

DOI: 10.34031/article\_5d4d6bfa2aa2a2.09768681

<sup>1,\*</sup>Рыбак Л.А., <sup>2</sup>Бехера Л., <sup>1</sup>Малышев Д.И., <sup>1</sup>Вирабян Л.Г.<sup>1</sup>Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46

<sup>2</sup>Индийский технологический институт Канпур

Индия, Канпур

\*E-mail: rl\_bgtu@intbel.ru

## АППРОКСИМАЦИЯ РАБОЧЕЙ ОБЛАСТИ МАНИПУЛЯТОРОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ В СОСТАВЕ МУЛЬТИРОБОТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ

**Аннотация.** В статье рассмотрено применение оптимизационных алгоритмов для решения задачи определения рабочей области роботов как последовательной, так и параллельной структуры на базе трипода. Рассмотрен метод аппроксимации множества решений системы нелинейных неравенств, описывающих ограничения на геометрические параметры робота, основанный на концепции неравномерных покрытий. На основе метода получены внутренние аппроксимации, заданные как набор параллелепипедов. Проанализировано влияние различных геометрических параметров на объём рабочей области робота. Для аппроксимации рабочей области использованы разработанный алгоритм и его модификации с различными размерностями параллелепипедов и подходами к переносу ограничений из пространства входных в пространство выходных координат в связи со сложностью вычислительной задачи. Для реализации алгоритмов разработан программный комплекс на языке C++. Представлены результаты математического моделирования. Экспериментально проверены различные размерности сетки для вычисления функций, а также точности аппроксимации. Полученные результаты могут быть использованы при выборе геометрических параметров роботов, определяющих их ограничения при движении в составе мультироботизированной системы.

**Ключевые слова:** робот последовательной структуры, робот параллельной структуры, алгоритм аппроксимации, рабочая область, мультироботизированная система.

**Введение.** Применение мультироботизированных систем для решения многих практических задач является важным и актуальным в настоящее время. Мультироботизированная многоагентная система может быть описана как группа интеллектуальных роботов (агентов), способных взаимодействовать друг с другом и совместно реализовывать различные задачи [1]. Они могут быть реализованы различными роботами и могут применяться в обширных областях, включая военное наблюдение, разведку, спасательные операции и т.д. Совместное и распределенное управление такими системами привлекло многих исследователей в последние несколько лет. Контроль формирования группы мобильных агентов является одним из важных применений многоагентных систем, где агентами могут быть любые из следующих факторов: беспилотный летательный аппарат (БПЛА), мобильный робот, автономный подводный аппарат (AUV) и т.д. Основным источником вдохновения для исследования многоагентного контроля пласта является кооперативное поведение биологических существ, таких как птицы, рыбы, насекомые и т.д. [2]. Есть несколько подходов для решения этой проблемы. Жесткость графика как инструмент для изучения формирования транспортных средств была введена в [3]. Подход искусственной потенциальной

функции (APF) использовался многими исследователями для контроля пласта [4]. Пассивный дизайн закона управления для формирования нескольких агентов был исследован в [5]. Существует больше подходов для решения проблемы управления формацией, таких как управление на основе поведения [6], управление на основе виртуальной структуры [7] и управление на основе лидера-последователя [8]. В задаче контроля пласта агенты должны формировать определенный образец, такой как линейный, треугольный, прямоугольный или круглый [9]. Можно выделить статьи, посвященные формированию круговой структуры. Так в работе [10] представлено управление формированием круговой структуры и соответствующий закон управления для его достижения. Важной задачей при построении системы управления мультироботизированной системы является определение рабочей области каждого из роботов, которая может быть представлена как ограничения при их взаимном движении. Кроме того, следует учитывать конфигурацию роботов и параметры их геометрической структуры. В данной статье рассмотрены проблемы аппроксимации рабочей области разнородной группы роботов, имеющих как последовательную, так и параллельную структуру [12].

Постановка задачи. Рассмотрим применение метода неравномерных покрытий для определения рабочей области. Покрытием множества  $P$  называем совокупность  $n$ -мерных параллелепипедов  $P_i$ ,  $i \in \overline{1, k}$ , таких, что

$$P \subseteq \bigcup_{i \in \overline{1, k}} P_i$$

и для каждого  $P_i$ ,  $i \in \overline{1, k}$ , выполняется хотя бы одно из трёх условий:

1.  $\max_{i \in \overline{1, k}} \max_{x \in P_i} g_j(x) < 0$

2.  $\max_{i \in \overline{1, k}} \min_{x \in P_i} g_j(x) < 0$

3. неравенства 1 и 2 не выполняются и  $d(P_i) \leq \delta$ , где  $\delta$  – заданная положительная величина, определяющая точность аппроксимации.

На основе рассмотренного метода строится внешнее и внутреннее аппроксимационные множества. Внутреннее аппроксимационное множество включается во множество решений системы неравенств, а внешнее включает его. Оба множества представляют собой объединения  $n$ -мерных параллелепипедов. Этот метод позволяет аппроксимировать множество решений систем равенств или неравенств, описывающих рабочую зону робота. Математическое преобразование уравнений связи некоторых роботов позволяет уменьшить размерность и, следовательно, время вычислений. Использование параллелепипедов большой размерности позволяет избежать значительных математических преобразований, а затем проецировать их на оси координат, необходимые для визуализации.

Рассмотрим пространственный механизм параллельного манипулятора (рис. 1), который содержит подвижное горизонтальное основание 1, которое шарнирно связано с вертикальным основанием 2 с возможностью его отклонения от вертикали. Вертикальное основание 2 имеет привод 3. На вертикальном основании 2 установлен, например, с помощью шарнира, трипод 4. Выходное звено 5 шарнирно установлено на рабочей площадке 6 трипода 4 с возможностью вращения относительно оси, перпендикулярной рабочей площадке 6 трипода. На площадке трипода установлен привод 7, обеспечивающий вращение выходного звена 5. Оптимально длину выходного звена выполнить не менее половины длины рабочего инструмента, размещённого в захвате 8. Захват закреплен, например, болтами, на свободном конце выходного звена 5. Также рассмотрим пространственный механизм последовательного манипулятора (рис. 2), который содержит горизонтальное основание 1, которое шарнирно связано с последовательным манипулятором 2 с вращательными шарнирами имеющими на конце схват 3.

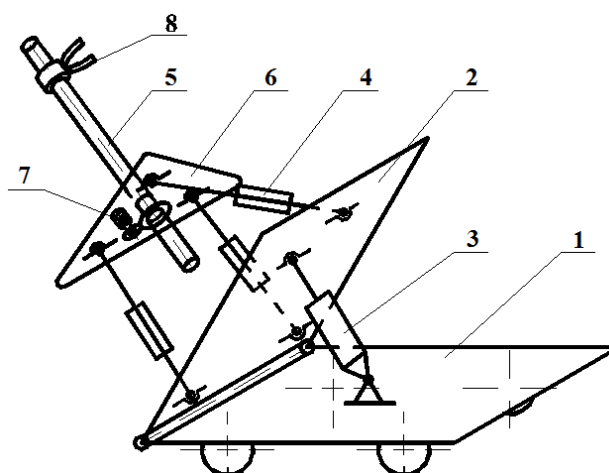


Рис. 1. Схема параллельного манипулятора

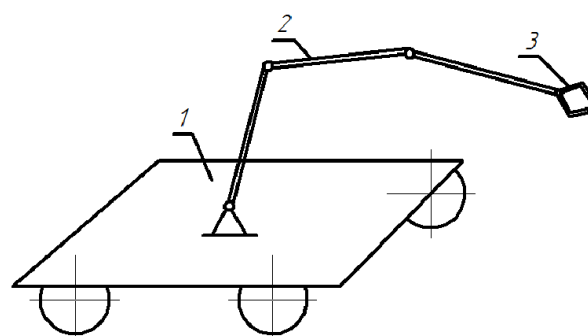


Рис. 2. Схема последовательного манипулятора

Определение рабочей области последовательного манипулятора. Идея применить эвристические методы многокритериальной оптимизации для задач аппроксимации границы рабочей области робота-манипулятора была высказана в [11]. Метод, использованный в [11], не гарантировал того, что рабочая область целиком лежит внутри построенной аппроксимации. Для ряда приложений подобная гарантия необходима. Предложенный выше подход позволяет строить множество, гарантированно содержащее рабочую область. Рассматривается планарный робот с  $k$  звеньями переменной длины (рис. 3). Один из концов манипулятора закреплен в начале координат. Рабочая область определяется как множество возможных позиций свободного (второго) конца робота, называемого схватом. Позиция схвата полностью определяется вектором длин звеньев  $s = (s^{(1)}, \dots, s^{(k)})$  и вектором величин углов  $\theta = (\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(k)})$  между соответствующими звеньями.

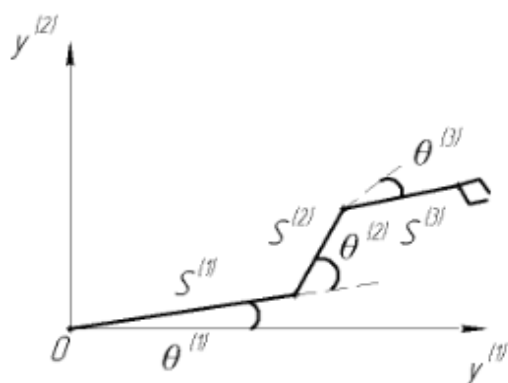


Рис. 3. Углы и звенья, определяющие конфигурацию робота- манипулятора

Допустимое множество углов и длин звеньев является параллелепипедом

$$X = [s^{(1)}, \bar{s}^{(1)}] \times \dots \times [s^{(k)}, \bar{s}^{(k)}] \times [\theta^{(1)}, \bar{\theta}_1] \times \dots \times [\theta^{(k)}, \bar{\theta}^{(k)}]$$

где  $[s^{(i)}, \bar{s}^{(i)}]$  и  $[\theta^{(i)}, \bar{\theta}^{(i)}]$  – заданные диапазоны возможных значений длины звена  $s_i$  и угла  $\theta_i$  соответственно.

Рабочая область робота- манипулятора – это образ  $Y = F(X)$  допустимого множества  $X$ , где  $F(s, \theta) = (f^{(1)}(s, \theta), f^{(2)}(s, \theta))$  задается формулами.

$$f^{(1)}(s, \theta) = \sum_{i=1}^k s^{(i)} \cdot \cos\left(\sum_{j=1}^i \theta^{(j)}\right),$$

$$f^{(2)}(s, \theta) = \sum_{i=1}^k s^{(i)} \cdot \sin\left(\sum_{j=1}^i \theta^{(j)}\right).$$

Для рабочей области  $Y$  строится внешняя  $\epsilon$ -аппроксимация эффективной границы с помощью метода, изложенного в предыдущем разделе. Построенное множество точек полностью определяет  $\epsilon$ -эффективную оболочку, включающую в себя рабочую область робота-манипулятора.

Рассмотрим пример трехзвенного робота-манипулятора с фиксированными длинами звеньев

$s_1 = 3, s_2 = 2, s_3 = 0.25$  и заданными диапазонами изменения углов

$$\theta_1 \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right], \theta_2 \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right], \theta_3 \in [-\pi, \pi] \quad [13].$$

На рис. 4 приведена внешняя  $\epsilon$ -аппроксимация эффективной границы рабочей области манипулятора при  $\epsilon = 0.5, 0.01$ . Время расчетов на персональном компьютере Intel (TM) Core i5 CPU, 3.1 ГГц, 4 Гб Ram составило 0.2 с и 47.9 с соответ-

ственно. Данный пример наглядно демонстрирует повышение точности аппроксимации, сопровождаемое увеличением времени расчетов.

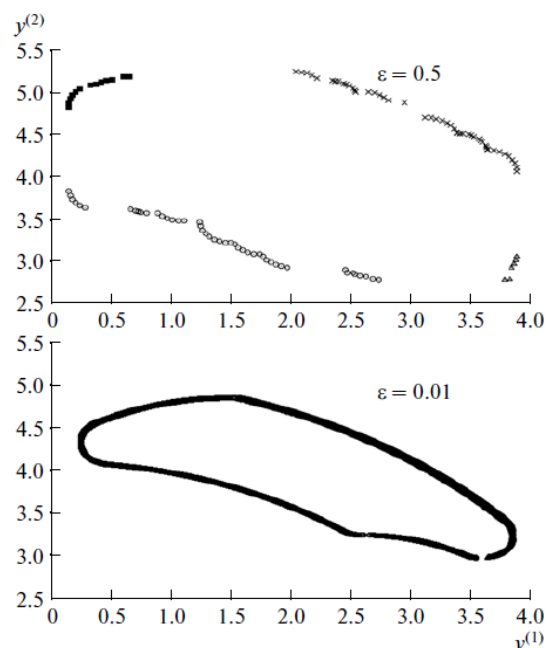


Рис. 4. Аппроксимация рабочей области манипулятора при разных значениях  $\epsilon$

Определение рабочей области параллельного манипулятора на базе трипода. Рассмотрим трипод, который включает три штанги переменной длины, которые соединены вращательными шарнирами с основанием и сферическими шарнирами с рабочей платформой (рис. 5). Основание и рабочая платформа представляют собой равносторонние треугольники. В результате изменения длин штанг рабочая платформа совершает перемещение по оси  $Z_1$  на расстояние  $z_1$ , и повороты вокруг оси  $X_1$  на угол  $\psi$  и вокруг  $Y_1$  угол  $\theta$ . Кроме этого, имеются дополнительные степени свободы – смещение по осям  $X_1$  на расстояние  $x_1$  и по  $Y_1$  на расстояние  $y_1$  и вращение вокруг оси  $Z_1$  на угол  $\alpha$ , которые определяются по формулам:

$$\alpha = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{\sin\psi\sin\theta}{\cos\psi + \cos\theta}\right)$$

$$x_1 = \frac{r}{2}(\cos\theta\cos\alpha + \sin\psi\sin\theta\sin\alpha - \cos\psi\cos\alpha)$$

$$y_1 = -r\cos\psi\sin\alpha$$

Входными координатами являются длины приводных звеньев  $l_1, l_2, l_3$ , выходными – координаты точки  $O'$  рабочего органа:  $x_{O'}, y_{O'}, z_{O'}$ .  $O'$  располагается на расстоянии  $h$  от центра подвижной платформы. Отрезок, проведенный из центра подвижной платформы  $O$  к т.  $O'$ , перпендикулярен плоскости платформы. В связи с этим, обратная задача кинематики имеет множество ре-

шений и для определения рабочей области необходимо, предварительно, определить множество допустимых значений линейных и угловых координат центра  $O$  подвижной платформы, а затем

для данных значений определить множество координат точки  $O'$  рабочего органа.

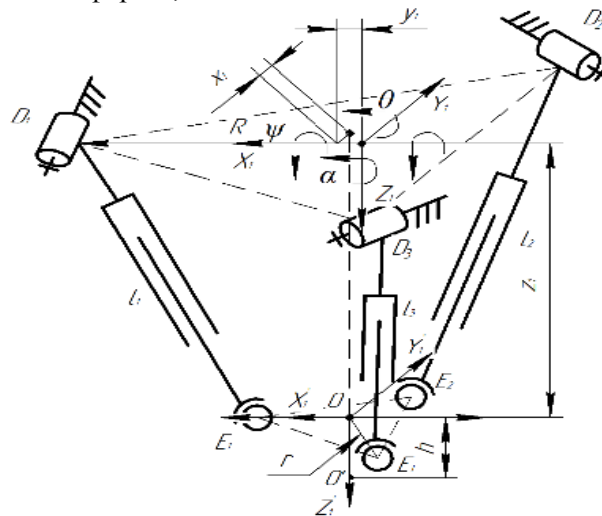


Рис. 5. Схема робота-трипода

Опишем координаты т.  $O'$  в подвижной системе координат  $X'_1Y'_1Z'_1$

$$O'_{1'} = [0 \ 0 \ h \ 1]^T$$

Вычислим координаты т.  $O'$  в неподвижной системе координат  $X_1Y_1Z_1$

$$O'_1 = O'_{1'} M_{1',1}$$

$$M_{1',1} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\alpha + \sin\psi\sin\theta\sin\alpha & -\cos\theta\sin\alpha + \sin\psi\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\cos\psi & x_1 \\ \cos\psi\sin\alpha & \cos\psi\cos\alpha & -\sin\psi & y_1 \\ -\sin\theta\cos\alpha + \sin\psi\cos\theta\sin\alpha & \sin\theta\sin\alpha + \sin\psi\cos\theta\cos\alpha & \cos\theta\cos\psi & z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

После преобразования получим

$$O'_1 = \begin{bmatrix} x_1 + M_{31}h \\ y_1 + M_{32}h \\ z_1 + M_{33}h \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + \sin\theta\cos\psi h \\ y_1 - \sin\psi h \\ z_1 + \cos\theta\cos\psi h \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Далее введем ограничения на геометрические параметры механизма

$$l_{min} \leq l_i \leq l_{max} \quad (3)$$

где  $l_{min}, l_{max}$  определяются конструктивными параметрами механизма,  $l_i$  – текущая длина  $i$ -той штанги, которую определяем по формуле

$$l_i = \sqrt{(x_{Ei} - x_{Di})^2 + (y_{Ei} - y_{Di})^2 + (z_{Ei} - z_{Di})^2} \quad (4)$$

где  $x_{Ei}, y_{Ei}, z_{Ei}$  – координаты центров шарниров, т.  $E_i$ ,  $x_{Di}, y_{Di}, z_{Di}$  – координаты центров шарниров, т.  $D_i$  в неподвижной системе координат.

Определим координаты шарниров  $E_i$  в подвижной системе координат

где  $M_{1',1}$  – матрица перехода от подвижной системы координат  $X'_1Y'_1Z'_1$  к неподвижной системе координат  $X_1Y_1Z_1$ , которая включает перемножение матриц перемещений вдоль осей  $X_1, Y_1, Z_1$  и поворотов вокруг осей  $X_1, Y_1, Z_1$

$$X'_1Y'_1Z'_1:E'_1 = [r \ 0 \ 0 \ 1]^T, E'_2 = \left[-\frac{r}{2} \ \frac{\sqrt{3}r}{2} \ 0 \ 1\right]^T, E'_3 = \left[-\frac{r}{2} \ -\frac{\sqrt{3}r}{2} \ 0 \ 1\right]^T.$$

Обозначим в (1)  $M_{11} = \cos\theta\cos\alpha + \sin\psi\sin\theta\sin\alpha$ ,  $M_{12} = -\cos\theta\sin\alpha + \sin\psi\sin\theta\cos\alpha$ ,  $M_{13} = \sin\theta\cos\psi$ ,  $M_{21} = \cos\psi\sin\alpha$ ,  $M_{22} = \cos\psi\cos\alpha$ ,  $M_{23} = -\sin\psi$ ,  $M_{31} = -\sin\theta\cos\alpha + \sin\psi\cos\theta\sin\alpha$ ,  $M_{32} = \sin\theta\sin\alpha + \sin\psi\cos\theta\cos\alpha$ ,  $M_{33} = \cos\theta\cos\psi$ . Выразим координаты шарниров  $E_i$  в неподвижной системе координат  $X_1Y_1Z_1$

$$E_1 = M_{1',1} E'_1 = \begin{bmatrix} x_1 + M_{11}r \\ y_1 + M_{21}r \\ z_1 + M_{31}r \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + M_{11}r \\ 0 \\ z_1 + M_{31}r \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$E_2 = M_{1',1} E'_2 = \begin{bmatrix} x_1 - 0,5r(M_{11} - \sqrt{3}M_{12}) \\ y_1 - 0,5r(M_{21} - \sqrt{3}M_{22}) \\ z_1 - 0,5r(M_{31} - \sqrt{3}M_{32}) \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_3 = \mathbf{M}_{1',1} \mathbf{E}'_3 = \begin{bmatrix} x_1 - 0,5r(M_{11} + \sqrt{3}M_{12}) \\ y_1 - 0,5r(M_{21} + \sqrt{3}M_{22}) \\ z_1 - 0,5r(M_{31} + \sqrt{3}M_{32}) \\ 1 \end{bmatrix}$$

где  $y_1 = -M_{21}r = -r \cos \psi \sin \alpha$ .

Определим координаты шарниров  $D_i$  в неподвижной системе координат  $X_1Y_1Z_1$

$$l_1 = \sqrt{(x_1 + M_{11}r - R)^2 + (z_1 + M_{31}r)^2}, \tag{7}$$

$$l_2 = \left( (x_1 - 0,5r(M_{11} - \sqrt{3}M_{12}) + 0,5R)^2 + (y_1 - 0,5r(M_{21} - \sqrt{3}M_{22}) - \frac{\sqrt{3}}{2}R)^2 + (z_1 - 0,5r(M_{31} - \sqrt{3}M_{32}))^2 \right)^{1/2}, \tag{8}$$

$$l_3 = \left( (x_1 - 0,5r(M_{11} + \sqrt{3}M_{12}) + 0,5R)^2 + (y_1 - 0,5r(M_{21} + \sqrt{3}M_{22}) - \frac{\sqrt{3}}{2}R)^2 + (z_1 - 0,5r(M_{31} + \sqrt{3}M_{32}))^2 \right)^{1/2}, \tag{9}$$

Наличие дополнительных смещений осложняет вычислительную задачу в связи с неоднозначностью решения обратной задачи кинематики. Для аппроксимации рабочей области использован разработанный алгоритм и его модификации различной размерности и подхода к переносу ограничений из пространства входных в пространство выходных координат. Рассмотрим наиболее оптимальные по точности и времени вычисления алгоритмы.

Построим рабочую область трипода на высоте  $z_{O'}$  среза. Алгоритм работает с тремя списками двумерных параллелепипедов  $\mathbb{P}, \mathbb{P}_I$  и  $\mathbb{P}_A$ , при этом список  $\mathbb{P}$  включает набор параллелепипедов, содержащих множество положений т.  $O'$  в пространстве входных координат (углы поворота  $\psi$  и  $\theta$ ), список  $\mathbb{P}_I$  включает набор параллелепипедов, содержащих множество положений т.  $O'$ , удовлетворяющих условию (3) в пространстве входных координат, список  $\mathbb{P}_A$  содержащих множество положений т.  $O'$ , удовлетворяющих условию (3) в пространстве выходных координат (координаты т.  $O'$  по оси  $X_1$  и  $Y_1$ ).

Алгоритм работает следующим образом:

1. Списки  $\mathbb{P}_I$  и  $\mathbb{P}_A$  пусты, а список  $\mathbb{P}$  состоит только из одного параллелепипеда  $Q$ , включающего диапазон углов  $\psi$  и  $\theta$  поворота платформы  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ .

2. Извлечём из списка  $\mathbb{P}$  параллелепипед  $Q_j, j \in 1, n$  и разделим равномерной сеткой по каждой из осей углов поворота  $\theta$  и  $\psi$  и перемещения по оси  $Z_1$  с шагом  $\frac{\pi}{n}$  и  $\frac{(l_{min}, l_{max})}{n}$  соответственно.

3. Определим для всех точек  $A_k$  длины штанг 11, 12, 13 (7-9).

4. Выполним для всех точек  $A_k$  проверку вхождения рассчитываемых значений длин в допустимый диапазон.

$$\mathbf{D}_1 = [R \ 0 \ 0 \ 1]^T,$$

$$\mathbf{D}_2 = \left[ -\frac{R}{2} \ \frac{\sqrt{3}R}{2} \ 0 \ 1 \right]^T, \tag{6}$$

$$\mathbf{D}_3 = \left[ -\frac{R}{2} \ -\frac{\sqrt{3}R}{2} \ 0 \ 1 \right]^T.$$

Подставив (5) и (6) в (4), запишем изменения длин штанг

5. Если для каждой из точек  $A_k$  все длины штанг имеют значения из допустимого диапазона, то данный параллелепипед удовлетворяет условиям и добавляется к списку  $\mathbb{P}_I$ .

6. Если ни для одной из точек  $A_k$  не выполняется условие (3), то данный параллелепипед не удовлетворяет условиям и исключается из дальнейшего рассмотрения.

7. В остальных случаях параллелепипед делится на два равных параллелепипеда вдоль ребра с наибольшей длиной. Данные параллелепипеды вносятся в конец списка  $\mathbb{P}$ .

8. Если очередной для рассмотрения параллелепипед  $Q_l$  в списке  $\mathbb{P}$  меньше заданной точности аппроксимации по всем осям, то есть интервалы  $\psi$  и  $\theta$  меньше заданной точности аппроксимации, то переходим к шагу 10.

9. В остальных случаях происходит повторение шагов 2-9.

10. Извлекаем из списка  $\mathbb{P}_I$  параллелепипед  $Q_j$ .

11. Параллелепипед делится на два равных параллелепипеда вдоль ребра с наибольшей длиной. Данные параллелепипеды вносятся в конец списка  $\mathbb{P}_I$ .

12. Если очередной для рассмотрения параллелепипед в списке  $\mathbb{P}$  меньше заданной точности аппроксимации по всем осям, то есть интервалы  $\psi$  и  $\theta$  меньше заданной точности аппроксимации, то данный параллелепипед добавляется к списку  $\mathbb{P}$ .

13. Если шаги 10-13 выполнены для всех параллелепипедов из списка  $\mathbb{P}_I$ , то переходим к шагу 15.

14. В остальных случаях происходит повторение шагов 10-13.

15. Извлечём из списка  $\mathbb{P}$  параллелепипед  $Q_j, j \in l, n$  и разделим равномерной сеткой по

каждой из осей углов поворота  $\theta$  и  $\psi$  и перемещения по оси  $Z_1$  с шагом  $\frac{\pi}{n}$  и  $\frac{(l_{min}, l_{max})}{n}$  соответственно.

16. Определим для всех точек  $A_k$  координаты т.  $O'$  ( $x_{O'}, y_{O'}$ ) по формуле (2).

17. Если точка  $A_k$  не входит ни в один из параллелепипедов из списка  $\mathbb{P}_A$ , то создаётся параллелепипед размером  $\delta \times \delta$ , содержащий точку  $A_k$  и добавляется к списку  $\mathbb{P}_A$ .

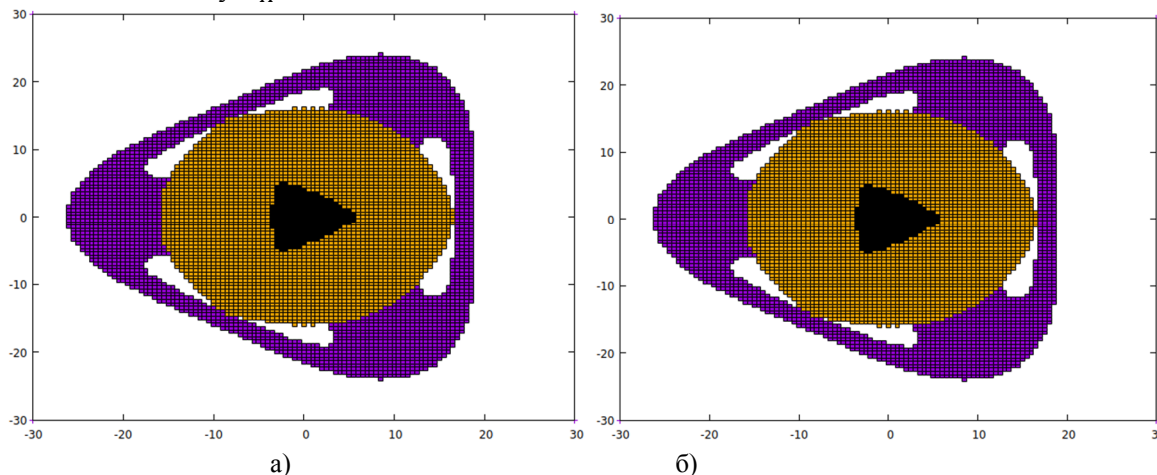


Рис. 6. Результаты моделирования (синее -  $z_{O'} = 105$  мм, жёлтое -  $z_{O'} = 130$  мм,  $z_{O'} = 145$  мм): а)  $\delta = 1$  мм, б)  $\delta = 2$  мм

Из рисунка видно, что рабочая область трипода ограничена размерами  $25 \times 45$  мм. Время вычисления с размерностью сетки для вычислений функций  $32 \times 32$  и точностью аппроксимации  $\delta = 0,5$  мм на персональном компьютере для  $z_{O'} = 130$  мм составило 32 минуты,  $\delta = 1$  мм – 22 минуты.

**Выводы.** Разработанные алгоритмы показали свою эффективность. Получены результаты моделирования с учётом особых положений. Проанализировано влияние различных геометрических параметров на объём рабочей области робота. Для аппроксимации рабочей области использованы разработанный алгоритм и его модификации с различной размерностью параллелепипедов и подходами к переносу ограничений из пространства входных в пространство выходных координат в связи со сложностью вычислительной задачи. Экспериментально проверены различные размерности сетки ( $12 \div 64$ ) для вычисления функций, а также точности аппроксимации  $\delta = 0,1 \div 1$  мм. Время вычислений составило от ... до ... минут. Полученные результаты могут быть использованы при выборе геометрических параметров робота-трипода, обеспечивающих заданные технологическим процессом границы рабочей области, а также при планировании траектории с учётом обхода особых положений, в которых механизм может потерять управляемость.

*Источник финансирования.* РФФИ грант № 18-57-45014 ИИД\_а.

18. Если шаги 15-18 выполнены для всех параллелепипедов из списка  $\mathbb{P}$ , то алгоритм завершает свою работу.

19. В остальных случаях происходит повторение шагов 15-18.

Моделирование выполнено для  $l_{1,2,3} \in [80 \text{ мм}, 120 \text{ мм}]$ ,  $R = 50$ ,  $r = 30$  мм,  $z_{O'} = 105$  мм, 130 мм, 145 мм. Результаты моделирования представлены на рис. 6.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ferber J. Multi-agent systems an introduction to distributed artificial intelligence. 1999. Vol. 1. Addison-Wesley Reading.
2. Couzin I.D., Krause J., Franks N.R., Levin S.A. Effective leadership and decision-making in animal groups on the move // Nature. 2005. Vol. 433. No. 7025. Pp. 513–516.
3. Eren T., Belhumeur P.N., Anderson B.D., Morse A.S. A framework for maintaining formations based on rigidity // In Proceedings of the 15th IFAC World Congress. Barcelona. Spain. 2002. Pp. 2752–2757.
4. Olfati-Saber R., Murray R.M. Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions // In IFAC World Congress. Citeseer. 2002. Vol. 15. Pp. 242–248.
5. Areak M. Passivity as a design tool for group coordination // In IEEE American Control Conference 2006. Pp. 6.
6. Balch T., Arkin R.C. Behavior-based formation control for multi robot teams // Robotics and Automation. IEEE Transactions on. 1998. Vol. 14. No. 6. Pp. 926–939.
7. Lewis M.A., Tan K.-H. High precision formation control of mobile robots using virtual structures // Autonomous Robots. 1997. Vol. 4. No. 4. Pp. 387–403.
8. Desai J.P., Ostrowski J., Kumar V. Controlling formations of multiple mobile robots // in IEEE

Inter-national Conference on Robotics and Automation. 1998. Vol. 4. Pp. 2864–2869.

9. Sandeep S., Fidan B., YuC. Decentralized cohesive motion control of multi-agent formations // in 14th Mediterranean Conference on Control and Automation. IEEE. 2006. Pp. 1–6.

10. Wang C., Xie G., Cao M. Forming circle formations of anonymous mobile agents with order preservation // IEEE Transactions on Automatic Control. 2013. Vol. 58. No. 12. Pp. 3248–3254.

11. Карпенко А.П., Семенихин А.С., Червяцова М.Н. // Наука и образование: Электрон.

науч.- техн. издание. 2011. <http://technomag.edu.ru/doc/165078.html>.

12. Вирабян Л.Г., Халапян С.Ю., Кузьмина В.С. Оптимизация траектории позиционирования выходного звена планарного параллельного робота // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2018. №9. С. 106–113. DOI: 10.12737/article\_5bab4a2147fc30.43957017.

13. Евтушенко Ю.Г., Посыпкин М.А. Эффективная оболочка множества и ее аппроксимация // Доклады академии наук. 2014. Том 459. №5. С. 550–553.

#### Информация об авторах

**Рыбак Лариса Александровна**, д.т.н., профессор кафедры технологии машиностроения. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. E-mail: [rl\\_bgtu@intbel.ru](mailto:rl_bgtu@intbel.ru). Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Лакшмидхар Бехера**, PhD профессор. Индийский технологический институт Канпур. E-mail: [lbehera@iitk.ac.in](mailto:lbehera@iitk.ac.in). Индия, Канпур

**Малышев Дмитрий Иванович**, аспирант кафедры технологии машиностроения. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. E-mail: [dimon-belgorod@yandex.ru](mailto:dimon-belgorod@yandex.ru). Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Вирабян Лусине Гарниковна**, аспирант кафедры технологии машиностроения. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. E-mail: [lvgl81992@mail.ru](mailto:lvgl81992@mail.ru). Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Поступила в мае 2019 г.

© Рыбак Л.А., Бехера Л., Малышев Д.И., Вирабян Л.Г., 2019

<sup>1,\*</sup>**Rybak L. A.,** <sup>2</sup>**Behera L.,** <sup>1</sup>**Malyshev D. I.,** <sup>1</sup>**Virabyan L. G.**

<sup>1</sup>Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov

Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46

<sup>2</sup>Indian Institute of Technology Kanpur

India, Kanpur

\*E-mail: [rl\\_bgtu@intbel.ru](mailto:rl_bgtu@intbel.ru)

## APPROXIMATION OF THE WORKSPACE OF PARALLEL AND SERIAL STRUCTURE MANIPULATORS AS PART OF THE MULTI-ROBOT SYSTEM

**Abstract.** The article describes the application of optimization algorithms for solving the problem of determining the workspace of robots as a serial and parallel structure based on the tripod. The method of approximating the set of solutions of nonlinear inequalities system describing constraints on the geometric parameters of the robot and based on the concept of non-uniform coverings is considered. The internal approximations defined as a set of parallelepipeds are obtained on the basis of the method. The influence of various geometric parameters on the volume of the workspace of the robot is analyzed. To approximate the workspace, the developed algorithm and its modifications with different dimensions of parallelepipeds and approaches to the transfer of constraints from the space of input to the space of output coordinates due to the complexity of the computational problem are used. A software package in the C++ language is developed to implement the algorithms. The results of mathematical modeling are presented. Various dimensions of the grid to calculate the functions, as well as the accuracy of the approximation are experimentally conducted. The obtained results can be used in the selection of geometric parameters of robots, which determine their limitations when moving as part of a multi-robotic system.

**Keywords:** serial structure robot, parallel structure robot, approximation algorithm.

## REFERENCES

1. Ferber J. Multi-agent systems an introduction to distributed artificial intelligence. 1999. Vol. 1. Addison-Wesley Reading.
2. Couzin I. D., Krause J., Franks N.R., Levin S.A. Effective leadership and decision-making in animal groups on the move. *Nature*. 2005. Vol. 433. No. 7025. Pp. 513–516.
3. Eren T., Belhumeur P.N., Anderson B.D., Morse A.S. A framework for maintaining formations based on rigidity. In *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*. Barcelona. Spain. 2002. Pp. 2752–2757.
4. Olfati-Saber R., Murray R.M. Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions. In *IFAC World Congress*. Citeseer. 2002. Vol. 15. Pp. 242–248.
5. Areak M. Passivity as a design tool for group coordination. In *IEEE American Control Conference 2006*. Pp. 6.
6. Balch T., Arkin R.C. Behavior-based formation control for multi robot teams. *Robotics and Automation*. IEEE Transactions on. 1998. Vol. 14. No. 6. Pp. 926–939.
7. Lewis M.A., Tan K.-H. High precision formation control of mobile robots using virtual structures. *Autonomous Robots*. 1997. Vol. 4. No. 4. Pp. 387–403.
8. Desai J.P., Ostrowski J., Kumar V. Controlling formations of multiple mobile robots. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1998. Vol. 4. Pp. 2864–2869.
9. Sandeep S., Fidan B., Yu C. Decentralized cohesive motion control of multi-agent formations. In *14th Mediterranean Conference on Control and Automation*. IEEE. 2006. Pp. 1–6.
10. Wang C., Xie G., Cao M. Forming circle formations of anonymous mobile agents with order preservation. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2013. Vol. 58. No. 12. Pp. 3248–3254.
11. Karpenko A.P., Semenikhin A.S., Chervyatsova M.N., Nauka i Obrazovanie Elektron. Nauchno-Tekhn. Izd. [Nauka i Obrazovanie]. (2011). <http://technomag.edu.ru/doc/165078.html>. (rus)
12. Virabyan L.G., Khalapyan S.Y., Kuzmina V.S. Optimization of the positioning trajectory of planar parallel robot output link [Optimization of the parallel robot positioning trajectory]. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2018. No. 9. Pp. 106–113. DOI: 10.12737/article\_5bab4a2147fc30.43957017. (rus)
13. Evtushenko Yu.G., Posypkin M.A. Effective hull of a set and its approximation [Effective hull of a set]. *Doklady Akademii Nauk*, 2014. Vol. 459. No. 5. Pp. 550–553. (rus)

*Information about the authors*

**Rybak, Larisa A.** Professor. E-mail: [rl\\_bgtu@intbel.ru](mailto:rl_bgtu@intbel.ru). Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Laxmidhar Behera**, PhD Professor. E-mail: [lbehera@iitk.ac.in](mailto:lbehera@iitk.ac.in). Indian Institute of Technology Kanpur. India, Kanpur.

**Malyshev, Dmitry I.** Postgraduate student. E-mail: [dimon-belgorod@yandex.ru](mailto:dimon-belgorod@yandex.ru). Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

**Virabyan, Lusine G.** Postgraduate student. E-mail: [lvgl181992@mail.ru](mailto:lvgl181992@mail.ru). Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

---

*Received in May 2019*

**Для цитирования:**

Рыбак Л.А., Бехера Л., Малышев Д.И., Вырабян Л.Г. Аппроксимация рабочей области манипуляторов параллельной и последовательной структуры в составе мультироботизированной системы // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 8. С. 121–128. DOI: 10.34031/article\_5d4d6bfa2aa2a2.09768681

**For citation:**

Rybak L.A., Behera L., Malyshev D.I., Virabyan L.G. Approximation of the workspace of parallel and serial structure manipulators as part of the multi-robot system. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2019. No. 8. Pp. 121–128. DOI: 10.34031/article\_5d4d6bfa2aa2a2.09768681