

Гольцов Ю.А., ст. преп.,
Кижук А.С., канд. техн. наук, доц.,
Рубанов В.Г., д-р техн. наук, проф.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ*

umin@mail.ru

Исследуются динамические режимы и бифуркации в импульсной системе управления нагревательной установкой, состояние которой описывается дифференциальными уравнениями с разрывными правыми частями. Показано, что рассматриваемая система может демонстрировать чрезвычайно большое многообразие нелинейных явлений и бифуркационных переходов, таких как, квазипериодичность, мультистабильное поведение, хаотизация колебаний через классический каскад бифуркаций удвоения периода и бифуркации граничного столкновения.

Ключевые слова: нагревательная установка, тепловой объект, теплопроводность, тигель, дробный порядок, закон управления, полевой транзистор, широтно-импульсная модуляция, бифуркация.

Введение. Технология выращивания монокристаллов представляет собой процесс управляемой кристаллизации, при котором качество растущего кристалла определяется точностью управления условиями фазовых переходов [1]. При выращивании кристалла синтетического сапфира необходимо обеспечить закон изменения температуры в тигле от 25 °С до 2050 °С с определённой степенью наращивания и спада температуры, что предполагает применение автоматической системы управления с возможностью программного задания изменения температуры в тигле с заданной точностью.

Теплотехнический объект, нагревательная установка, состоит из следующих зон: внутреннего печного пространства 1, заполненного воздухом или газом; нихромового электронагревателя 2, равномерно распределённого во внутреннем слое футеровки 3, состоящей из магнезитового кирпича и внешнего слоя футеровки 4 из минеральной ваты в цилиндрическом стакане из оцинкованной стали (рис. 1). Геометрическая форма печи – ограниченный цилиндр, сверху и снизу которого располагается футеровка.

Для решения задачи синтеза закона управления классическим методом аппроксимации с использованием свободно распространяемой библиотеки FOMCON по экспериментальной кривой разгона теплового объекта определена передаточная функция нагревательной установки следующего вида:

$$W(s) = \frac{K}{(T_1 \cdot s + 1)(T_2 \cdot s + 1)}, \quad (1)$$

где K – коэффициент передачи объекта, T_1, T_2 – постоянные времени объекта [2, 3].

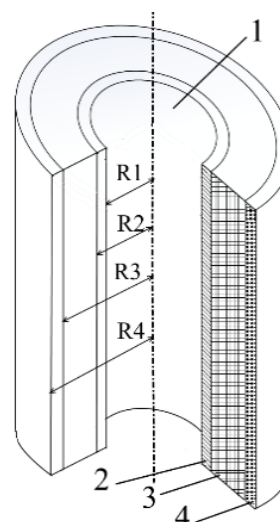


Рис. 1. Нагревательная установка

Используемые в настоящее время регуляторы температуры с тиристорными преобразователями существенно искажают форму кривой тока, потребляемого из сети, приводя к возникновению в питающей сети несинусоидальных режимов.

Для устранения указанных недостатков на базе патента авторов [4] разработана и реализована система управления нагревателем высокой мощности, построенная на основе высокочастотного преобразователя электрической энергии с широтно-импульсным регулированием. Повышение энергетических показателей с упрощением управления технологическим объектом достигается за счет использования в качестве ключевых элементов преобразователя полевых тран-

зисторов с применением дробных законов управления широтно-импульсной модуляцией, улучшающих качество системы [5–7].

Однако в нелинейных импульсных системах при вариации параметров объекта управления, а также воздействию внешних возмущений возможно возникновение сложных нелинейных явлений, включая колебания на пониженных частотах, кратных частоте модуляции, квазипериодические и хаотические режимы [8, 9].

Следствием этого является многократное увеличение амплитуды колебаний температуры нагревательной установки, снижение точности регулирования и нарушение хода технологического процесса.

Целью данной работы является численное исследование бифуркационных явлений в динамике импульсной системы управления нагревательной установкой.

1. Постановка и аналитическое решение задачи

Уравнение движения системы управления нагревательной установкой, непрерывная линейная которой описывается передаточной функцией (1), имеет вид

$$T_1 T_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dx}{dt} + x = K \varphi(\varepsilon), \quad (2)$$

где x – температура в нагревательной установке; ε , $\varphi(\varepsilon)$ – сигналы на входе и выходе широтно-импульсного модулятора, соответственно; K – коэффициент передачи непрерывной линейной части системы; T_1 , T_2 – постоянные времени.

Введем $x = x_1$, $\frac{dx}{dt} = x_2$ и перепишем уравнение движения (2) в нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\frac{1}{T_1 T_2} x_1 - \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} x_2 + \frac{K}{T_1 T_2} \varphi(\varepsilon). \end{aligned} \quad (3)$$

Выходной сигнал модулятора $\varphi(\varepsilon)$

$$\varphi(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & k \cdot T_0 < t < k \cdot T_0 + \tau_k; \\ 0, & k \cdot T_0 + \tau_k < t < (k+1) \cdot T_0; \end{cases} \quad (4)$$

$$k \in N;$$

где T_0 – период модуляции, τ_k – ширина импульса, определяемая видом импульсной модуляции. В работе рассматривается система с широтно-импульсной модуляцией первого рода (ШИМ-1) и пропорциональным корректирующим звеном в цепи обратной связи. Тогда входной сигнал модулятора определяется выражением

$$\varepsilon = \alpha(V_{ref} - \beta x_1(kT_0)).$$

Здесь V_{ref} – сигнал задания температуры нагревательной установки, β – коэффициент передачи датчика температуры, α – коэффициент усиления.

При ШИМ-1 величина τ_k находится как:

$$\tau_k = \begin{cases} 0, & \varepsilon < 0; \\ T_0, & \varepsilon > V_s; \\ \frac{T_0 \varepsilon}{V_s}, & 0 \leq \varepsilon \leq V_s, \end{cases}$$

где V_s – опорный сигнал модулятора.

Введем обозначения

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_1 T_2} & -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{T_1 T_2} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения движения (3) примут вид:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= A \cdot X + B \cdot \varphi(\varepsilon); \\ \frac{dX}{dt} &= \begin{cases} A \cdot X + B, & \text{если } \varepsilon > 0, \\ A \cdot X, & \text{если } \varepsilon < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

Исследование динамической системы (6) можно свести к изучению свойств двумерного кусочно-гладкого отображения:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= F(X_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad X_k = X(kT_0), \\ F(X_k) &= \exp(AT_0)[X_k + D] - \exp(A(T_0 - \tau_k))D, \\ D &= A^{-1}B. \end{aligned}$$

Здесь ширина импульса τ_k согласно (5) определяется

$$\tau_k = \begin{cases} 0, & \varepsilon_k < 0; \\ T_0, & \varepsilon_k > V_s; \\ \frac{T_0 \varepsilon_k}{V_s}, & 0 \leq \varepsilon_k \leq V_s, \end{cases} \quad \varepsilon_k = \alpha(V_{ref} - CX_k),$$

где $C = (\beta, 0)$ – матрица - строка.

В исследованиях были выбраны следующие значения параметров модели:

$T_1 T_2 = 10240 \text{ с}^2$; $T_1 + T_2 = 352 \text{ с}$; $T_0 = 10 \text{ с}$; $K = 327.8 \text{ }^\circ\text{C}/(\text{В} \cdot \text{с})$; $U_0 = 24 \text{ В}$ – напряжение питания; $\beta = 0.01 \text{ В}/^\circ\text{C}$; $V_s = 5 \text{ В}$; $\alpha > 0$; $V_{ref} = 5 \text{ В}$.

Период T периодического движения динамической системы (6) в общем случае является кратным периоду внешнего воздействия T_0 : $T = mT_0$, $m = 1, 2, \dots$. Движение с таким периодом будем называть m -циклом или циклом периода m .

2. Бифуркационный анализ

При проведении бифуркационного анализа в качестве варьируемых параметров были выбраны напряжение питания U_0 и коэффициент

усиления α . На рис. 2 приведены однопараметрические бифуркационные диаграммы, рассчитанные для разных значений U_0 при изменении коэффициента усиления α .

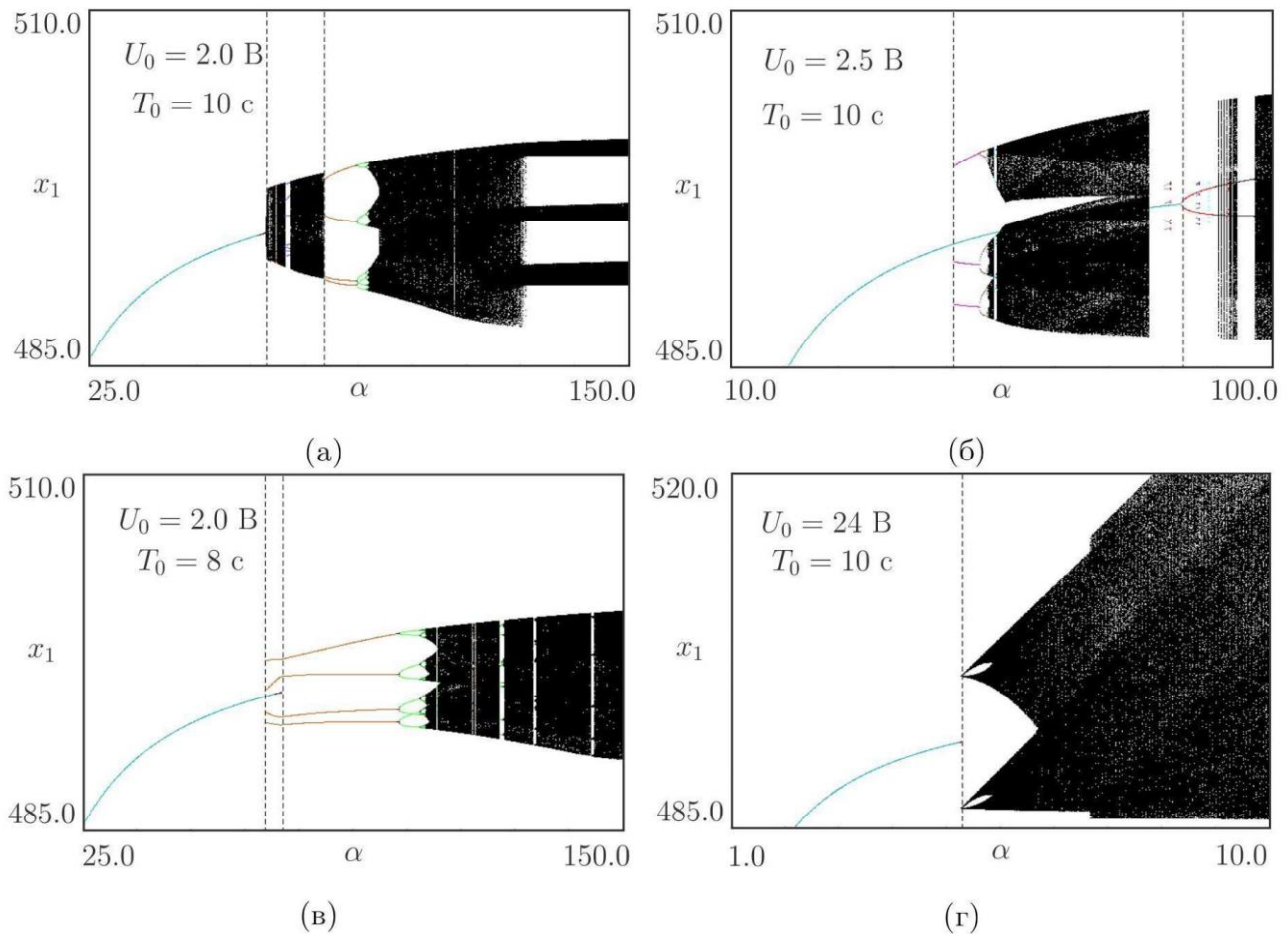


Рис. 2. Бифуркационные диаграммы при различных параметрах U_0 и T_0 , $V_s = 5$ В, $V_{ref} = 5$ В (соответствует уставке 500 °С)

При малых значениях U_0 система демонстрирует квазипериодическое поведение с ярко выраженной мультистабильностью. На рис. 2, а изображена бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая рождение замкнутой инвариантной кривой, отвечающей двухчастотному квазипериодическому режиму. Как следует из рис. 2, а, при увеличении коэффициента усиления α 1 – цикл теряет устойчивость через бифуркацию Неймарка – Саккера. Потеря устойчивости приводит к возникновению устойчивой замкнутой инвариантной кривой, при этом 1 – цикл продолжает существовать, но становится неустойчивым фокусом. Как известно, характер движения на замкнутой инвариантной кривой определяется числом вращения, когда оно иррационально, точки отображения плотно заполняют инвариантную кривую и динамика становится квазипериодической.

При рациональном числе вращения на инвариантной кривой имеется четное число периодических орбит, половина из которых устойчивые, а половина – седловые, а сама инвариантная кривая образована замыканием неустойчивых многообразий седловых циклов. На рис. 2, а окно с периодической динамикой отвечает области устойчивости резонансного 4 – цикла (области существования замкнутой инвариантной кривой с числом вращения 1:4). При увеличении α резонансный 4 – цикл претерпевает каскад бифуркаций удвоения периода, завершающийся хаотизацией колебаний, при этом замкнутая инвариантная кривая разрушается. Численные эксперименты показали, что с увеличением U_0 область устойчивости 1 – цикла уменьшается.

Бифуркационная диаграмма, изображенная на рис. 2, б, иллюстрирует типичный сценарий

рождения сосуществующих аттракторов. При изменении коэффициента усиления α жестко возникает устойчивый 3 – цикл. При дальнейшем увеличении α реализуется бесконечный каскад бифуркаций удвоения периода, завершающийся хаотизацией колебаний. По этой причине в широком диапазоне изменения параметров наряду с устойчивым 1 – циклом существуют либо устойчивые периодические колебания, либо хаотические режимы. То есть в зависимости от начальных условий может устанавливаться или периодическое, или хаотическое движение.

На рис. 2, в показан случай субкритического учетверения периода 1 – цикла через так называемую бифуркацию граничного столкновения («border - collision bifurcation», см., например, [8–15]). На рис. 2, г представлен пример рождения 4-х полосного хаотического аттрактора (four-band chaotic attractor) через border-collision flip bifurcation [8, 15].

Заключение. В статье представлены результаты бифуркационного анализа широтно-импульсной системы управления нагревательной установкой.

Выявлено, что при малых значениях напряжения питания системы демонстрирует квазипериодическое поведение с ярко выраженной мультистабильностью [11], но при этом система имеет достаточно большой запас устойчивости по коэффициенту усиления.

Однако, при увеличении напряжения питания область устойчивости 1 – цикла (рабочего режима) сужается, и потеря устойчивости происходит через бифуркацию граничного столкновения, приводящая к внезапной хаотизации колебаний.

**Работа выполнена в рамках Программы развития опорного университета на базе БГТУ им. В.Г. Шухова.*

Авторы выражают благодарность проф. Жусубалиеву Ж.Т. за обсуждение результатов исследований и полезные комментарии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лодиз Р., Паркер Р. Рост монокристаллов. М.: Мир, 1974. 540 с.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
3. Fractional-order Modeling and Control. [Электронный ресурс]. URL: <http://fomcon.net/> (дата обращения: 20.07.2017).
4. Пат. № 2612311 Российская Федерация, МПК G05D 23/22. Устройство регулирования температуры электронагрева / Гольцов Ю. А., Жусубалиев Ж. Т., Кижук А. С., Коленченко В.

В., Рубанов В. Г., заявитель и патентообладатель БГТУ им. В.Г.Шухова. – № 2016113209, заявл. 06.04.2016, опубл. 06.03.2017. Бюл. № 7. 5 с.

5. Gol'tsov Yu.A., Kizhuk A.S., Rubanov V.G. Control of high power thermal object in the class of fractional order regulators // International Journal of Pharmacy & Technology. 2016. Т. 8. №4. С. 24790–24800.

6. Рубанов В.Г., Кижук А.С., Гольцов Ю.А., Кариков Е.Б. Реализация алгоритма аппроксимации дробного интегродифференцирования с оценкой ошибки // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2015. № 2. С. 148–151.

7. Кижук А.С., Гольцов Ю.А. Микропроцессорная система автоматического управления тепловым режимом технологического процесса выращивания кристалла сапфира // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2014. №11. С. 42–49.

8. Мощный полевой транзистор IRF3205. Техническая документация. [Электронный ресурс]. URL: www.irf.com (дата обращения: 20.07.2017).

9. Zhusubaliyev Zh.T., Mosekilde E. Bifurcations and Chaos in Piecewise-Smooth Dynamical Systems. Singapore: World Scientific, 2003. pp: 363.

10. Banerjee S., Verghese G.C. Nonlinear Phenomena in Power Electronics. New York, USA: IEEE Press, 2001.

11. Bernardo Di.M., Feigin M. I., Hogan S. J., Homer M. E. Local Analysis of C-bifurcations in n-dimensional Piecewise-Smooth Dynamical Systems // Chaos, Solitons and Fractals. 1999. 10(1). Pp. 1881–1908.

12. Nusse H.E., Yorke J. A. Border-Collision Bifurcations Including “Period Two to Period Three” for Piecewise Smooth Systems // Physica D. 1992. 57. Pp. 39–57.

13. Banerjee S., Ranjan P., Grebogi C. Bifurcations in Two-Dimensional Piecewise Smooth Maps – Theory and Applications in Switching Circuits // IEEE Trans. Circ. Syst. I. 2000. 47(5). Pp. 633–643.

14. Zhusubaliyev Zh.T., Soukhoterina E.A., Mosekilde E. Border-Collision Bifurcations and Chaotic Oscillations in a Piecewise-Smooth Dynamical System // Int. J. Bifurcation Chaos. 2001. 11(12). Pp. 1193–1231.

15. Bernardo Di.M., Budd C.J., Champneys A.R., Kowalczyk P. Piecewise-smooth Dynamical Systems: Theory and Applications, in: Applied Mathematical Sciences. Springer. 2008. Vol. 163. Pp. 483.

16. Zhusubaliyev Zh.T., Mosekilde E. Multistability and Hidden Attractors in a Multilevel DC/DC Converter // Mathematics and Computers in Simulation.

Goltsov Yu.A., Kizhuk A.S., Rubanov V.G.**NONLINEAR EFFECTS IN THE PULSE-WIDTH CONTROL SYSTEM FOR THERMOTECHNICAL OBJECT**

This article introduces the research of dynamic modes and bifurcations in the pulse control system for heating unit, which state is described by differential equations with discontinuous right-hand sides. It is shown that the system can represent extremely high diversity of nonlinear effects and bifurcation transitions, such as quasi-periodicity, multistable behavior, chaotization of oscillations through the classic cascade of period doubling bifurcations and border-collision bifurcations.

Keywords: *heating unit, thermal object, the thermal conductivity, the crucible, approximation, fractional order, control law, a field-effect transistor, pulse-width modulation, bifurcation.*

Гольцов Юрий Александрович, старший преподаватель кафедры технической кибернетики.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: umin@mail.ru

Кижук Александр Степанович, кандидат технических наук, профессор кафедры технической кибернетики.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: kizhuka@mail.ru

Рубанов Василий Григорьевич, доктор технических наук, профессор кафедры технической кибернетики.

Адрес: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.