

УДК 621.867.21

А.В. Лагереv, Е.Н. Толкачев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНВЕЙЕРА С ПОДВЕСНОЙ ЛЕНТОЙ, РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ПРИВОДОМ И ВЕРТИКАЛЬНО ЗАМКНУТОЙ ТРАССОЙ

Разработана математическая модель конвейера с подвесной лентой, распределенным приводом и вертикально замкнутой трассой. Представлены результаты моделирования.

Ключевые слова: математическая модель, конвейер с подвесной лентой, распределенный привод, дискретный участок, подвеска.

Конвейер с подвесной лентой и распределенным приводом имеет ряд несомненных преимуществ [1; 2]. Отличительная особенность конструкции такого конвейера – подвески, часть из которых оборудованы индивидуальным приводом [3]. Распределенные вдоль трассы, они являются не только несущим, но и тяговым элементом конвейера.

В настоящее время расчет конвейеров с подвесной лентой, распределенным приводом и вертикально замкнутой трассой затруднителен, поскольку в научной литературе практически полностью отсутствуют исследования, посвященные этому инновационному виду машин непрерывного транспорта. Кардинальные отличия конструкции не позволяют использовать существующие математические модели традиционных ленточных конвейеров. В связи с этим актуальной является разработка математической модели конвейера с подвесной лентой и распределенным приводом. Она позволит исследовать процессы, возникающие при пуске и установившемся движении, а также обеспечит выбор рациональных параметров конвейера.

Расчетная схема исследуемого конвейера (рис. 1) строится с учетом следующих допущений:

- трасса конвейера горизонтальная, вертикально замкнутая, с выполаживающими участками на грузовой ветви;
- подвески, лента и груз совершают плоское движение;
- находящиеся в паре подвески разноименных направляющих имеют равные ускорения, скорости и перемещения;
- ролики подвесок являются абсолютно жесткими, недеформируемыми элементами;
- массы ленты, груза и подвесок сосредоточены и приложены к подвескам;
- лента моделируется упруговязким стержнем;
- диссипативные силы внутреннего трения пропорциональны скорости деформации.

Симметричность расположения подвесок относительно ленты конвейера позволяет упростить задачу и составить динамическую модель только для одного контура, перемещающегося по направляющей качения. Дискретные участки, множеством которых образован контур, одинаковые по структуре и длине, могут содержать от одной до нескольких ведомых подвесок при одной ведущей. При этом многороликовые подвески заменены одиночными роликами с приведенными к их центру массами и силами.

Для построения математической модели используется метод Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где T – кинетическая энергия системы; \dot{q}_i – обобщенные скорости; q_i – обобщенные координаты; Q_i – обобщенные силы, приложенные к i -й подвеске; n – число подвесок.

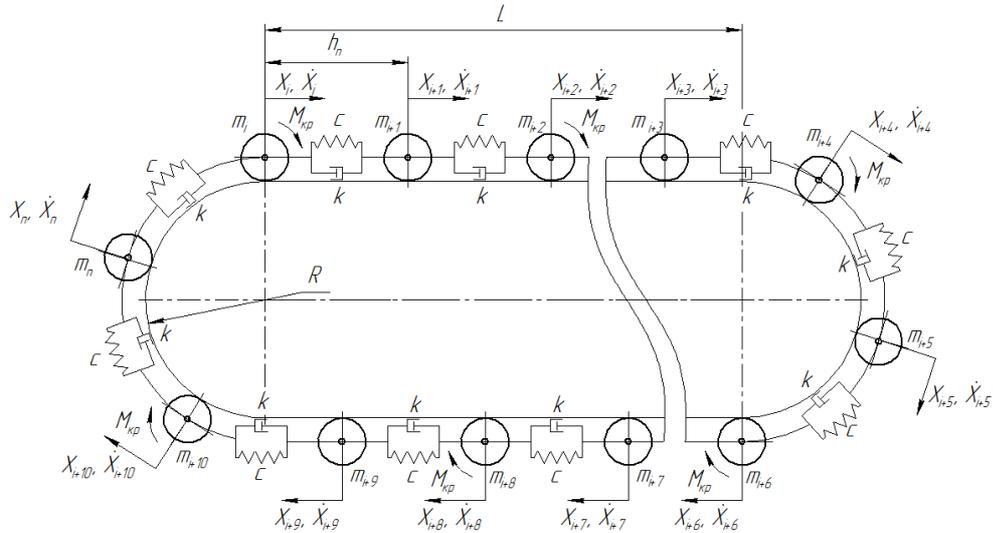


Рис.1. Расчетная схема конвейера с подвесной лентой, распределенным приводом и вертикально замкнутой трассой: m_i – приведенная к приводному ролику масса i -й подвески ($i = 1 \dots n$ – число подвесок); x_i, \dot{x}_i – перемещение и скорость i -го ролика; c – приведенная жесткость упругого элемента; k – коэффициент сопротивления демпфирующего элемента; L – длина линейной секции конвейера; R – радиус криволинейной секции; h_n – расстояние между подвесками; $M_{кр i}$ – крутящий момент привода i -й подвески

В качестве обобщенных координат для каждой i -й подвески приняты линейные (вдоль направляющей) и угловые (относительно центральной оси ролика) перемещения (x_i, φ_i) и скорости масс ($\dot{x}_i, \dot{\varphi}_i$). Перемещения в направлении нормали отсутствуют, так как ролики находятся в постоянном контакте с направляющей при движении вдоль трассы. Следовательно,

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} = Q_i^x; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} = Q_i^\varphi. \end{cases} \quad (1)$$

Кинетическая энергия каждой подвески расчетной схемы определяется соотношением

$$T = \frac{m_i \dot{x}_i^2}{2} + \frac{J_i \dot{\varphi}_i^2}{2},$$

откуда

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) = m_i \ddot{x}_i, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) = J_i \ddot{\varphi}_i, \quad (3)$$

где J_i – приведенный к ролику i -й подвески момент инерции, а обобщенные силы, действующие на i -й элемент, равны:

$$Q_i^x = \frac{\sum \delta A_{ij}}{\delta x_i}, \quad Q_i^\varphi = \frac{\sum \delta A_{ij}}{\delta \varphi_i}.$$

Обобщенные силы для ведущей и ведомой подвесок из-за отличий в конструкции и принципе осуществления движения определяются по-разному:

– для ведущей подвески:

$$Q_i^x = F_{mp_i} + (G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + k_i (\dot{x}_{i-1} - 2\dot{x}_i + \dot{x}_{i+1}) + c(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}), \quad (4)$$

$$Q_i^\varphi = M_{kp_i} - M_{cn_i}^{np} - M_{mk_i} - F_{mp_i} r_n; \quad (5)$$

– для ведомой подвески:

$$Q_i^x = -F_{mp_i} + (G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + k_i (\dot{x}_{i-1} - 2\dot{x}_i + \dot{x}_{i+1}) + c(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}), \quad (6)$$

$$Q_i^\varphi = -M_{cv_i}^{np} - M_{mk_i} - M_{mp_i} + F_{mp_i} r, \quad (7)$$

где F_{mp_i} – сила трения скольжения ролика i -й подвески; G_n – сила тяжести ведущей подвески; T_i – усилие в узле крепления ленты [4]; g – ускорение свободного падения; α_i – угол поворота подвески; β_i – угол наклона борта ленты к горизонту; M_{kp_i} – крутящий момент мотор-редуктора i -й ведущей подвески; $M_{cn_i}^{np}$ – момент сопротивления движению, приведенный к приводному ролику i -й ведущей подвески; M_{mk_i} – момент трения качения приводного ролика i -й ведущей подвески; r_n – наружный радиус приводного ролика; G_n – сила тяжести ведомой подвески; $M_{cv_i}^{np}$ – приведенный момент сопротивления движению ролика i -й ведомой подвески; M_{mp_i} – момент силы трения скольжения в оси неприводного ролика i -й ведомой подвески; r – наружный радиус ведомого ролика.

Сила тяжести ведущей подвески, имеющей составную конструкцию, определяется как

$$G_n = G'_n + G''_n = (m'_n + m''_n)g,$$

где G'_n , G''_n – силы тяжести несущей и прижимной секций ведущей подвески; m'_n , m''_n – массы несущей и прижимной секций ведущей подвески.

Сила тяжести ведомой подвески равна:

$$G_n = m_n g,$$

где m_n – масса ведомой подвески.

Подставив в систему (1) выражения (2 – 7) в порядке, соответствующем компоновке дискретных участков, получаем систему, состоящую из дифференциальных уравнений вида

$$m_i \ddot{x}_i = F_{mp_i} + (G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + k_i (\dot{x}_{i-1} - 2\dot{x}_i + \dot{x}_{i+1}) + c(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}),$$

$$J_i \ddot{\varphi}_i = M_{kp_i} - M_{cn_i}^{np} - M_{mk_i} - F_{mp_i} r_n$$

и

$$m_i \ddot{x}_i = -F_{mp_i} + (G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + k_i (\dot{x}_{i-1} - 2\dot{x}_i + \dot{x}_{i+1}) + c(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}),$$

$$J_i \ddot{\varphi}_i = -M_{cv_i}^{np} - M_{mk_i} - M_{mp_i} + F_{mp_i} r.$$

Определение моментов. Крутящий момент мотор-редуктора определяется его механической характеристикой:

$$M_{kp_i} = M_{kp} (n_{m/p_i}),$$

где $n_{m/p_i} = \frac{\dot{x}_i}{2\pi r}$ – частота вращения выходного вала мотор-редуктора.

Приведенный момент сопротивления движению равен:

– для ролика i -й ведущей подвески:

$$M_{cn\ i}^{np} = M_{св\ i}^{np} = \sum_j^m N_{ij} (f + \mu_o r_o) \frac{r_n}{r};$$

– для ролика i -й ведомой подвески:

$$M_{cn\ i}^{np} = M_{св\ i}^{np} = \sum_j^m N_{ij} (f + \mu_o r_o),$$

где N_{ij} – сила нормальной реакции опорной поверхности j -го ведомого ролика i -й подвески; f – коэффициент трения качения ведомого ролика; μ_o – коэффициент трения скольжения в осях ведомых роликов; r_o – радиус оси ведомого ролика.

Момент трения качения приводного ролика i -й ведущей подвески:

$$M_{mk\ i} = N_i f_{np},$$

где f_{np} – коэффициент трения качения приводного ролика.

Момент трения качения неприводного ролика i -й ведущей подвески:

$$M_{mk\ i} = N_i f.$$

Момент силы трения скольжения в оси неприводного ролика i -й ведомой подвески:

$$M_{mp\ i} = N_i \mu_o r_o.$$

Определение сил нормальной реакции опоры. Сила нормальной реакции опоры приводного ролика:

$$N_{np\ i} = F_{np}^{экс} + G'_n \cos \alpha_i,$$

где $F_{np}^{экс}$ – эквивалентная сила прижатия приводного ролика i -й ведущей подвески к направляющей качения.

Суммарная сила нормальной реакции опоры горизонтальных несущих роликов:

$$N_i = T_i \cos \beta_i.$$

Суммарная сила нормальной реакции опоры вертикальных несущих роликов:

– для ведущей подвески:

$$N_i = (G'_n + T_i \sin \beta_i) \cos \alpha_i - F_{np};$$

– для ведомой подвески:

$$N_i = (G_n + T_i \sin \beta_i) \cos \alpha_i.$$

Усилие в узле крепления ленты:

$$T_i = \frac{(q_{zp} + q_l) h_{ni}}{2 \sin \beta_i},$$

где q_{zp} – распределенная нагрузка от груза; q_l – распределенная нагрузка от ленты;

$h_n = \frac{L_{\Sigma mp}}{i}$ – шаг расстановки подвесок; $L_{\Sigma mp}$ – длина контура трассы конвейера.

Определение распределенных нагрузок. Распределенная нагрузка от груза определяется выражением

$$q_{zp} = \frac{Q}{3,6v_n} g,$$

где Q – расчетная производительность конвейера; v_n – номинальная скорость движения ленты.

Распределенная нагрузка от ленты q_n определяется согласно [5]:

$$q_n = 1,1(\delta_0 i_0 + \delta_1 + \delta_2)Bg,$$

где $\delta_0, \delta_1, \delta_2$ – толщины прокладки, резиновых обкладок на верхней и нижней сторонах конвейерной ленты; B – ширина ленты конвейера с подвесной лентой.

Ширина ленты конвейера с подвесной лентой B находится согласно методике, изложенной в работе [6]:

1) рассчитывается по принятому углу откоса оптимальное по грузонесущей способности ленты расстояние (в долях от ширины ленты B) между точками ее подвеса:

$$L_{\%} = 0,0046\varphi + 0,62,$$

где φ – угол естественного откоса транспортируемого груза;

2) определяется для полученного расстояния между точками подвеса ленты площадь в относительных единицах:

$$F_{\%} = 0,201L_{\%}^2 \operatorname{tg}\varphi - \left(\frac{1730}{L_{\%}^{1,87}} - 1580 \right) \left(-29,5858 + 29,5858e^{0,0338L_{\%}} - 2L_{\%} + \frac{L_{\%} - e^{0,0338L_{\%}}L_{\%}}{\ln(2 - e^{0,0338L_{\%}})} \right);$$

3) вычисляется потребная ширина ленты по формуле

$$B = 1,1 \sqrt{\frac{Q}{4471F_{\%}\rho v_n}},$$

где ρ – насыпная плотность транспортируемого груза.

Угол поворота подвески однозначно определяется ее положением на трассе и представляет собой нелинейную зависимость от перемещения вдоль трассы:

$$\alpha_i = f(x_i).$$

Угол наклона борта ленты к горизонту [6]:

$$\beta_i = \arctan \left[\left(\frac{1730}{L_{\%i}^{1,87}} - 1580 \right) \left(0,0338e^{0,0338L_{\%i}} + \frac{(2 - e^{0,0338L_{\%i}})\ln(2 - e^{0,0338L_{\%i}})}{L_{\%i}} \right) \right],$$

где $L_{\%i}$ – расстояние между точками подвеса ленты (в долях от ее ширины B) для i -й подвески.

Приведенная жесткость упругого элемента c определяется на основе зависимости, представленной в работе [7], с поправкой применительно к данной расчетной схеме, содержащей один контур подвесок и половину ширины ленты с грузом:

$$c = \frac{E_0 B}{2h_n},$$

где E_0 – жесткость ленты (шириной 1м) на растяжение.

Коэффициент сопротивления демпфирующего элемента k выразим из известного выражения для определения коэффициента затухания затухающих колебаний:

$$\zeta = \frac{k}{2\sqrt{mc}},$$

где ζ – коэффициент затухания; m – приведенная масса подвески.

Отсюда для многомассовой системы получаем:

$$k_i = 2\zeta\sqrt{m_i c}.$$

Сила прижатия приводного ролика к направляющей качения выбирается такой, чтобы выполнялось условие отсутствия проскальзывания:

$$\begin{aligned} & (G_n \cos \alpha_i + F_{np}) f_{np} + M_{\text{duc}}^{np} - r_{np} \left((G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + \right. \\ & \left. + \sum_i^{n-1} \left((G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i \right) \right) < M_{\text{spi}} \leq (G_n \cos \alpha_i + F_{np}) \left(\mu_{np} \frac{J_{\text{duc}i} + m_{\text{duc}i} r_{np}^2}{m_{\text{duc}i} r_{np}} + f_{np} \right) + \\ & + \frac{J_{\text{duc}i}}{m_{\text{duc}i} r_{np}} \left((G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + \sum_i^{n-1} \left((G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i \right) \right) + M_{\text{duc}}^{np}, \end{aligned}$$

где $m_{\text{duc}i}$ – приведенная масса дискретного участка; $J_{\text{duc}i}$ – приведенный момент инерции дискретного участка; M_{duc}^{np} – приведенный момент сопротивления дискретного участка; n – количество подвесок в дискретном участке.

Подобрав радиусы роликов, коэффициенты трения качения и скольжения, а также прижимное устройство с усилием прижатия $F_{np}^{\text{экс}}$ таким образом, чтобы выполнялось условие отсутствия проскальзывания приводных роликов, можно применить уравнение кинематических связей при качении:

$$\ddot{x}_i = \ddot{\varphi}_i r.$$

Используя данное соотношение, каждую пару дифференциальных уравнений представим одним обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка:

– для ведущей подвески:

$$\ddot{x}_i = \frac{r_n}{J_i + m_i r_n^2} \left[M_{\text{spi}} + r_n \left((G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + k_i (\dot{x}_{i-1} - 2\dot{x}_i + \dot{x}_{i+1}) + c(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}) \right) - M_{\text{cn}i}^{np} - M_{\text{mki}} \right];$$

– для ведомой подвески:

$$\ddot{x}_i = \frac{r}{J_i + m_i r^2} \left[r \left((G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + k_i (\dot{x}_{i-1} - 2\dot{x}_i + \dot{x}_{i+1}) + c(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}) \right) - M_{\text{св}i}^{np} - M_{\text{mki}} - M_{\text{mpi}} \right].$$

Движение подвесок конвейера определяется решением системы дифференциальных уравнений, число которых соответствует общему числу ведущих и ведомых подвесок всех дискретных участков одного контура:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dx_i}{d\tau} &= u_{i+1}; \\ \frac{du_{i+1}}{d\tau} &= \frac{r_n}{J_i + m_i r_n^2} \left[M_{\text{spi}} + r_n \left((G_n + T_i \sin \beta_i) \sin \alpha_i + k_i (u_n - 2u_{i+1} + u_{i+3}) + c(x_{n-1} - 2u_i + u_{i+2}) \right) - \right. \\ &\left. - M_{\text{conpi}}^{np} - M_{\text{mki}} \right]; \\ \frac{dx_i}{d\tau} &= u_{i+3}; \\ \frac{du_{i+3}}{d\tau} &= \frac{r}{J_{i+1} + m_{i+1} r^2} \left[r \left((G_n + T_{i+1} \sin \beta_{i+1}) \sin \alpha_{i+1} + k_{i+1} (u_{i+1} - 2u_{i+3} + u_{i+5}) + c(u_i - 2u_{i+2} + u_{i+4}) \right) - \right. \\ &\left. - M_{\text{св}i+1}^{np} - M_{\text{mki}+1} - M_{\text{mpi}+1} \right]; \\ &\dots \end{aligned} \right.$$

при начальных условиях $x_i(\tau = 0) = 0$, $u_i(\tau = 0) = 0$.

Для решения системы дифференциальных уравнений используется численный метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

На рис. 4 – 9 приведены результаты моделирования движения подвесок конвейера с подвесной лентой, распределенным приводом и вертикально замкнутой трассой, полученные из решения системы дифференциальных уравнений при следующих исходных данных:

- Параметры транспортируемого груза:

$$Q = 150 \text{ т/ч}, \rho = 1,4 \text{ т/м}^3, \varphi = 45^\circ;$$

- Параметры трассы конвейера:

$$L = 10 \text{ м}, R = 0,5 \text{ м};$$

- Параметры ленты:

$$\text{ТК-100}, E_0 = 1330000 \text{ Н}, \zeta = 0,02, i_0 = 2,$$

$$\delta_0 = 1,2 \text{ мм}, \delta_e = 3 \text{ мм}, \delta_n = 1 \text{ мм};$$

- Параметры подвесок:

$$n = 24, n_n = 2, r_n = 0,07 \text{ м}, r = 0,035 \text{ м},$$

$$r_o = 0,007 \text{ м}, m_n = 25 \text{ кг}, m_n = 6,5 \text{ кг}, F_{\text{прюз}} = 115 \text{ Н}, f_n = 0,0077 \text{ м}, f = 0,001 \text{ м}, \mu_n = 0,05, \mu = 0,02;$$

- Параметры мотор-редукторов:

- механическая характеристика (рис. 2):

$$N_{\text{м/р}}^n = 0,25 \text{ кВт}, M_{\text{м/р}}^n = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}, n_{\text{м/р}}^n = 186 \text{ об/мин};$$

- расположение подвесок конвейера соответствует схеме 24·2 (1+11) (рис. 3), где 24 – общее количество подвесок на одном контуре; 2 – количество ведущих подвесок на одном контуре (соответствует числу дискретных участков); 1 – количество ведущих подвесок в одном дискретном участке; 11 – количество ведомых подвесок в одном дискретном участке.

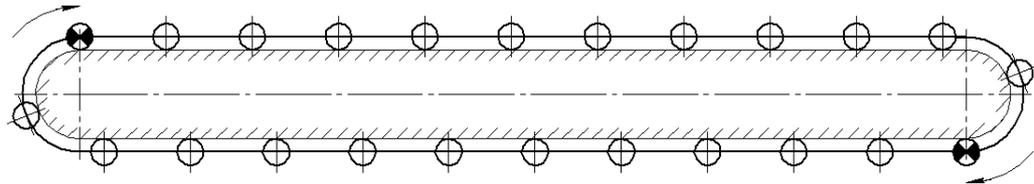


Рис. 3. Расположение подвесок вдоль трассы конвейера, соответствующее схеме 24·2 (1+11)

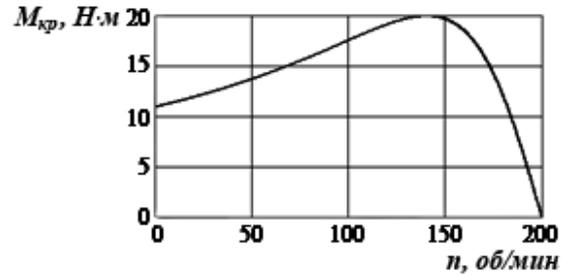


Рис. 2. Механическая характеристика мотор-редуктора

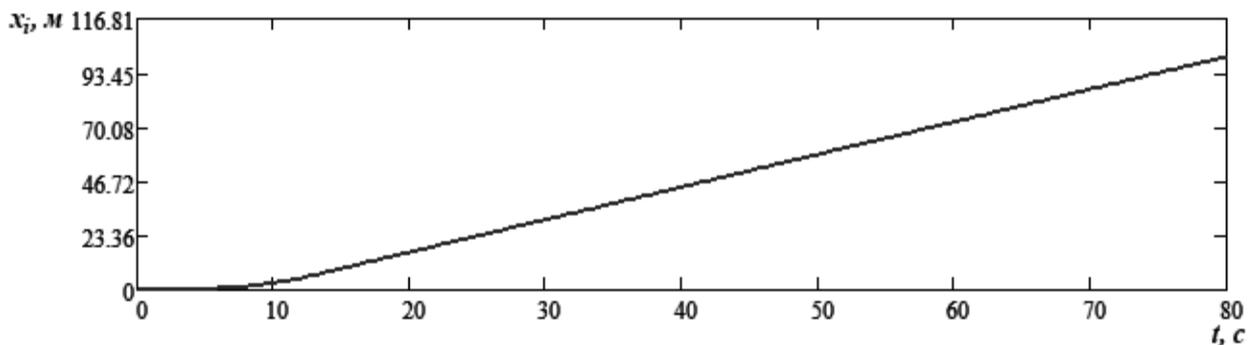


Рис. 4. График изменения перемещений подвесок дискретного участка

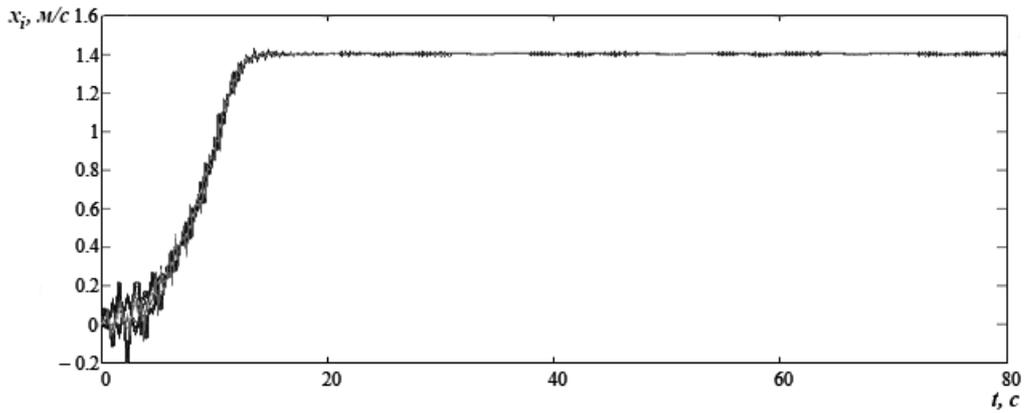


Рис. 5. График изменения скоростей подвесок дискретного участка

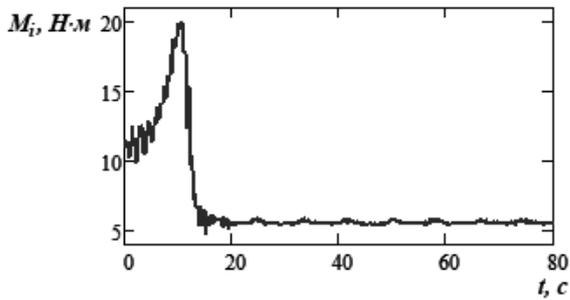


Рис. 6. График изменения крутящих моментов ведущих подвесок

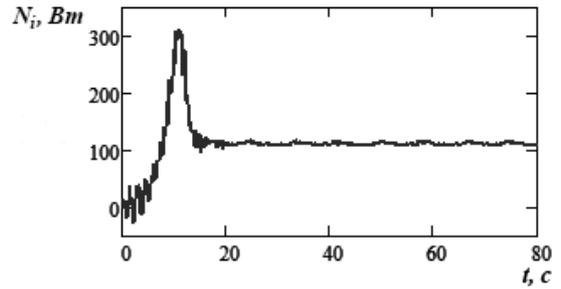


Рис. 7. График изменения мощностей приводов ведущих подвесок

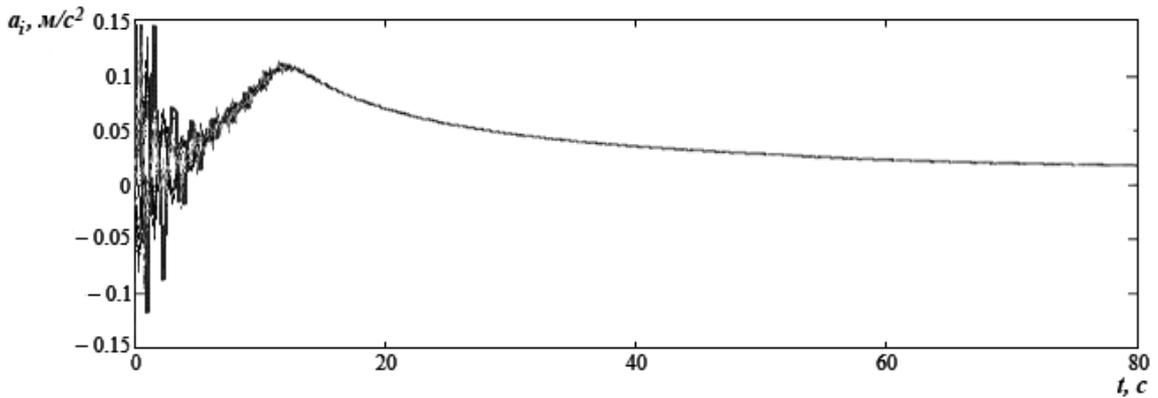


Рис. 8. График изменения ускорений подвесок

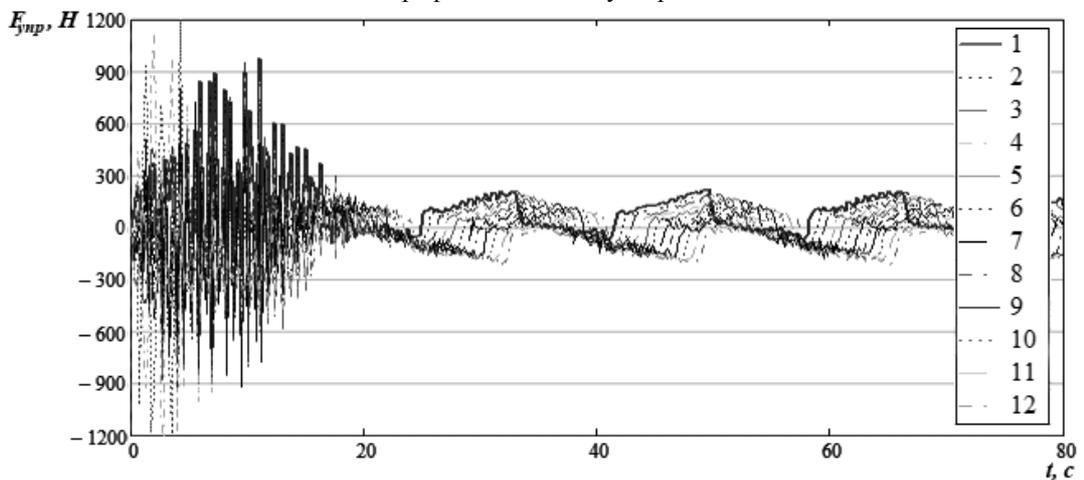


Рис. 9. График изменения усилий в ленте между подвесками дискретного участка, включающего два контура конвейера: 1 – ведущая подвеска; 2 – ведомые подвески

Представленная математическая модель позволяет исследовать динамику конвейера с подвесной лентой, распределенным приводом и вертикально замкнутой трассой в период пуска и установившегося движения при различных сочетаниях технических параметров. Тем самым открывается возможность определения оптимального набора технических параметров, обеспечивающего стабильную работу конвейерной установки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лагереv, А.В. Конвейеры с подвесной грузонесущей лентой – инновационный вид машин непрерывного транспорта / А.В. Лагереv, В.П. Дунаев // Справочник. Инженерный журнал. – 2009. – №10. – С. 9 – 14.
2. Толкачев, Е.Н. Сравнительный анализ эффективности применения специального конвейера с подвесной лентой, распределенным приводом и вертикально замкнутой трассой / Е.Н. Толкачев, К.А. Гончаров // Достижения молодых ученых в развитии инновационных процессов в экономике, науке, образовании: материалы V Междунар. науч.-практ. конф. (21 – 23 окт. 2013 г.). – Брянск: БГТУ, 2013. – С. 11.
3. Лагереv, А.В. Динамические процессы при переходных режимах работы дискретного участка конвейера с распределенным приводом / А.В. Лагереv, Д.Ю. Кулешов // Вестн. Брян.гос.техн.ун-та. – 2013. – № 2. – С.50–56.
4. Лагереv, А.В. Исследование движения подвесок дискретного участка конвейера с подвесной лентой, распределенным приводом и вертикально замкнутой трассой с помощью одномассовой динамической модели / А.В. Лагереv, Е.Н. Толкачев // Вестн. Брян.гос.техн.ун-та. – 2013. - №4. – С. 33-40.
5. Конвейеры: справочник / Р.А. Волков, А.Н. Гнутов, В.К. Дьячков [и др.]; под общ. ред. Ю.А. Пертена. – Л.: Машиностроение, 1984. – 367 с.
6. Лунев, Д.Е. Обоснование рациональных конструктивных и эксплуатационных параметров конвейеров с подвесной лентой для предприятий горной промышленности: дис. ... канд. техн. наук / Д.Е.Лунев. – СПб., 2007. – 119 с.
7. Реутов, А.А. Моделирование приводов ленточных конвейеров: монография / А.А. Реутов. – Брянск: БГТУ, 2011. – 152 с.

Материал поступил в редколлегию 16.05.14.