УДК 51-77

А.Г. Белоусов, Н.В. Исканцев

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЗАЦИИ СОЦИОЛОГИИ

Рассмотрены некоторые математические методы, применяемые в современной социологии.

Ключевые слова: математизация социологии, математическая статистика, теория принятия решений, математическое моделирование, статистическая обработка данных, аппроксимация данных.

1. Общая схема математической обработки социологических данных. Составление принципиальной схемы математической обработки социологических данных поможет не только определить, где могут быть основные проблемы при математизации социологии, но и не упустить часть из них.

Одним из лучших средств моделирования процессов в самых разных сферах является методология IDEF0 (рис. 1). На её основе составляем собственно модель (рис. 2). Коротко поясним некоторые понятия.

Множество математических методов – список методов, среди которых мы выбираем, какой применить. Например, мы можем определять выбросы ряда на основе межквартильного расстояния, по критерию Граббса и т.д.

Искусственный интеллект (ИИ) на данном этапе развития науки ещё не очень часто применяется для выбора математических методов, но это вполне перспективное направление. Яркий пример – автоматизация процессов принятия решений на основе социологических данных, использование программного продукта для выбора лучшего варианта из рассматриваемых альтернатив по тому или иному критерию.

Эксперты могут положиться в плане «механической» обработки на программы, а могут и считать вручную, а вот в плане выбора математических методов и интерпретации их выходных данных информатика ещё не слишком продвинулась. Не всегда обработка идёт добросовестно, иногда под видом *экспертов* работают *шарлатаны*. Стимулы могут быть разными – от синдрома Герострата до денежных интересов.

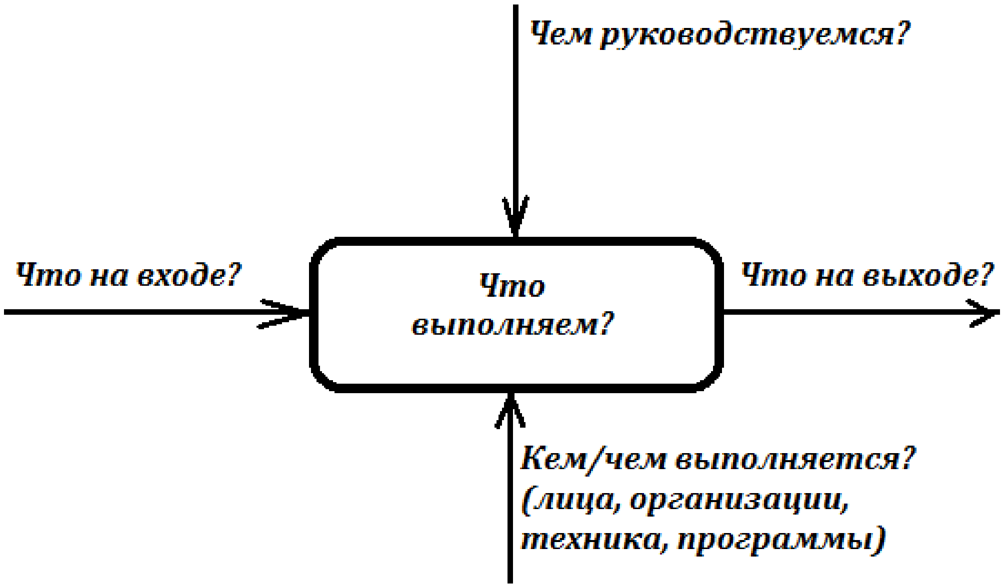

Рис. 1. Методология IDEF0

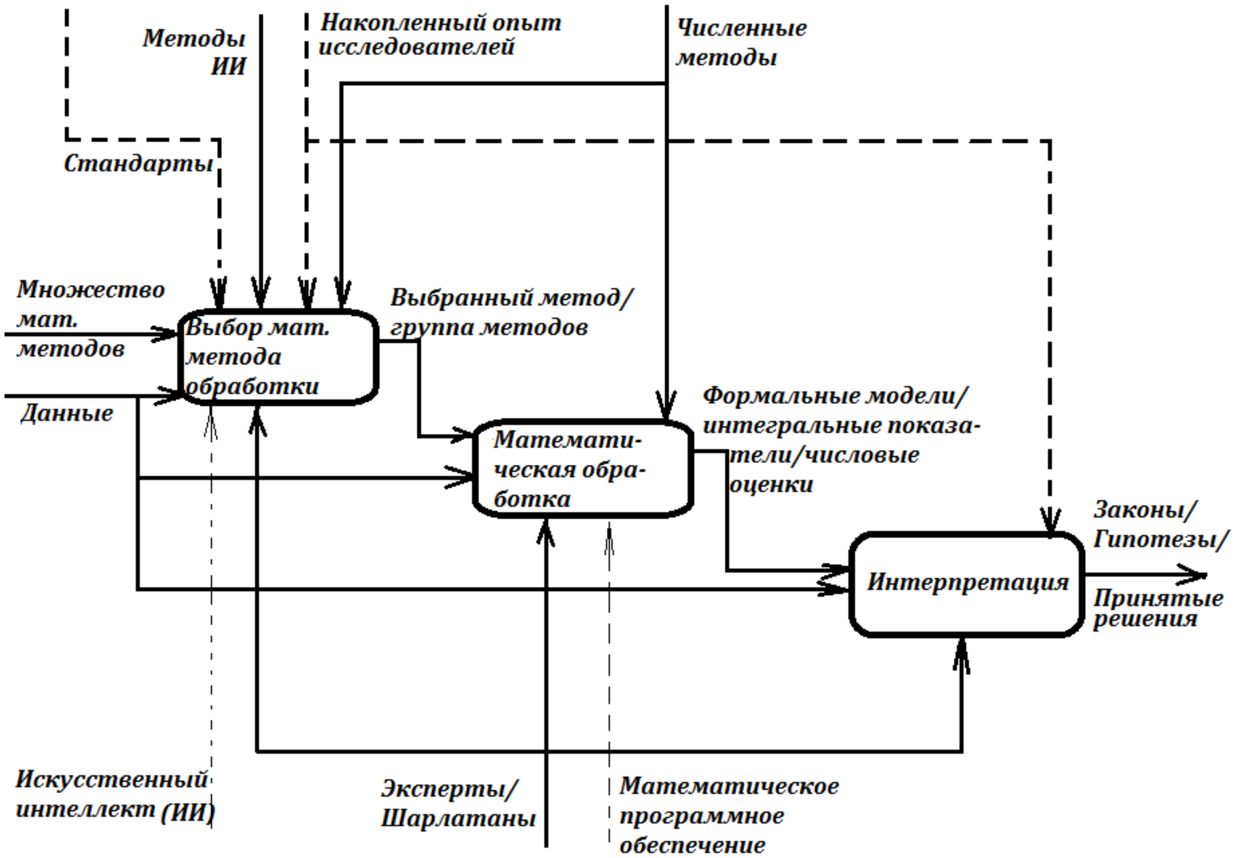

Рис. 2. Модель математической обработки данных по стандарту IDEF0

Математическое программное обеспечение представлено в модели для реалистичности, но оно не представляет для нас большого интереса. Безусловно, есть проблема производительности алгоритмов, но при должном запасе времени она нам не мешает (в социологии непросто встретить трудоёмкие вычислительные задачи вроде комбинаторных задач или алгоритмов на очень больших графах). Также программы могут содержать ошибки, но их выявление – задача не социологов и не математиков.

2. Некоторые уязвимости математизации в социологии:

• ***Проблемы со стороны обработчиков.*** Даже в предположении, что математические программы тщательно отлажены, остаются ещё две проблемы: слабости экспертов/псевдоэкспертов и ИИ. Блок «Математическая обработка» (рис. 2) не слишком страдает от слабости обработчиков: это шаблонные стандартизированные процедуры. Остальные два блока более слабые.

Выбор математических методов. На первый взгляд может показаться, что наибольшую проблему представляет выбор в тех случаях, когда для решения задачи выработано много методов, среди которых нет явного лидера. Например, если приходится иметь дело с динамической моделью социального процесса, то часто возникает необходимость решения *задач Коши* для дифференциальных уравнений. Существует много различных приемов аналитического решения таких задач, а также схем численного решения (многочисленные семейства схем Рунге-Кутты и Адамса – огромный материал для изучения), и задача выбора оптимальной схемы нетривиальна. Также существуют промежуточные по характеру между аналитическими и численными, так называемые приближенно-аналитические методы (например, решение с помощью рядов Тейлора). Эксперту будет легко запутаться, и искусственный интеллект столкнётся с далеко не простой задачей классификации: это не надуманные задачи простого выбора из 2-3 вариантов, для решения которых не потребовались бы сложные структуры вроде многослойных нейронных сетей.

Самым перспективным может показаться случай, когда есть популярный метод и не принято рассматривать другие. Но популярный – не всегда лучший. Тут речь порой идёт о научном буме на метод, который через некоторое время может укрепиться до статуса метода-стереотипа. Допустим, среди малокомпетентных лиц, принимающих решения, популярно использование слепого усреднения. Но есть ещё более яркий пример. В математической статистике обычно почти безоглядно используется *метод наименьших квадратов* [7] (далее – МНК) для аппроксимации точечных данных. Если не хватило точности, берём другой класс функций и снова применяем МНК. Но разве идеи, лежащие в основе *интерполяционных методов*, так уж плохи, что их нужно слепо отбросить? И почему тогда интерполяция часто используется в самых разных системах математического моделирования? Другой пример – критерий «хи-квадрат» [2]. Он зарекомендовал себя как весьма эффективный, но почему после получения его значения делается весьма грубое сравнение с критическим значением? Вероятно, это склонность к упрощению логики: есть «да» и «нет», а остальное как бы не замечается. И история науки это показывает: системами, отличными от классической булевой логики, по-настоящему занялись только с прошлого столетия. Появление *многозначной логики* (первая система – Я. Лукасевич, 1920) и *нечёткой логики* (Л. Заде, 1965) – посылки к истинной революции в мышлении, но она ещё впереди. Как показала практика, применение неклассических логических систем возможно в самых разных отраслях – от промышленности и задач искусственного интеллекта до бизнеса [5]. Целесообразно рассмотреть возможности их применения в социологии.

Могут также появляться *критерии-стереотипы* при выборе математических методов. Например, при математическом моделировании активно используются численные методы, а важный критерий их эффективности – *порядок точности*. Лица, недостаточно глубоко ознакомившиеся с численными методами, могут пытаться выбирать метод по принципу «чем выше порядок, тем лучше». При этом ошибочно игнорируется, что:

1. Методы высоких порядков точности не нужны там, где не требуются очень точные результаты.

2. Существуют важные особенности применения методов высоких порядков. Например, если решать задачу Коши по некоторой схеме 7-го или 8-го порядка вместо широко известной схемы Рунге-Кутты 4-го порядка, то требуется иной подход к выбору шага интегрирования. Так, не следует полагаться на наиболее грубый шаг, который по прогнозу даст заданную точность: получаемая сетка должна быть достаточно густой, чтобы не было проблемы интерполяции между её узлами.

Предвзятая интерпретация. Сколь бы правилен ни был выбор математического метода, эксперты не могут не интерпретировать метод предвзято, а искусственный интеллект ещё только учится создавать программы, которые вместо сухих цифр будут выдавать легко читаемые выводы, интерпретируя результаты математической обработки. Вполне реальным местом прорыва в таком применении ИИ может стать сфера принятия решений. Некоторые методы принятия решений, например *метод анализа иерархий* [6], уже обладают более или менее тонким аппаратом построения соответствия между «человечными» градациями и числовыми аналогами – коэффициентами.

Часто приходится обходиться естественным интеллектом, а у носителей естественного интеллекта есть свои политические, религиозные и прочие взгляды. Яркий, хотя и упрощённый пример интерпретации результатов восходит к украинскому кризису, начавшемуся в конце 2013 г. Когда в марте 2014 г. в восточных областях Украины начались систематические акции протеста, оценки количества недовольных расходились не так сильно, как их интерпретация. Для кого-то несколько тысяч ярко проявивших недовольство в Донецке и Луганске – показатель, что официальный Киев, мягко говоря, недальновиден, а для кого-то – показатель, что на самом деле сепаратистов настолько немного, что следует считать это не народными протестами, а вмешательством кого-то, кто обеспечил эти проявления. Другой пример возьмём по методу «хи-квадрат». Пусть значение $\chi^2 = 0{,}95\chi^2_{табл.}$. Как его интерпретировать? Кто-то сочтёт, что проверенные параметры можно считать независимыми, а кто-то скажет, что вопрос открыт – значение слишком близко к критическому. Можно также предложить третий вариант интерпретации: параметры зависимы, но несильно.

• ***Проблемы входов***. Слева на модели, приведённой на рис. 2, – входы процессов.

Проблема множества выбираемых методов. Все математические методы и их вариации не исчерпать, и мы можем отбросить вполне хорошие методы либо их модификации. Яркий пример – *линии тренда* в MS Excel. Их набор весьма ограничен (например, отсутствует возможность аппроксимации периодическими функциями). Другой пример – это некая «полиномиальная болезнь». В самых разных областях науки очень часто сама собой напрашивается мысль аппроксимировать в виде полиномов. Причём это касается как МНК, так и интерполяции. Ещё один пример – принятие решений в условиях неопределённости путём усреднения: берётся математическое ожидание в случае *природной неопределённости* и просто среднее арифметическое исходов в случае *полной неопределённости*. Усреднение порой служит способом сокрытия социальной и особенно экономической несправедливости. Пусть владелец фирмы получает 3 млн руб. дохода в месяц, главный менеджер – 1 млн руб., а остальные 198 работников – по 8 тыс. руб. Получим, что средний доход составляет 27920 руб., что неплохо по меркам многих городов России. Последний пример поднимает вопрос соотношения математики и этики в социологии.

Проблемы достоверности данных. Здесь существует целый ряд проблем. Во-первых, это проблема *ограниченности и размера выборки*: если мы пользуемся данными голосований и опросов, то возникают вопросы, можно ли полагаться на фактический размер выборки, и какой размер выборки нужен, чтобы можно было полагаться. Например, можно ли использовать математические методы принятия политических решений на основе электоральных предпочтений населения по итогам выборов с учётом невысокой явки (50-55)%? Другая проблема – *возможная необъективность данных опроса*. Человек может врать в анкетах. Он может ставить галочки в бюллетенях под давлением. Так, вполне интересен, но несложен вопрос, почему в 1938 г. референдум в Австрии подтвердил легитимность присоединения к нацистской Германии. Кроме того, возможен *неучёт динамики настроений*. Например, отношение народа к проекту реформы или к действующей власти может быстро поменяться под действием СМИ. Риторический вопрос: будет ли верным принятое решение о выборе одного из нескольких проектов реформ на основе опросов общественного мнения 2-месячной давности при том, что в стране произошла резкая смена настроений, и сильно обновился расклад политических сил? Математический метод принятия решений может быть сколь угодно подходящим для данной задачи, но на входе будут устаревшие данные.

• ***Проблемы управляющих правил***. Наконец, остаётся рассмотреть нашу модель сверху.

Проблема качества стандартов. Если для обработки данных в отрасли или конкретном исследовательском институте введён некоторый стандарт, то такая проблема рано или поздно появится. Даже если стандарт составлен компетентными людьми, в современных условиях он быстро устаревает и может мешать использованию новых эффективных методов.

Проблема опыта исследователей. Как известно, рано или поздно подавляющее большинство научных теорий сталкиваются с ситуациями, которые они не могут разрешить. Приведём пример, как можно легко подвергнуть сомнению проверенные наработки. Существует ряд зарекомендовавших себя методов отсеивания выбросов. В большинстве случаев они работают эффективно, отсеивая значения, резко отличающиеся от остальных (особо обращается внимание на минимумы и максимумы). Но что, если значение, резко отличающееся от остальных, не является аномальным? Например, если процесс описывается *показательной функцией* (частный случай – *экспонентой*), то мы вполне можем получить, что максимум настолько больше остальных значений, что метод выявления выбросов отбросит его. Например, по критерию на основе *межквартильного расстояния* максимум ряда 1, 2, 4…512, 1024 уверенно принимается за выброс. При этом в социально-экономическом секторе при благоприятных условиях финансовые пирамиды могут некоторое время расти именно по графику показательной функции. Ещё один пример связан с инфляцией: если уровень инфляции почти стабильный, то к концу каждого года уровень цен становится в почти фиксированное количество раз выше такового для начала года, т.е. имеет место геометрическая прогрессия, дающая экспоненту.

Погрешность численных методов. Когда мы используем приближённый алгоритм, возникает погрешность. Например, при аппроксимации по точкам мы неизбежно считаемся с ней, пытаясь определить значение функции между точками, какой бы метод ни применяли. Наибольшая опасность возникает при сложных расчётах – идёт *накопление погрешности*. Соответственно требуется оценивать точность результатов. Крайне опасным источником погрешности могут быть ошибки в выборе математической модели. Например, мы предпочли линейную регрессию, хотя точки данных не слишком для неё подходили. Кроме того, опасны методы, использующие аппроксимацию полиномами высокой степени: малая погрешность значения аргумента может катастрофически сдвинуть значение полинома. А ввиду активного применения ЭВМ следует помнить, что использование степеней с большими показателями может вызывать *переполнение переменных*, когда ограниченная область памяти просто не может хранить огромное значение получившегося выражения.

3. Вопросы применения некоторых математических методов:

• ***Методы принятия решений***. Социологические исследования можно проводить только из стремления к познанию, но логично считать, что в основном это делается для некоторых практических целей, а именно для принятия решений в сложных ситуациях, требующих учёта многих факторов, невозможного без математических методов.

Допустим, мы провели довольно масштабный социологический опрос и уверены, что общественное мнение мы оценили точно. Например, выявлено мнение по проекту реформы. Теперь предстоит сделать выбор. В случае с реформой это может быть быстрое реформирование, постепенное и осторожное реформирование во избежание протестов, полный отказ от реформирования в связи с одиозностью проекта, внесение поправок и т.д. Возникает ряд проблем, неэффективное решение которых может поставить под сомнение математический метод.

Риск упущения вариантов и критериев. Любая сколько-нибудь серьёзная задача принятия решений является многокритериальной, либо содержит неопределённость, либо предполагает многошаговое решение. Соответственно можно упустить какой-то важный критерий, возможное стечение обстоятельств и т.д.

Проблема «когда остановиться?». Касается ситуации, когда для принятия решений используются *вероятностные деревья* [1] и прочие динамические структуры. Такие структуры позволяют сильно детализировать ситуацию, предусмотреть разные, даже трудноуловимые сценарии. Но если сильно увлечься уточнениями, можно получить огромную модель, при расчётах по которой легко ошибиться.

Субъективность приоритетов. Значительная часть методов принятия решений оперируют с приоритетами критериев. Хотя существуют простые методы, когда на основе словесных выводов эксперта о том, какие критерии важнее каких, можно получить количественный аналог приоритетов – *веса приоритетов*, они не избавляют от субъективности. Например, при использовании *критериальной свёртки* [3] веса критериев могут быть назначены *методом ранжирования* либо *пропорциональным методом*. В зависимости от выбора метода веса сильно поменяются, а в пропорциональном методе веса сильно зависят от субъективного мнения.

Отношение к риску. Даже если оценка альтернативы показывает её высокую перспективность в среднем, на окончательный результат может негативно повлиять человеческий фактор. Его вероятность может быть всего 1%, но исключать этого нельзя. Некоторые методы принятия решений содержат коэффициенты, отвечающие за риск (например, *критерий Гурвица* [4] для задач с неопределённостью). Но многие из них не учитывают разницу в психотипах (например, *принцип недостаточного обоснования* и *критерий Вальда*).

Можно предложить некоторые приёмы, которые решат часть из названных проблем.

Комбинирование методов. Берём как минимум два принципиально разных метода. Например, в случае задач с природной неопределённостью – *критерий вероятностной гарантии* (учитывает риски) и математическое ожидание (не учитывает риски). Если оба метода «голосуют» за одну и ту же альтернативу, считаем её выбор выполненным. Если нет такого «победителя», но отдельные альтернативы высоко оценены обоими методами, берём некоторую из данных альтернатив. Недостаток: не факт, что альтернатива оптимальная. Преимущество: но она и не провальная.

Расширение критериев. Данная операция касается методов критериальной свёртки для решения многокритериальных задач. Можно действовать следующим образом. Задаётся параметр – точность d. Множество критериев слишком велико, и мы берём только несколько особо важных. Делаем $k>1$ шагов, на каждом шаге оценивая альтернативу по текущему множеству критериев и расширяя множество самым важным критерием из оставшихся. Если за эти k шагов получены оценки альтернативы, из которых никакие две не отличаются более чем на d, процесс завершён. Берём среднее арифметическое этих k оценок и считаем это итогом для альтернативы. Если нашлась «неправильная» пара оценок, делаем ещё один шаг и проверяем оценки для него и предыдущих k-1 шагов. При $k = 2$ это будет сильно напоминать критерий стабилизации приближённого решения, нередко используемый в итерационных методах решения уравнений.

• ***Аппроксимация по точкам данных***. Как известно, обычно в такой ситуации используется *метод наименьших квадратов*. Как бы он ни был популярен, уместны несколько важных вопросов.

Почему мы столь активно используем метод, который требует от нас согласия на погрешность в узлах? В этом смысле полезно вспомнить идею *интерполирующих функций* – у них нет такого недостатка. Безусловно, погрешность интерполяции между узлами может быть весьма велика, но можем ли мы быть уверены, что таковой не будет погрешность для МНК? Особенно остро стоит вопрос погрешности при оценке динамичных систем, процессы в которых характеризуются резкими скачками в некоторые моменты или промежутки. Например, общественно-политическая активность населения может быть довольно невысокой, но резко возрасти после некоторых событий. Как примеры – события на Манежной площади в Москве в декабре 2010 г. или Евромайдан в Украине в конце 2013 г.

Не является ли функционал, который минимизируется в МНК, весьма спорным? Пусть определяющий фактор x принимает целые значения от 0 до 6, а измеряемый фактор y принимает значения 30, 57, 60, 75, 90, 105, 120. Аппроксимируем в виде линейной функции $f(x)=ax+b$. Хотя коэффициент детерминации оказывается равным 0,982, что должно свидетельствовать об адекватности модели, возникает вопрос весьма высокой погрешности в окрестности точки $x = 1$. Тривиальное решение – проверить $x = 1$ на выброс – может и не избавить от проблемы либо дать вывод о выбросе там, где на самом деле не имеется никаких аномалий. Есть другой функционал, который кажется не менее обещающим, чем сумма квадратов расстояний. Речь идёт о максимальной погрешности в узлах. Возможно, следует сводить выбор функции из заданного класса к минимизации такого функционала.

Также в методах аппроксимации по точкам возникает проблема *выбора класса аппроксимирующих функций*. Очень часто аппроксимацию ведут полиномами, но если линейные и квадратичные зависимости могут нередко возникать в реальных процессах, то кубические и более сложные полиномы выглядят крайне надуманно. Много ли зарекомендовавших себя полиномиальных моделей могут привести пользователи таких полиномов?

• ***Выбор типа распределения случайной величины***. При моделировании систем некоторые математики выбирают распределения, определяемые на всём множестве R, в то время как реальная величина определена, например, только для неотрицательных чисел. Так, мы можем заметить, что месячная зарплата большинства населения города либо страны заключена в узкий диапазон шириной до нескольких тысяч рублей, и попытаться воспользоваться понятием нормального распределения. Но какова будет погрешность? Ведь нормальное распределение определено на множестве R, и мы тем самым не учитываем значения, удалённые от оси симметрии кривой Гаусса. В таких случаях нужны процедуры дополнительной оценки точности.

• ***Выявление выбросов***. Как уже было отмечено, есть риск отбросить значения, которые не являются аномальными. Соответственно полезно знать хотя бы примерно, как выглядит закономерность, для которой получен экспериментальный ряд. Поскольку выявление выбросов в случае, когда исследуемый процесс плохо изучен, и в случае, когда есть более или менее твёрдые гипотезы о том, как протекает процесс, - это совершенно разные задачи, требуется активнее разрабатывать методы выявления выбросов с учётом гипотез о закономерностях процессов. Такие методы будут менее слепыми относительно классических. Кроме того, важно кооперировать методы выявления выбросов с методами системного анализа: возможно, значения, которые кажутся аномальными, обусловлены резким вмешательством в процесс некоторых лиц. Вообще, процесс, где есть резкие смены характеристик, с высокой вероятностью является активно управляемым сильным вмешательством, либо катастрофическим, либо связанным с лавинными эффектами.

• ***Формализация логических умозаключений***. До сих пор в социологии неявно используется булева логика либо трёхзначная логика (когда имеется промежуточная категория вроде «частично верно» или «вопрос открыт»). Для более утончённых логических операций целесообразно активнее использовать методы *нечёткой логики*. Кроме того, данные методы могут неплохо сочетаться с методами математической статистики. Например, часто при проверке гипотез на основе статистических методов вычисляется некоторое значение, сравниваемое с критическим. Если значение по одну сторону от критического, гипотеза подтверждается, если по другую – отвергается. Когда значение сильно отличается от критического, этого вполне хватает. Но как рассуждать при близости этих значений? Вот здесь и может понадобиться нечёткая логика, избавляющая от жёсткой категоричности булевой логики.

Например, для метода «хи-квадрат» реализуем дополнительную функцию h, которая по χ^2 и $\chi^2_{табл}$ будет выдавать, насколько можно быть уверенными в зависимости проверенной пары параметров. Для подбора функции устанавливаются ограничения путём тщательного анализа. Так, в нашей задаче при $\chi^2 = \chi^2_{табл}$ полагаем $h = 0{,}5$, при $\chi^2 = 0$ полагаем $h = 0$. Кроме того, требуем монотонного возрастания, асимптотического стремления h к значению 1 при больших χ^2 и т.д. Когда ограничений накапливается достаточно много, берём относительно простую функцию степени уверенности, удовлетворяющую ограничениям.

Рассмотрены проблемы математизации социологии являются неизбежными в современной ситуации сращивания гуманитарных и естественно-научных методов исследования. Для исправления такого положения требуются не только практические рекомендации, но и более глубокий теоретический анализ обоснованности применения тех или иных математических методов и обстоятельств, которые привели к их появлению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Выработка решений в условиях риска. - Режим доступа: http://studme.org/1908031212701 /menedzhment/vyrabotka_resheniya_usloviyah_riska.
2. Наследов, А.Д. Математические методы психологического исследования. Анализ и интерпретация данных: учеб. пособие / А.Д. Наследов. - СПб.: Речь, 2004. – С. 49-51.
3. Ногин, В.Д. Принятие решений при многих критериях: учеб.-метод. пособие / В.Д. Ногин. - СПб.: ЮТАС, 2007. – 104 с.
4. Основы теории принятия решений. – Режим доступа: http://b-i.narod.ru/sys.htm.
5. Прикладные нечеткие системы: [пер. с япон.] / К. Асаи, Д. Ватада, С. Иваи [и др.].; под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. - М.: Мир, 1993. – 368 с.
6. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. - М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.
7. Трубников, С.В. Вычислительная математика: учеб. пособие / С.В. Трубников, Б.В. Порошин. - Брянск: БГТУ, 2005. – 396 с.

Материал поступил в редколлегию 29.1014.