [Guglielmi et al., 2000, 2001; Гульельми, Потапов, 2012].

Проблема ICR возникает в связи с наличием в магнитосфере небольшой примеси тяжелых ионов (например, ионов  $O^+$ ). Специфическая неоднородность геомагнитного поля в окрестности экваториальной плоскости играет ключевую роль в форми-

ровании ICR. Однако мы условились не углубляться в сложную проблематику распространения волн в неоднородных средах. Поэтому ограничимся лишь кратким комментарием, а также указанными выше ссылками на оригинальные работы (см. также обзор [Гульельми, 2007]).

Основное отличие ICR от резонатора стандартной модели самовозбуждения жемчужин состоит в том, что точки отражения волн располагаются не в ионосфере, а высоко над Землей, в небольшой окрестности вершины той силовой линии геомагнитного поля, которая является осью резонатора. В этой связи возникает дополнительная проблема интерпретации, поскольку не ясно, как энергия волн, накопленных в ICR, переносится на Землю.

Любопытно, что период осцилляций волнового пакета между торцами ICR примерно равен периоду повторения структурных элементов серии жемчужин. Более того, линейный волновой пакет в ICR не расплывается, хотя он и распространяется в диспергирующей среде. Это частично решает первую из указанных нами проблем интерпретации. Остается не вполне ясным, почему мы обычно наблюдаем сигналы растущего, а, скажем, не падающего тона. Идея ICR, о существовании которого убедительно свидетельствует теория, позволила понять одно из фундаментальных свойств жемчужин — четкую антикорреляцию появления колебаний этого типа с 11-летним циклом солнечной активности, а именно, нам удалось связать эту закономерность с 11-летней солнечно-циклической вариацией плотности тяжелых ионов  $O^+$  в магнитосфере Земли [Guglielmi et al., 2001; Гульельми, 2007]. Вместе с тем теория ICR, будучи линейной, не дает никаких указаний относительно стратификации динамического спектра, отчетливо видимой на рисунке.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ

Мы убедились, насколько сложной может оказаться интерпретация электромагнитных УНЧ-волн естественного происхождения. Многие космофизики, вооруженные весьма продвинутой теорией распространения волн в диспергирующих неравновесных средах, на протяжении более полувека интенсивного исследования не смогли разгадать загадку жемчужин. Наиболее трудной мы считаем проблему дискретности. Чтобы найти какой-то путь к решению проблемы, мы обратимся к теории критических явлений и начнем с феноменологической теории Ландау, адаптировав ее к нашему случаю.

Введем параметр порядка  $\varepsilon = |\psi|^2$ , пропорциональный плотности волновой энергии в центре ICR, при необходимости усредненной по определенному интервалу времени. Уравнение эволюции имеет вид

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = 2G\varepsilon. \quad (7)$$

Нелинейный инкремент  $\Gamma(\Lambda, \varepsilon)$  равен

$$\Gamma(\Lambda, \varepsilon) = \gamma(\Lambda) - \alpha\varepsilon, \quad (8)$$

где  $\alpha$  — постоянная Ландау;  $\Lambda$  — управляющий параметр [Ландау, Лифшиц, 1988] (не следует путать

параметр Ландау с параметром  $\alpha$  в формуле (2). Вблизи порога самовозбуждения линейный инкремент  $\gamma(\Lambda)$  пропорционален управляющему параметру:

$$\gamma(\Lambda) = \beta(\Lambda - \Lambda_c). \quad (9)$$

Здесь  $\Lambda_c$  — критическое значение  $\Lambda$ ;  $\beta$  — коэффициент пропорциональности. Теория ионно-циклотронной неустойчивости радиационного пояса [Cornwall, 1965; Kangas et al., 1998] подсказывает выбор управляющего параметра  $\Lambda = N(T_{\perp} / T_{\parallel} - 1)$ .

Здесь  $N$  — концентрация энергичных протонов;  $T_{\parallel}$ ,  $T_{\perp}$  — продольная и поперечная температуры протонов. Таким образом, теория содержит три феноменологических параметра —  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\Lambda_c$ .

В состоянии равновесия  $d\varepsilon / dt = 0$ . Равновесие может быть неупорядоченным, когда  $\varepsilon = 0$ , или упорядоченным, когда  $\varepsilon \neq 0$  при  $\Gamma(\varepsilon, \Lambda) = 0$ . Важное значение имеет знак  $\alpha$  в выражении (8) для нелинейного инкремента. При  $\alpha > 0$  говорят о динамической системе с мягким, а при  $\alpha < 0$  — с жестким самовозбуждением колебаний. Квазилинейная теория взаимодействия волн и частиц в радиационном поясе предсказывает  $\alpha > 0$ . Судя по всему, при мягком режиме трудно ожидать формирования дискретности жемчужин. В самом деле, система с мягким самовозбуждением при  $\Lambda < \Lambda_c$  характеризуется неупорядоченным состоянием, а при  $\Lambda > \Lambda_c$  — упорядоченным. Во втором случае возбуждение колебаний происходит под влиянием сколь угодно малого возмущения и интервалы между райзингами в ожерелье жемчужин существовать не могут.

В этом отношении интереснее был бы режим жесткого самовозбуждения [Гульельми, Троицкая, 1973]. В отличие от динамической системы с мягким самовозбуждением, система с жестким самовозбуждением метастабильна в докритическом состоянии. Другими словами, она стабильна относительно бесконечно малых возмущений, но может перейти в автоколебательный режим под влиянием триггера, т. е. возмущения пусть небольшой, но конечной амплитуды. Однако конкретных механизмов жесткого режима в радиационном поясе пока что не найдено.

Интересным и перспективным нам представляется также развитие теории на базе идеи проточного резонатора. Она была предложена в работе [Гульельми, 1971]. Речь шла о резонаторе стандартной модели жемчужин, однако идея проточности безусловно применима и к ICR. Дело обстоит следующим образом. Боковые стенки открытого резонатора формируются системой каустик, т. е. они прозрачны для ионов радиационного пояса, дрейфующих с востока на запад в неоднородном геомагнитном поле. Таким образом, ICR «продувается» потоком горячих частиц, обладающих определенным запасом свободной энергии. За пределами резонатора свободная энергия не трансформируется в энергию волн, поскольку, как нами было отмечено ранее, неустойчивость распределения частиц радиационного пояса является конвективной. Однако внутри резонатора

такая трансформация возможна и при вполне определенных условиях происходит самовозбуждение волн. Квазилинейное взаимодействие волн и частиц в ICR приводит к редукции свободной энергии, но поступление новых частиц восполняет потери. Оказывается, что текущее значение нелинейного инкремента  $\Gamma$  в проточном резонаторе будет зависеть от предыстории эволюции волнового поля. Формально это обстоятельство выражается следующим образом:

$$\Gamma(\Lambda, \varepsilon, t) = \gamma(\Lambda) - \eta \int_{-\infty}^t \varepsilon(t') \Phi(t' - t) dt'. \quad (10)$$

В работе [Гувьельми, 1971] показано, что волновое поле развивается на периодичную последовательность дискретных сигналов, если формфактор  $\Phi=0$  при  $t' < t - \tau$  и  $\Phi=1$  при  $t - \tau \leq t' \leq t$ . Здесь  $\tau$  — время переноса энергичных частиц радиационного пояса поперек ICR. По ориентировочной оценке  $\tau$  совпадает с периодом повторения жемчужин.

Идея проточного резонатора была подхвачена другими исследователями и получила некоторое развитие в ряде работ [Беспалов, Трахтенгерц, 1986; Тагиров и др., 1986; Трахтенгерц и др., 1986; Трахтенгерц, Демехов, 2002] на феноменологическом уровне. Работоспособной микроскопической теории построить не удалось, так что вопрос о механизме формирования дискретности жемчужин остается открытым. Ясно только, что дискретность, на которую обратил внимание еще Саксдорф в своей пионерской работе [Sucksdorff, 1936], несовместима со стандартной теорией происхождения жемчужин.

В заключение данного раздела приведем спекулятивное рассуждение, которое, возможно, прольет некоторый свет на происхождение райзингов в серии жемчужин (см. рисунок). Допустим, что по той или иной причине  $\Gamma=0$ ,  $\varepsilon=0$  при  $t=0$ . Это может произойти в результате эволюции волнового поля в соответствии с уравнениями (7), (10). В момент  $t=0$  самовозбуждения колебаний не происходит. Однако при  $t > 0$  в резонатор начинают поступать новые энергичные ионы радиационного пояса, дрейфующие с востока на запад и обладающие избытком свободной энергии (именно в этом и проявляется проточность ICR). По мере заполнения резонатора процесс самовозбуждения колебаний возобновляется. Вполне понятно, что более энергичные частицы заполняют ICR раньше, чем менее энергичные. Но это значит, что колебания относительно низкой частоты будут возбуждаться несколько раньше, чем колебания более высокой частоты в соответствии с резонансным условием (6). Другими словами, рост частоты в структурном элементе связан не с распылением волнового пакета, а с разбросом частиц радиационного пояса по скоростям. Нетрудно убедиться, что  $\omega \propto \sqrt{t}$ , т. е. функция  $\omega(t)$  является выпуклой в пределах райзинга, что обычно и наблюдается на опыте.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы произвели анализ открытых проблем физики магнитосферных волн Pc1 и убедились в том, что

необходима разработка новых идей вне рамок стандартной модели для понимания удивительных свойств динамического спектра колебаний.

Вообще говоря, обогащение проблематики свидетельствует об успешном развитии той или иной области исследования. Однако указанные нами проблемы Pc1 остаются открытыми так долго, что это обстоятельство начинает вызывать беспокойство. Мы уверены, что коллективными усилиями в конце концов будет понят механизм формирования стабильных волновых структур, наблюдаемых нами на Земле и в космосе в виде ожерелья жемчужин. Свою надежду мы связываем, прежде всего, с идеей проточного ионно-циклотронного резонатора, располагающегося в экваториальной окрестности внешнего радиационного пояса.

Выражаем благодарность Б.В. Довбне, О.Д. Зотову, Б.И. Клайну и Ф.З. Фейгину за интерес к данной работе. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-05-00574), проекта Минобрнауки КП19-270, а также программ государственных заданий ИФЗ РАН (№ 0144-2014-00116) и ИСЗФ СО РАН (ФНИ П.16). Результаты частично получены с использованием ЦКП «Ангара» <http://ckp-rf.ru/ckp/3056>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Андронов А.А., Фабрикант А.Л. Затухание Ландау, ветровые волны и свисток // *Нелинейные волны*. М.: Наука, 1979. С. 68–104.
- Беспалов П.А., Трахтенгерц В.Ю. Альвеоновские мазеры. Горький: ИПФ АН СССР, 1986. 190 с.
- Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 684 с.
- Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.
- Гувьельми А.В. Циклотронная неустойчивость внешнего радиационного пояса Земли в режиме автомодуляции нарастающих волн // *Письма в ЖЭТФ*. 1971. Т. 13, № 2. С. 85–88.
- Гувьельми А.В. МГД-волны в околосферной плазме. М.: Наука, 1979. 139 с.
- Гувьельми А.В. Ультранизкочастотные электромагнитные волны в коре и магнитосфере Земли // *УФН*. 2007. Т. 177, № 12. С. 1257–1276.
- Гувьельми А.В. Нелинейность геоэлектромагнитных волн // *Геофизические исследования*. 2008. Т. 9, № 3. С. 16–24.
- Гувьельми А.В., Потапов А.С. Влияние тяжелых ионов на спектр колебаний магнитосферы // *Космические исследования*. 2012. Т. 50, № 4. С. 283–291.
- Гувьельми А.В., Троицкая В.А. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы. М.: Наука, 1973. 208 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Изд. 4-е, стереотипное. М.: Наука, 1988. 736 с.
- Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
- Некрасов А.К., Фейгин Ф.З. Пондеромоторная сила ионно-циклотронных волн в частотном диапазоне Pc1 с магнитозвуковой дисперсией // *Физика Земли*. 2018. № 5. С. 81–88.
- Нишида А. Геомагнитный диагноз магнитосферы. М.: Наука, 1980. 299 с.
- Тагиров В.Р., Трахтенгерц В.Ю., Черноус С.А. О происхождении пульсирующих авроральных пятен // *Геомагнетизм и аэронавигация*. 1986. Т. 26, № 4. С. 600–604.
- Трахтенгерц В.Ю., Демехов А.Г. Космические циклотронные мазеры // *Природа*. 2002. № 4. С. 25–31.



Трахтенгерц В.Ю., Тагиров В.Р., Черноус С.А. Проточный циклотронный мазер и импульсные ОНЧ-излучения // Геомагнетизм и аэронаомия. 1986. Т. 26, № 1. С. 99–106.

Троицкая В.А. Классификация быстрых вариаций магнитного поля и земных токов // Геомагнетизм и аэронаомия. 1964. Т. 4, № 3. С. 615–616.

Фейгин Ф.З., Якименко В.Л. Механизм генерации и развитие «жемчужин» при циклотронной неустойчивости внешней протонной зоны // Геомагнетизм и аэронаомия. 1969. Т. 9, № 4. С. 700–705.

Фейгин Ф.З., Якименко В.Л. О тонкой структуре микропульсаций типа Pc1 // Геомагнетизм и аэронаомия. 1970. Т. 10, № 3. С. 558–560.

Cornwall J.M. Cyclotron instabilities and electromagnetic emission in the ultralow frequency and very low frequency ranges // J. Geophys. Res. 1965. V. 70. P. 61–69.

Demekhov A.G. Recent progress in understanding Pc1 pearl formation // J. Atmosph. Solar-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1609–1622. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.01.014](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.01.014).

Feygin F.Z., Kurchashov Yu.P. A quasilinear dynamics of Pc1 geomagnetic pulsations (Pearls) // J. of Geomagnetism and Geoelectricity. 1975. V. 26. P. 539–548.

Guglielmi A.V., Pokhotelov O.A. Geoelectromagnetic Waves. IOP Publ. Ltd. Bristol and Philadelphia, 1996. 402 p.

Guglielmi A., Potapov A., Russell C. The ion cyclotron resonator // JETP Lett. 2000. T. 72. C. 432–435.

Guglielmi A., Kangas J., Potapov A. Quasi-periodic modulation of the Pc1 geomagnetic pulsations: An unsettled problem // J. Geophys. Res. 2001. V. 106, N A11. P. 25847–25856.

Kangas J., Guglielmi A., Pokhotelov O. Morphology and physics of short-period magnetic pulsations (A Review) // Space Sci. Rev. 1998. V. 83. P. 435–512.

Kangas J., Fraser B., Potapov A. Pc1 pearl waves: Discovery, morphology and physics. Preface // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1599. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.06.004](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.06.004).

Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Marilovtseva O.S. Parallel structure of Pc1 ULF oscillations in multi-ion magnetospheric plasma at finite ion gyrofrequency // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2010. V. 72. P. 1327–1332. DOI: [10.1016/j.jastp.2010.09.019](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2010.09.019).

Kurzhkovskaya N.A., Klain B.I., Dovbnaya B.V. Patterns of simultaneous observations of high-latitude magnetic impulses (MIEs) and impulsive bursts in the Pc1–2 band // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1680–1689. DOI: [10.1016/j.jastp.2006.12.003](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2006.12.003).

Mikhailova O.S. The spatial structure of ULF-waves in the equatorial resonator localized at the plasmopause with the admixture of the heavy ions // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2014. V. 108. P. 10–16. DOI: [10.1016/j.jastp.2013.12.007](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2013.12.007).

Mursula K. Satellite observations of Pc1 pearl waves: The changing paradigm // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1623–1634. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.02.013](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.02.013).

Paulson K.W., Smith C.W., Lessard M.R., Engebretson M.J., Torbert R.B., Kletzing C.A. In situ observations of Pc1 pearl pulsations by the Van Allen Probes // Geophys. Res. Lett. 2014. V. 41. P. 1823–1829. DOI: [10.1002/2013GL059187](https://doi.org/10.1002/2013GL059187).

Paulson K.W., Smith C.W., Lessard M.R., Torbert R.B., Kletzing C.A., J.R. Wygant. In situ statistical observations of Pc1 pearl pulsations and unstructured EMIC waves by the Van Allen Probes // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2017. V. 122. P. 105–119. DOI: [10.1002/2016JA023160](https://doi.org/10.1002/2016JA023160).

Raita T., Kultima J. Discovery of the pearl waves by Eyvind Sucksdorff // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1600–1603. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.01.013](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.01.013).

Sucksdorff E. Occurrences of rapid micropulsations at Sodankylä during 1932 to 1935 // Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity. 1936. V. 41. P. 337–344.

Tepley L. Regular oscillations near 1 c/s observed simultaneously at middle and low latitudes // Radio Sci. 1965. V. 69D. P. 1089–1105.

Troitskaya V.A., Guglielmi A.V. Geomagnetic micropulsations and diagnostics of the magnetosphere // Space Sci. Rev. 1967. V. 7, N 5/6. P. 689–769.

Yahnin A.G., Yahnina T.A. Energetic proton precipitation related to ion-cyclotron waves // J. Atmosph. Solar-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1690–1706. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.02.010](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.02.010).

Yanagihara K. Geomagnetic micropulsations with periods from 0.03 to 10 seconds in auroral zones with special reference to conjugate-point studies // J. Geophys. Res. 1963. V. 68, N 11. P. 3383–3397.

Zolotukhina N., Cao J. Transformation of structured Pc1 into IPDP-like emission under enhanced magnetospheric convection: A case study // J. Atmosph. Solar-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1668–1679. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.01.016](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.01.016).

## REFERENCES

Andronov A.A., Fabrikant A.L. Landau damping, wind waves and whistle. *Nelinejnye volny* [Non-Linear Waves]. Moscow, Nauka Publ., 1979, pp. 68–104. (In Russian).

Bespalov P.A., Trakhtengertz V.Yu. *Alvenovskiye mazyery* [Alfven Masers]. Gorky, IPPH AS USSR, 1986, 190 p. (In Russian).

Cornwall J.M. Cyclotron instabilities and electromagnetic emission in the ultralow frequency and very low frequency ranges. *J. Geophys. Res.* 1965, vol. 70, pp. 61–69.

Demekhov A.G. Recent progress in understanding Pc1 pearl formation. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007, vol. 69, pp. 1609–1622. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.01.014](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.01.014).

Feygin F.Z., Kurchashov Yu.P. A quasilinear dynamics of Pc1 geomagnetic pulsations (Pearls). *J. of Geomagnetism and Geoelectricity.* 1975, vol. 26, pp. 539–548.

Feygin F.Z., Yakimenko V.L. The mechanism of generation and development of “pearls” under the cyclotron instability of the outer proton zone. *Geomagnetizm i aeronomiya* [Geomagnetism and Aeronomy]. 1969, vol. 9, no. 4, pp. 700–705. (In Russian).

Feygin F.Z., Yakimenko V.L. On the fine structure of micropulsations of the Pc1 type. *Geomagnetizm i aeronomiya* [Geomagnetism and Aeronomy]. 1970, vol. 10, no. 3, pp. 558–560. (In Russian).

Ginzburg V.L. *Rasprostraneniye elektromagnitnykh voln v plazme* [Propagation of electromagnetic waves in plasma]. Moscow, Nauka Publ., 1967, 684 p. (In Russian).

Gradshstein I.S., Ryzhik I.M. *Table of integrals, series, and products.* New York, Academic Press, 1965, 1086 p.

Guglielmi A.V. Cyclotron instability of the outer radiation belt of the Earth under conditions of self-modulation of growing waves. *JETP Lett.* 1971, vol. 13, no. 2, pp. 85–88. (In Russian).

Guglielmi A.V. *MGD-volny v okolozemnoi plazme* [MHD Waves in the Near-Earth Plasma]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 139 p. (In Russian).

Guglielmi A.V. Ultralow-frequency electromagnetic waves in the Earth’s crust and magnetosphere. *Physics-Uspekhi.* 2007, vol. 50, no. 12, pp. 1197–1216.

Guglielmi A.V. Nonlinearity of geoelectromagnetic waves. *Geofizicheskie issledovaniya* [Geophys. Res.]. 2008, vol. 9, no. 3, pp. 16–24. (In Russian).

Guglielmi A.V., Pokhotelov O.A. *Geoelectromagnetic Waves.* IOP Publ. Ltd. Bristol and Philadelphia, 1996, 402 p.

Guglielmi A.V., Potapov A.S. The effect of heavy ions on the spectrum of oscillations of the magnetosphere. *Cosmic Res.* 2012, vol. 50, no. 4, pp. 263–271. DOI: [10.1134/S0010952512040016](https://doi.org/10.1134/S0010952512040016).

Guglielmi A.V., Troitskaya V.A. *Geomagnitnye pulsatsii i diagnostika magnitosfery* [Geomagnetic pulsations and diagnostics of the magnetosphere]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 208 p. (In Russian).

Guglielmi A., Potapov A., Russell C. The ion cyclotron resonator. *JETP Lett.* 2000, vol. 72, pp. 432–435.

Guglielmi A., Kangas J., Potapov A. Quasi-periodic modulation of the Pc1 geomagnetic pulsations: An unsettled problem. *J. Geophys. Res.* 2001, vol. 106, no. A11, pp. 25847–25856.

Kangas J., Guglielmi A., Pokhotelov O. Morphology and physics of short-period magnetic pulsations (A Review). *Space Sci. Rev.* 1998, vol. 83, pp. 435–512.

Kangas J., Fraser B., Potapov A. Pc1 pearl waves: Discovery, morphology and physics. Preface. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007, vol. 69, pp. 1599. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.06.004](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.06.004)

Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Marilovtseva O.S. Parallel structure of Pc1 ULF oscillations in multi-ion magnetospheric plasma at finite ion gyrofrequency. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2010, vol. 72, pp. 1327–1332. DOI: [10.1016/j.jastp.2010.09.019](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2010.09.019).

Kurzhkovskaya N.A., Klain B.I., Dovbnya B.V. Patterns of simultaneous observations of high-latitude magnetic impulses (MIEs) and impulsive bursts in the Pc1–2 band. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007, vol. 69, pp. 1680–1689. DOI: [10.1016/j.jastp.2006.12.003](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2006.12.003).

Landau L.D., Lifshitz E.M. *Gidrodinamika* [Hydrodynamics]. Moscow: Nauka Publ., 1988, 733 p. (In Russian).

Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. *Physical Kinetics. Course of Theoretical Physics*, vol. 10 (1 ed.). Oxford: Pergamon, 1981, 453 p.

Mikhailova O.S. The spatial structure of ULF-waves in the equatorial resonator localized at the plasmopause with the admixture of the heavy ions. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2014, vol. 108, pp. 10–16. DOI: [10.1016/j.jastp.2013.12.007](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2013.12.007).

Mursula K. Satellite observations of Pc1 pearl waves: The changing paradigm. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007, vol. 69, pp. 1623–1634. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.02.013](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.02.013).

Nekrasov A.K., Feygin F.Z. Ponderomotive force of ion cyclotron waves in the Pc1 frequency range with magnetosonic dispersion. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. 2018, vol. 54, no. 5, pp. 741–748.

Nishida A. *Geomagnetic Diagnosis of the Magnetosphere*. New York, Springer-Verlag, 1978, 2013, 256 p.

Paulson K.W., Smith C.W., Lessard M.R., Engebretson M.J., Torbert R.B., Kletzing C.A. In situ observations of Pc1 pearl pulsations by the Van Allen Probes. *Geophys. Res. Lett.* 2014, vol. 41, pp. 1823–1829. DOI: [10.1002/2013GL059187](https://doi.org/10.1002/2013GL059187).

Paulson K.W., Smith C.W., Lessard M.R., Torbert R.B., Kletzing C.A., Wygant J.R. In situ statistical observations of Pc1 pearl pulsations and unstructured EMIC waves by the Van Allen Probes. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2017, vol. 122, pp. 105–119. DOI: [10.1002/2016JA023160](https://doi.org/10.1002/2016JA023160).

Raita T., Kultima J. Discovery of the pearl waves by Eyvind Sucksdorff. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007, vol. 69, pp. 1600–1603. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.01.013](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.01.013).

Sucksdorff E. Occurrences of rapid micropulsations at Sodankylä during 1932 to 1935. *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*. 1936, vol. 41, pp. 337–344.

Tagirov V.R., Trakhtengertz V.Yu., Chernous S.A. On the nature of aurora pulsing spots. *Geomagnetizm i aeronomiia* [Geomagnetism and Aeronomy]. 1986, vol. 26, no. 4, pp. 600–604. (In Russian).

Tepley L. Regular oscillations near 1 c/s observed simultaneously at middle and low latitudes. *Radio Sci.* 1965, vol. 69D, pp. 1089–1105.

Trakhtengertz V.Yu., Demekhov A.G. Cosmic cyclotron masers. *Priroda* [Nature]. 2002, no. 4, pp. 25–31. (In Russian).

Trakhtengertz V.Yu., Tagirov V.R., Chernous S.A. A flow-through cyclotron maser and pulsed VLF emission. *Geomagnetizm i aeronomiia* [Geomagnetism and Aeronomy]. 1986, vol. 26, no. 1, pp. 99–106. (In Russian).

Troitskaya V.A. Classification of rapid pulsations of the magnetic field and earth currents. *Geomagnetism and Aeronomy*. 1964, vol. 4, p. 490–491.

Troitskaya V.A., Guglielmi A.V. Geomagnetic micropulsations and diagnostics of the magnetosphere. *Space Sci. Rev.* 1967, vol. 7, no. 5/6, pp. 689–769.

Yahnin A.G., Yahnina T.A. Energetic proton precipitation related to ion-cyclotron waves. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007, vol. 69, pp. 1690–1706. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.02.010](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.02.010).

Yanagihara K. Geomagnetic micropulsations with periods from 0.03 to 10 seconds in auroral zones with special reference to conjugate-point studies. *J. Geophys. Res.* 1963, vol. 68, no. 11, pp. 3383–3397.

Zolotukhina N., Cao J. Transformation of structured Pc1 into IPDP-like emission under enhanced magnetospheric convection: A case study. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2007, vol. 69, pp. 1668–1679. DOI: [10.1016/j.jastp.2007.01.016](https://doi.org/10.1016/j.jastp.2007.01.016).

*Как цитировать эту статью:*

Гульельми А.В., Потапов А.С. Проблемы теории магнитосферных волн Pc1. Обзор. *Солнечно-земная физика*. 2019. Т. 5, № 3. С. 102–109. DOI: [10.12737/szf-53201910](https://doi.org/10.12737/szf-53201910).