

ПРОЧНОСТЬ И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ ПРИ СМЯТИИ В БОЛТОВОМ СОЕДИНЕНИИ

solodov_niko_v@mail.ru

Болтовые соединения металлических конструкций на обычных болтах, рассчитанные в соответствии с действующими нормами, обладают определёнными резервами несущей способности. Как показали испытания болтовых соединений, по критерию смятия коэффициент запаса может превышать два. В настоящей статье показана возможность уточнения методики расчета болтового соединения на смятие и сжижения на этой основе металлоемкости болтовых соединений.

Ключевые слова: металлические конструкции, болтовое соединение, деформации смятия, контактная задача.

В соединениях строительных металлических конструкций широко применяются соединения на обычных не преднапряженных болтах. Примерами таких соединений являются узлы монтажных стыков на накладках по полкам и стенкам в двутавровых балках, узлы соединения отпавочных марок стропильных ферм с приме-

нением накладок, узлы примыкания элементов связей к колоннам, если связи обеспечивают передачу усилия, и т.п. Конструктивное решение узла такого типа, фото испытания болтового соединения и модели болтового соединения показаны на рис. 1.

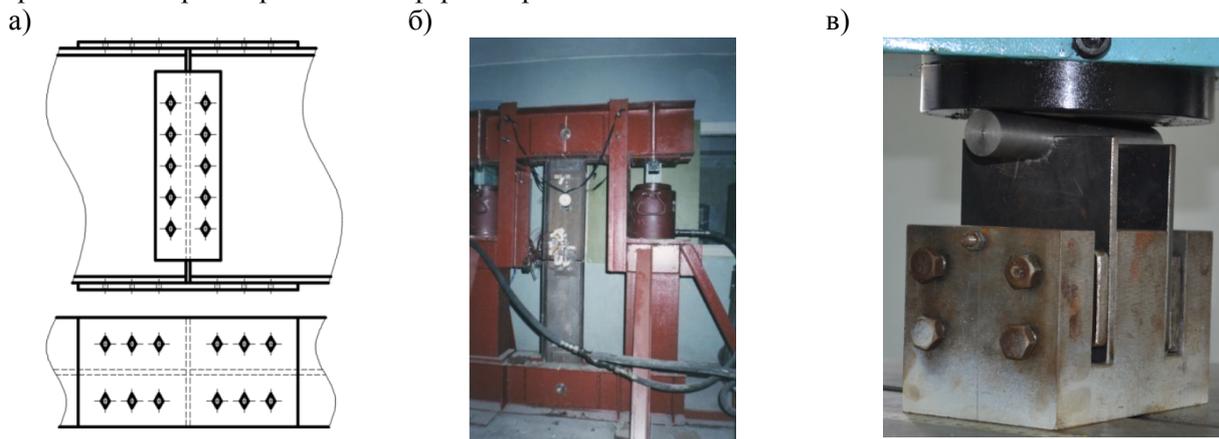


Рис. 1 Примеры болтовых соединений:

- а) узел монтажного стыка балки; б) фото испытания болтового соединения на накладках; в) физическая модель смятия болтового соединения

В таких узлах, воспринимающих усилие сдвига, одним из возможных предельных состояний является смятие кромки детали стержнем болта. В соответствии с [1] расчетная формула для этого предельного состояния имеет вид:

$$N_{bp} = R_{bp} \times d \times \sum t_{min} \times \gamma_b, \quad (1)$$

где N_{bp} – несущая способность одного болта.

Суть расчета заключается в том, что несущая способность соединения будет обеспечена, если напряжения смятия по поверхности контакта в предельном состоянии не превысят расчетного сопротивления смятию стали, из которой изготовлены детали узла:

$$\frac{N_b}{d \times \sum t_{min} \times \gamma_b} \leq R_{bp} \times \gamma_c \quad (2)$$

где N_b – усилие, приходящееся на один болт.

Вместе с тем, в работе [2] отмечается, что работа и разрушение от смятия в болтовом соединении фактически не реализуется. Термин «смятие» имеет условный характер. Разрушение при «смятии» в действительности происходит в форме выкалывания. Сопротивление «смятию» по существу зависит от площади разрушения при выкалывании, которая, в свою очередь, определяется площадью выкалывания, т.е. произведением толщины детали ($\sum t_{min}$) и длины траектории выкалывания.

Исходя из условия (2) в нормах назначены минимальные расстояния от края детали до ближайшего отверстия и расстояния между отверстиями в направлении приложенного усилия.

Такую же условность имеет термин «расчетное сопротивление смятию» в болтовых и заклепочных соединениях. В работе [2] его величину предложено находить из условия:

$$\frac{[n]_{см}}{[n]} = \frac{a_1}{d} \quad (3)$$

где a_1 – расстояние от центра крайнего отверстия до края детали; d – диаметр стержня болта или заклепки; $[n]_{см}$ – допускаемое напряжение по условию смятия; $[n]$ – допускаемое напряжение по пределу текучести.

Методика расчета болтовых соединений по критерию смятия в действующих нормах [1] по форме мало изменилась. Но величины расчетных сопротивлений смятию и коэффициенты, отражающие действительную работу, в [1] назначены в соответствии с методом предельных состояний, а не по методу допускаемых напряжений, как это следует из формулы (3).

Условный характер расчета на смятие стал причиной проведения новых исследований болтовых соединений. Так, в Проектстальконструкция им. Н. П. Мельникова была разработана методика расчета рассматриваемых болтовых со-

единений, в основу которой положен деформационный критерий [5]. При таком подходе устраняется внутреннее противоречие «условно-расчета на смятие».

Напряженно-деформированное состояние (НДС) в окрестности отверстия деталей болтового соединения, воспринимающих сдвигающие усилия, можно описать, исходя из модели контактной задачи теории упругости. В таких соединениях зазоры между внутренними (болт) и охватывающими (кромка отверстия) поверхностями относительно небольшие, особенно при классе точности А.

В соответствии с нормативной методикой расчета одно из возможных предельных состояний болтового соединения определяется смятием кромки отверстия. В связи с этим, предельная нагрузка по критерию смятия для болтового соединения может быть найдена из решения задачи о вдавливании круглого штампа в тело с круговой полостью. После воздействия нагрузки и развития деформации тело соприкасается (контактирует) со штампом по дуге окружности достаточно большой длины, как показано на рис.2.

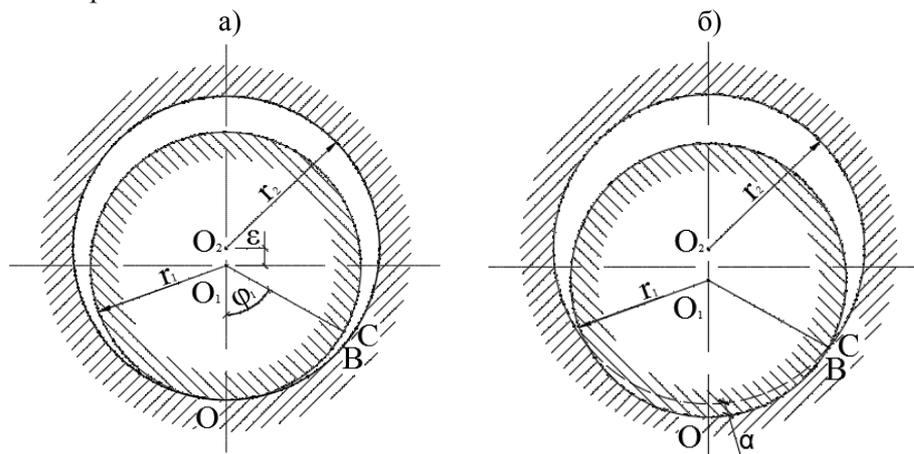


Рис. 2. Внутренний контакт круглого штампа с кромкой отверстия до (а) и после (б) приложения нагрузки

В методике норм России длина дуги в предельном состоянии по критерию смятия принимается равной $2r_1$. Однако, для болтов разного диаметра и соединений разных классов точности (А,В,С) длина дуги поверхности контакта является, скорее всего, переменной и зависит от глубины вдавливания болта в кромку детали.

Для нахождения границ контакта воспользуемся методом [6]. Пусть в кромку кругового отверстия упругой плоскости вдавливается упругий круглый штамп (рис.2). Точки В и С совпадут после приложения нагрузок, если выполнено условие [2]

$$U_1 + U_2 = \alpha \cos \varphi - \varepsilon (1 - \cos \varphi), \quad (4)$$

где U_1 и U_2 – радиальные смещения В и С; ε – радиальный зазор: $\varepsilon = r_2 - r_1$; r_1, r_2 – радиусы

внутреннего и наружного тел; φ – угловая координата совмещенных точек В и С; α – сближение взаимодействующих тел при сжатии.

В первом приближении для упрощения расчета принимаем $\varepsilon = 0$ в связи с малостью радиусов внутреннего отверстия и болта, силами трения также пренебрегаем.

Радиальные смещения U_1 и U_2 можно получить, решив задачу о сжатии круглого штампа и растяжении плоскости с круговым отверстием.

Выражение для определения перемещения U_1 точки С в направлении к центру O_1 (рис.3а), вызванного сосредоточенными силами Р, имеет вид [6]

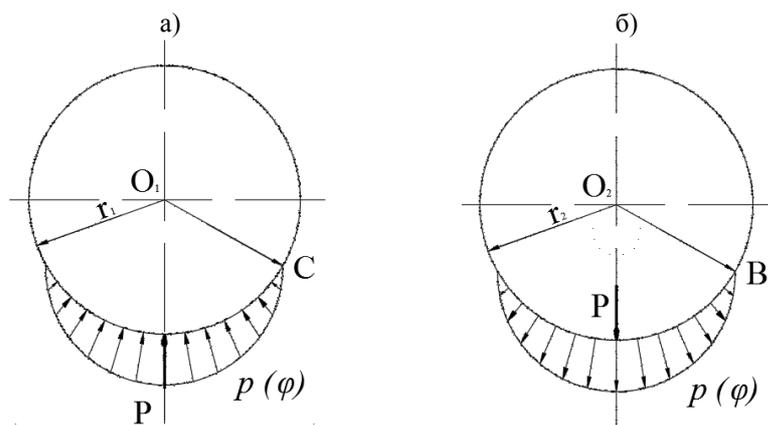


Рис. 3. Расчетные схемы к задаче о контакте болта и отверстия

$$u_1 = -\frac{2P}{\pi E} \cos \varphi \times \ln(\operatorname{tg}(0.5 * |\varphi|)) + \frac{1 - \nu}{2E} P \times \sin|\varphi| - \frac{2P}{\pi E}; \quad (5)$$

$$\vartheta = \frac{1 - \nu^2}{\pi E}; \quad X = \frac{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}{2E}; \quad (6)$$

При вводе математических выражений для U_1 и U_2 в этом случае принимают допущения Штаермана, а именно, считают, что внешние

силы приложены к телам так же, как давления, действующие в области контакта (рис.2). Таким образом,

$$u_1 = \int_{-\infty}^{\infty} p(\varphi') r_1 \left\{ -2\vartheta_1 \left[1 + \cos(\varphi - \varphi') \times \ln \left(\operatorname{tg} \left(\frac{|\varphi - \varphi'|}{2} \right) \right) \right] + X_1 \sin|\varphi - \varphi'| \right\} d\varphi'; \quad (7)$$

$$u_2 = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p(\varphi') r_2 \left[-2\vartheta_2 \cos(\varphi - \varphi') \times \ln \left(\operatorname{tg} \left(\frac{|\varphi - \varphi'|}{2} \right) \right) - X_2 \sin|\varphi - \varphi'| \right] d\varphi; \quad (8)$$

С учетом условия (4) исходное интегральное уравнение рассматриваемой задачи принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} & 2(\vartheta_1 * r_1 + \vartheta_2 r_2) \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p(\varphi') \cos(\varphi - \varphi') \times \ln \left(\operatorname{tg} \left(\frac{|\varphi - \varphi'|}{2} \right) \right) d\varphi' \\ & - (X_1 r_1 + X_2 r_2) \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p(\varphi') \sin|\varphi - \varphi'| d\varphi' + 2\vartheta_1 r_1 \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p(\varphi') d\varphi' \\ & = \varepsilon * (1 - \cos \varphi) - \alpha \cos \varphi; \quad -\varphi_0 < \varphi < \varphi_0, \end{aligned} \quad (9)$$

где ϑ_1, ϑ_2 и X_1, X_2 – упругие постоянные определяемые по формуле (6).

Для решения задачи, кроме ограниченной и непрерывной функции $p(\varphi)$, необходимо определить границы участка контакта, т.е. найти значение φ_0 . Поэтому совместно с исходным уравнением (6) рассматривают условие статической эквивалентности силы P и сил, распределённых по зоне контакта:

$$(\vartheta_1 r_1 + \vartheta_2 r_2) \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p(\varphi') \operatorname{ctg}(\varphi - \varphi') d\varphi' - (X_1 r_1 + X_2 r_2) \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p(\varphi') d\varphi' = \beta + \gamma \varphi; \quad (11)$$

$$-\varphi_0 < \varphi < \varphi_0$$

где β – произвольная постоянная;

$$\gamma = \vartheta_2 r_2 \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p(\varphi') d\varphi' + 0.5\varepsilon; \quad (12)$$

С учетом условия $p(\pm\varphi_0) = 0$ уравнение (11) можно привести к интегро-

$$r \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p(\varphi) \cos \varphi d\varphi = P, \quad (10)$$

где r – номинальный радиус соединения (так как, по предложению, радиусы сжимаемых цилиндров почти равны, то $r_1 = r_2 = r$).

Интегральное уравнение (9) можно привести к виду [2]

дифференциальному уравнению с ядром Гильберта

$$(\vartheta_1 r_1 + \vartheta_2 r_2) \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} p'(\varphi') \operatorname{ctg}(\varphi - \varphi') d\varphi' + (X_1 r_1 + X_2 r_2) p(\varphi) = \gamma. \tag{13}$$

для решения которого применимы результаты, полученные в работе [8] (симметричная задача). С помощью метода ортогональных многочленов [9] интегро-дифференциальное уравнение (11) можно привести к бесконечной алгебраической

$$p(\varphi) = \sec \varphi \sqrt{2(\cos(2\varphi) - \cos(2\varphi_0))} \sum_{n=1}^{\infty} a_n U_{2n-2} [\operatorname{tg}\varphi(\varphi_0)^{-1}], \tag{14}$$

где $U_k(x)$ –многочлены Чебышева 2-го рода.

Затем по формуле (10) находят связь между $P/(E_\epsilon)$ и углом контакта φ_0 .

Найдя границы контактной зоны решаем задачу методом теории пластичности. При решении данной задачи деформируемое тело (отверстие или гнездо) разбиваем на две части V_{pl} и V_{el} . Здесь V_{pl} – очаг деформаций, область, где соблюдаются условия пластичности, а V_{el} – часть тела деформируемого упруго, (рис. 4).

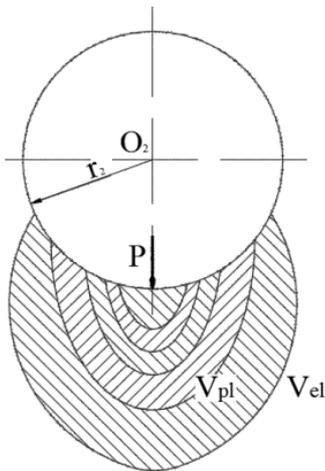


Рис. 4. Напряженно-деформируемое состояние при контактной задаче

системе, в результате приближенного решения которой можно найти коэффициенты a_n разложения контактного давления в ряд

В пластической области напряженное состояние при плоской деформации представляется предельным кругом Мора с радиусом $\tau_{max} = k = 0.5\sigma_s$ по теории Треска- Сен-Венана.

Тогда для плоско-деформированного состояния компоненты тензора напряжений и условие пластичности запишутся[9]:

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_0 + k \times \cos(2\alpha) \\ \sigma_y = \sigma_0 - k \times \sin(2\alpha) \\ \tau_{xy} = k \times \sin(2\alpha) \end{cases} \tag{15}$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4 \times \tau_{xy}^2 = 4 \times k^2 \tag{16}$$

В каждой точке области V_{pl} направление τ_{max} образует с осью X угол θ .

При этом угол $\alpha = \theta \pm \pi/4$. Тогда получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_0 - k \times \cos(2\theta) \\ \sigma_y = \sigma_0 + k \times \sin(2\theta) \\ \tau_{xy} = k \times \sin(2\theta) \end{cases} \tag{17}$$

где $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$

Для системы в пластической стадии деформирования дифференциальные уравнения равновесия запишутся в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_0}{\partial x} - 2 \times k \times \left(\cos(2\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sin(2\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial \sigma_0}{\partial y} - 2 \times k \times \left(\sin(2\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \cos(2\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \tag{18}$$

Уравнения пластического равновесия в функциях напряжений ξ и η множества линий скольжения запишутся в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \operatorname{tg}(\theta) \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} - \operatorname{ctg}(\theta) \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \end{cases} \tag{19}$$

Линеаризуя данную систему после подстановки:

$$\begin{cases} x = x_1 \times \cos \theta - y_1 \times \sin \theta \\ y = x_1 \times \sin \theta + y_1 \times \cos \theta \end{cases} \tag{20}$$

Получим телеграфные уравнения:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} x_1(\xi, \eta) \right) - \frac{1}{4} x_1(\xi, \eta) = 0 \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} y_1(\xi, \eta) \right) - \frac{1}{4} y_1(\xi, \eta) = 0 \tag{21}$$

Решая данные уравнения, получим:

$$x_1(\xi, \eta) = C_1 e^{(C_1 \xi)} C_2 e^{(1/4 \frac{\eta}{C_1})} y_1(\xi, \eta) = C_1 e^{(C_1 \xi)} C_2 e^{(1/4 \frac{\eta}{C_1})} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}x &= C_1 C_2 e^{\left(\frac{1}{4} \frac{\eta}{C_1}\right)} \cos(0.5\xi - 0.5\eta) + C_3 e^{(C_4 \xi)} C_5 e^{\left(\frac{1}{4} \frac{\eta}{C_4}\right)} \sin(0.5\xi - 0.5\eta) \\y &= -C_1 C_2 e^{\left(\frac{1}{4} \frac{\eta}{C_1}\right)} \sin(0.5\xi - 0.5\eta) + C_3 e^{(C_4 \xi)} C_5 e^{\left(\frac{1}{4} \frac{\eta}{C_4}\right)} \cos(0.5\xi - 0.5\eta)\end{aligned}\quad (23)$$

Из условия существования функции имеем:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \xi = C \ln(\sqrt{x^2 + y^2}); \quad \eta = C_1 \ln(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (24)$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{2} k \ln(x^2 + y^2)(C + C_1); \quad \theta = -\frac{1}{4} \ln(x^2 + y^2)(C - C_1) \quad (25)$$

$$\sigma_x = \frac{1}{2} k \left(\bar{N} \ln(x^2 + y^2) + \bar{N}_1 \ln(x^2 + y^2) + 2 \sin\left(\frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)(C - C_1)\right) \right) \quad (26)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2} k \left(\bar{N} \ln(x^2 + y^2) + \bar{N}_1 \ln(x^2 + y^2) - 2 \sin\left(\frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)(C - C_1)\right) \right) \quad (27)$$

$$\tau_{xy} = k \cos\left(\frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)(C - C_1)\right) \quad (27)$$

На границе пластической зоны и штампа:

$$k \cos\left(\frac{1}{2} \ln(2Rh - h^2 + (R - 2h)^2)(C - C_1)\right) = 0 \quad (28)$$

$$k \frac{1}{2} \ln(2Rh - h^2 + (R - 2h)^2)(C + C_1) = 0$$

Постоянные интегрирования равны:

$$C_1 = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\ln(-2Rh + 3h^2 + R^2)} \quad (29)$$

$$C_2 = -\frac{1}{2} \frac{\pi}{\ln(-2Rh + 3h^2 + R^2)}$$

Полученное решение позволяет выполнить анализ НДС контактной зоны на любой стадии нагружения.

Найдя перемещения, а следовательно и НДС в момент эксплуатации конструкции с известной предысторией нагружения, можно выполнить усиление соединения под нагрузкой, учтя перемещения как предварительное напряжение. После этого моделируем работу конструкции после усиления при помощи метода конечных элементов ПК Лира.

Полученное решение позволяет выполнить анализ НДС контактной зоны на любой стадии нагружения путем пошагового назначения величины сближения взаимодействующих штампа и тела с круговой полостью а.

Геометрической интерпретацией параметра α является вмятие болта в кромку отверстия, т.е. перемещения. В контексте данной статьи этот параметр можно было бы рассматривать как деформационный критерий наступления предельного состояния болтового соединения по условию смятия кромки детали. Однако, его нормирование представляет собой сложную задачу и возможно только на основе широкомасштабного экспериментального исследования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СП 16.13330.2011. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81* - М., 2011.

2. Стрелецкий Н.С., Гениев А. Н. Основы металлических конструкций: Учебник для вузов. М.: Издательство строительной литературы, 1935. 954 с.

3. Каленов В.В. Экспериментально-теоретическое исследование и совершенствование методов проектирования болтовых монтажных соединений стальных строительных конструкций. Москва. 1995 г.

4. Солодов Н.В., Тамеш С.Х. Оценка запаса прочности болтового соединения // Электронный научный журнал «АПРИОРИ». Краснодар. 2015. №3.

5. Мурадян А.А., Стрелецкий Н.Н. К расчёту на смятие элементов стальных конструкций на обычных болтах // Промышленное строительство. 1980. №3. С 24–26.

6. Александров В.М. Ромалис Б.Л. Контактные задачи в машиностроении. М.: Машиностроение, 1986. 174с.

7. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. М.: Гостехтеориздат, 1949. 272с.

8. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов тонких включений и подкреплений. М.: Наука, 1982. 344с.

9. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение 1975. С.400

Solodov N.V.

STRENGTH AND DEFORMABILITY IN CRUMPLED INTO THE BOLTED CONNECTION

The current project analyses issues connected with the pressure deformed state of single bolt joints absorbing the power of displacement. Based in contact model enclosed solution for the parameter jf the pressure deformed state in viscous elasticity stage at all levels during loading on plane conditions was received.

Key words: *steel structures, bolted joint, shear deformation, a contact problem.*

Солодов Николай Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры строительства и городского хозяйства.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д.46.

E-mail: solodov_niko_v@mail.ru