

DOI: 10.12737/23294

Крючков А.А., канд. техн. наук, доц.,  
Жданов А.Е., канд. техн. наук, доц.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова

## ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ ДЕФОРМАТИВНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА

krjuchkow@yandex.ru

В статье рассмотрены существующие методы оценки несущей способности и деформативности изгибаемых железобетонных элементов, в том числе составного сечения. Проведен анализ идеализированных и нелинейных зависимостей диаграмм деформирования сжатого бетона. Рассмотрены итерационные методы расчета конструкций: метод последовательного уточнения жесткостей, метод последовательных нагружений, метод начальных напряжений. Приведены их алгоритмы и показано преимущество использования метода последовательного уточнения жесткостей.

**Ключевые слова:** изгибаемый железобетонный элемент, жесткость, кривизна элемента, итерационный метод расчета.

**Введение.** До начала 21-го века широкое распространение имели методы расчета изгибаемых железобетонных элементов, основанные на упрощенном описании диаграммы «момент-кривизна» (« $M - \mathcal{N}$ »), которые, в свою очередь базируются на упрощенных диаграммах «напряжения-деформации» (« $\sigma_b - \varepsilon_b$ »).

Анализируя такие зависимости, можно отметить, что любая идеализация в состоянии давать лишь относительно верный результат и попытки на ее основе осуществлять решение широкого класса задач так или иначе должны привести к привлечению дополнительных эмпирических параметров, поэтому потребность в расчетном аппарате, лишенном этих недостатков, и сейчас не перестает быть актуальной. Наиболее подходящим со всех точек зрения в этом случае представляются методы расчета, основанные на учете фактической криволинейной связи между напряжениями и деформациями сжатия бетона.

Широкое использование идеализированных диаграмм « $\sigma_b - \varepsilon_b$ » явилось следствием с одной стороны все еще недостаточной экспериментальной базой данных, а с другой трудностями вычислительного характера, поэтому исследователи искали подходящие формулы, которые могли бы упростить решение целого ряда задач. Недостаточное развитие ЭВМ в то время препятствовало развитию итерационных методов расчета, которые могли основываться на нелинейных диаграммах работы материала. Развитие вычислительной техники, а также накопление опытных данных устранило эти недостатки.

**Основная часть.** Существующие итерационные методы расчета конструкций имеют ряд разновидностей: метод последовательного уточ-

нения жесткостей, метод последовательных нагружений, метод начальных напряжений. Остановимся на них более подробно.

*Метод последовательного уточнения жесткостей.* Ввиду того, что перемещение элементов системы приходится определять численно, записать зависимость « $M - \mathcal{N}$ » в явном виде не удастся. Приходится анализировать напряженно-деформированное состояние, учитывать трещинообразование и деформаций в каждом сечении независимо. Но в то же время связь между распределением усилий в системе и жесткостей ее элементов и зависимость жесткостей от окончательных значений внутренних усилий создают предпосылки для построения итерационного расчетного аппарата.

При этом алгоритм расчета можно записать следующим образом:

1. Принятие жесткостей элементов на основании упругих характеристик сечений;
2. Формирование канонического уравнения и его решение;
3. Определение внутренних усилий в сечениях конструкции;
4. Анализ напряженного состояния и уровня трещинообразования в сечениях конструкции;
5. Определение жесткостей элементов по найденным значениям внутренних усилий;

Далее расчет по пунктам 2-5 продолжается до достижения необходимой точности.

При «запроектной» работе конструкции на стадиях запредельных состояний, наиболее нагруженные сечения выходят на ниспадающий участок диаграммы « $M - \mathcal{N}$ ». При этом обнаруживает себя раскочка итерационного процесса (одному значению аргумента соответствует два значения кривизны). Искусственные меры,

усложняющие расчетный аппарат и призванные уменьшить раскачку не всегда дают должный эффект.

*Метод последовательных нагружений.*

Другой, широко используемый метод, являющийся разновидностью метода упругих решений является шаговый метод последовательных нагружений.

Основная схема расчета по методу последовательных нагружений может быть представлена в виде:

1. Принятие жесткостей сечений на основании упругих характеристик сечений;

2. Формирование канонического уравнения и его решения при действии начального уровня нагрузки;

3. Определение внутренних усилий в сечениях конструкции при действии начального уровня нагрузки;

4. Суммирование приращений усилий с найденными на предыдущем этапе усилиями;

5. Анализ напряженного состояния и уровня трещинообразования в сечениях конструкции;

6. Определение касательных жесткостей элементов конструкции, соответствующих накопленному значению усилий.

Расчет повторяют по пунктам 2-6 до достижения заданного уровня внешней нагрузки. Для получения удовлетворительной сходимости необходимо очень большое количество «порций», на которое разбивается внешняя нагрузка.

В отличие от метода, описанного выше, рассматривающего конструкцию при фиксированном значении нагрузки, данный метод позволяет анализировать изменения, происходящие в процессе возрастания нагрузки. Благодаря этому появляется возможность моделировать и подробно исследовать все стадии нагружения конструкции.

При применении данного метода большое значение имеет непрерывность зависимости « $M - \delta$ ». Так при расчете систем на основе зависимостей аналогичных предложенным [1 и др.] возникает необходимость сгладить разрыв в момент трещинообразования, что не всегда позволяет достаточно достоверно оценить напряженное состояние конструкции. Также использование касательной жесткости, не всегда удобно. Замена касательной жесткости на секущую приводит еще к более мелкому дроблению «порций» нагрузки (на последующей итерации используется жесткость, полученная на предыдущей). Однако это все равно не приводит нахождению решения с достаточной степенью точности.

*Метод начальных напряжений.* В данном методе на основании результатов расчета по

упругой схеме находят значения перемещений (относительных деформаций) и им соответствующие усилия (напряжения), вычисляемые с учетом неупругой работы материала (нелинейное слагаемое). В процессе последовательных приближений выполняют многократный расчет заданной системы по упругой схеме на значения внешних нагрузок и начальных напряжений, корректируемых на каждом этапе. В этом случае условием окончания счета служит совпадение результатов, полученных на смежных итерациях. В данном методе используется общая матрица жесткости, составленная на первом этапе расчета в предположении упругой работы системы, которая сохраняется неизменной в процессе итераций. Изменения, связанные с учетом неупругих деформаций, вносятся лишь в свободные члены уравнений. Это делает метод начальных напряжений удобным для расчета систем с большим числом неизвестных. Однако он также не способен дать достоверное решение при выходе сечений на нисходящую ветвь диаграммы «момент–кривизна».

Таким образом, основными недостатками вышеуказанных методов являются: медленная сходимость итерационного процесса и возможность возникновения его раскачки при нагрузках, близких к разрушающим. Так, по данным [2] при расчете балки отмечалось до 24 итераций. Отмеченные трудности устраняются значительным усложнением алгоритма расчета, и не всегда гарантирует сходимость, как это отмечалось ранее. Кроме того, указанные методы приводят к неопределенности при величине нагрузки, превышающей несущую способность и использование в качестве критерия окончания счета «нерешаемость» задачи представляется не совсем корректным. В этом случае для более точной оценки величины несущей способности приходится или устанавливать малую величину приращения нагрузки, или выполнять предварительный расчет с крупным шагом, а затем производить уточнение несущей способности для последнего шага предварительного расчета.

Как отмечалось, для расчета изгибаемых элементов на всех стадиях нагружения, на основе нелинейных диаграмм предпочтения заслуживает кривая « $\sigma_b - \varepsilon_b$ » с ниспадающим участком. Однако в этом случае зависимость « $M - \delta$ », как отмечалось выше, тоже будет также иметь ниспадающий участок, что с одной стороны должно привести к уточнению расчета, с другой, может значительно усложнить решение задачи, а в ряде случаев сделать его даже невозможным в связи с трудностями выбора соответствия кривизны моменту (из-за наличия двух значений кривизны при одном и том же значении момен-

та). Кроме того, вследствие более быстрого достижения отдельными сечениями значений, приближающихся к предельным, отмеченные трудности расчета могут проявляться также при невысоких уровнях нагрузки.

Исключить двойственность решения при оценке жесткости сечения и, следовательно, обеспечить решаемость задачи расчета стержневых статически неопределимых конструкций на всех этапах их работы, включая и последующие за исчерпанием несущей способности, удалось авторам [3, 4]. Для этой цели при определении напряженно-деформированного состояния сечения вычисляется величина действующего в нем момента по известному значению кривизны, а не наоборот, как в традиционных методах расчета. В формируемом уравнении в качестве неизвестного выступает величина модуля вектора нагрузки, а в качестве внешнего воздействия – кривизна в одном из сечений.

Следует отметить, что в методе *заданных деформаций* [4], в отличие от большинства традиционных алгоритмических и метода неустойчиво-пластических связей, имеющих в своей основе метод сил, для формирования системы уравнений используется уравнение метода начальных параметров, полученное на основе аппроксимации изогнутой оси балки кубическим сплайном. В результате описание жесткости и других параметров напряженно-деформированного состояния по длине осуществляется не ступенчато, а в виде ломаной, что более полно отражает действительную работу конструкции и позволяет, в конечном счете, сократить количество участков разбиения. Также для достижения требуемой точности требуется меньшее количество итераций.

**Выводы.** Анализируя существующие методы расчета изгибаемых элементов составного сечения, следует отметить отсутствие методологического единства расчета их прочности и деформативности, достижение которого, на наш взгляд, возможно только с использованием криволинейной диаграммы деформирования бетона с соответствующей перестройкой расчетного аппарата.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сборно-монолитные часторебристые перекрытия системы OMNIA (Великобритания) // ЭИ ВНИИИС. Сер.8 (заруб, опыт). 1987. №. 16. С. 2–3.
2. Гуца Ю.П., Лемыш Л.Л. Расчёт деформаций конструкций на всех стадиях при кратковременном и длительном нагружении // Бетон и железобетон. 1985. №11. С.13–16.
3. Дыховичный Ю.А. Жилой дом сборно-монолитной конструкции // Жилищное строительство. 1972. №8. С. 10–11.
4. Голышев А.Б., Бачинский В.Я., Полищук В.П., Харченко А.В., Руденко И.В. Проектирование железобетонных конструкций. Справочное пособие. Киев: Будівельник, 1990. 544 с.
5. Смоляго Г.А., Жданов А.Е., Дрокин С.В., Дронов А.В. Расчет многопролетных железобетонных балок по методу заданных деформаций // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 12. С. 59–61.
6. Смоляго Г.А., Жданов А.Е., Крючков А.А. Методика оценки напряженно-деформированного состояния железобетонных стержневых элементов с учетом влияния поперечной силы // Вестник Отделения строительных наук Российской академии архитектуры и строительных наук. 2005. № 9. С. 364.
7. Никулин А.И. Энергетический подход к трансформированию эталонных диаграмм сжатия бетона // Бетон и железобетон. 2013. № 5. С. 12–14.
8. Клюева Н.В., Колчунов В.И., Рыпаков Д.А., Бухтиярова А.С. Прочность и деформативность сборно-монолитных каркасов жилых зданий пониженной материалоемкости при запроектных воздействиях // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 1. С. 5–9.
9. Бондаренко В.М., Федоров В.С. Модели в теориях деформации и разрушения строительных материалов // Academia. Архитектура и строительство. 2013. № 2. С. 103–105.
10. Меркулов С.И., Золотых Е.А. Прочность и деформативность железобетонных плит перекрытий с технологическими отверстиями // Известия Орловского государственного технического университета. Серия: Строительство и транспорт. 2008. № 2–18. С. 13–16.
11. Римшин В.И., Кришан А.Л., Мухаметзянов А.И. Построение диаграммы деформирования одноосно сжатого бетона // Вестник МГСУ. 2015. № 6. С. 23–31.

---

**Kryuchkov A.A., Zhdanov A.E.**

**APPROACH TO AN ESTIMATION DEFORMABILITY OF BENDING CONCRETE ELEMENTS  
BASED ON ITERATIVE CALCULATION METHOD**

*The article deals with existing methods for evaluating the load bearing capacity and deformability of bent reinforced-concrete elements, including the composite section. The analysis of idealized nonlinear dependencies and compressed concrete deformation diagrams. Iterative methods for structural analysis: the method of successive refinement of stiffness, the method of successive loadings, initial stress method. Results of their algorithms and shows the advantage of using the method of the dual stiffness are considered.*

**Key words:** *flexural reinforced concrete element, stiffener, flection of the element, the iterative calculation method.*

---

**Крючков Андрей Александрович**, кандидат технических наук, доцент кафедры строительства и городского хозяйства.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: krjuchkov@yandex.ru

**Жданов Александр Егорович**, кандидат технических наук, доцент кафедры строительства и городского хозяйства.

Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова.

Адрес: Россия, 308012, Белгород, ул. Костюкова, д. 46.

E-mail: zd-54@list.ru