# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI: 10.34031/article\_5d35d0b7cf02d8.20620193 <sup>1,\*</sup>Семикопенко И.А., <sup>1</sup>Воронов В.П., <sup>1</sup>Беляев Д.А. <sup>1</sup>Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46 \*E-mail: semickopencko.i@yandex.ru

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ КОМПОНЕНТОВ В РАБОЧЕЙ КАМЕРЕ ДЕЗИНТЕГРАТОРА

Аннотация. В данной статье дан анализ движения частиц различных компонентов в междурядном пространстве и в периферийной части рабочей камеры дезинтегратора. Представлены схема дезинтегратора с узлом загрузки компонентов, а также схема рабочей камеры дезинтегратора. Узел загрузки представляет собой два шнековых питателя, обеспечивающих подачу различных компонентов в конический загрузочный бункер. Пропускная способность шнековых питателей согласована с пропускной способностью загрузочного бункера и вертикального цилиндрического патрубка. Определена массовая пропускная способность камеры смешения и помола дезинтегратора. Массовая пропускная способность определялась с помощью функциональной зависимости изменения насыпной плотности материала при его прохождении в радиальном направлении от радиуса разбрасывающего диска Rd до радиального размера корпуса дезинтегратора. Определено, что массовая пропускная способность зависит от геометрических (Rk, Rg, H)и технологических ( $\vartheta_r$ )параметров дезинтегратора. Движение материала в рабочей камере дезинтегратора и изменение концентрации выделенной компоненты смеси представлены на основе ячеечной модели смешения. В результате теоретических исследований получено аналитическое выражение, которое позволяет определить концентрацию выделенной компоненты смеси на выходе из корпуса дезинтегратора в тангенциальный разгрузочный патрубок. Выявлено, что концентрация выделенной компоненты смеси при прохождении через корпус дезинтегратора представленной конструкции составляет примерно половину (0,57) от начального значения.

Ключевые слова: дезинтегратор, смешение, компонента, камера.

Дезинтеграторы являются одним из наиболее эффективных видов оборудования для помола, смешения и активации различных материалов [1].

На рис. 1 представлена схема рабочей камеры дезинтегратора с узлом загрузки различных компонентов. Дезинтегратор работает следующим образом. Исходные компоненты подаются через загрузочный бункер 1 в рабочую камеру 2 посредством двух шнековых питателей 3. Пропускная способность шнековых питателей 3 согласована с пропускной способностью загрузочного бункера 1 и вертикального цилиндрического патрубка 4. Проходя через вертикальный цилиндрический патрубок 4, материалы под действием центробежных сил направляются к первому ряду рабочих органов 5. Частицы материалов взаимодействуют с поверхностью рабочих органов 5 первого внутреннего ряда и направляются к следующему ряду 6, вращающемуся в противоположном направлении. Переменно направленное движение частиц в противоположные стороны осуществляется во всех междурядных пространствах рабочей камеры до тех пор,

пока частицы не покинут внешний ряд рабочих органов. В результате взаимодействия частиц с рабочими органами в рабочей камере 2 дезинтегратора осуществляется помол и смешение различных компонентов. Разгрузка получаемой смеси продуктов измельчения осуществляется через тангенциальный патрубок 7.

1. Пропускная способность камеры помола дезинтегратора.

Расчет массовой пропускной способности  $Q_{\partial}$  камеры помола дезинтегратора можно произвести на основании следующего соотношения [1]:

$$Q_g = \frac{d}{dt} \int_V \gamma(r) \cdot \mathrm{dV} \tag{1}$$

где  $\gamma(r)$  – представляет собой функциональную зависимость изменения насыпной плотности материала при его прохождении в радиальном направлении от радиуса разбрасывающего диска  $R_{o}$  до радиального размера корпуса дезинтегратора.



Рис. 1. Схема дезинтегратора с узлом загрузки различных компонентов. 1 – загрузочный бункер; 2 – рабочая камера; 3 – шнековый питатель; 4 – цилиндрический патрубок; 5,6 – рабочий орган, 7 – тангенциальный патрубок

Если предположить, что данная функциональная зависимость имеет линейный характер, а именно:

$$\gamma(r) = \gamma_0 \frac{R_k - r}{R_k - R_g} + \gamma_k \frac{r - R_g}{R_k - R_g}$$
(2)

где  $\gamma_0$  – насыпная плотность материала, поступающего на разбрасывающий диск;

*γ*<sub>к</sub> – насыпная плотность материала на выходе из камеры дезинтегратора;

*R*<sub>*k*</sub> – радиус корпуса дезинтегратора;

*R*<sub>g</sub> – радиус разбрасывающего диска;

Вычисление интеграла в формуле (1) произведем в цилиндрической системе координат.

Элемент объема в этом случае можно представить в следующем виде:

$$d\mathbf{V} = \mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{\chi} \cdot d\mathbf{z} \tag{3}$$

здесь *r*,  $\chi$ , *z* – координаты цилиндрической системы координат.

Подстановка (2) и (3) в (1) приводит к результату:

$$Q_{g} = \frac{d}{dt} \int_{0}^{2\pi} d\chi \int_{0}^{H} dz \int_{R_{g}}^{R_{k}} \frac{r}{R_{k} - R_{g}} (\gamma_{0}R_{k} - \gamma_{0}r + \gamma_{k}r - \gamma_{k}R_{g}) dr = \frac{2 \cdot \pi \cdot H}{R_{k} - R_{g}} \cdots \int_{R_{g}}^{R_{k}} \left(\gamma_{0} \cdot R_{k} \cdot \frac{dr}{dt} - 2 \cdot \gamma_{0} \cdot r \cdot \frac{dr}{dt} + 2 \cdot \gamma_{k} \cdot r \cdot \frac{dr}{dt} - \gamma_{k} \cdot R_{g} \cdot \frac{dr}{dt}\right) (4)$$
где *H* – высота камеры смешения и помола.

Если учесть, что величина

$$\vartheta_2 = \frac{dr}{dt} \tag{5}$$

представляет собой скорость перемещения частиц материала вдоль поверхности ударных элементов.

С учетом (5) формула (4) примет вид:

$$Q_g = \frac{2 \cdot \pi \cdot H}{R_k - R_g} \int_{R_g}^{R_k} \vartheta_r \big( \gamma_0 \cdot R_k - 2 \cdot \gamma_0 \cdot r + 2 \cdot \gamma_k \cdot r - \gamma_k \cdot R_g \big) dr.$$
(6)

Согласно результату работы [2], скорость  $\vartheta_r$  движения частицы материала по поверхности ударного элемента, ориентация которого от радиального направления отклонена на угол  $\beta$ , определяется соотношением:

$$\vartheta_r = \frac{\omega \cdot \rho}{2 \cdot f} (\cos \beta - f \cdot \sin \beta)$$
 (7)

где f – коэффициент трения частицы материала о поверхность ударного элемента;

 $\omega$  – частота вращения роторов с ударными элементами;

*ρ* – расстояние от оси вращения ряда ударных элементов до точки встречи частицы материала с поверхностью ударного элемента.

Данное расстояние равно:

$$\rho = R_i - \frac{l}{2} \tag{8}$$

здесь  $R_i$  - расстояние от оси вращения до i – того ряда ударных элементов;

*l*– ширина ударного элемента.

Согласно (7) и (8) величина скорости  $\vartheta_r$  не зависит от радиальной координаты, поэтому соотношение (6) можно привести к виду:

$$Q_g = \frac{2 \cdot \pi \cdot H \cdot \vartheta_r}{R_k - R_g} \int_{R_g}^{R_k} [\gamma_0 \cdot R_k - \gamma_k \cdot R_g + 2 \cdot (\gamma_k - \gamma_0) \cdot r] dr.$$
(9)

Вычисление интеграла (9) приводит к следующему результату:

$$Q_g = 2 \cdot \pi \cdot H \cdot \vartheta_r \cdot [R_g \cdot (\gamma_0 - \gamma_k) + \gamma_k \cdot (R_k - R_g)]. (10)$$

Приведем (10) к следующему виду:

$$Q_g = 2 \cdot \pi \cdot H \cdot \vartheta_r \cdot R_g \cdot [\gamma_0 + \gamma_k \cdot (\alpha_1 - 2)]$$
(11)

где введено следующее обозначение:

$$\alpha_1 = \frac{R_k}{R_g}.$$
 (12)

### 2. Ячеечная модель смешения материалов в рабочей камере дезинтегратора.

Движение материала в рабочей камере дезинтегратора и изменение концентрации выделенной компоненты смеси представлены на рисунке 2.



Рис. 2. Схема ячеечной модели смешения

Согласно результату работы [2] уравнение, описывающее изменение концентрации выделенной компоненты смеси в рамках ячеечной модели имеет вид:

$$Q_i \cdot (C_{i-1} - C_i) = V_i \frac{dC_i}{dt}$$
(13)

где i = 1, 2, 3, 4 – номера ячеек, через которые последовательно проходит материал;

*C<sub>i</sub>* – концентрация выделенной компоненты смеси в і-ячейке;

*C*<sub>0</sub> – начальное значение концентрации выделенной компоненты;

*Q<sub>i</sub>* – объемный расход материала, проходящего через і-ячейку равный:

$$Q_i = \frac{Q_g}{\gamma_{CM}} \tag{14}$$

 $\gamma_{cm}$  – плотность материала, проходящего через іячейку;

*V<sub>i</sub>* – объем і-ой ячейки, значение которого определяется соотношением:

$$V_i = \pi \left( R_{i+1}^2 - R_i^2 \right) \cdot H \tag{15}$$

здесь

$$R_{i+1} = R_i + \Delta \tag{16}$$

где  $\Delta$  – расстояние между радиальными размерами *i* + 1 и *i* ячейками.

Вычислим:

$$R_{i+1}^2 = R_i^2 + 2R \cdot \Delta + \Delta^2$$
 (17)

Учитывая что

$$\frac{\Delta}{R_i} \ll 1 \tag{18}$$

тогда соотношение (17) можно представить в следующем виде:

$$R_{i+1}^{2} = R_{i}^{2} \left( 1 + 2\frac{\Delta}{R_{i}} + \frac{\Delta^{2}}{R_{i}^{2}} \right).$$
(19)

На основании (18), пренебрегая в (19) величинами второго порядка малости имеем:

$$R_{i+1}^2 \cong R_i^2 + 2R_i \cdot \Delta. \tag{20}$$

Подстановка (20) в (15) позволяет получить следующий результат:

$$V_i = 2 \cdot \pi \cdot H \cdot \Delta \cdot R_i. \tag{21}$$

Введем следующее обозначение:

$$\tau_i = \frac{v_i}{q_i} \tag{22}$$

которому с учетом (11), (14) и (21) можно придать вид:

$$\tau_i = \frac{\Delta \cdot R_i \cdot \gamma_{CM}}{\vartheta_r \cdot R_g(\gamma_0 + \gamma_k(\alpha_1 - 2))}.$$
 (23)

Легко убедиться, что величина (23) имеет размерность времени. На основании этого факта величине (23) можно придать смысл времени пребывания материала в -ой ячейке.

Дальнейшее упрощение формулы (23) можно провести на основании следующих соотношений. Скорость движения частицы материала по поверхности ударного элемента [3]:

$$\vartheta_r = \frac{\omega \cdot \rho}{2 \cdot f} (\cos \beta - f \cdot \sin \beta)$$
 (24)

где  $\omega$  – частота вращения роторов с ударными элементами;

*ρ* – расстояние от оси вращения ряда ударных элементов до точки встречи частицы материала с поверхностью ударного элемента;

*f* – коэффициент трения частицы материала о поверхность ударного элемента;

*β* – угол отклонения ударного элемента от радиального направления.

Расстояние *р* определяется следующим образом:

$$\rho = R_i - \frac{l}{2} \tag{25}$$

здесь  $R_i$  – расстояние от оси вращения до i – того ряда ударных элементов;

*l*- ширина ударного элемента.

Если учесть что величина

$$\frac{l}{2R_i} \ll 1 \tag{26}$$

является малой величиной, то с учетом (26) формула (24) примет вид:

$$\vartheta_r \cong \frac{\omega R_i}{2f} (\cos\beta - f\sin\beta).$$
 (27)

Подстановка (25) в (23) приводит к следующему соотношению:

$$\tau_0 = \frac{2 \cdot \Delta \cdot \gamma_{cp} \cdot f}{\omega (\cos\beta - f \sin\beta) R_g (\gamma_0 + \gamma_k (\alpha_1 - 2))}.$$
 (28)

Полученное соотношение (28) позволяет сделать вывод, что время нахождения материала с точностью до величин первого порядка малости не зависит от номера ячейки.

С учетом (22), (28) уравнение (13) принимает вид:

$$C_{i-1} - C_i = \tau_0 \frac{dC_i}{dt}, \ i = 1, 2, 3, 4.$$
 (29)

Для определения изменения концентрации выделенной компоненты смеси в рассматриваемых ячейках необходимо проинтегрировать систему (29), удовлетворяющую следующим начальным условиям:

$$C_i(t=0) = 0, \ i = 0, 1, 2, 3, 4$$
 (30)

здесь *C*<sub>0</sub> – заданное начальное значение выделенной компоненты смеси на входе в ячейки.

Дифференциальное уравнение, описывающее изменение концентрации выделенной компоненты смеси в объеме первой ячейки, согласно (29) имеем:

$$\tau_0 \frac{dC_1}{dt} = C_0 - C_1. \tag{31}$$

Уравнение (31) можно привести к следующему виду:

$$\frac{d(C_0 - C_1)}{C_0 - C_1} = -\frac{dt}{\tau_0}.$$
 (32)

Интегрирование (32) позволяет получить:

$$C_0 - C_1 = A_{10} e^{-\frac{t}{\tau_0}}$$
(33)

где  $A_{10}$  – постоянная интегрирования.

Значение постоянной интегрирования A<sub>10</sub> находим из начального условия (30) для первой ячейки.

Применение (30) к (33) приводит к результату:

$$A_{10} = C_0. (34)$$

Подстановка (34) в (33) приводит к результату:

$$C_1 = C_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right). \tag{35}$$

Дифференциальное уравнение, описывающее изменение концентрации выделенной компоненты смеси в объеме второй ячейки на основании (29) имеет вид:

$$\tau_0 \, \frac{dC_2}{dt} = C_1 - C_2. \tag{36}$$

Подстановка (35) в (36) приводит к следующему результату:

$$\tau_0 \, \frac{dC_2}{dt} + C_2 = C_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right). \tag{37}$$

Интегрирование уравнения (37) приводит к соотношению:

$$C_2 = A_{2_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} + C_0 \left( 1 - \frac{t}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right).$$
(38)

На основании начального условия (30) применительно ко второй ячейке находим постоянную интегрирования:

$$A_{20} = -C_0. \tag{39}$$

Подстановка (39) в (38) приводит к соотношению:

$$C_2 = C_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} - \frac{t}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right).$$
(40)

Далее запишем дифференциальное уравнение, описывающее изменение концентрации выделенной компоненты смеси в объеме третьей ячейки:

$$\tau_0 \, \frac{dC_3}{dt} = C_2 - C_3 \tag{41}$$

которое при подстановке (40) примет вид:

$$\tau_0 \frac{dC_3}{dt} + C_3 = C_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} - \frac{t}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right). \quad (42)$$

Интегрирование уравнения (42) приводит к выражению:

$$C_{3}(t) = A_{30}e^{-\frac{t}{\tau_{0}}} + C_{0}\left(1 - \frac{t}{\tau_{0}}e^{-\frac{t}{\tau_{0}}} - \frac{t^{2}}{2\tau_{0}^{2}}e^{-\frac{t}{\tau_{0}}}\right). (43)$$

Применив начальное условие (30) для объема третьей ячейки, находим постоянную интегрирования *А*<sub>30</sub>:

$$A_{30} = -C_0. (44)$$

С учетом (44) решение (43) принимает вид:

$$C_{3}(t) = C_{0} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{0}}} - \frac{t}{\tau_{0}} e^{-\frac{t}{\tau_{0}}} - \frac{t^{2}}{2\tau_{0}^{2}} e^{-\frac{t}{\tau_{0}}} \right).$$
(45)

Дифференциальное уравнение, описывающее изменение концентрации выделенной компоненты смеси в объеме четвертой ячейки:

$$\tau_0 \, \frac{dC_4}{dt} = C_3 - C_4 \tag{46}$$

которое с учетом полученного соотношения (45) можно привести к виду:

#### Информация об авторах

Семикопенко Игорь Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры механического оборудования. E-mail:semickopencko.i@yandex.ru. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

**Воронов Виталий Павлович**, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

Беляев Денис Александрович, аспирант, кафедры механического оборудования. Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова. Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

$$\tau_0 \frac{dC_4}{dt} + C_4 = C_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} - \frac{t}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} - \frac{t^2}{2\tau_0^2} e^{-\frac{t}{\tau_0}}).$$
(47)

Решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка (47) имеет вид:

$$C_4 = C_0 \left( 1 - \frac{t}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} - \frac{t^2}{2\tau_0^2} e^{-\frac{t}{\tau_0}} - \frac{t^3}{6\tau_0^3} e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right) + A_{40} e^{-\frac{t}{\tau_0}}.$$
 (48)

Постоянную интегрирования A<sub>40</sub> на основании (30) необходимо положить равной:

$$A_{40} = -C_0. (49)$$

Подстановка (49) в (48) позволяет получить следующий результат:

$$C_4 = C_0 \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \left( 1 + \frac{t}{\tau_0} + \frac{t^2}{2\tau_0^2} + \frac{t^3}{6\tau_0^3} \right) \right]. (50)$$

Полученное соотношение (50) позволяет определить концентрацию выделенной компоненты смеси на выходе из корпуса дезинтегратора, а именно:

$$C_4 = (t = 4\tau_0) \cong 0.57C_0.$$
(51)

Таким образом, согласно (51) концентрация выделенной компоненты смеси при прохождении через корпус дезинтегратора представленной конструкции составляет примерно половину (0,57) от начального значения.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хинт И.А. Основы производства силикальцитных изделий. Стройиздат, 1962. 636 с.

2. Семикопенко И.А., Воронов В.П., Пензев П.П. Теоретические исследования скорости движения частиц материала вдоль поверхности ударного элемента мельницы дезинтеграторного типа // Известия ВУЗов. Строительство. № 11-12. 2008. С. 93–96.

3. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.

<sup>1,\*</sup>Semikopenko I.A., <sup>1</sup>Voronov V.P., <sup>1</sup>Belyaev D.A. <sup>1</sup>Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46. \*E-mail: semickopencko.i@yandex.ru

# THEORETICAL STUDY OF THE PROCESS OF MIXING THE VARIOUS COMPONENTS IN THE WORKING CHAMBER OF THE DISINTEGRATOR

**Abstract.** This article analyzes the movement of particles of different components in the inter-row space and in the peripheral part of the disintegrator's working chamber. The diagram of the disintegrator with the component loading unit and the diagram of the disintegrator's working chamber are presented. The loading unit consists of two screw feeders, which supply various components to the conical loading hopper. The capacity of the screw feeders is matched with the capacity of the hopper and the vertical cylindrical branch pipe. The mass capacity of the mixing chamber and the grinding of the disintegrator is determined. Mass throughput is determined using the functional dependence of the change in the bulk density of the material during its passage in the radial direction from the radius of scattering disk  $R_0$  to the radial size of the disintegrator body. It is determined that the mass throughput depends on the geometric ( $R_k$ ,  $R_g$ , H) and technological ( $\vartheta_r$ ) parameters of the disintegrator. The movement of the material in the working chamber of the disintegrator and the change in the concentration of the selected components of the mixture are presented on the basis of the cell mixing model. It allows to determine the concentration of the selected component of the mixture at the outlet of the body of the disintegrator in the tangential discharge pipe. According to expression, the concentration of the selected components of the mixture when passing through the disintegrator body of the presented construction is about half (0.57) of the initial value.

Keywords: disintegrator, mixing, component, chamber.

## REFERENCES

1. Khint I.A. Basics of the production of siliciccalcium products [*Osnovy proizvodstva silikal'citnyh izdelij*]. Stroyizdat, 1962. 636 p. (rus)

2. Semikopenko I.A., Voronov V.P., Penzev P.P. Theoretical studies of the speed of movement of particles of a material along the surface of a shock element of a disintegrator-type mill [*Teoreticheskie*]

*issledovaniya skorosti dvizheniya chastic materiala vdol' poverhnosti udarnogo ehlementa mel'nicy dezintegratornogo tipa*]. News of higher educational institutions. Construction. 2008. No. 11-12. Pp. 93–96. (rus)

3. Strenk F. Stirring and agitating machines [*Peremeshivanie i apparaty s meshalkami*]. L.: Chemistry, 1975. 384 p. (rus)

### Information about the authors

Semikopenko, Igor A. PhD, Assistant professor. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46. E-mail:semickopencko.i@yandex.ru.

**Voronov, Vitaly P.** DSc, Professor. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

Belyaev, Denis A. Research assistant. Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov. Russia, 308012, Belgorod, st. Kostyukova, 46.

Received in March 2019

## Для цитирования:

Семикопенко И.А., Воронов В.П., Беляев Д.А. Теоретическое исследование процесса смешения различных компонентов в рабочей камере дезинтегратора // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2019. № 7. С. 102–107. DOI: 10.34031/article 5d35d0b7cf02d8.20620193

## For citation:

Semikopenko I.A., Voronov V.P., Belyaev D.A. Theoretical study of the process of mixing the various components in the working chamber of the disintegrator. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. 2019. No. 7. Pp. 102–107. DOI: 10.34031/article\_5d35d0b7cf02d8.20620193