

УДК 621.891
DOI: 10.12737/23169

В.П. Тихомиров, М.А. Измеров

ПРОТЕКАНИЕ ЧЕРЕЗ ТОРЦОВОЕ УПЛОТНЕНИЕ С УЧЕТОМ ВОЛНИСТОСТИ И ШЕРОХОВАТОСТИ

Разработана методика оценки герметичности стыка металл-металлического разъемного неподвижного соединения на основе двухуровневой модели контактного взаимодействия инженерных поверхностей, где утечка уплотняемой среды определяется суммой утечек через стык волнистых поверхностей, определяемых параметрами волнисто-

сти, и просачиванием через пористую среду, образованную контактом шероховатых поверхностей на контурных площадках контакта.

Ключевые слова: герметичность, торцовое уплотнение, протекание, фильтрация, пористость, контактное взаимодействие, фрактальная размерность.

V.P. Tikhomirov, M.A. Izmerov

LEAKAGE THROUGH FACE SEAL TAKING INTO ACCOUNT CORRUGATION AND ROUGHNESS

The procedure is developed for the assessment of joint impermeability in a metal-metallic split permanent connection on the basis of a two-level model of a contact interaction in engineering surfaces where the leakage in sealing environment is defined by a sum of leakages through a joint of corrugated surfaces defined

by corrugation parameters and leakage through porous medium formed by a contact of rough surfaces on contour areas of a contact.

Key words: impermeability, face seal, leakage, filtration, porosity, contact interaction, fractal dimension.

Введение

Задача уплотнения стыков типа «металл – металл» при соблюдении точного взаимного расположения сопрягаемых деталей является актуальной и решается разными способами. Неразборные, а также редко разбираемые соединения уплотняют герметизирующими составами. В процессе сборки при затяжке соединения избыток герметизирующего состава выдавливается, заполняя зазоры в контакте шероховатых поверхностей. В таких соединениях трудности возникают в основном при разборке устройства.

Особо точные разъемные стыки типа «металл – металл» уплотняют методом тонкой плоскостной обработки (притиркой или шабрением). Кроме того, для надёжного уплотнения стыков типа «металл – металл» требуются повышенная жёсткость фланцев и частое расположение стягивающих болтов. Параметры качества поверхности таких элементов уплотнения следующие: $R_a = 0,05 \dots 0,5$ мкм, показатели волнистости характеризуются безразмерным отношением суммарной высоты волн (для двух поверхностей) к приведен-

ному радиусу верхней части волн $WR_y/R_{wприв}$, которое изменяется от $5 \cdot 10^{-5}$ до $1 \cdot 10^{-3}$ [1]. Другие факторы, существенно влияющие на герметичность плоского стыка (извилистость каналов протекания, пористость и др.), учитываются на основании экспериментальных данных. Они входят неявно в уравнение Дарси для фильтрационного протекания через пористую среду в виде коэффициента проницаемости.

Расчет утечек при этом не дает надёжных результатов ввиду наличия в них коэффициентов, определяемых экспериментально для частных случаев, либо приближенности оценки высоты щели. Практическое использование приведенных зависимостей при уточнении факторов, входящих в эти зависимости, позволяет оценить герметичность уплотнения на стадии проектирования и дать рекомендации, какие параметры качества сопряженных поверхностей должны обеспечить требуемую норму герметичности в соответствии с техническим заданием заказчика.

На рис. 1 показан элемент торцового уплотнения при наличии волнистости и

шероховатости.

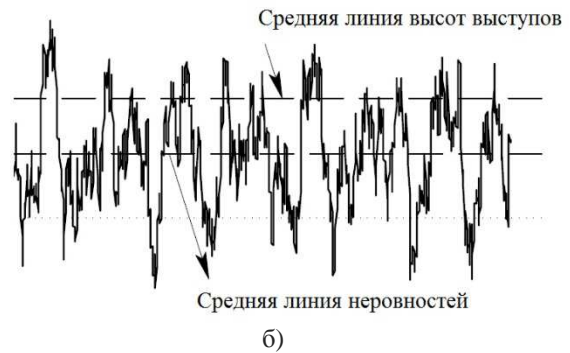
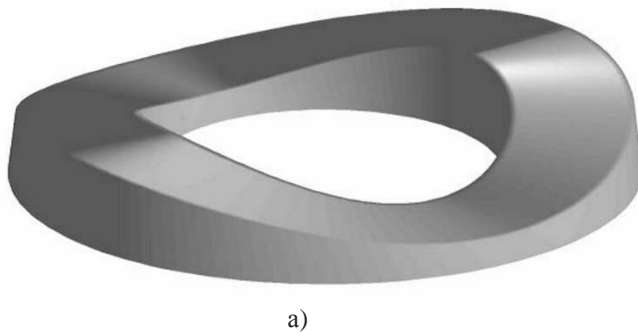


Рис. 1. Инженерная поверхность: а – волнистость; б - шероховатость

Математическая модель протекания

Полагаем, что при наличии волнистости и шероховатости утечка жидкости через стык определяется выражением

$$Q = \alpha Q_F + (1 - \alpha) Q^*,$$

где $\alpha = A_c/A_n$, A_c – контурная площадь, определяемая волнистостью; A_n – номи-

нальная (геометрическая) площадь поверхности уплотняющего кольца; Q^* – утечка через зазор, образованный контактом волнистых поверхностей; Q_F – просачивание через пористый слой, образованный шероховатостью на контурных пятнах контакта.

В ряде случаев в связи с небольшим количеством волн на кольцевой поверхности фланца использование той или иной функции высотного распределения вершин волн приводит к существенным ошибкам

при оценке параметров контактного взаимодействия и степени герметичности. Имитационное моделирование взаимодействия волнистых поверхностей позволяет использовать статистические методы при многократном повторении машинного эксперимента, имея каждый раз случайный набор чисел (амплитуд волн), распределенных по заданному закону.

Рассматривается многоуровневая модель межконтактного пространства, которая отражает волнистость (предфрактал) и шероховатость (фрактальная пористая среда). Подобное строение зазора в плоском стыке приводит к необходимости рассматривать утечки через щель между волнистыми поверхностями и фильтрацию через пористую среду, определяемую шероховатостью.

Щелевая модель протекания

Для осесимметричного кольцевого соединения (рис. 2) число волн определяется выражением

$$n_w = 2\pi r_m / W_{Sm},$$

где r_m – средний радиус ($r_m = (r_1 + r_2)/2$); W_{Sm} – длина волны.

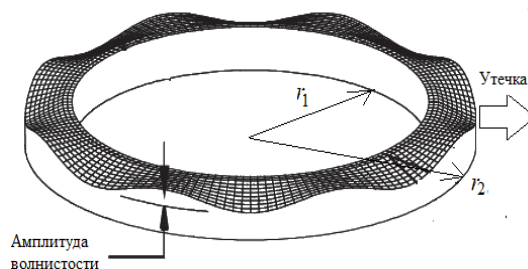


Рис. 2. Торцовая волнистая поверхность

В качестве модели волнистой поверхности примем набор радиально расположенных волн, имеющих в верхней части цилиндрическую форму. При этом учитывается случайный разброс амплитуд волн. Полагаем, что эта случайная величина подчиняется определенному закону рас-

пределения со среднеквадратической высотой волн W_q . Длина волны W_{Sm} и ее радиус r_w приняты постоянными.

Пренебрегая шероховатостью, рассмотрим модель контактного взаимодействия гладкой поверхности с волнистой (рис. 3).

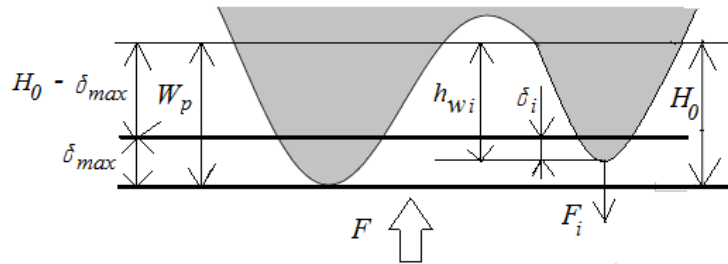


Рис. 3. Контакт гладкой поверхности с волнистой

Полагаем, что все вершины волн находятся в упругом контакте с сопряженной поверхностью. Таким образом, утечка в основном проходит в радиальном направлении между вершинами волн.

После приложения сжимающей силы зазор в контакте уменьшится на величину сближения поверхностей δ_{max} . Решая уравнение Рейнольдса с учетом граничных условий, найдем в рамках целевой модели [2] величину утечки Q для кольцевого зазора с гладкими стенками высотой h :

$$Q^* = \frac{4\pi h^3 \Delta p}{3\eta \ln(r_2/r_1)}$$

Здесь η – динамическая вязкость; p – давление; h – высота ($h = 0,5(H_0 - \delta_{max})$, где H_0 – расстояние между средними линиями профиля волнистости, $H_0 = W_{p1} + W_{p2}$ [3], W_p – высота сглаживания волнистого профиля); индексы 1,2 относятся к двум сопряженным поверхностям.

Сила прижима определяется исходя из принятой модели контактного взаимодействия волнистых поверхностей. Для этого рассмотрим модель волнистости, состоящую из набора цилиндрических волн. Нагрузку на стык обозначим через F . В этом случае погонная нагрузка p_i на одну волну будет равна

$$p_i = \frac{F}{(r_2 - r_1)n_w}$$

Используя решение Герца, можно определить максимальное напряжение (случай параллельно расположенных цилиндров):

$$p_0 = 0,798 \sqrt{\frac{p_i [(R_1 + R_2) / (2R_1 R_2)]}{2(1 - \mu_1^2) / E_1 + 2(1 - \mu_2^2) / E_2}}$$

При этом полуширина площадки контакта будет равна

$$a = 0,798 \sqrt{2p_i \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1} [2(1 - \mu_1^2) / E_1 + 2(1 - \mu_2^2) / E_2]}$$

где $R_{1,2}$ – радиусы цилиндров; $\mu_{1,2}$ – коэффициенты Пуассона; $E_{1,2}$ – модули упругости материалов сопряжения.

Уровень деформации связан с амплитудой волн, имеющей определенное распределение, вследствие чего провести оценку герметичности проектируемого со-

единения невозможно без создания имитационной модели контактного взаимодействия поверхностей с учетом волнистости. Поверхность торцового уплотнения представим в виде цилиндрических волн (рис. 4).

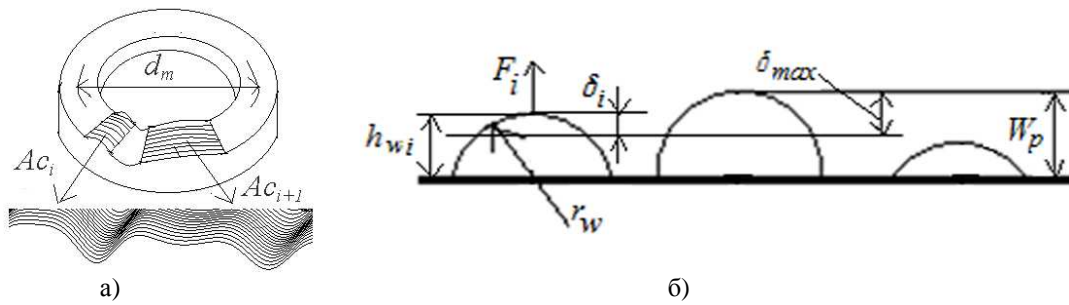


Рис. 4. Модель поверхности: а - контурные площадки; б - волнистость

Утечка уплотняемой среды происходит между контурными площадками, число которых равно n_w . Торцовая поверхность представляется в виде набора цилиндров одинакового радиуса r_w , расположенных на разных уровнях по высоте.

Полагаем, что вершины волн имеют логарифмически нормальное распределение. Однако малое число волн не позволяет получить статистически значимые результаты контактного взаимодействия. Имитационное моделирование является в данном случае подходящим инструментом для получения приемлемых результатов.

Сформулируем задачу следующим образом: для заданного параметра контактного взаимодействия (например сбли-

жения или контурной площади) требуется определить необходимое число прогонов (число статистических испытаний или машинных экспериментов).

Для решения задачи запишем процедуру проведения статистических испытаний:

1. Зададим нагрузку F , приходящуюся на n_w волн, и радиус закругления верхней части r_w . Приняв логарифмически нормальный закон распределения вершин волн, смоделируем волну, состоящую из n_w случайных величин (СВ). Определим начальное сближение δ_{max} волн [4], считая, что имеем только одну волну, по формуле

$$\delta = \frac{F}{L} (\lambda_1 + \lambda_2) \left\{ \ln \left[\frac{L^3}{4(\lambda_1 + \lambda_2) F \cdot r_w} \right] + 2,38629 \right\}.$$

Здесь L – длина линии контакта ($L = r_2 - r_1$); $\lambda_i = (1 - \mu_i^2) / (\pi E_i)$, где μ – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; r_w – радиус волны; F – нагрузка, приходящаяся на волну, которая подвергнута деформации до сближения δ .

При предварительно рассчитанной величине сближения δ_{max} деформация i -й волны, согласно рис. 4 б, оказывается равной

$$\delta_i = h_{wi} - (W_p - \delta_{max}).$$

2. Найдем реакцию i -й волны F_i , соответствующую деформации δ_i . Сравним сумму реакций, приходящихся на n_w волн, $\sum F_i$ с внешней нагрузкой F . Если $\sum F_i > F$, то следует уменьшить сближение: $\delta_{max} = \delta_{max} - \Delta$, где $\Delta = \delta_{max} / 2$. Если $\sum F_i < F$, то следует соответственно увеличить сбли-

жение: $\delta_{max} = \delta_{max} + \Delta$. Если происходит смена неравенства с большего на меньшее или наоборот, то методом половинного деления уменьшаем Δ до $\Delta/2$. Расчет следует закончить, если выполняется условие

$$\frac{F - \sum_{i=1}^{n_w} F_i}{F} \leq [\varepsilon].$$

Здесь $[\varepsilon]$ – заданная точность (мы использовали $\varepsilon = 0,01$).

3. Выполним N прогонов моделирования волн (предварительно примем $N=20$) и определим в каждом случае сближение $\delta_i, i=1, \dots, N$.

4. По результатам N прогонов вычисляем среднее арифметическое отклонение $\bar{\delta}(N)$ и половину доверительного интервала $d(N, \alpha)$ по формулам

$$\bar{\delta}(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i; \quad d(N, \alpha) = t_{N-1; 1-\alpha/2} \sqrt{\frac{S^2(N)}{N}}$$

Здесь дисперсия отклика (сближения) равна

$$S^2(N) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\delta_i - \bar{\delta}(N)]^2.$$

Табличные значения параметра t (критерия Стьюдента) приведены в справочных пособиях по математической статистике. Так, при $N=20$ и $\alpha = 0,10$ имеем $t_{19;0,95} = 2,09$.

5. Если отношение $\frac{d(N, \alpha)}{\bar{\delta}(N)} < \gamma'$, то используем $\bar{\delta}(N)$ как точечную оценку и завершаем процедуру прогона для данной нагрузки. В итоге получаем соотношение $F_1 \sim \bar{\delta}(N)$. Погрешность оценим по формуле $\gamma' = \frac{\gamma}{1+\gamma}$, где γ – относительная погрешность ($0 < \gamma < 1$) и доверительный интервал – $100(1-\alpha)\%$. В противном случае число прогонов следует увеличить.

6. Изменив нагрузку на волны, найдем в соответствии с предложенной процедурой соотношения $F_2 \sim \bar{\delta}(N), F_3 \sim \bar{\delta}(N), \dots, F_n \sim \bar{\delta}(N)$.

Моделирование выступов с разной высотой расположения проводилось по логарифмически нормальному распре-

лению. Пусть X^R – случайная величина, распределенная равномерно на отрезке $[0,1]$. Тогда можно найти зависимость случайной величины (максимальной высоты волны), распределенной по логарифмически нормальному закону, от X^R . После сглаживания данных [5] уравнение регрессии имеет вид

$$X^{LN} = 1,60 \cdot 10^{-3} \exp(9,78X^R) + 7,06.$$

Здесь $X^{LN} = W_{max}$ имеет размерность, выражаемую в мкм.

С помощью полученного уравнения регрессии можно найти набор вершин волн ($h_{wi} \sim W_{max}/2$) и провести имитационное моделирование в соответствии с ранее предложенной процедурой.

По предложенной методике в среде C++ Builder была разработана программа, позволяющая смоделировать контакт волнистых поверхностей и рассчитать величину сближения и контурную площадь контакта волны с гладкой поверхностью при заданной величине нагрузки или определить величину нагрузки при заданном сближении (рис. 5).

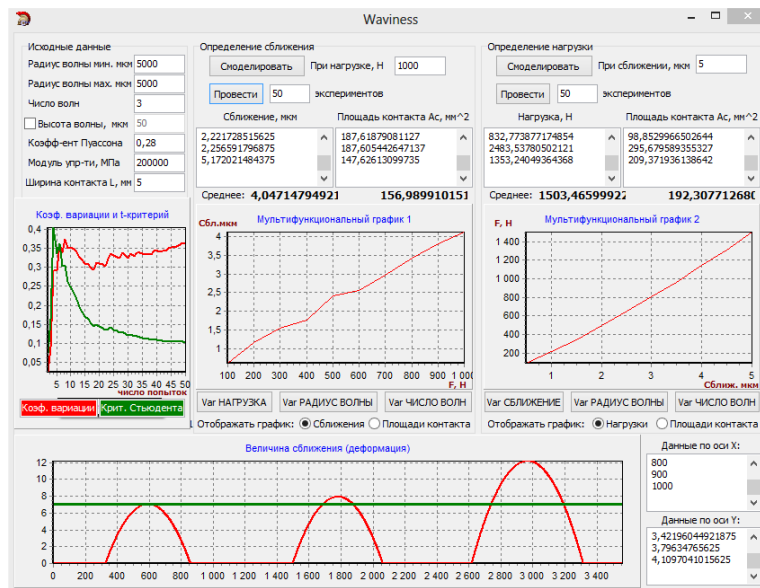


Рис. 5. Пример работы программы

Расчёты по предложенному алгорит-

му представлены в виде графиков на рис. 6

и 7. Исходные данные: $W_p = 10$ мкм; $\Delta p = 0,9$ МПа; $r_2 - r_1 = 5$ мм; динамическая вязкость $\eta = 0,001$ Па·с (вода). Для оценки

Q, л/ч

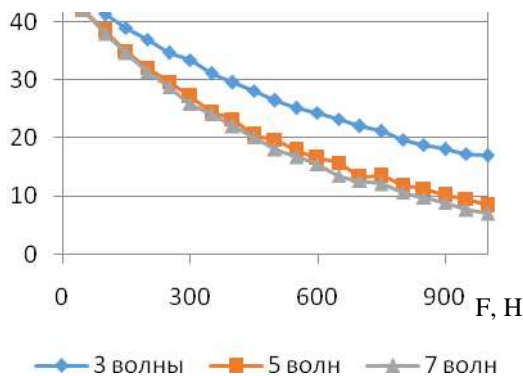


Рис. 6. Зависимость утечки Q от нагрузки F

Доля площади, через которую осуществляется фильтрационная утечка, равна (для данного примера)

$$\alpha = \frac{A_c}{A_a} = \frac{156,99}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{156,99}{\pi(20^2 - 15^2)} = 0.13.$$

Номинальное давление

$$p_a = \frac{1000}{156,99} = 6,37 \text{ МПа.}$$

При увеличении нагрузки контурная площадь растет. Приблизительно (по В.В. Порошину) номинальное давление, при котором реализуется переход к фильтрационному течению, оценивается по экспе-

Фильтрационная модель протекания

Эта модель протекания использует представление межконтактного зазора на контурных площадках в виде фрактальной пористой среды [6], напоминающей структуру швейцарского сыра (рис. 8). Полагаем, что контурная площадь равна номи-

влияния макрогеометрии на герметичность уплотнения каждый график построен в трех вариантах при разных числах волн.

Q, л/ч

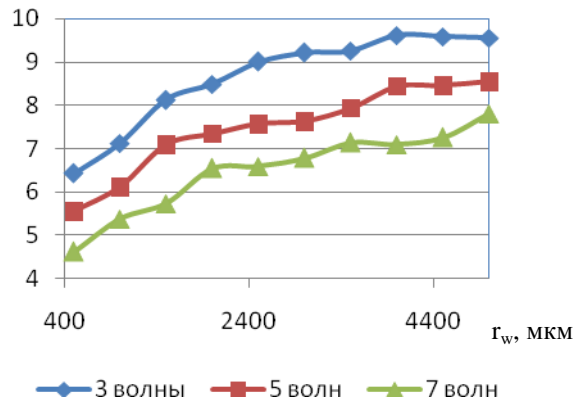


Рис. 7. Зависимость утечки Q от радиуса кривизны волны r_w

риментальным данным формулой

$$p_a = \frac{W_{pZ}/R_{W_{прил}}}{0,12\theta}.$$

Здесь

$$\theta = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}.$$

где μ_i, E_i – коэффициент Пуассона и модуль упругости сопряженных тел.

Фильтрационное просачивание для пары «сталь - сталь» наступает при $p_a = 80 \dots 100$ МПа.

нальной. Этот случай характерен для миниатюрных уплотнительных устройств, когда высотные параметры волнистости сравнимы с соответствующими параметрами шероховатости.

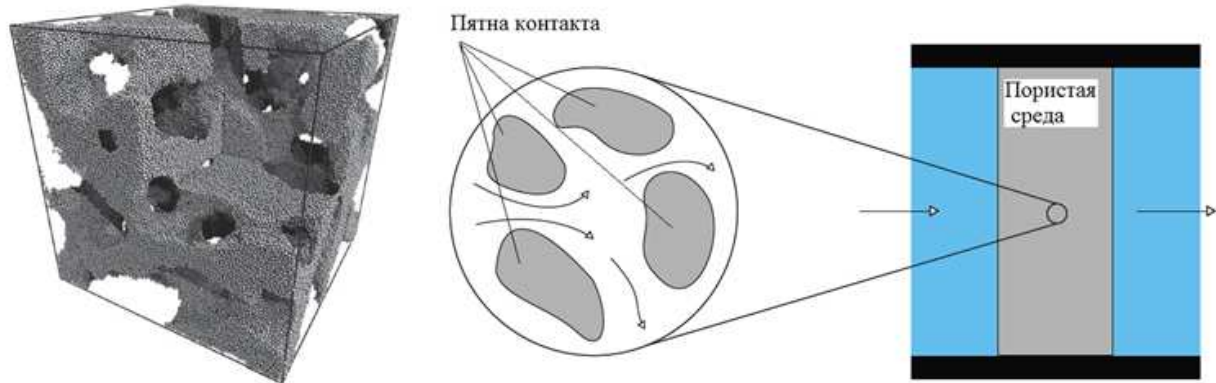


Рис. 8. Фрактальная пористая среда

Рассмотрим микроструктуру поверхности. Исследования, проводимые в области фрактальных поверхностей, показали, что микронеровности структуры достаточно точно описываются случайными фрактальными функциями. В качестве такой функции выберем косинусную фрактальную функцию Вейерштрасса – Мандельброта:

$$h_R(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{[1 - \cos(\gamma^n x)]}{\gamma^{(2-D_f)n}}$$

Значение γ выбирают в интервале значений $\gamma = 0,8 \dots 1,8$ (приемлемое значение по А. Маджумдару [7] - $\gamma = 1,5$). Параметр D_f определяет фрактальную размерность кривой. Поэтому для моделирования поверхности значения фрактальной размерности должны соответствовать фрактальной размерности реальной поверхности.

В этом случае просачивание (перколяция) зависит от структурных особенностей межконтактного зазора: пористости, извилистости микроканалов, состоящих из соединенных между собой пор, и других факторов. Запишем известную и широко используемую интегральную функцию распределения числа пор определенных размеров в виде (закон Корчака)

$$N(L > r) = \left(\frac{r_{max}}{r}\right)^{D_f}$$

Здесь r_{max} – максимальный радиус пор; D_f – фрактальная размерность пор ($0 < D_f < 2$).

Продифференцировав уравнение Корчака относительно радиуса пор, получим количество пор, радиус которых находится в диапазоне от r до $r+dr$:

$$-dN = D_f r_{max}^{D_f} r^{-(D_f+1)} dr$$

Полученное уравнение показывает, что с ростом радиуса пор их число уменьшается ($-dN > 0$). Полагаем известными параметры, определяющие показатели утечки (расхода) жидкости через пористую среду. Эти параметры оцениваются с помощью компьютерного моделирования на малом выделенном объеме (например $0,8 \times 0,8 \times 0,8 \text{ мм}^3$). Это ограничение связано с возможностями ЭВМ (скорость обработки информации, объем памяти). Требуется оценить расход уплотняемой жидкости на площади, соответствующей контурной площади A_c , вычисленной с учетом волнистости с использованием щелевой модели протекания. Теория фильтрации (по Дарси) предполагает знание таких параметров, характеризующих структуру пористой среды, как извилистость, пористость и проницаемость.

Оценка фрактальной извилистости каналов протекания

Полагаем, что контакт фрактальных поверхностей уплотнительного устройства, являющийся дискретным и состоящим из множества замкнутых и соединенных в цепочки пор, можно представить в виде фрактальной пористой среды. Длина це-

почки соединенных между собой пор в плоскости разъема, по которой проходит утечка, может быть определена (по Мандельброту [8]) следующей зависимостью:

$$L = \lambda \cdot \delta^{1-D_f}$$

где L – длина кривой; λ – параметр, опре-

деляемый экспериментально; δ – масштаб измерения (раствор циркуля при измерении длины кривой); D_T – фрактальная размерность кривой (цепочки пор).

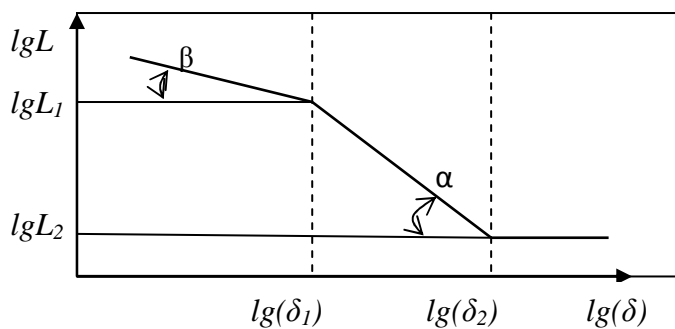
Фрактальный объект (кривая) обладает свойством самоподобия: любой участок кривой имеет такую же фрактальную размерность, что и вся кривая. С математической точки зрения свойство подобия определяется по формуле

$$k \cdot L = \lambda(k \cdot \delta)^{1-D_T}.$$

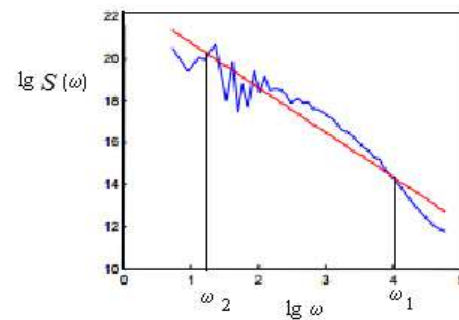
Здесь k – масштаб увеличения. Длина определяется выражением $L=N(\delta) \cdot \delta$. С уменьшением размера δ длина нелинейно возрастает. Прологарифмировав уравнение, связывающее длину с фрактальной размерностью, запишем:

$$\ln L = \ln \lambda + (1 - D_T) \cdot \ln \delta.$$

Зависимость $\ln L = f(\ln \delta)$ представим в виде графика (рис. 9 а).



а)



б)

Рис. 9. Определение фрактальной размерности: а - по углу наклона α ; б – по спектральной плотности

Наклон прямой на участке $\delta_1 \dots \delta_2$ позволяет найти фрактальную размерность:

$$D_T = 1 - \operatorname{tg} \alpha = 1 - \frac{\lg L_1 - \lg L_2}{-(\lg \delta_1 - \lg \delta_2)}, \quad 1 < D_T < 2.$$

Прологарифмировав уравнение при $L = L_1$ и $\delta = \delta_1$ и преобразовав полученное выражение, запишем:

$$\begin{aligned} \ln L_1 &= \ln \lambda + (1 - D_T) \cdot \ln \delta_1, \\ \ln \lambda &= \ln L_1 - (1 - D_T) \cdot \ln \delta_1, \end{aligned}$$

откуда

$$\lambda = \frac{L_1}{\delta_1^{1-D_T}}.$$

Растворы циркуля от δ_2 до δ_1 определяют соответствующие длины волн $\delta = 1/\omega$, где ω – частота. На графике (рис. 9 б) представлена спектральная плотность типичного профиля шероховатой поверхности, которую можно определить по формуле

$$S(\omega) = c\omega^{-\beta}.$$

Здесь β – угловой коэффициент (наклон) прямой зависимости $\lg S(\omega)$ от $\lg \omega$. Фрактальная размерность оценивается выражением

$$D = \frac{5 - \beta}{2},$$

где β – модуль углового коэффициента. Тогда длина кривой L_T (магистрального канала протекания) будет равна

$$L_T = \lambda \left(\frac{A_c^{1/2}}{L_0} \delta \right)^{1-D_T}.$$

Итак, представим магистральный канал утечки как показано на рис. 10, предполагая, что боковые стенки, выделенные жирными линиями, изолированы.

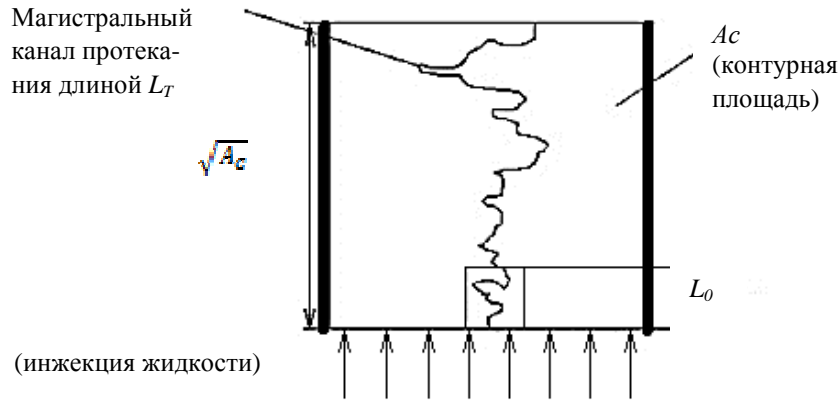


Рис. 10. Протекание через пористую среду

В данном случае коэффициент извилистости определяется как

$$K_{изв} = \frac{L_T}{\sqrt{A_c}} = \lambda \cdot A_c^{-D_T/2} \left(\frac{\delta}{L_0} \right)^{1-D_T}$$

С другой стороны, для площадки $L_0 \times L_0$ и диаметра канала $(2r)$ имеем [9; 10]

$$K_{изв} = \frac{L_T}{L_0} = L_0^{D_T-1} (2r)^{1-D_T}$$

При $D_T = 1$ имеем $K_{изв} = 1$.

Учитывая самоподобие

($K_{изв} = K_{изв}^0$), запишем:

$$L_0^{D_T-1} \cdot (2r)^{1-D_T} = \lambda \frac{\delta^{1-D_T}}{A_c^{D_T/2} \cdot L_0^{1-D_T}}$$

$$\cdot (2r)^{1-D_T} = \lambda \frac{\delta^{1-D_T}}{A_c^{D_T/2} \cdot L_0^{1-D_T} \cdot L_0^{D_T-1}} = \lambda \frac{\delta^{1-D_T}}{A_c^{D_T/2}}$$

откуда

$$d_K = 2r = \frac{\lambda^{1/(1-D_T)} \cdot \delta}{A_c^{D_T/(2[1-D_T])}}$$

Таким образом, средний гидравлический радиус равен

$$r = \frac{\lambda^{1/(1-D_T)} \cdot \delta}{2 \cdot A_c^{D_T/(2[1-D_T])}}$$

Расход жидкости через прямолинейный цилиндрический канал (по Пуазейлю) определяется уравнением

$$Q_F = - \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta P}{(D_T - 1) \lambda \cdot A_c^{0.5(1-D_T)} \delta^{1-D_T} \cdot L_0^{D_T-1}} D_f \cdot r_{max}^{D_f} \cdot r^{-(D_f+1)} dr =$$

$$= \frac{\pi}{8\eta (D_T - 1) \cdot A_c^{0.5(1-D_T)} \delta^{1-D_T} \cdot L_0^{D_T-1}} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{r^4}{r^{D_f+1}} dr$$

$$I = - \int_{r_{min}}^{r_{max}} r^{3-D_f} dr = \frac{r^{4-D_f}}{4-D_f} \Big|_{r_{min}}^{r_{max}} = (r_{max}^{4-D_f} - r_{min}^{4-D_f}) \frac{1}{4-D_f}$$

$$q^*(r) = - \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{dp}{dL_T}$$

Здесь дифференциал dL_T найдём, приняв за переменную величину L_0 . Тогда

$$L_T = \lambda \cdot A_c^{1/2} \cdot \delta^{1-D_T} \cdot L_0^{D_T-1},$$

$$dL_T = \lambda \cdot A_c^{1/2} \cdot \delta^{1-D_T} \cdot (D_T - 1) \cdot L_0^{D_T-2} dL_0.$$

Выражение для утечки через пористую среду имеет вид

$$Q_F = - \int_{r_{min}}^{r_{max}} q^*(r) dN(r)$$

Здесь $N(r)$ – число пор, радиус которых находится в диапазоне от r до $r+dr$.

$$dN(r) = -D_f \cdot r_{max}^{D_f} \cdot r^{-(D_f+1)} dr$$

Это уравнение получено дифференцированием известного выражения

$$N(L > r) = \left(\frac{r_{max}}{r} \right)^{D_f},$$

где D_f – фрактальная размерность пор.

Приняв градиент (перепад) давления $dP/dL_0 = \Delta P/L_0$ и подставив приведенные выше зависимости в предыдущее выражение, найдём

$$Q_F = - \frac{\pi}{8\eta(4 - D_f)} \frac{\Delta P \cdot D_f}{(D_T - 1)\lambda \cdot A_c^{0,5(1-D_T)} \delta^{1-D_T} \cdot L_0^{D_T-1}} \left(r_{max}^4 - r_{max}^{D_f} \cdot r_{min}^{4-D_f} \right)$$

$$= -A \cdot r_{max}^4 \left(1 - \left(\frac{r_{min}}{r_{max}} \right)^4 \right)^{4-D_f}$$

В расчётах принимают $\frac{r_{min}}{r_{max}} = 10^{-2}$.

Площадь сечения пористой среды, перпендикулярного направлению фильтрации, определяется как

$$A = \frac{A_p}{m} = \frac{\pi D_f r_{max} (1 - m)}{4(2 - D_f)m}$$

Здесь m – пористость; A_p – площадь пор.

Для осесимметричного уплотнения $A_c = (r_2 - r_1)L_{Ac}$, откуда

$$L_{Ac} = \frac{A_c}{r_2 - r_1}$$

Тогда

$$A = L_{Ac} \left(\sum_{i=1}^n W_{pi} - \delta \right)$$

Окончательно запишем:

$$Q_F = - \frac{\pi \cdot r_{max}^4}{8\eta(4 - D_f)} \frac{\Delta P \cdot D_f}{(D_T - 1)\lambda \cdot A_c^{0,5(1-D_T)} \delta^{1-D_T} \cdot L_0^{D_T-1}}$$

Например, для осесимметричного уплотнения с параметрами $L_0 = 0,8$ мм, $A_c = 10$ мм², $\delta = 2$ мкм, $D_f = 1,5$, $D_T = 1,5$ и такими уплотняемыми средами, как трансформаторное масло (динамическая вязкость $\eta = 0,0316$ Па·с) и нефть ($\eta = 0,2$ Па·с), при перепаде давления $\Delta p = 10^6$ на

рис. 11 приведена зависимость утечки Q , мм³/с, трансформаторного масла (штриховая линия) и нефти (сплошная линия) от различных параметров уплотнительного устройства. Полученные данные хорошо согласуются с данными литературных источников [9].

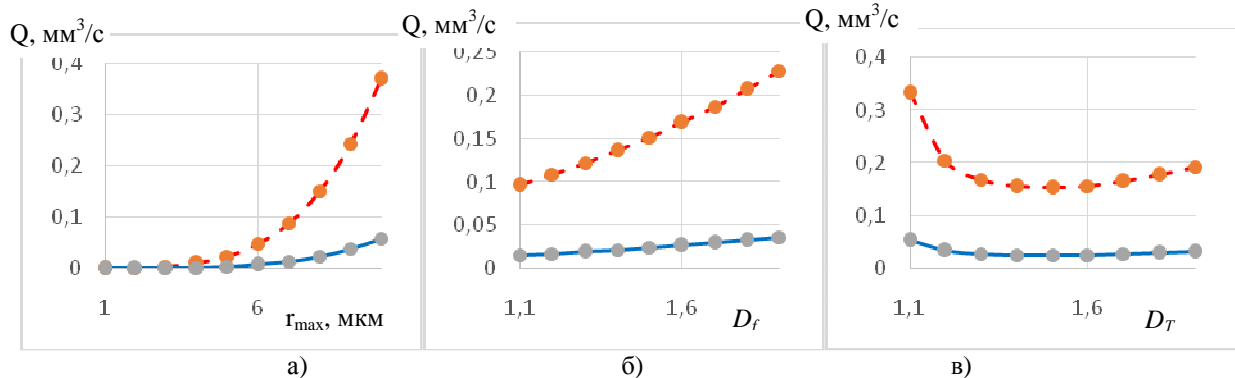


Рис. 11. Зависимость утечки Q , мм³/с, от r_{max} мкм (а), D_f (б) и D_T (в)

Вывод

Таким образом, представляется возможным смоделировать контакт волнистых и шероховатых поверхностей с определением герметичности соединения металлических поверхностей в зависимости от нагрузки и сближения с учетом приня-

того закона распределения случайных величин. Предложенный подход позволяет разработать методику расчета затяжки стыка для обеспечения требуемой степени герметичности и качества реальных торцовых уплотнительных устройств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Божко, Г.В. Разъемные герметичные соединения / Г.В. Божко // Вестник ТГТУ. - 2010. - Т. 16. - № 2. - С. 404-420.
2. Богомолов, Д.Ю. Математическое моделирование течения жидкости в щелевых каналах с учетом реальной микро топографии поверхности их стенок / Д.Ю.Богомолов, В.В.Порошин,

- В.Ю.Радьгин, А.А.Сыромятникова, А.А.Шейпак. - М.: МГИУ, 2010. - 162 с.
3. Майер, Э. Торцовые уплотнения: [пер. с нем.] / Э. Майер. - М.: Машиностроение, 1978. - 288 с.
 4. Norden, B.N. On the compression of a cylinder in contact with a plane surfaces / B.N. Norden. - Washington: Institute for Basic Standards National Bureau of Standards, 1973.- 47 p.
 5. Дианов, А.А. Технологическое обеспечение качества деталей с износостойкими покрытиями за счет управления параметрами точности основы и покрытия: автореф. дис. ... канд. техн. наук / А.А. Дианов.- Барнаул, 2010. - 16 с.
 6. <http://gubins.ncsu.edu/research.html>.
 7. Majumdar, A. Fractal characterization and simulation of rough surfaces / A. Majumdar, C.L. Tien // Wear. - 1991.- V.136. - P. 313-327.
 8. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы: [пер. с англ.]/ Б. Мандельброт. - М.: Ин-т компьютер. исслед., 2002. - 656 с.
 9. Kou, J. Fractal analysis of effective thermal conductivity for three-phase (unsaturated) porous media / J. Kou, Y. Liu, F. Wu, J. Fan, H. Lu, Y. Xu // Journal of applied physics.- 2009. - V.106.
 10. Yu, B. M. Fractals / B. M. Yu, J. H. Le // Fractals. - 2001. - № 9. - P.365.
1. Bozhko, G.V. Split tight joints / G.V. Bozhko // *Bulletin of TSTU*. - 2010. - Vol. 16. - № 2. - pp. 404-420.
 2. Bogomolov, D.Yu. *Mathematical Modeling of Fluid Flow in Slit Channels Taking into Account Actual Surface Micro-topography of Their Walls* / D.Yu.Bogomolov, V.V. Poroshin, V.Yu.Radygin, A.A.Syromyatnikov, A.A.Sheipak. - М.: MSIU, 2010. – pp.162.
 3. Mayer, E. *Face Seals*: [transl. from Germ.] / E.Mayer. - М.: Mechanical Engineering, 1978. – pp. 288.
 4. Norden, B.N. On the compression of a cylinder in contact with a plane surfaces / B.N. Norden. - Washington: Institute for Basic Standards National Bureau of Standards, 1973.- 47 p.
 5. Dianov, A.A. Technological support of quality in parts with wear-proof coatings through accuracy parameters control of basis and coating: *Abstract for Can. Eng. Degree* / A.A. Dianov.- Barnaul, 2010. – pp. 16.
 6. <http://gubins.ncsu.edu/research.html>.
 7. Majumdar, A. Fractal characterization and simulation of rough surfaces / A. Majumdar, C.L. Tien // Wear. - 1991.- V.136. - P. 313-327.
 8. Mandelbrot, B. Fractal geometry of nature: [transl. from Engl.]/ B. Mandelbrot. - М.: *In-t of Computer Investigations*, 2002. – pp. 656.
 9. Kou, J. Fractal analysis of effective thermal conductivity for three-phase (unsaturated) porous media / J. Kou, Y. Liu, F. Wu, J. Fan, H. Lu, Y. Xu // Journal of applied physics.- 2009. - V.106.
 10. Yu, B. M. Fractals / B. M. Yu, J. H. Le // Fractals. - 2001. - № 9. - P.365.

Статья поступила в редколлегию 9.04.2016.

Рецензент: д.т.н., профессор Брянского государственного технического университета
Горленко О.А.

Сведения об авторах:

Тихомиров Виктор Петрович, д.т.н., профессор кафедры «Детали машин» Брянского государственного технического университета, e-mail: dm-bgtu@yandex.ru.

Tikhomirov Victor Petrovich, Head of the Dep. "Machinery" BSTU, D. Eng., Prof., E-mail: dm-bgtu@yandex.ru.

Измеров Михаил Александрович, к.т.н., доцент кафедры «Детали машин» Брянского государственного технического университета, e-mail: maik51@yandex.ru.

Izmerov Mikhail Alexandrovich, Assistant Prof. of the Dep. Machinery" BSTU, Can. Eng., E-mail: maik51@yandex.ru.