

Методические особенности формирования понятия «Эластичность» в условиях информатизации учебной дисциплины «Высшая математика»

Methodical features of formation of the concept «Elasticity» in the conditions of informatization of a subject matter «Higher mathematics»

Синчуков А.В.

Канд. пед. наук, доцент кафедры высшей математики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»
E-mail: AVSinchukov@gmail.com

Sinchukov A.V.

Candidate of pedagogical sciences, Associate professor of the higher mathematics associate professor Plekhanov Russian University of Economics
E-mail: AVSinchukov@gmail.com

Аннотация

В центре внимания статьи возможности информационных технологий WolframAlpha в визуализации функций спроса на производимую продукцию. Рассмотрено содержание и особенности формирования понятия «Эластичность» в условиях информатизации учебной дисциплины «Высшая математика». Отмечается, что понятие эластичности играет важную роль в формировании математической подготовки будущего бакалавра экономики. Представленные фрагменты учебно-познавательной деятельности студента бакалавриата, направленные на работу с понятием «Эластичность», позволяют акцентировать внимание на анализ современных экономических ситуаций. Содержание статьи акцентирует внимание на процесс формирования математических понятий, который требует от преподавателя высшей школы особого подхода, учитывающего мотивационный компонент, выделение существенных свойств математического понятия и создание ситуаций практического применения понятия.

Ключевые слова: бакалавр экономики, дифференциальное исчисление, информатизация, информационные технологии, моделирование, спрос, экономическая ситуация, эластичность.

Abstract

In the center of attention of article of a possibility of information WolframAlpha technologies in visualization of functions of demand for the made production. Contents and features of formation of the concept «Elasticity» in the conditions of informatization of a subject matter «Higher mathematics» is considered. It is noted that concepts of elasticity play an important role in formation of mathematical training of future bachelor of economy. The presented fragments of educational cognitive activity of the student of a bachelor degree directed to work with concept «Elasticity» allow to focus attention to the analysis of modern economic situations. The contents of article focus attention to process of formation of mathematical concepts which demands from the teacher of the higher school of the special approach considering a motivational component, allocation of essential properties of a mathematical concept and creation of situations of practical application of a concept.

Keywords: bachelor of economy; differential calculus; informatization; information technologies; modeling; demand, economic situation, elasticity

Не вызывает сомнения, что величины спроса и величины предложения реагируют на изменения цены на рынке. Ответная реакция спроса и предложения на изменения цены на рынке отражена в законе спроса и законе предложения. Однако эти законы спроса и предложения предоставляют информацию об изменчивости объемов спроса и предложения на качественном уровне, что является недостаточным для современных экономических исследований. В большинстве случаев исследователям необходима исчерпывающая информация о реакциях продавцов, а также покупателей на изменение факторов. Спрос и предложение характеризуются различной степенью реагирования на вариацию факторов. С целью получения необходимой информации о вариации какой-либо величины, в экономико-математических исследованиях используют математический аппарат эластичности.

Традиционно коэффициент эластичности (показатель эластичности) используется с целью измерения чувствительности некоторой функции к изменению аргумента, в частности, изменений чувствительности спроса и предложения. Понятие «эластичность» было введено в экономико-математический анализ Альфредом Маршаллом.

Пусть y – зависимая величина, x – независимая величина и функциональная зависимость описывается $y = y(x)$. Под коэффициентом эластичности изменения зависимой переменной при изменении независимой переменной принято понимать величину, определенную соотношением:

$$E_x^y = y'(x) \frac{x}{y}.$$

Учитывая определение производной функции, получаем:

$$E_x^y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{x}{y}.$$

Остановимся на практических аспектах применения коэффициента эластичности в социально-экономическом анализе. В качестве количественной меры степени влияния факторов на объем спроса выступают следующие коэффициенты: коэффициент ценовой эластичности спроса, коэффициент перекрестной эластичности спроса и коэффициент эластичности спроса по доходу. Существенную роль в содержании прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики играет эластичность спроса по цене (коэффициент ценовой эластичности спроса).

Ценовая эластичность спроса является безразмерной величиной, демонстрирующей процент изменения объема спроса при изменении цены блага на один процент, и определяется соотношением

$$E_p^D = \frac{\text{Изменение объема спроса}}{\text{Изменение цены}}.$$

В аналитическом виде данное соотношение записывается следующим образом

$$E_p^D = \frac{\frac{\Delta Q}{Q_0} \cdot 100\%}{\frac{\Delta P}{P_0} \cdot 100\%} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{P_0}{Q_0}.$$

Этот точечный коэффициент ценовой эластичности принято использовать при несущественных изменениях цены. Отметим, что этот коэффициент может быть записан с использованием функции спроса $Q = Q(p)$:

$$E_p^D = Q'_p \frac{P_0}{Q_0}.$$

В случае, если исследуемые изменения ΔP , ΔQ являются достаточно значимыми, величина коэффициента ценовой эластичности в процессе использования начальных и конечных значений для Q и P могут существенно различаться. В этих условиях целесообразно прибегать к определению коэффициента дуговой эластичности,

отражающей эластичность спроса в серединной, а не в начальной точке. Обратим внимание, что если P_1, P_2 – первоначальная и конечная цены, то серединная цена определяется как

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}.$$

Аналогично, если Q_1, Q_2 – первоначальный и конечный объемы спроса, то серединный объем спроса определяется как

$$\bar{Q} = \frac{Q_1 + Q_2}{2}.$$

Следовательно, зависимость приобретает вид:

$$E_p^D = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}.$$

Если учесть требования закона спроса, то вариация величин спроса и цены рассматриваемого товара разнонаправлены. Отсюда следует отрицательность коэффициента ценовой эластичности. Поэтому для оценки степени реакции величины спроса в условиях, когда направление изменения известно, целесообразно рассматривать модуль коэффициента ценовой эластичности спроса. Возможны следующие принципиальные ситуации

$$|E_p^D| > 1, |E_p^D| < 1, |E_p^D| = 1.$$

В первой ситуации спрос эластичен по цене, во второй спрос неэластичен по цене, в третьей ситуации спрос характеризуется единичной эластичностью.

Рассмотрим возможные частные случаи. Во-первых, ситуация нулевой эластичности. В этой ситуации кривая спроса располагается вертикально и приращение спроса равно нулю вне зависимости от изменения цены. В этой ситуации следует отметить, что спрос неэластичен и коэффициент ценовой эластичности спроса равен нулю. Полностью неэластичный спрос интерпретируется особым образом: объем спроса на рассматриваемый товар неизменен при любой цене. Другими словами, объем спроса не реагирует на изменения цены.

Во-вторых, ситуация бесконечной эластичности. В рамках этой ситуации кривая спроса располагается строго горизонтально. При этом приращения спроса равны бесконечности даже при незначительных изменениях цены на рассматриваемый товар. В этом случае можно отметить, что спрос полностью эластичен. При этом коэффициент ценовой эластичности спроса равен бесконечности. Полностью эластичный спрос на продукцию интерпретируется следующим образом: при данной фиксированной цене на продукцию можно продать её любое количество в некотором интервале спроса. Однако потребители откажутся от покупки продукции в случае, если цена будет выше данной.

Таким образом, понятие «Эластичность» играет существенную роль в развитии математической подготовки будущих бакалавров экономики. Рассматривая содержание математической подготовки будущих бакалавров экономики в контексте возможностей современных информационных технологий, Р.М. Асланов отмечал необходимость более широкого использования активных методов [1]. В работе [4] предлагается рассматривать методы обучения математике как компонент методической системы математической подготовки. На связь понятия «Эластичность» с различными понятиями в области экономико-математических методов и моделей указывается в различных исследованиях. Так, на связь понятия «Эластичность» с категорией «Риск» указано в исследовании [2]. Отмечается, что эластичность функций может быть использована в качестве инструмента анализа рискованных ситуаций. Также понятие «Эластичность» может быть использовано в процессе измерения неравенства распределения доходов населения методами дифференциального исчисления [6]. Понятие «Эластичность» удачно дополняет использование методов вычислительной математики, рассмотренных в публикации [10].

Мы считаем, что для грамотного введения и использования понятия «Эластичность» необходим учет особенной педагогического целеполагания в рамках

учебных тем «Экономические приложения дифференциального исчисления», «Математические методы в экономических исследованиях». Идеи, представленные в публикации [5], позволяют отказаться от методически необоснованного введения понятий в рамках учебных дисциплин и акцентировать внимание на выработку оптимальной последовательности формирования понятий. На востребованность аппарата дифференциального исчисления в экономических исследованиях указывается в работах [8, 12, 13].

Отметим, что публикации [14, 15] могут быть использованы при проектировании учебного процесса по учебной дисциплине «Высшая математика» с учетом современных тенденций информатизации математической подготовки будущего бакалавра экономики. На важность математических методов для выработки оптимальных решений в различных областях социально-экономической сферы указывается в работах [9, 11]. В педагогическом контексте нам представляется интересной работа [3], в которой представлены принципы реализации компетентного подхода к проектированию педагогических объектов (например, последовательности формирования понятий учебной дисциплины), а также учет накопленного опыта общеинженерного и экономического образования в РЭУ им. Г.В. Плеханова, представленного в работе [7].

Остановимся на содержательных аспектах учебно-познавательной деятельности студента экономического бакалавриата по усвоению понятия «Эластичность» в условиях внедрения информационных технологий.

Экономическая ситуация 1. Уравнение спроса на продукцию малого предприятия имеет вид $(p+1)\sqrt{y+1}=100$, где y – количество единиц продукции, p – цена на единицу производимой продукции. Требуется определить эластичность спроса на продукцию малого предприятия по известному уравнению спроса. Руководителя малого предприятия интересует, как повлияет увеличение цены на выручку в случае, если спрос будет составлять 24 единицы продукции?

Во-первых, обратимся к уравнению $(p+1)\sqrt{y+1}=100$, отражающему зависимость между спросом и ценой на продукцию. Выражая из заданного в рамках этой экономической ситуации уравнения спрос в явном виде, получим:

$$y = \frac{10000}{(p+1)^2} - 1.$$

Используя информационные технологии WolframAlpha, визуализируем полученную функцию спроса.

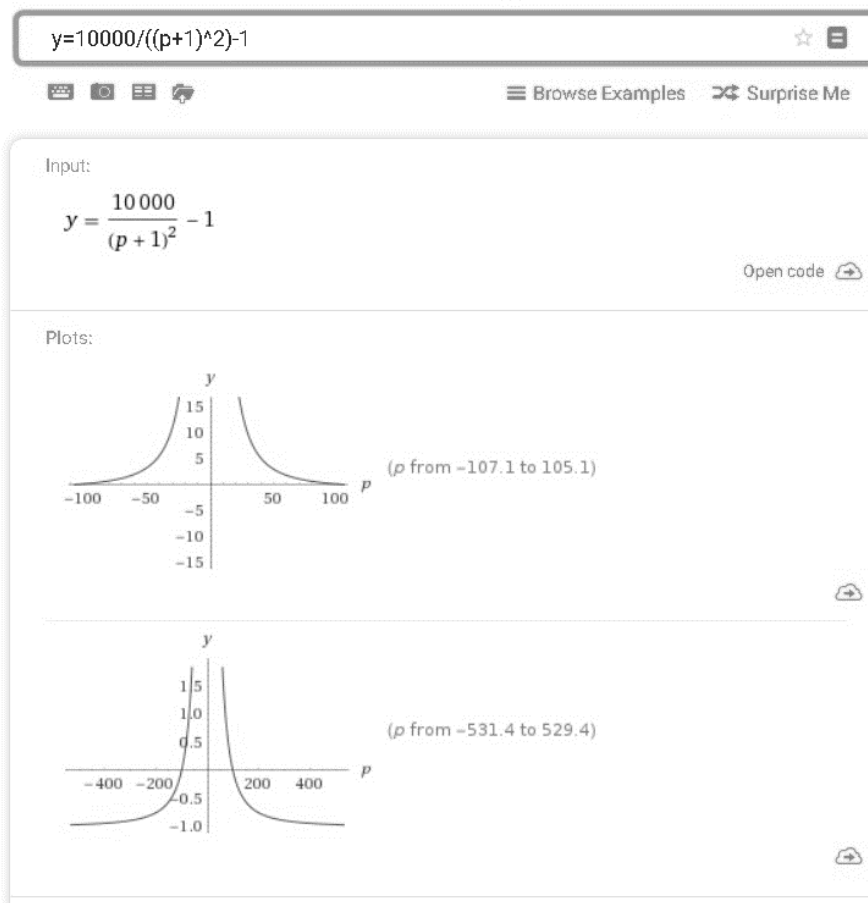


Рис. 1. Результат визуализации функции спроса по первой экономической ситуации

Перейдем далее к нахождению ценовой эластичности. Для этого воспользуемся соотношением $\eta = \frac{p}{y} \cdot \frac{dy}{dp}$. Таким образом, искомая ценовая эластичность спроса на продукцию малого предприятия

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{p}{y} \cdot \frac{dy}{dp} = \frac{p}{\frac{10000}{(p+1)^2} - 1} \cdot \left(-\frac{20000}{(p+1)^3} \right) = \\ &= -\frac{20000p}{10000(p+1) - (p+1)^3} = -\frac{20000p}{(p+1)(99-p)(101+p)}. \end{aligned}$$

Для анализа рассматриваемой экономической ситуации определим цену на продукцию, соответствующую заявленному в рамках экономической ситуации спросу на продукцию малого предприятия в 24 единицы. Получаем, что

$$(p+1)\sqrt{24+1} = 100 \Leftrightarrow p = 19.$$

При найденном значении цены эластичность спроса на продукцию малого предприятия составит

$$\eta = -\frac{20000p}{(p+1)(99-p)(101+p)} \Big|_{p=19} = -\frac{95}{48}.$$

Интерпретируем полученный результат. Учитывая, что $\eta = -\frac{95}{48}$, получаем, что спрос на продукцию малого предприятия эластичен, а, стало быть, выручка убывает с возрастанием цены.

С методической точки зрения, формируя представления студентов экономического бакалавриата о понятии «Эластичность», целесообразно усложнить рассматриваемую и рассмотреть с учетом различных начальных условий. Аналогичным образом определяем цену на продукцию малого предприятия, отвечающую спросу в 15 единиц продукции, и вычисляем соответствующую ценовую эластичность спроса:

$$(p+1)\sqrt{15+1} = 100 \Leftrightarrow p = 24;$$

$$\eta = -\frac{256}{125} < -1.$$

Отметим, что также, как и в первом случае, спрос эластичен, и выручка убывает с возрастанием цены.

В качестве дополнительных вопросов можно предложить студентам определить значения цены, при которых выручка будет увеличиваться или не изменится. При этом, для решения возникающих уравнений и неравенств целесообразно использовать, например, встроенные функции *WolframAlpha*.

Экономическая ситуация 2. Найти закон спроса y на скоропортящуюся продукцию, если он обладает эластичностью

$$\eta = \frac{p}{p-30}, \quad 0 < p < 30,$$

и известно, что при цене (p) в 20 у.е. потребители приобретают только 2 ед. товара.

Для исследования данной экономической ситуации воспользуемся определением ценовой эластичности спроса. Получаем, что

$$\frac{p}{y} \cdot \frac{dy}{dp} = \frac{p}{p-30}.$$

Разделяя переменные в полученном дифференциальном уравнении, получаем

$$\frac{dy}{y} = \frac{dp}{p-30} \Rightarrow y = C(30-p),$$

откуда с учетом заданных начальных условий

$$y(20) = 2 \Rightarrow 2 = C(30-20) \Rightarrow C = 0,2.$$

Таким образом, искомая зависимость спроса на скоропортящуюся продукцию от цены имеет вид $y = 6 - 0,2p$. Визуализируем эту зависимость, используя *WolframAlpha*.

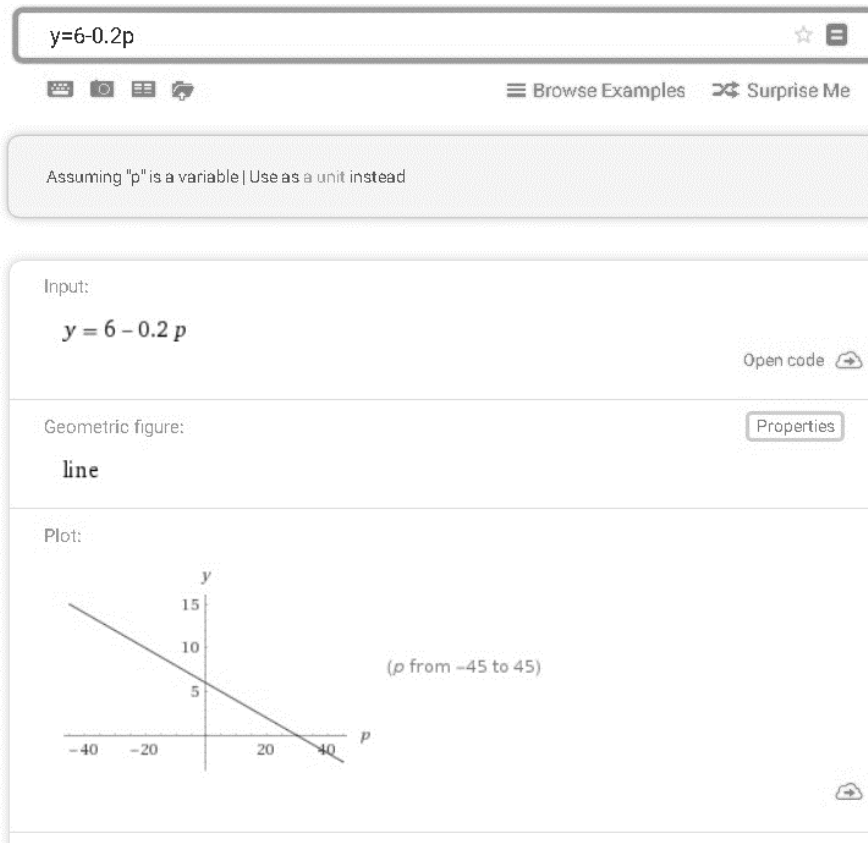


Рис. 2. Результат визуализации функции спроса по второй экономической ситуации

Понятие является одной из важных составляющих математики, что должно быть отражено в практике математической подготовки в высшей экономической школе. На основе понятий дифференциального исчисления строятся школьные и вузовские учебные дисциплины. К таким понятиям относятся «Функция», «Последовательность», «Предел», «Дифференциал», «Производная», «Эластичность», «Дифференциальное уравнение» и др. Однако практика обучения высшей математике зачастую демонстрирует формализм усвоения понятий студентами по причине механического воспроизведения определений понятий математического анализа, что связано с трудностями их практического применения в процессе решения прикладных задач социально-экономической тематики. Важно, что процесс формирования математических понятий требует от преподавателя высшей школы особого подхода.

Во-первых, мы считаем *мотивацию первичным этапом формирования математического понятия*. Её сущность направлена на обеспечение студентом понимания важности изучения математического понятия, в побуждении студентов к целенаправленной, активной и осознанной учебно-познавательной деятельности по освоению математического понятия, в возбуждении устойчивого интереса к изучению математического понятия. Одним из способов поддержки мотивации студентов экономического университета при изучении дисциплины «Высшая математика» является систематическое привлечение возможностей нематематического содержания (вопросов социально-экономической тематики), объясняющих студенту востребованность математической теории.

Во-вторых, необходима *целенаправленная методическая работа по выявлению существенных свойств математического понятия*, связанных с формированием его определения. С этой целью необходимо создание последовательности учебных упражнений, направленных на последовательное выявление наиболее значимых свойств изучаемого математического понятия.

В-третьих, преподавателю учебной дисциплины «Высшая математика» необходимо создать *несколько ситуаций на практическое применение математического понятия* в реальных (или приближенных к реальности) ситуациях, а также проводить работу по систематизации уже изученных математических понятий.

Литература

1. *Асланов Р. М. О. Активные методы обучения в соответствии со стандартами CDIO при проектировании курса «Дифференциальные уравнения» средствами информационных технологий / Р. М. О. Асланов, Е. В. Беляева, С. А. Муханов // Преподаватель XXI век. – 2015. – № 3-1. – С. 76–82.*
2. *Власов Д.А. Инструментальное средство @RISK в системе прикладной математической подготовки / Д. А. Власов // Ярославский педагогический вестник. – 2018. – № 3. – С. 101–108.*
3. *Власов Д.А. Компетентностный подход к проектированию педагогических объектов / Д. А. Власов // Вестник Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования Московский государственный агроинженерный университет им. В. П. Горячкина. – 2008. – № 6-2 (31). – С. 124–127.*
4. *Власов Д.А. Методы обучения как компонент методической системы прикладной математической подготовки / Д. А. Власов // Ярославский педагогический вестник. – 2009. – № 4 (61). – С. 125–129.*
5. *Власов Д.А. Особенности целеполагания при проектировании системы обучения прикладной математике / Д. А. Власов // Философия образования. – 2008. – № 4 (25). – С. 278–283.*
6. *Власов Д.А. Применение математических методов для измерения неравенства распределения доходов населения / Д. А. Власов // Системные технологии. – 2018. – № 1 (26). – С. 26–28.*
7. *Гажур А.А. Общеинженерное образование в истории РЭУ им. Г.В. Плеханова / А. А. Гажур / В сборнике: Экономически эффективные и экологически чистые инновационные технологии. – 2017. – С. 461–471.*
8. *Макжанова Я.В. Сборник заданий по теме «Функция двух переменных». / Я. В. Макжанова, А. И. Зверева, О. И. Хачко / – М.: Типография «Белый Ветер», 2018. – 38 с.*
9. *Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И. Методы оптимальных решений. / И. Н. Мастяева, Г. И. Горемыкина / – ИНФРА-М, – 2016. – 384 с.*
10. *Пантина И.В. Вычислительная математика – Московский финансово-промышленный университет «Синергия». / И. В. Пантина, А. В. Синчуков /– 2012. – 176 с.*
11. *Седова Н.А. Методы оценки качества полученных решений / Н. А. Седова, В. А. Седов // Южно-Сибирский научный вестник. – 2012. – № 1 (1). – С. 88–91.*
12. *Сухорукова И.В. Компьютерное моделирование и математическое обеспечение экономико-социальных задач / И. В. Сухорукова, Г. Г. Лихачев // Экономический анализ: теория и практика. – 2003. – № 5. – С. 60–62.*
13. *Татарников О.В. Линейная алгебра. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. /Под общей редакцией О. В. Татарникова. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 334 с.*
14. *Татарников О.В. Математика для экономистов. Практикум: учебное пособие для академического бакалавриата / Под общей редакцией О. В. Татарникова. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 285 с.*
15. *Татарников О.В. Математика для экономистов. Теория и практика: учебник для академического бакалавриата / Под общей редакцией О. В. Татарникова. – М.: Издательство Юрайт, 2014. – 598 с.*