Модель управления товарными запасами в организациях розничной торговли

Model of inventory management in retail organizations

Смоленский А.М.
Российский университет дружбы народов. Аспирант
e-mail: smolenskiy_am@magnit.ru

Smolensky A.M.
Russian University of Peoples Friendship. Graduate student
e-mail: smolenskiy_am@magnit.ru

Аннотация
В статье предложена модель для поддержки формирования решений при управлении товарными запасами в организациях розничной торговли. Модель позволяет определять рациональные объемы запасов товаров розничной торговли в условиях фиксированного периода пополнения товарных запасов и случайного спроса на них. Особенность модели заключается в учете случайного, но конечного количества покупателей, а также случайности видов и объемов покупаемых ими товаров. Это обеспечивает более адекватное модельное представление процесса розничной торговли. Применение модели позволяет снизить издержки организаций розничной торговли, обусловленные излишними запасами и не допустить снижения выручки вследствие отсутствия необходимых товаров.
Ключевые слова: розничная торговля, товарные запасы, спрос, управление, модель, формирование управленческих решений.

Abstract.
The article proposes a model to support the formation of solutions in the management of inventory in retail organizations. The model allows you to determine the rational volume of stocks of retail goods in a fixed period of replenishment of inventories and random demand for them. The peculiarity of the model is taking into account the random but finite number of buyers, as well as the randomness of the types and volumes of goods they buy. This provides a more adequate model representation of the retail process. The use of the model allows to reduce the costs of retail organizations, due to excessive stocks and to prevent the decline in revenue due to the lack of necessary goods.
Keywords: retail trade, inventory, demand, management, model, the formation of management decisions.

Создание товарных запасов в организациях розничной торговли объективно обусловлено необходимостью непрерывного обеспечения спроса на продукцию и невозможностью или экономической нецелесообразностью полностью совмещать объем и сроки поставок товаров с моментами возникновения спроса на них. Вместе с тем создание запасов связано с дополнительными затратами на их создание, хранение и обслуживание. Кроме того, хранение запасов в организациях розничной торговли приводит к сокращению торговых площадей из-за необходимости выделения складских помещений и, как следствие, к снижению пропускной способности организаций. С другой стороны, дефицит товаров ведет к снижению выручки. Следовательно, возникает задача определения рациональных объемов запасов товаров розничной торговли. Разработка модели, обеспечивающей ее решение в условиях фиксированного периода пополнения товарных запасов и случайного спроса на них, составляет цель настоящей статьи.

Вопросы определения рациональных объемов товарных запасов в различных условиях рассматривались в работах [1–5]. В основу предлагаемых в этих работах моделей и методов решения рассматриваемой задачи положены те или иные варианты формализации процесса спроса в виде *предельных распределений* для сумм независимых случайных величин. Вместе с тем реальный спрос связан с суммированием конечного (*то есть не предельного*), но *априори неизвестного* числа случайных величин [6–8]. Неучет этого обстоятельства ведет к несоответствию запасов динамике спроса на товары и, в конечном счете, к дополнительным затратам (если запасы превышают спрос), или к снижению выручки (если запасы не обеспечивают спрос). Следовательно, возникает необходимость учета в процессе управления предприятиями розничной торговли случайности и конечности ожидаемого количества покупателей. Это обстоятельство учтено в предлагаемой модели для определения рационального объема товарных запасов в организациях розничной торговли.

Введем обозначения:

T – длительность периода пополнения товарных запасов;

J – количество видов товаров (номенклатура запасов);

N_j – случайная величина, характеризующая количество потребителей, обратившихся за товаром j-го вида в течение времени T;

β_{rj} – случайная величина, характеризующая объем товаров j-го вида, запрашиваемый r-м (r=1,2,…,N_j) потребителем;

X_j – объем запасов товаров j-го вида.

При принятых обозначениях объем продукции j-го вида, запрашиваемой за период времени T, характеризуется случайной величиной:

$$Y_j = \sum_{r=0}^{N_j} \beta_{rj}, \quad j = 1,2,...,J \qquad (1).$$

С учетом (1) достаточность объема запасов товаров j-го вида характеризуется вероятностью $F_j(X_j)$ события, состоящего в том, что $(Y_j \le X_j)$. Следовательно, для определения необходимого объема запасов товаров j-го вида при фиксированном периоде их пополнения и случайном спросе необходимо построить функцию распределения случайной величины Y_j объема спроса на эти товары.

Для ее построения вероятность события, состоящего в том, что случайная величина N_j примет значение n, обозначим p_{nj}. Кроме того, будем полагать, что случайные величины β_{rj} (r=1,2,…,N_j, j=1,2,…J) запрашиваемых потребителями объемов товаров j-го вида – независимы, имеют одинаковые для каждого вида товаров распределения и независимы от n. Тогда для определения функций распределения $F_j(y) = F_j(Y_j < y), \quad j = 1,2,...,J$ сумм случайных чисел N_j (j=1,2,…,J) случайных величин β_{rj} (r=1,2,…,N_j) можно воспользоваться математическим аппаратом характеристических функций.

Характеристическою функцию случайных величин β_{rj} (r=1,2,…,N_j, j=1,2,…,J) обозначим $\varphi_{0j}(\xi)$. Тогда, на основе мультипликативного свойства характеристических функций, характеристическая функция случайной величины Y_j (j=1,2,…,J) может быть записана в виде [9, 10]:

$$\varphi_j(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{nj} \varphi_{0j}^n(\xi), \quad j = 1,2,...,J \qquad (2).$$

С учетом (2), плотность распределения $f_j(y) = \dfrac{dF_j(y)}{d(y)}$ случайной величины Y_j (j=1,2,…,J) имеет вид:

$$f_j(y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\xi y} \sum_{n=0}^{\infty} p_{nj} \varphi_{0j}^n(\xi) d\xi, \quad j = 1,2,...,J \qquad (3).$$

Из (3), вследствие конечности выражения

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_{nj}\varphi_{0j}^{n}(\xi) \le \sum_{n=0}^{\infty} p_{nj}\varphi_{0j}^{n}(0) < \infty, \quad j = 1,2,...J \ ,$$

следует:

$$f_j(y) = \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty} p_{nj} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\xi y}\varphi_{0j}^{n}(t)d\xi = \sum_{n=0}^{\infty} p_{nj} f_{nj}(y), \quad j = 1,2,...J \qquad (4),$$

где $f_{nj}(y)$ – плотность распределения суммы n случайных величин β_{rj} (r=1,2,…).

Из (4) следует, что вероятность отсутствия дефицита товаров j-го (j=1,2,…,J) вида при объеме X_j ее запасов определяется соотношением

$$F_j(y \le X_j) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{nj} \int_{0}^{X_j} f_{nj}(y)dy, \quad j = 1,2,...,J \qquad (5).$$

С учетом (5), вероятность отсутствия дефицита по всей номенклатуре товаров определяется соотношением

$$R(X) = \prod_{j=1}^{J} F_j(y \le X_j) \qquad (6),$$

а вероятность дефицита хотя бы по одной номенклатуре товаров – соотношением

$$Q(X) = 1 - \prod_{j=1}^{J} F_j(y \le X_j) \qquad (7).$$

Соотношения (5) – (7) составляют основу ряда моделей оптимизации объемов запасов товаров при фиксированном периоде их пополнения и случайном спросе. Для их построения введем обозначения:

c_j – стоимость содержания единицы запасов товаров j-го вида;

g_j – вес единицы товаров j-го вида;

v_j – объем единицы товаров j-го вида.

Тогда общая стоимость содержания товарных запасов определяется соотношением

$$C(X) = \sum_{j=1`}^{J} c_j X_j \qquad (8).$$

Общий вес товарных запасов определяется соотношением

$$G(X) = \sum_{j=1`}^{J} g_j X_j \qquad (9).$$

а их общий объем – соотношением

$$V(X) = \sum_{j=1`}^{J} v_j X_j \qquad (10).$$

С учетом соотношений (6) – (10) можно построить следующие задачи оптимизации объемов товарных запасов при фиксированном периоде их пополнения и случайном спросе [11–14].

Задача 1. Определить объем запасов $X^* = \{X_1^*, X_2^*, ..., X_J^*\}$, обеспечивающий минимизацию стоимости их содержания

$$C(X^*) = \sum_{j=1`}^{J} c_j X_j^* = \min_X C(X) \qquad (11)$$

при заданной вероятности $R^*(X)$ отсутствия дефицита

$$R(X) = \prod_{j=1}^{J} F_j(y \le X_j) \ge R^*(X) \qquad (12)$$

и ограничениях на допустимый вес $G*$ и объем $V*$ запасов:

$$G(X) = \sum_{j=1`}^{J} g_j X_j \le G^* \qquad (13),$$

$$V(X)=\sum_{j=1}^{J} v_j X_j \le V^* \qquad (14).$$

Задача 2. Определить объем товарных запасов $X^*=\{X_1^*,X_2^*,...,X_J^*\}$, обеспечивающий максимизацию вероятности отсутствия дефицита по всей номенклатуре

$$R(X^*)=\max_X \prod_{j=1}^{J} F_j(y \le X_j) \qquad (15),$$

или минимизацию вероятности дефицита хотя бы по одной номенклатуре продукции

$$Q(X^*)=\min_X [1-\prod_{j=1}^{J} F_j(y \le X_j)] \qquad (15а)$$

при ограничениях на стоимость C^* содержания запасов, их вес и объем:

$$C(X)=\sum_{j=1}^{J} c_j X_j \le C^* \qquad (16),$$

$$G(X)=\sum_{j=1}^{J} g_j X_j \le G^* \qquad (17),$$

$$V(X)=\sum_{j=1}^{J} v_j X_j \le V^* \qquad (18).$$

Конструктивное представление этих задач получается путем установления законов распределения случайных величин, характеризующих поток потребителей и запрашиваемых ими объемов продукции. Алгоритмы решения задач вида (11) – (14) и (15) – (18) подробно рассмотрены, например, в [15–17].

Для определенности будем полагать, что:

– количество потребителей товаров j-го вида за период T подчиняется закону Пуассона с параметром μ_j, то есть

$$p_{nj}=\frac{\mu_j^n}{n!}e^{-\mu_j}, \quad j=1,2,...,J \qquad (19);$$

– объем товаров, запрашиваемый каждым потребителем, имеет показательное распределение с параметром λ_j:

$$w_j(y)=\lambda_j e^{-\lambda_j}, \quad j=1,2,...,J \qquad (20).$$

Характеристическая функция экспоненциально распределенной случайной величины имеет вид

$$\varphi_{0j}(\xi)=(1-i\xi\lambda_j^{-1})^{-1} \qquad (21).$$

Подставив (19) и (21) в (2), получим:

$$\varphi(\xi)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\mu_j^n}{n!}e^{-\mu_j}(1-i\xi\lambda_j^{-1})^{-1} \qquad (22).$$

Подставив (22) в (4), после преобразований получим:

$$f_j(y)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\lambda_j\mu_j)^n e^{-\mu_j}}{n!}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\xi y}(\lambda_j-i\xi)^{-n}d\xi=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\mu_j}\mu_j^{\,n}}{n!}\frac{(\lambda_j y)^{n-1}e^{-\lambda_j y}}{\lambda_j\Gamma(n)}, \quad j=1,2,...,J$$

(23),

где $\Gamma(n)$ – гамма-функция.

Из (23) следует, что при принятых допущениях вероятность отсутствия дефицита товаров j-го (j=1,2,…,J) вида при объеме X_j их запасов определяется соотношением

$$F_j(y \le X_j)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{-\mu_j}\mu_j^n}{n!}\int_0^X \frac{(\lambda_j y)^{n-1}e^{-\lambda_j y}}{\lambda_j\Gamma(n)}dy, \quad j=1,2,...,J \qquad (24).$$

Подстановка соотношения (24) в (12) и (15) обеспечивает конструктивность задачам оптимизации объемов товарных запасов при фиксированном периоде их пополнения и случайном спросе.

В целом, полученные соотношения (1) – (18) представляют обобщенную модель определения рационального объема товарных запасов в организациях розничной торговли. Соотношения (19) – (24) конкретизируют эту модель для случая пуассоновского потока потребителей и экспоненциального закона объема покупок для каждого из них.

Применение модели позволяет снизить издержки организаций розничной торговли, обусловленные излишними запасами, и не допустить снижения выручки вследствие отсутствия необходимых товаров.

Литература

1. *Рыжков Ю.И.* Управление запасами. - М.: «Наука», 1969.
2. *Хедли Д., Уайтин Т.* Анализ систем управления запасами. – М.: «Наука», 1969.
3. *Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г., Осипенков М.Н., Селиванов А.А., Чварков С.В.* Математические методы и модели в военно-научных исследованиях. В 2-х частях.- Военная Ордена Кутузова, Ордена Ленина, Краснознаменного Ордена Суворова Академия Генерального штаба Вооруженных Сил Российской Федерации. Москва. – 2017. – Т. Часть 1.– 362 с.
4. *Черных А.К., Козлова И.В., Вилков В.Б.* Вопросы прогнозирования материально-технического обеспечения с использованием нечётких математических моделей // Проблемы управления рисками в техносфере. – 2015. – № 4 (36). – С. 107–117.
5. *Черных А.К., Козлова И.В.* Подход к моделированию системы управления материально-техническим обеспечением сил и средств МЧС России в условиях чрезвычайных ситуаций регионального характера // Научно-аналитический журнал «Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России». – 2015. – № 2. – С. 65–70.
6. *Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г., Мартыщенко Л.А., Шатохин Д.В.* Методы оперативного статистического анализа результатов выборочного контроля качества промышленной продукции.- Международная академия информатизации. Санкт-Петербург, Тула, 2001. – 72 с.
7. *Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г., Коханова Н.М., Малькова А.Л.* Выбор структуры производственных функций на основе синтеза безальтернативных статистических гипотез // Вестник Российской таможенной академии. – 2008. – № 4. – С. 74–79.
8. *Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г., Босов Д.Б.* Математические модели и методы управления инновационными проектами.- Министерство образования и наука РФ, Институт современной экономики. Москва, 2009. – 188 с.
9. *Попов В.В., Сауренко Т.Н., Тебекин А.В.* Экономический и таможенный риск-менеджмент.- Государственное казенное образовательное учреждение высшего образования "Российская таможенная академия". Москва, 2015. – 180 с.
10. *Родионова Е.С., Сауренко Т.Н.* Математические методы и модели в экономическом и таможенном риск-менеджменте. Монография / Санкт-Петербург.- Информационный издательский учебно-научный центр "Стратегия будущего", 2016. – 236 с.
11. *Алексеев А.О., Алексеев О.Г.* Применение цепей маркова к оценке вычислительной сложности симплексного метода// Известия Академии наук СССР. Техническая кибернетика. – 1988. – № 3. – С. 59–63.
12. *Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г.* Оптимизационная модель распределения возобновляемых ресурсов при управлении экономическими системами// Вестник Российской таможенной академии. – 2007. – № 1. – С. 49–54.

13. *Новиков В.Е., Останин В.А.* Моделирование оптимизационных задач поддержки принятия решений в инновационном менеджменте// Вестник Российской таможенной академии. – 2016. – № 1. – С. 90–98.
14. *Петров В.С., Тебекин А.В., Тебекин П.А.* Управление инновациями. - Российская таможенная академия. Москва, 2017. – 452 с.
15. *Липатова Н.Г., Черныш А.Я*. Применение математических методов при проведении диссертационных исследований: учебник. - Российская таможенная академия. Москва, 2011. – 514 с.
16. *Ильин И.В.* Математические методы и инструментальные средства оценивания эффективности инвестиций в инновационные проекты. - Санкт-Петербург: Информационный издательский учебно-научный центр "Стратегия будущего", 2018. – 289 с.
17. *Анисимов В.Г., Анисимов Е.Г., Осипенков М.Н., Селиванов А.А., Чварков С.В*. Математические методы и модели в военно-научных исследованиях. В 2-х частях.- Военная Ордена Кутузова, Ордена Ленина, Краснознаменного Ордена Суворова Академия Генерального штаба Вооруженных Сил Российской Федерации. Москва. – 2017. Том Часть 2. – 466 с.