

---

## ВОЗМУЩЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В АЛЬФВЕНОВСКИХ ВОЛНАХ В ПРИБЛИЖЕНИИ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

### SECOND-ORDER PERTURBATIONS IN ALFVÉN WAVES IN COLD PLASMA APPROXIMATION

---

**И.С. Дмитриенко**

*Институт солнечно-земной физики СО РАН,  
Иркутск, Россия, dmitrien@iszf.irk.ru*

**I.S. Dmitrienko**

*Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS,  
Irkutsk, Russia, dmitrien@iszf.irk.ru*

---

**Аннотация.** Изучены возмущения второго порядка по амплитуде, создаваемые альфвеновскими волнами. Для таких возмущений получены уравнения и найдены их решения. Показано, что возмущения второго порядка создаются магнитным давлением волн и представляют собой течения плазмы и возмущения магнитного поля в плоскости, перпендикулярной направлению возмущения поля и смещению плазмы в альфвеновской волне. В связи с интерпретацией наблюдаемых в хвосте магнитосферы быстрых потоков плазмы наибольший интерес представляет полученное описание течений второго порядка, связывающее их свойства со свойствами альфвеновских волн и породившего их возмущения. Результаты позволяют предположить, что по меньшей мере часть наблюдаемых в хвосте магнитосферы быстрых потоков плазмы может быть одним из проявлений распространяющихся альфвеновских волн. Используемая модель среды и приближение холодной плазмы вполне применимы на внешних краях плазменного слоя (PSBL), где наблюдается существенная часть быстрых потоков плазмы.

**Ключевые слова:** альфвеновские волны, геомагнитный хвост, быстрые потоки плазмы.

---

**Abstract.** The second-order amplitude perturbations driven by Alfvén waves are studied. Equations for such second-order perturbations are derived and their solutions are found. The second-order perturbations are shown to be generated by the magnetic pressure of the waves. They represent plasma flows and magnetic field perturbations in a plane perpendicular to the direction of the field perturbation and plasma displacement in the Alfvén wave. In connection with the interpretation of fast plasma flows observed in the magnetotail, of particular interest is the description of second-order flows, which relates their properties to properties of Alfvén waves and the disturbance that generates them. The results suggest that at least some of the fast plasma flows observed in the magnetotail can be one of the manifestations of propagating Alfvén waves. The environment model and cold plasma approximation in use are quite applicable for the plasma sheet boundary layers, where an essential part of the fast plasma flows occurs.

**Keywords:** Alfvén waves, magnetotail, fast plasma flows.

---

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование возмущений второго порядка в альфвеновских волнах представляет интерес прежде всего в связи с интерпретацией наблюдаемых потоков плазмы в хвосте магнитосферы [Zong et al., 2007; Fruhauff, Glassmeier, 2016]. Альфвеновские волны, распространяющиеся как к Земле, так и от нее, давно и широко наблюдаются в хвосте магнитосферы [Keiling et al., 2000, 2005; Takada et al., 2005, 2006; Keiling, 2009]. Источником альфвеновских возмущений в долях хвоста и примыкающих к ним краям плазменного слоя могут быть возмущения, проникающие из солнечного ветра, и неустойчивости разного типа, в том числе пересоединение в хвосте магнитосферы [Lee, 1998; Leonovich et al., 2003; Walker, 2005; Klimushkin et al., 2012; Leonovich, Kozlov, 2013; Mazur, Chuiko, 2013; Birn et al., 2015; Mager et al., 2017]. Возможно также образование альфвеновских возмущений в результате трансформации быстрых магнитозвуковых мод (БМЗ-мод) волновода в хвосте магнитосферы [Wright, Allan, 2008; Mazur et al., 2010; Dmitrienko, 2013]. В то же

время в этой области наблюдаются так называемые быстрые потоки плазмы, распространяющиеся, так же как и альфвеновские волны, к Земле и от нее — в зависимости от точки наблюдения. Вместе с этими потоками обычно наблюдаются возмущения магнитного поля [Cao et al., 2006; Zong et al., 2007; Du et al., 2011; Fruhauff, Glassmeier, 2016].

Ранее образование течения в альфвеновских волнах исследовалось при изучении нелинейных эффектов в альфвеновской волне [Dmitrienko, 1997]. В работе [Dmitrienko, 2011] в качестве источника образования такого течения рассматривалась монохроматическая волна с временной огибающей, возникающая вследствие трансформации БМЗ-волны. Получающееся в такой модели течение не ограничено в направлении распространения, так же как и породившая его волна. Такая картина волн и связанного с ней течения не соответствует наблюдаемым возмущениям, размер которых в направлении вдоль геомагнитного поля конечен.

В настоящей работе рассматриваются альфвеновские волны, создаваемые начальным возмущением, предположительно, конечных размеров по

двум координатам, одна из которых направлена вдоль невозмущенного магнитного поля. Возникающие вследствие такого начального возмущения альфвеновские волны, распространяющиеся в противоположных направлениях вдоль невозмущенного магнитного поля, имеют конечный размер в направлении своего распространения. Такая постановка задачи позволяет проследить распространение альфвеновских волн в направлении к Земле и от нее и эволюцию формирующихся в них возмущений второго порядка, в том числе потоков плазмы, связанных с этими волнами. Выбор достаточно простой модели среды обусловлен тем, что позволяет аналитически описать формирование возмущений второго порядка и связать характеристики быстрых потоков плазмы в альфвеновских волнах с характеристиками породившего эти волны возмущения. Такая модель, конечно, не отражает структуру геомагнитного хвоста, в котором предполагается образование альфвеновских возмущений, однако ее вполне достаточно для адекватного описания изучаемого явления. Очень большое количество наблюдений быстрых потоков плазмы связаны с пограничной областью плазменного слоя, где вполне применимо приближение холодной плазмы (параметр  $\beta$  изменяется в этой области от 0.25 вблизи плазменного слоя до  $\beta < 0.1$  в долях).

Большая величина магнитного поля в направлении к Земле или от нее (в зависимости от того, с какой из двух долей хвоста рассматривается граница) обеспечивает слабость влияния его малой компоненты магнитного поля поперек хвоста, что позволяет рассматривать магнитное поле в пограничной области плазменного слоя как прямое. Альфвеновское возмущение распространяется вдоль поля, поэтому оно и связанное с ним возмущение второго порядка не выходят за пределы области применимости используемого приближения. Единственным существенным свойством пограничной области плазменного слоя, не учитываемым в рассматриваемой модели среды, является неоднородность альфвеновской скорости в направлении, перпендикулярном как направлению поля, так и азимутальному направлению. Влияние этого фактора на результаты обсуждается в заключении.

Следует отметить, что существует направление в исследовании формирования течений в альфвеновских волнах как результата развития вторичной неустойчивости, обусловленной нелинейными эффектами. Это направление, в частности, представлено работами [Pokhotelov et al., 2003, 2004; Zhao et al., 2012]. В этих статьях отмечена принципиальная роль кинетических эффектов в генерации конвективных движений. В настоящей работе рассматривается иная постановка задачи, в рамках которой показано существование обусловленных нелинейными эффектами течений второго порядка в приближении холодной плазмы. Это связано с различием в постановке задачи, которое объясняется ориентацией на различные физические явления. Работы [Pokhotelov et al., 2003, 2004; Zhao et al., 2012] предполагают применение результатов к стационарным турбулентным процессам, а настоящая работа ориентирована на применение к возмущениям, локализованным в пространстве и во времени. Соответственно в работах [Pokhotelov et al., 2003, 2004; Zhao et al.,

2012] конвективные течения выделяются, если формулировать это на языке гармонического разложения, как нулевая пространственная гармоника по координате вдоль поля — посредством соответствующего усреднения. В таком случае усредненная продольная ponderomotorная сила существует только вследствие малых эффектов — диссипативных [Dmitrienko, 1997] или кинетических [Pokhotelov et al., 2003, 2004; Zhao et al., 2012]. В настоящей работе рассматриваются продольно локализованные альфвеновские возмущения и соответственно течения второго порядка, также продольно локализованные. Генерирующая такие течения продольная ponderomotorная сила существует и в отсутствие малых эффектов. Кроме того, в [Pokhotelov et al., 2003, 2004; Zhao et al., 2012] решение ищется только как возмущение малых поперечных масштабов; для рассматриваемого в настоящей работе с некоего начального момента времени возмущения никаких предположений о его поперечном масштабе не делается. При стремлении поперечного масштаба альфвеновского возмущения к нулю поперечная составляющая скорости полученного в настоящей работе течения исчезает в согласии с тем обстоятельством, что в [Pokhotelov et al., 2003, 2004; Zhao et al., 2012] для поперечно-мелкомасштабных альфвеновских волн конвективные течения создаются только за счет кинетических эффектов. На факт существования продольного течения величина поперечного масштаба влияния не оказывает.

## 1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Мы используем в качестве исходных уравнения

$$\begin{aligned} \partial_t \mathbf{B} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \\ \rho \partial_t \mathbf{v} &= \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \\ \partial_t \rho + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{B}$  — магнитное поле,  $\rho$  — плотность плазмы,  $\mathbf{v}$  — скорость плазмы. Мы полагаем, что в невозмущенном состоянии плазма покоится в однородном магнитном поле  $\mathbf{B}_0$ ;  $\rho_0$  — невозмущенная однородная плотность плазмы. С учетом наличия возмущения заменим обозначения следующим образом  $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}$ ,  $\rho \rightarrow \rho_0 + \rho$ , где  $\mathbf{B}$  и  $\rho$  — возмущения поля и плотности;  $\mathbf{v}$  — скорость плазмы в возмущении. Ось  $Z$  декартовой системы координат направим вдоль  $\mathbf{B}_0$ .

Полагаем, что в плазме существует начальное возмущение, однородное в направлении  $y$ , которое задается функцией  $z$  и  $x$ . Соответственно возникающее возмущение является функцией  $z$  и  $x$ . Предполагаем, что в этом возмущении  $x$ - и  $z$ -компоненты поля и скорости, а также плотность являются малыми порядка  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$ :

$$\frac{B_x}{B_0} \sim \frac{B_z}{B_0} \sim \frac{v_x}{V_a} \sim \frac{v_z}{V_a} \sim \frac{\rho}{\rho_0} \sim \varepsilon, \quad \varepsilon \ll 1, \quad (2)$$

$V_a$  — альфвеновская скорость:

$$V_a = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}.$$

На  $B_y$  и  $v_y$  никаких ограничений не накладываем, лишь предполагаем, что они являются величинами одного порядка:

$$\frac{v_y}{V_a} \sim \frac{B_y}{B_0}. \quad (3)$$

Отбрасывая в (1) члены, которые, согласно (2), (3), малы по сравнению с оставленными, получаем уравнения

$$\partial_t b_y = \partial_z v_y, \partial_t v_y = V_a^2 \partial_z b_y; \quad (4)$$

$$\partial_t b_x = \partial_z v_x; \quad (5)$$

$$\partial_t b_z = -\partial_x v_x; \quad (6)$$

$$\partial_t v_x = V_a^2 \partial_z b_x - V_a^2 \partial_x b_z - V_a^2 \partial_x b_y^2 / 2; \quad (7)$$

$$\partial_t v_z = -V_a^2 \partial_z b_y^2 / 2; \quad (8)$$

$$\partial_t \rho = -\rho_0 (\partial_x v_x + \partial_z v_z). \quad (9)$$

Мы обозначили  $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B_0$ . Уравнения (4) представляют собой уравнения для альфвеновских волн, а система (5)–(9) — уравнения для компонент  $x$  и  $z$  поля и скорости, а также плотности. Система (5)–(9) содержит магнитное давление, пропорциональное  $b_y^2$ . Оно создается альфвеновскими волнами, для которых из (4) следует уравнение

$$\partial_{tt} b_y = V_a^2 \partial_{zz} b_y. \quad (10)$$

В системе (5)–(9) магнитное давление альфвеновской волны выступает в роли драйвера, вызывающего возмущение  $b_x, b_z, v_x, v_z, \rho$ . Наша цель — описать эти возмущения. Заметим, что при получении (4), (5)–(9) не нужны какие-либо ограничения на амплитуду альфвеновских волн, т. е. на  $b_y$  и  $v_y$  непосредственно. Однако, поскольку возмущения, описываемые системой (5)–(9), создаются магнитным давлением альфвеновских волн, их амплитуда определяется магнитным давлением  $b_y^2$ . Для того чтобы удовлетворялось условие (2), необходимо выполнение условия  $B_y \sim \varepsilon^{1/2}$ , которое является достаточно слабым, что существенно для применения получаемых результатов к конкретным магнитосферным явлениям.

## 2. ВОЗМУЩЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Конкретизируем  $b_y$  согласно (10). Полагаем, что имеется начальное смещение плазмы, при котором скорость в начальный момент времени  $v_y(x, z, 0) = W(x, z)$ , тогда  $\partial_t b_y(x, z, 0) = \partial_z W(x, z) \neq 0$ ; возмущение поля в начальный момент отсутствует. Обезразмеренное возмущение  $y$ -компоненты магнитного поля в альфвеновских волнах, создаваемых начальным возмущением  $W(x, z)$ , есть

$$\begin{aligned} b_y(x, z, t) &= b_{y+} + b_{y-}, \\ b_{y+} &= -b(x, z + V_a t), \\ b_{y-} &= b(x, z - V_a t), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $b(x, z) = -W(x, z)/(2V_a)$ . Оно состоит из двух альфвеновских волн, распространяющихся вдоль  $z$

в противоположных направлениях от начального возмущения. Магнитное давление, создаваемое альфвеновскими волнами, есть

$$b_y^2(x, z, t) = b_{y\pm}^2(x, z, t) + \bar{b}_y^2(x, z, t),$$

где

$$b_{y\pm}^2(x, z, t) = b_{y\pm}^2 + b_{y\pm}^2,$$

$$b_{y+} = b^2(x, z + V_a t), \quad (12)$$

$$b_{y-} = b^2(x, z - V_a t)$$

и

$$\bar{b}_y^2(x, z, t) = -2b(z - V_a t)b(z + V_a t). \quad (13)$$

Ясно, что  $b_{y\pm}^2(x, z, t)$  — это магнитное давление в распространяющихся в противоположных направлениях вдоль оси  $Z$  от начального возмущения альфвеновских волн,  $\bar{b}_y^2(x, z, t)$  — возмущение магнитного давления в области начального возмущения. Мы будем предполагать, что начальное возмущение существует в конечной области плоскости  $XZ$ . В таком случае можно считать, что  $\bar{b}_y^2(x, z, t)$  существует конечное время, пока области возмущения плазмы в каждой из распространяющихся в противоположных направлениях альфвеновских волн пересекаются.

Для решения (5)–(9) зададим нулевые начальные условия, т. е. при  $t=0$   $b_x=b_z=0, v_x=v_z=0, \rho=0$ . Из (5)–(7) легко получить уравнение для  $v_x$

$$(\partial_{tt} - V_a^2 \Delta) v_x = -\frac{1}{2} V_a^2 \partial_t \partial_x b_y^2 \quad (14)$$

с обозначением  $\Delta = \partial_{xx} + \partial_{zz}$ . Этим уравнением заменим далее в системе (5)–(9) уравнение (7).

Заметим, что так же можно получить из (8), (14) уравнение для  $\nabla \cdot \mathbf{v} = \partial_x v_x + \partial_z v_z$

$$(\partial_{tt} - V_a^2 \Delta) \partial_t \nabla \cdot \mathbf{v} = -\frac{1}{2} V_a^2 (\partial_{tt} - V_a^2 \Delta) \Delta b_y^2, \quad (15)$$

из которого следует, что распространяющаяся альфвеновская волна может создавать только несжимаемое течение.

Для продольной компоненты скорости плазмы имеем уравнение (8). Используем обозначения  $v_{z+}$  и  $v_{z-}$  для возмущений продольной скорости, создаваемых отдельными альфвеновскими волнами с магнитным давлением  $b_{y+}^2$  и  $b_{y-}^2$ ; обозначим также

$$v_{z\pm} = v_{z+} + v_{z-}.$$

Очевидно, получаем из (8)

$$\partial_t v_{z\pm} = -\frac{1}{2} V_a^2 \partial_z b_{y\pm}^2(x, z, t),$$

откуда следует

$$v_{z+} = -\frac{1}{2} V_a b^2(x, z + V_a t), v_{z-} = \frac{1}{2} V_a b^2(x, z - V_a t). \quad (16)$$

Мы видим, что в каждой из распространяющихся волн плазма движется в направлении распространения волны. Это движение создается не начальным возмущением, а непосредственно давлением

распространяющихся волн и сохраняется при  $t \rightarrow \infty$  в виде, даваемом (16). Отметим, что аналогичные (16) формулы для продольной скорости плазмы в альфвеновской волне были получены в [Dmitrienko, 2011] для альфвеновской монохроматической волны с огибающей, возбуждаемой в результате трансформации БМЗ-волны в поперечно-неоднородной плазме. Для  $x$ -компоненты скорости движения плазмы имеем уравнение (14) с нулевыми начальными условиями. Представим  $v_x$  в виде  $v_x = v_{x\pm} + \bar{v}_x$ , где

$$(\partial_{tt} - V_a^2 \Delta) v_{x\pm} = -\frac{1}{2} V_a^2 \partial_x \partial_t b_{y\pm}^2; \quad (17)$$

начальные условия

$$v_{x\pm}(x, z, 0) = 0, \quad \partial_t v_{x\pm}(x, z, 0) = 0;$$

$$(\partial_{tt} - V_a^2 \Delta) \bar{v}_x = -\frac{1}{2} V_a^2 \partial_x \partial_t \bar{b}_y^2;$$

начальные условия

$$\bar{v}_x(x, z, 0) = 0, \quad \partial_t \bar{v}_x(x, z, 0) = 0.$$

Возмущение  $\bar{v}_x$  мы далее рассматривать не будем, так как оно убывает по мере распространения вследствие того, что его драйвер в правой части уравнения для  $\bar{v}_x$  локализован в некоторой области на плоскости XZ и действует конечное время. Что касается  $V_{x\pm}$ , то решение уравнения (17) представим в виде  $v_{x\pm} = V_{x\pm} + V_x^0$ , где  $V_{x\pm}$  удовлетворяет условиям  $(\partial_{tt} - V_a^2 \Delta) V_{x\pm} = 0$  и  $\partial_x V_{x\pm} = \frac{1}{2} \partial_t b_{y\pm}^2$ . Очевидно, что если  $V_{x\pm}$  удовлетворяет двум названным условиям, то  $V_{x\pm}$  является решением уравнения (17). Решение  $V_{x\pm}$  можно выбрать в виде

$$V_{x\pm} = \frac{V_a}{2} \int_{x_0}^x \partial_z (b^2(x', z + V_a t) - b^2(x', z - V_a t)), \quad (18)$$

где  $x_0$  — произвольная точка. Решение (18) не удовлетворяет начальным условиям уравнения (17), поскольку при  $t=0$   $\partial_t V_{x\pm} \neq 0$ , имеем

$$\partial_t V_{x\pm}(x, z, 0, x_0) = u(x, z, x_0),$$

$$u(x, z, x_0) = V_a^2 \partial_{zz} \int_{x_0}^x b^2(x', z) dx'.$$

Обозначим также

$$u^+(z, x_0) = V_a^2 \partial_{zz} \int_{x_0}^{\infty} b^2(x', z) dx', \quad (19)$$

$$u^-(z, x_0) = V_a^2 \partial_{zz} \int_{x_0}^{-\infty} b^2(x', z) dx'. \quad (20)$$

Пусть область начального возмущения характеризуется по координатам  $x$  и  $z$  параметрами  $L_x, L_z$ , т. е. можно полагать  $b^2(x, z) = 0$  при  $|x| > L_x$  и  $|z| > L_z$ . Вообще говоря,  $L_x$  и  $L_z$  могут быть функциями  $z$  и  $x$  соответственно, но для сокращения записи формул далее будем полагать  $L_x = \max |L_x(z)|$ ,  $L_z = \max |L_z(x)|$ . Тогда имеем при  $x > L_x$   $u(x, z, x_0) = u^+(z, x_0)$ , а при  $x < -L_x$   $u(x, z, x_0) = u^-(z, x_0)$ . Следует заметить также, что, хотя  $V_{x\pm}(x, z, 0) = 0$ , решение  $V_{x\pm}(x, z, t) \neq 0$  при любых  $t \neq 0$  при  $|x| = \infty$ , т. е. бесконечно далеко от области начального возмущения. Поэтому  $V_{x\pm}$  нельзя

рассматривать как отдельную, имеющую физический смысл часть возмущения. Поэтому найдем  $v_{x\pm}$  — полное решение (17) с нулевыми начальными условиями. Для этого требуется решение уравнения

$$(\partial_{tt} - V_a^2 \Delta) V_x^0(x, z, t, x_0) = 0 \quad (21)$$

с начальными условиями  $V_x^0(x, z, 0, x_0) = 0$ ,  $\partial_t V_x^0(x, z, 0, x_0) = -u$ . Тогда для  $v_{x\pm} = V_{x\pm} + V_x^0$  будут выполняться нулевые начальные условия. Решение (21) имеет вид

$$V_x^0 = -\frac{1}{2\pi V_a} \times \int_{z-V_a t}^{z+V_a t} \int_{x-\sqrt{V_a^2 t^2 - (z-z')^2}}^{x+\sqrt{V_a^2 t^2 - (z-z')^2}} \frac{u(x', z', x_0) dx' dz'}{\sqrt{V_a^2 t^2 - (x-x')^2 - (z-z')^2}}. \quad (22)$$

Рассмотрим решение  $V_x^0$  при  $|x| \rightarrow \infty$ . При  $|x| > L_x + \sqrt{(V_a t + L_z)^2 - z^2}$  интервал интегрирования по  $x'$  в (22) лежит вне  $(-L_x, L_x)$ . Поэтому при таких  $x$  имеем  $V_x^0 = V_x^{0(+)}$ ,

$$V_x^{0(+)} = -\frac{V_a}{2} \times \quad (23)$$

$$\times \partial_z \int_{x_0}^{\infty} (b^2(x', z + V_a t) - b^2(x', z - V_a t)) dx'$$

при  $x > L_x + \sqrt{(V_a t + L_z)^2 - z^2}$  и

$$V_x^{0(-)} = -\frac{V_a}{2} \times \quad (24)$$

$$\times \partial_z \int_{x_0}^{-\infty} (b^2(x', z + V_a t) - b^2(x', z - V_a t)) dx'$$

при  $x < -L_x - \sqrt{(V_a t + L_z)^2 - z^2}$ .

Таким образом с учетом (18) имеем  $V_x^0 = -V_{x\pm}$  и, следовательно,  $v_{x\pm} = 0$  в области (22), т. е. при достаточно больших  $|x|$ . Далее,  $V_x^0$  удовлетворяет, кроме (21), уравнению

$$(\partial_{tt} - V_a^2 \Delta) \partial_x V_x^0 = 0 \quad (25)$$

с начальными условиями

$$\partial_x V_x^0(x, z, 0) = 0,$$

$$\partial_t \partial_x V_x^0(x, z, 0) = V_a^2 \partial_{zz} b^2(x, z).$$

Поскольку  $b^2(x, z)$  локализовано на плоскости XZ, решение (25) не является волной, распространяющейся только вдоль оси Z. Следовательно, амплитуда соответствующего решению (25) возмущения убывает с распространением возмущения от источника: область, где  $\partial_x V_x^0 \neq 0$ , увеличивается, но  $\partial_x V_x^0 \rightarrow 0$  по мере распространения возмущения  $V_x^0$  (в отличие от задачи для  $V_x^0$ , в которой начальные условия не убывают к нулю при  $|x| \rightarrow \infty$ ). Решение такого уравнения имеет фронт, стремящийся к окружности  $x^2 + z^2 = V_a^2 t^2$  при  $t \rightarrow \infty$ ; вне этой окружности воз-

мушение отсутствует; (22) дает оценку положения фронта  $\partial_x V_x^0$  при конечных значениях  $t$ , и (23), (24) дает  $V_x^0$  там, где  $\partial_x V_x^0 = 0$ . Стремление  $\partial_x V_x^0$  к нулю на фронте и за ним при  $t \rightarrow \infty$  означает, что  $V_x^0$  стремится при этом к функции, которая не зависит от  $x$ . Мы обозначим эту функцию

$$(V_x^0)_{as} : (V_x^0(z, t, x_0))_{as} = \lim_{t \rightarrow \infty} V_x^0(x, z, t, x_0).$$

Найдем  $(V_x^0)_{as}$ . Используя то, что при  $|x| > L_x$  для  $u(x, z, x_0)$  применимы (19), (20), а вклад интеграла по области  $|x| < L_x$  во внутренний интеграл в правой части (22) стремится к 0 при  $t \rightarrow \infty$ , мы можем записать

$$\begin{aligned} (V_x^0)_{as} &= -\frac{1}{2\pi V_a} \times \\ &\times \int_{z-V_a t}^{z+V_a t} u^+(z', x_0) \int_0^{\sqrt{V_a^2 t^2 - (z-z')^2}} \frac{d\xi dz'}{\sqrt{V_a^2 t^2 - \xi^2 - (z-z')^2}} - \\ &- \frac{1}{2\pi V_a} \times \\ &\times \int_{z-V_a t}^{z+V_a t} u^-(z', x_0) \int_0^{\sqrt{V_a^2 t^2 - (z-z')^2}} \frac{d\xi dz'}{\sqrt{V_a^2 t^2 - \xi^2 - (z-z')^2}}, \end{aligned}$$

где  $\xi = x' - x$ . Таким образом,

$$(V_x^0)_{as} = -\frac{1}{4V_a} \int_{z-V_a t}^{z+V_a t} (u^+(z', x_0) + u^-(z', x_0)) dz'.$$

С учетом (19), (20) получаем, что при  $t \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} (V_x^0)_{as} &= -\frac{V_a}{4} \partial_z \times \\ &\times \int_{x_0}^{\infty} (b^2(x', z+V_a t) - b^2(x', z-V_a t)) dx' - \\ &- \frac{V_a}{4} \partial_z \int_{x_0}^{\infty} (b^2(x', z+V_a t) - b^2(x', z-V_a t)) dx'. \end{aligned}$$

Возвращаясь к  $V_{x\pm}$  как частному решению (17), воспользуемся тем, что в его выборе есть произвол, который позволяет выбрать частное решение (17) в виде  $\tilde{v}_{x\pm}$ :

$$\tilde{v}_{x\pm} = V_{x\pm} + C_1(z+V_a t) + C_2(z-V_a t),$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — произвольные функции своих аргументов. Положим

$$C_1(z+V_a t) + C_2(z-V_a t) = (V_x^0)_{as}.$$

Тогда получаем  $\tilde{v}_{x\pm}$  в виде

$$\tilde{v}_{x\pm} = \tilde{v}_{x+} + \tilde{v}_{x-}, \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{x+}(x, z, t) &= \frac{V_a}{4} \times \\ &\times \partial_z \left( \int_{-\infty}^x b^2(x', z+V_a t) dx' + \int_{\infty}^x b^2(x', z+V_a t) dx' \right), \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{x-}(x, z, t) &= -\frac{V_a}{4} \times \\ &\times \partial_z \left( \int_{-\infty}^x b^2(x', z-V_a t) dx' + \int_{\infty}^x b^2(x', z-V_a t) dx' \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Как видим, функция  $\tilde{v}_{x\pm}$  является при больших значениях  $|x|$  антисимметричной:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \tilde{v}_{x+}(x, z, t) &= -\lim_{x \rightarrow -\infty} \tilde{v}_{x+}(x, z, t) = \\ &= \frac{V_a}{4} \partial_z \left( \int_{-\infty}^{\infty} b^2(x', z+V_a t) dx' \right), \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \tilde{v}_{x-}(x, z, t) &= -\lim_{x \rightarrow -\infty} \tilde{v}_{x-}(x, z, t) = \\ &= \frac{V_a}{4} \partial_z \left( \int_{-\infty}^{\infty} b^2(x', z-V_a t) dx' \right). \end{aligned}$$

Имеем в начальный момент времени

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{x\pm}(x, z, 0) &= 0, \\ \partial_t \tilde{v}_{x\pm}(x, z, 0) &= \frac{V_a^2}{2} \times \\ &\times \partial_{zz} \left( \int_{\infty}^x b^2(x', z) dx' + \int_{-\infty}^x b^2(x', z) dx' \right). \end{aligned}$$

Если ввести обозначение  $\tilde{u}(x, z)$  для  $\partial_t \tilde{v}_{x\pm}(x, z, 0)$ :  $\tilde{u}(x, z) = \partial_t \tilde{v}_{x\pm}(x, z, 0)$  и далее найти решение уравнения вида (21) для функции  $\tilde{V}_x^0$ , то это решение имеет вид (22), но с заменой  $u$  на  $\tilde{u}$ . Таким образом, мы получаем для  $v_{x\pm}$  представление  $v_{x\pm} = \tilde{v}_{x\pm} + \tilde{V}_x^0$ . Поскольку  $\tilde{V}_x^0 \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , то  $v_{x\pm} \rightarrow \tilde{v}_{x\pm}$  при  $t \rightarrow \infty$ ;  $\tilde{v}_{x\pm}$  дается формулами (26)–(28). Функция  $\tilde{v}_{x\pm}$  не равна нулю в полосах

$$-\infty < x < \infty, -L_z \pm V_a t < |z| < L_z \pm V_a t. \quad (29)$$

Для больших, но конечных  $t$ , области ненулевых значений  $v_{x\pm}$  определяется пересечением области за фронтом  $\partial_x \tilde{V}_x^0$  и полос (29); в этих областях можно полагать  $v_{x\pm} \approx \tilde{v}_{x\pm}$  и, следовательно,  $\partial_x v_{x\pm} \approx -\partial_z v_{z\pm}$ . Таким образом,  $v_{x\pm}$  и  $v_{z\pm}$  образуют несжимаемое течение, что согласуется со следующим из (15) свойством альфвеновской волны генерировать только несжимаемое течение. Наличие убывающей со временем сжимаемой части потока ( $v_{x\pm}$ ,  $v_{z\pm}$ ) является следствием ненулевых начальных условий для (15).

Определим также возмущения магнитного поля. После того как найдены компоненты скорости, возмущения поля легко получаются из (5), (6). Обозначим  $\tilde{b}_{x\pm}$ ,  $\tilde{b}_{z\pm}$  асимптотики при  $t \rightarrow \infty$  возмущений  $x$ - и  $z$ -компонент обезразмеренного поля в альфвеновских волнах. Получаем

$$\tilde{b}_{x+} = \tilde{v}_{x+} / V_a, \tilde{b}_{x-} = -\tilde{v}_{x-} / V_a,$$

и

$$\tilde{b}_{z+} = \tilde{v}_{z+} / V_a, \tilde{b}_{z-} = -\tilde{v}_{z-} / V_a.$$

Последние два равенства означают, согласно (14), (15), что

$$\tilde{b}_{z+} = -\frac{1}{2} b^2(x, z+V_a t), \tilde{b}_{z-} = -\frac{1}{2} b^2(x, z-V_a t).$$

Таким образом, в альфвеновских волнах вдали от источника всегда имеет место уменьшение внешнего магнитного поля.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что в области существования альфвеновской волны магнитным давлением этой волны создается течение плазмы и деформация магнитного поля в плоскости, перпендикулярной направлению возмущения поля и смещению плазмы в такой волне. Сжимаемое возмущение формируется только начальным возмущением и взаимодействием волн, и по мере удаления от области начального возмущения вклад сжимаемой части возмущения в возмущение второго порядка становится несущественным и в волне остается только несжимаемое возмущение, создаваемое магнитным давлением этой волны. Таким образом, достаточно далеко от области, где имело место начальное возмущение, возмущения второго порядка представляют собой несжимаемое течение плазмы и деформацию поля. Эти возмущения происходят в перпендикулярной направлению начального возмущения плоскости. Для продольных, т. е. направленных вдоль невозмущенного магнитного поля, скорости плазмы и деформации поля, имеет место очень простая связь величины этих возмущений с магнитным давлением волны, а именно: продольная скорость и деформация поля, обезразмеренные посредством альфвеновской скорости и величины невозмущенного магнитного поля соответственно равны половине магнитного давления волны, обезразмеренного посредством магнитного давления внешнего магнитного поля. Что касается направления продольных возмущений, то продольное движение всегда происходит в направлении распространения волны, а деформация продольного поля всегда приводит к уменьшению внешнего поля, независимо от направления распространения. В случае, если альфвеновская волна мелкомасштабна в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны, течение и деформация поля вдоль направления мелкомасштабности слабы и преобладает течение в направлении распространения и провал внешнего магнитного поля; в противном случае доминируют перпендикулярные внешнему магнитному полю возмущения поля и скорости плазмы.

Выявленные в настоящей работе свойства течений второго порядка позволяют предложить интерпретацию наблюдаемых в хвосте магнитосферы быстрых потоков плазмы как результата генерации их в альфвеновских волнах. Прежде всего, это такие свойства, как возможность потоков иметь направление вдоль геомагнитного поля как по направлению к Земле, так и от нее. Далее, для скорости потоков  $v$  имеем  $v \sim \varepsilon^2 V_a$ , где  $\varepsilon$  характеризует амплитуду альфвеновской волны; выполнения условия  $\varepsilon^2 \ll 1$  достаточно для применимости полученных выше результатов. С учетом того, что альфвеновская скорость в пограничной области плазменного слоя достигает 6000 км/с, в качестве верхней границы скорости потока в альфвеновских волнах в пределах

применимости получаем величину  $\sim 1000$  км/с. Таким образом, в альфвеновских волнах можно, вообще говоря, получить потоки во всем наблюдаемом диапазоне скоростей. Заметим также, что предположение о связи потоков плазмы с альфвеновскими волнами не противоречит наблюдениям — обычно совместно с потоками наблюдаются существенные возмущения магнитного поля. Дифференциация в наблюдениях потоков плазмы, создаваемых альфвеновскими возмущениями, и потоков плазмы, существующих независимо от альфвеновских волн, должна прежде всего основываться на следующем обстоятельстве. Перемещение области, занятой потоком плазмы, генерируемым альфвеновским возмущением, должна происходить не со скоростью потока, как это должно быть в случае потока, существующего независимо от альфвеновских волн, а с альфвеновской скоростью. Кроме того, скорость создаваемого альфвеновскими волнами потока плазмы связана с амплитудой альфвеновского возмущения; должен наблюдаться также провал магнитного поля.

Необходимо отметить также в связи с предлагаемым применением полученных результатов к пограничной области плазменного слоя хвоста магнитосферы то обстоятельство, что мы предполагали плазму однородной, тогда как в указанной области она сильно неоднородна в направлении, которое в принятых в настоящей работе обозначениях соответствует координате  $x$ . С учетом такой неоднородности альфвеновская скорость в (11) и (12) является функцией  $x$ . Поскольку полученные выше результаты говорят о том, что свойства течения определяются преимущественно локальным воздействием магнитного давления альфвеновской волны, то (11) и (12) с зависимостью альфвеновской скорости от  $x$  могут быть применены для качественных оценок с учетом неоднородности пограничной области плазменного слоя. Ясно, что вследствие того, что в пограничной области плазменного слоя альфвеновская скорость монотонно возрастает вдоль оси  $X$  (на масштабе порядка радиуса Земли почти в 10 раз), то при распространении вдоль поля область альфвеновского возмущения деформируется по мере распространения, вытягиваясь вдоль поля, но уменьшая свой размер в направлении неоднородности — значит, его поперечный масштаб становится меньше продольного. Вследствие этого, каково бы ни было соотношение поперечной и продольной скоростей в потоке в начале его формирования, по мере распространения течение становится одномерным, направленным вдоль направления распространения волны, как это преимущественно и наблюдается в быстрых потоках плазмы в хвосте магнитосферы.

Работа выполнена в рамках базового финансирования программы ФНИ П.12.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Birn J., Liu Y., Daughton W., et al. Reconnection and interchange instability in the near magnetotail // *Earth, Planets and Space*. 2015. V. 67. 110. DOI: [10.1186/s40623-015-0282-3](https://doi.org/10.1186/s40623-015-0282-3).  
Cao J.B., Ma Y.D., Parks G., et al. Joint observations by Cluster satellites of bursty bulk flows in the magnetotail // *J.*

Geophys. Res.: Space Phys. 2006. V. 111, N A4. A04206. DOI: [10.1029/2005JA011322](https://doi.org/10.1029/2005JA011322).

Dmitrienko I.S. Nonlinear effects in Alfvén resonance // *J. Plasma Phys.* 1997. V. 57, N 2. P. 311–326.

Dmitrienko I.S. Formation of accelerated ion flows in Alfvén disturbances of the magnetotail // *Geomagnetism and Aeronomy.* 2011. V. 51, N 8. P. 1160–1164. DOI: [10.1134/S0016793211080032](https://doi.org/10.1134/S0016793211080032).

Dmitrienko I.S. Evolution of FMS and Alfvén waves produced by the initial disturbance in the FMS waveguide // *J. Plasma Phys.* 2013. V. 79, N 1. P. 7–17. DOI: [10.1017/S0022377812000608](https://doi.org/10.1017/S0022377812000608).

Du A.M., Nakamura R., Zhang T.L., et al. Fast tailward flows in the plasma sheet boundary layer during a substorm on 9 March 2008: THEMIS observations // *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2011. V. 116, N A3. A03216. DOI: [10.1029/2010JA015969](https://doi.org/10.1029/2010JA015969).

Fruhauff D., Glassmeier K.-H. Statistical analysis of magnetotail fast flows and related magnetic disturbances // *Ann. Geophys.* 2016. V. 34. P. 399–409.

Keiling A. Alfvén waves and their roles in the dynamics of the Earth's magnetotail: a review // *Space Sci. Rev.* 2009. V. 142, iss. 1–4. P. 73–156. DOI: [10.1007/s11214-008-9463-8](https://doi.org/10.1007/s11214-008-9463-8).

Keiling A., Wygant J.R., Cattell C., et al. Large Alfvén wave power in the plasma sheet boundary layer during the expansion phase of substorms // *Geophys. Res. Lett.* 2000. V. 27, N 19. P. 3169–3172. DOI: [10.1029/2000GL000127](https://doi.org/10.1029/2000GL000127).

Keiling A., Parks G.K., Wygant J.R., et al. Some properties of Alfvén waves: observations in the tail lobes and the plasma sheet boundary layer // *J. Geophys. Res.* 2005. V. 110, iss. A10. A10S11. DOI: [10.1029/2004JA010907](https://doi.org/10.1029/2004JA010907).

Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Pilipenko, V.A. On the ballooning instability of the coupled Alfvén and drift compressional modes // *Earth, Planets and Space.* 2012. V. 64, N 9. P. 777–781. DOI: [10.5047/eps.2012.04.002](https://doi.org/10.5047/eps.2012.04.002).

Lee D.Y. Ballooning instability in the tail plasma sheet // *Geophys. Res. Lett.* 1998. V. 25, iss. 21. P. 4095–4098. DOI: [10.1029/1998GL900105](https://doi.org/10.1029/1998GL900105).

Leonovich A.S., Mishin V.V., Cao J.B. Penetration of magnetosonic waves into the magnetosphere: Influence of a transition layer // *Ann. Geophys.* 2003. V. 21, N 5. P. 1083–1093. DOI: [10.5194/angeo-21-1083-2003](https://doi.org/10.5194/angeo-21-1083-2003).

Leonovich A.S., Kozlov D.A. On ballooning instability in current sheets // *Plasma Physics and Controlled Fusion.* 2013. V. 55, N 8. 085013. DOI: [10.1088/0741-3335/55/8/085013](https://doi.org/10.1088/0741-3335/55/8/085013).

Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Non-resonant instability of coupled Alfvén and drift compressional modes in magnetospheric plasma // *Plasma Physics and Controlled Fusion.* 2017. V. 59, N 9. 095005. DOI: [10.1088/1361-6587/aa790c](https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa790c).

Mazur V.A., Chuiko D.A. Kelvin–Helmholtz instability on the magnetopause, magnetohydrodynamic waveguide in the outer magnetosphere, and Alfvén resonance deep in the magnetosphere // *Plasma Physics Rep.* 2013. V. 39, N 6. P. 488–503.

Mazur N.G., Fedorov E.N., Pilipenko V.A. MHD waveguides in space plasma // *Plasma Physics Rep.* 2010. V. 36, N 7. P. 609–626. DOI: [10.1134/S1063780X10070081](https://doi.org/10.1134/S1063780X10070081).

Pokhotelov O.A., Onishchenko O.G., Sagdeev R.Z., Treumann R.A. Nonlinear dynamics of inertial Alfvén waves in the upper ionosphere: Parametric generation of electrostatic convective cells // *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2003. V. 108, N A7. 1291. DOI: [10.1029/2003JA009888](https://doi.org/10.1029/2003JA009888).

Pokhotelov O.A., Onishchenko O.G., Sagdeev R.Z., et al. Parametric interaction of kinetic Alfvén waves with convective cells // *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2004. V. 109, iss. A3. A03305. DOI: [10.1029/2003JA010185](https://doi.org/10.1029/2003JA010185).

Takada T., Nakamura R., Baumjohann W., et al. Alfvén waves in the near-PSBL lobe: Cluster observations // *Ann. Geophys.* 2006. V. 24. P. 1001–1013.

Takada T., Seki K., Hirahara M., et al. Statistical properties of low-frequency waves and ion beams in the plasma sheet boundary

layer: Geotail observations // *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2005. V. 110, iss. A2. A02204. DOI: [10.1029/2004JA010395](https://doi.org/10.1029/2004JA010395).

Walker A.D.M. Excitation of field line resonances by sources outside the magnetosphere // *Ann. Geophys.* 2005. V. 23, N 1. P. 3375–3388. DOI: [10.5194/angeo-23-3375-2005](https://doi.org/10.5194/angeo-23-3375-2005).

Wright A.N., Allan W. Simulations of Alfvén waves in the geomagnetic tail and their auroral signatures // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113, iss. A2. A02206. DOI: [10.1029/2007JA012464](https://doi.org/10.1029/2007JA012464).

Zhao J.S., Wu D.J., Yu M.Y., Lu J.Y. Convective cell generation by kinetic Alfvén wave turbulence in the auroral ionosphere // *Phys. Plasmas.* 2012. V. 19, N 6. 062901. DOI: [10.1063/1.4729327](https://doi.org/10.1063/1.4729327).

Zong Q.-G., Fu S.Y., Baker D.N., et al. Earthward flowing plasmoid: Structure and its related ionospheric signature // *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2007. V. 112, iss. A7. A07203. DOI: [10.1029/2006JA012112](https://doi.org/10.1029/2006JA012112).

## REFERENCES

Birn J., Liu Y., Daughton W., Hesse M., Schindler K. Reconnection and interchange instability in the near magnetotail. *Earth, Planets and Space.* 2015, vol. 67, 110. DOI: [10.1186/s40623-015-0282-3](https://doi.org/10.1186/s40623-015-0282-3).

Cao J.B., Ma Y.D., Parks G., Dandouras H., Remeand I., Nakamura R., Zang T.L., Zong Q., Lucek E., Carr C.M., Liu Z.X., Zhou G.C. Joint observations by Cluster satellites of bursty bulk flows in the magnetotail. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2006, vol. 111, iss. A4, A04206. DOI: [10.1029/2005JA011322](https://doi.org/10.1029/2005JA011322).

Dmitrienko I.S. Nonlinear effects in Alfvén resonance. *J. Plasma Phys.* 1997, vol. 57, no. 2, pp. 311–326.

Dmitrienko I.S. Formation of accelerated ion flows in Alfvén disturbances of the magnetotail // *Geomagnetism and Aeronomy.* 2011. V. 51, N 8. P. 1160–1164. DOI: [10.1134/S0016793211080032](https://doi.org/10.1134/S0016793211080032).

Dmitrienko I.S. Evolution of FMS and Alfvén waves produced by the initial disturbance in the FMS waveguide. *J. Plasma Phys.* 2013, vol. 79, no. 1, pp. 7–17. DOI: [10.1017/S0022377812000608](https://doi.org/10.1017/S0022377812000608).

Du A.M., Nakamura R., Zhang T.L., Panov E.V., Baumjohann W., Luo H., Xu W.Y., Volwerk Q.M., Luand M., Retino A., Zieger B., Angelopoulos V., Glassmeier K.-H., McFadden J.P., Larson D. Fast tailward flows in the plasma sheet boundary layer during a substorm on 9 March 2008: THEMIS observations. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2011, vol. 116, iss. A3, A03216. DOI: [10.1029/2010JA015969](https://doi.org/10.1029/2010JA015969).

Fruhauff D., Glassmeier K.-H. Statistical analysis of magnetotail fast flows and related magnetic disturbances. *Ann. Geophys.* 2016, vol. 34, pp. 399–409.

Keiling A. Alfvén waves and their roles in the dynamics of the Earth's magnetotail: a review. *Space Sci. Rev.* 2009, vol. 142, iss. 1–4, pp. 73–156. DOI: [10.1007/s11214-008-9463-8](https://doi.org/10.1007/s11214-008-9463-8).

Keiling A., Wygant J.R., Cattell C., Temerin M., Mozer F.S., Kletzing C.A., Scudder J., Russell S.T., Lotko W., Streltsov A.V. Large Alfvén wave power in the plasma sheet boundary layer during the expansion phase of substorms. *Geophys. Res. Lett.* 2000, vol. 27, iss. 19, pp. 3169–3172. DOI: [10.1029/2000GL000127](https://doi.org/10.1029/2000GL000127).

Keiling A., Parks G.K., Wygant J.R., Dombeck J., Mozer F.S., Russell S.T., Streltsov A.V., Lotko W. Some properties of Alfvén waves: observations in the tail lobes and the plasma sheet boundary layer. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2005, vol. 110, iss. A10, A10S11. DOI: [10.1029/2004JA010907](https://doi.org/10.1029/2004JA010907).

Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Pilipenko, V.A. On the ballooning instability of the coupled Alfvén and drift compressional modes. *Earth, Planets and Space.* 2012, vol. 64, iss. 9, pp. 777–781. DOI: [10.5047/eps.2012.04.002](https://doi.org/10.5047/eps.2012.04.002).

Lee D.Y. Ballooning instability in the tail plasma sheet. *Geophys. Res. Lett.* 1998, vol. 25, iss. 21, pp. 4095–4098. DOI: [10.1029/1998GL900105](https://doi.org/10.1029/1998GL900105).

Leonovich A.S., Mishin V.V., Cao J.B. Penetration of magnetosonic waves into the magnetosphere: Influence of a transition layer. *Ann. Geophys.* 2003, vol. 21, iss. 5, pp. 1083–1093. DOI: [10.5194/angeo-21-1083-2003](https://doi.org/10.5194/angeo-21-1083-2003).

Leonovich A.S., Kozlov D.A. On ballooning instability in current sheets. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2013, vol. 55, no. 8, pp. 085013. DOI: [10.1088/0741-3335/55/8/085013](https://doi.org/10.1088/0741-3335/55/8/085013).

Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Non-resonant instability of coupled Alfvén and drift compressional modes in magnetospheric plasma. *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2017, vol. 59, iss. 9, 095005. DOI: [10.1088/1361-6587/aa790c](https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa790c).

Mazur N.G., Chuiko D.A. Kelvin-Helmholtz instability on the magnetopause, magnetohydrodynamic waveguide in the outer magnetosphere, and Alfvén resonance deep in the magnetosphere. *Plasma Physics Rep.* 2013, vol. 39, no. 6, pp. 488–503.

Mazur N.G., Fedorov E.N., Pilipenko V.A. MHD Waveguides in Space Plasma. *Plasma Physics Rep.* 2010, vol. 36, no. 7, pp. 609–626. DOI: [10.1134/S1063780X10070081](https://doi.org/10.1134/S1063780X10070081).

Pokhotelov O.A., Onishchenko O.G., Sagdeev R.Z., Treumann R.A. Nonlinear dynamics of inertial Alfvén waves in the upper ionosphere: Parametric generation of electrostatic convective cells. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2003, vol. 108, iss. A7, 1291. DOI: [10.1029/2003JA009888](https://doi.org/10.1029/2003JA009888).

Pokhotelov O.A., Onishchenko O.G., Sagdeev R.Z., Balikhin M.A., Stenflo L. Parametric interaction of kinetic Alfvén waves with convective cells. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2004, vol. 109, iss. A3, A03305. DOI: [10.1029/2003JA010185](https://doi.org/10.1029/2003JA010185).

Takada T., Nakamura R., Baumjohann W., Seki K., Voros Z., Asano Z., Volwerk M., Runov A., Zhang T.L., Balogh A., Paschmann G., Torbert R.B., Klecker, B., Reme H., Puhl-Quinn P., Canu P., Decreau P.M.E. Alfvén waves in the near-PSBL lobe: Cluster observations. *Ann. Geophys.* 2006, vol. 24, pp. 1001–1013.

Takada T., Seki K., Hirahara M., Fujimoto M., Hayakawa Y., Saitoand H., Mukai T. Statistical properties of lowfrequency waves and ion beams in the plasma sheet boundary layer: Geotail observations. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2005, vol. 110, iss. A2, A02204. DOI: [10.1029/2004JA010395](https://doi.org/10.1029/2004JA010395).

Walker A.D.M. Excitation of field line resonances by sources outside the magnetosphere. *Ann. Geophys.* 2005, vol. 23, no. 1, pp. 3375–3388. DOI: [10.5194/angeo-23-3375-2005](https://doi.org/10.5194/angeo-23-3375-2005).

Wright A.N., Allan W. Simulations of Alfvén waves in the geomagnetic tail and their auroral signatures. *J. Geophys. Res.* 2008, vol. 113, iss. A2, A02206. DOI: [10.1029/2007JA012464](https://doi.org/10.1029/2007JA012464).

Zhao J.S., Wu D.J., Yu M.Y., Lu J.Y. Convective cell generation by kinetic Alfvén wave turbulence in the auroral ionosphere. *Phys. Plasmas*. 2012, vol. 19, no. 6, 062901. DOI: [10.1063/1.4729327](https://doi.org/10.1063/1.4729327).

Zong Q.-G., Fu S.Y., Baker D.N., Goldstein M.L., Song P., Slavin J.A., Fritz T.A., Cao J.B., Amm O., Frey H., Korth A., Daly P.W., Reme H., Pedersen A. Earthward flowing plasmoid: Structure and its related ionospheric signature. *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2007, vol. 112, iss. A7, A07203. DOI: [10.1029/2006JA012112](https://doi.org/10.1029/2006JA012112).

*Как цитировать эту статью:*

Дмитриенко И.С. Возмущения второго порядка в альфвеновских волнах в приближении холодной плазмы. *Солнечно-земная физика*. 2019. Т. 5, № 2. С. 89–96. DOI: [10.12737/szf-52201912](https://doi.org/10.12737/szf-52201912).