

## НАУЧНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ

УДК 514:378

DOI: 10.12737/2308-4898-2024-12-3-3-12

**Сальков Н.А.**

Канд. техн. наук, профессор,  
Московский государственный академический  
художественный институт имени В.И. Сурикова,  
Россия, 109004, г. Москва, Товарищеский переулок, д. 30

### Классификация линейчатых поверхностей

**Аннотация.** В данной работе сделана попытка систематизировать все линейчатые поверхности, включая давно известные, в единой классификации. Систематизация основана на вышедших ранее работах под названием «Общие принципы задания линейчатых поверхностей», части 1, 2 и 3, которые вышли в журнале «Геометрия и графика» в издательстве ИНФРА-М в 2018 и 2019 гг., а также в 2024 г. с названием «Расширение вариантов формирования линейчатых поверхностей». Получилась довольно-таки разветвленная система, имеющая или не имеющая плоскостей параллелизма, подразделяющаяся на две системы, в первой из которых имеются в качестве направляющих только линии и кривые поверхности, а во второй добавляется плоскость, к которой образующие находятся под определенным углом. Кроме того, все поверхности подразделяются на три группы. Группа 1 не содержит плоскостей параллелизма, группа 2 имеет одну плоскость параллелизма, и группа 3 имеет две плоскости параллелизма. Кроме этого, имеются три способа задания: а) тремя отдельными направляющими; б) тремя направляющими при условии их взаимной принадлежности; в) тремя направляющими, одной из которых является подвижная плоскость, касательная к двум другим направляющим. Все предложенные варианты задания линейчатых поверхностей, как представляется, содержат всю возможную палитру моделирования линейчатых поверхностей. Предлагаемая классификация не претендует на окончательный вариант. Как и всякая теория, она должна развиваться наподобие таблицы Менделеева, поэтому предлагаемая схема может послужить началом для более сложной и современной классификации линейчатых поверхностей.

**Ключевые слова:** поверхности, линейчатые поверхности, классификация поверхностей, качество обучения, эвристическое мышление.

**Salkov N.A**

Ph.D. in Engineering, Professor,  
Moscow State Academic Art Institute named after V.I. Surikov,  
30, Tovarishcheskiy per., Moscow, 109004, Russia

### Classification of Ruled Surfaces

**Abstract.** In this paper, an attempt is made to systematize all linear surfaces, including those that have been known for a long time, in a single classification. The systematization is based on previously published works entitled "General principles of defining ruled surfaces", parts 1, 2 and 3, which were published in the journal Geometry and Graphics by INFRA-M publishing house in 2018 and 2019, as well as in 2024 with the title "Expanding the options for forming ruled surfaces". The result is a rather branched

system, with or without planes of parallelism, divided into two systems, the first of which has only lines and curved surfaces as guides, and the second adds a plane to which the generators are at a certain angle. In addition, all surfaces are divided into three groups. Group 1 contains no planes of parallelism, group 2 has one plane of parallelism, and group 3 has two planes of parallelism. In addition, there are three ways to set: a) three separate guides; b) three guides, provided they belong to each other; c) three guides, one of which is a movable plane tangent to the other two guides. All the proposed options for defining ruled surfaces seem to contain the entire possible palette of modeling ruled surfaces. The proposed classification does not claim to be the final version. Like any theory, it must develop like a periodic table, so the proposed scheme can serve as the beginning for a more complex and modern classification of ruled surfaces

**Keywords:** surfaces, ruled surfaces, classification of surfaces, quality of learning, heuristic thinking.

В 2019 г. на VIII Международной научно-практической интернет-конференции «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации» (КГП-2019), прошедшей в городе Пермь с 01 февраля по 30 марта в Пермском национальном исследовательском политехническом университете, был представлен доклад автора данной статьи под названием «Единое задание линейчатых поверхностей», представляющий краткую выборку положений, представленных в статьях [35–37].

На конференции автору доклада был задан вопрос ведущим научным сотрудником Института проблем передачи информации им. А.А. Харкевича при Российской академии наук А.В. Селиверстовым, будет ли продолжение в виде разработки классификации линейчатых поверхностей. Однако в то время, в 2019 г., задача составить классификацию не стояла в плане работ, и об этом было сказано. Однако с течением времени такая мысль возникла и вот почему.

Линейчатые поверхности представляют значительный интерес в силу широкого их использования в науке [20; 22; 24; 30; 39], технике и строительстве, от авиации до сельского хозяйства [7–9; 23; 26–29; 31; 32; 34; 38; 40; 45; 46]. Возможность прямолинейного перемещения режущего инструмента по направлению образующих серьезно упрощает изготовление моделей, штампов.

Особую роль играет аналитический аппарат [4; 10; 12; 26; 29; 32; 45]. Уравнение линейчатых поверхностей позволяет применять вычислительную тех-

нику, вести обработку поверхностей на станках с числовым программным управлением.

Важным является однотипность задания линейчатой поверхности в любом возможном случае только с помощью трех направляющих, которыми могут являться как линии, так и поверхности, и трех дополнительных условий, характеризующих положение образующей заданной поверхности относительно каждой из направляющих, тем самым определяющих закономерность образования поверхности [35–37].

Однотипность задания поверхностей сопутствует выявлению основных факторов, влияющих на типичность форм поверхностей, на выявление характерных свойств, позволяющих разбить всю массу линейчатых поверхностей на определенные группы, классифицировать их по родственным признакам.

Такими признаками может являться наличие на поверхности, исключая множество образующих, одной, двух или трех прямых линий, наличие одной или двух направляющих плоскостей параллелизма, наличие на поверхности плоских кривых линий второго порядка, трансцендентных линий — винтовых и т.д.

Расширение применения линейчатых поверхностей, использование их в качестве поверхностей плавного перехода между двумя поверхностями при возможности задания одной из линий соприкосновения, открывает широкие возможности перед конструкторами и проектировщиками.

Предельные линейчатые поверхности [37] разбивают пространство на кольцевые зоны, что позволяет решать вопрос о возможных границах существования линейчатых поверхностей в каждом конкретном случае.

Наличие единого способа моделирования линейчатых поверхностей и вынудило попробовать создать классификацию, но лишь линейчатых поверхностей. Вопрос возник, хотя в принципе классифицировать поверхности — и мы в этом твердо убеждены — не только непростая, но и почти невозможная задача: нет такого общего критерия, позволяющего, например, четко ответить на вопрос — когда поверхность можно назвать гиперболическим параболоидом, когда коноидом, когда цилиндром. А плоскость может получиться и как линейчатая, и как вращения, и как с плоскостью параллелизма, и как циклическая. Обо всех таких случаях я поясню студентам первого курса, хоть они и не знают геометрию так, как знали ее выпускники 10-го класса в школах СССР.

Тем не менее рассмотрим появившуюся новую классификацию линейчатых поверхностей.

В некоторых работах и учебниках [1–3; 5; 6; 11; 13–15; 16–19; 21; 25; 33; 34; 41; 42–44] проскальзывают тенденции классифицировать линейчатые по-

верхности в зависимости от количества направляющих линий. При анализе образования линейчатых поверхностей мы убеждаемся, что в каждом случае их задания всегда можно выделить три направляющие, которыми могут быть как линии, так и поверхности. При этом задаются три условия, выражающие закономерность расположения образующей относительно каждой из этих направляющих. Поэтому, если говорится, что линейчатая поверхность задана двумя направляющими, следует искать рядом еще и третью направляющую, хотя у нее может быть другое наименование, например, «плоскость параллелизма».

Направляющие не всегда дают явную характеристику поверхности с возможностью точно назвать ее «по имени». Схожие по своему виду направляющие порой определяют разные поверхности. В других случаях различные направляющие задают одну и ту же поверхность. В качестве примера перечислим только некоторые задания поверхности однополостного гиперболоида с помощью трех направляющих. Это три окружности, расположенные в параллельных плоскостях, имеющие центры, расположенные на одной прямой линии; три эллипса с пропорциональными и одинаково направленными одноименными осями, центры которых принадлежат одной прямой линии; три сферы или три эллипсоида с соблюдением приведенных выше требований; две одноосные поверхности вращения и окружность, принадлежащая одной из этих поверхностей; две окружности и пересекающая их в пространстве прямая линия; три скрещивающиеся прямые, не параллельные одной плоскости, и др. Естественно, что поверхности получаются не при любом расположении направляющих, а, например, при расположении окружности с меньшим радиусом между двух других, но тенденция понятна.

Определение места каждой линейчатой поверхности, заданной тремя направляющими и тремя условиями построения образующей, в классификационной таблице часто требует дополнительных исследований, так как направляющие не всегда являются носителями классификационных признаков.

Классификационные признаки должны выражать индивидуальные особенности самих поверхностей и быть общими для всех поверхностей, объединяемых в данную классификационную группу.

Классификация линейчатых поверхностей показана на рис. 1–3. В ее основу заложены такие характерные признаки, как наличие на поверхности, за исключением множества прямолинейных образующих, одной прямой линии, двух прямых линий, трех прямых линий, существование одной плоскости или двух плоскостей, которым образующие поверхности параллельны (плоскости параллелизма).

На рис. 1 такие признаки даны для линейчатой поверхности, не имеющей плоскости параллелизма.



Рис. 1

На рис. 2 такие признаки даны для поверхности, имеющей одну плоскость параллелизма, на рис. 3 — для поверхности, имеющей две плоскости параллелизма.



Рис. 2

При аналитическом задании линейчатой поверхности признаки, на основании которых можно ее классифицировать, заложены в самом уравнении поверхности и выявляются при анализе этого уравнения.

При кинематическом задании линейчатой поверхности ее форма и положение в пространстве определяются с помощью трех направляющих — ли-

ний или поверхностей, сопровождаемых тремя условиями, характеризующими положение прямолинейной образующей данной линейчатой поверхности относительно каждой из этих направляющих [35–37] (рис. 4).

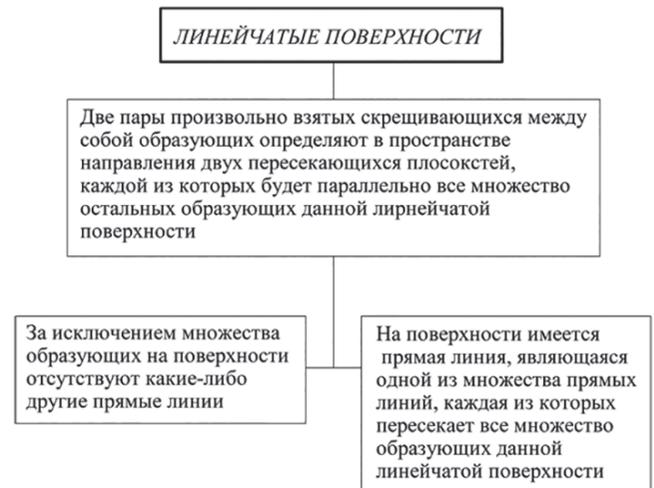


Рис. 3

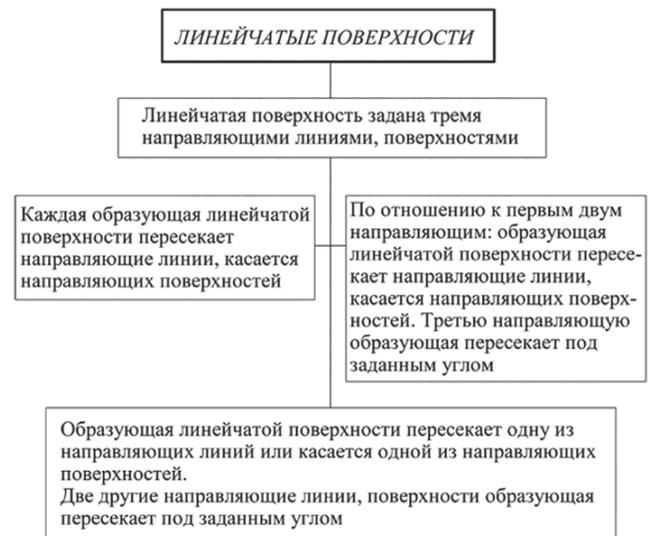


Рис. 4

В большинстве случаев направляющие линейчатой поверхности одновременно заключают в себе ее основные классификационные признаки.

В зависимости от заданных условий расположения прямолинейной образующей относительно каждой из направляющих можно выделить две системы образования наиболее распространенных линейчатых поверхностей.

В системе I (рис. 5) прямолинейные образующие пересекают направляющие линии, касаются направляющих поверхностей.

В системе II третьей направляющей является плоскость, относительно которой образующие расположены под заданным углом  $\alpha$ . Количество таких систем можно расширить на основе рассмотренного ранее материала [35–37] (рис. 4).

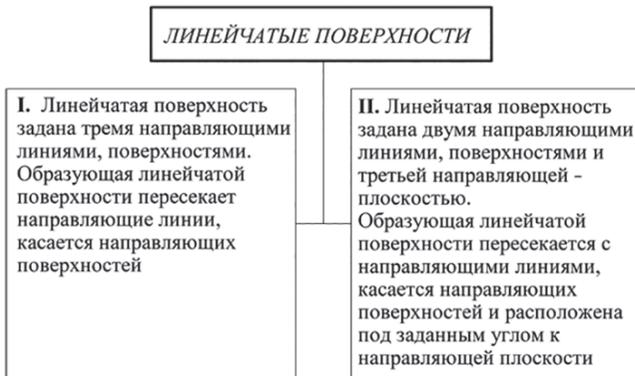


Рис. 5

Все линейчатые поверхности делятся на три основных группы.

К группе 1 (рис. 6) относятся поверхности, у которых направляющими являются линии, поверхности.

К группе 2 относятся поверхности, в каждой из которых одной из трех направляющих является плоскость параллелизма.

К группе 3 относятся поверхности, у которых из трех направляющих две — плоскости параллелизма.

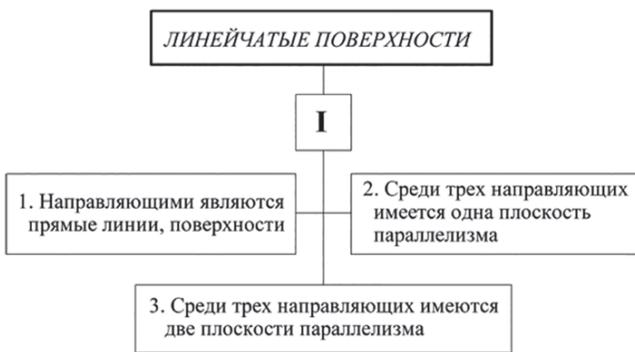


Рис. 6

В зависимости от взаимного расположения направляющих имеется три способа задания линейчатых поверхностей (рис. 7):

- а) тремя отдельными направляющими;
- б) тремя направляющими при условии их взаимной принадлежности;
- в) тремя направляющими, одной из которых является подвижная плоскость, касательная к двум другим направляющим.



Рис. 7

Система I.

Группа I при способе задания а) включает следующие основные линейчатые поверхности (рис. 8):

- линейчатую поверхность общего вида;
- дважды косоугольный цилиндр;
- дважды косоугольный конус;
- коническую поверхность и плоскость;
- однополостный гиперболоид.

Названия всех поверхностей взяты традиционные [1–3; 5; 6; 13; 14; 17; 43; 44], однако некоторые из них соответствуют названиям, введенным в учебнике А.С. Фролова [43].



Рис. 8

Группа 2 при способе задания при способе задания а) (рис. 9) включает такие поверхности:

- цилиндроид;
- коноид;
- гиперболический параболоид — косую плоскость;
- одну или две плоскости.



Рис. 9

Группа 3 при способе задания а) (рис. 10) включает:

- цилиндрическую поверхность;
- плоскость;
- прямую линию.

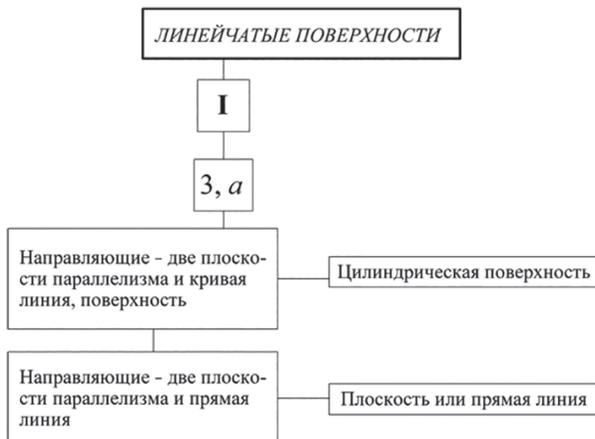


Рис. 10

Группа 1 при способе задания б) объединяет (рис. 11):

- линейчатую поверхность общего вида;
- дважды косой цилиндроид;
- торсовые поверхности.



Рис. 11

Группа 1 при способе задания в) объединяет (рис. 12) предельные линейчатые поверхности, определяющие границы возможного существования множества других линейчатых поверхностей.



Рис. 12

Система II.

При способе задания а) (рис. 13) объединяет следующие основные линейчатые поверхности:

- цилиндроид;

- коноид;
- гиперболический параболоид;
- закрытый или открытый геликоид;
- торсовый геликоид.



Рис. 13

При способе задания б) (рис. 14) образуется косой цилиндроид.



Рис. 14

В зависимости от того, можно ли данную линейчатую поверхность совместить всей ее поверхностью с плоскостью без изломов и разрывов, т.е. выполнить конформное преобразование, точнее, — частный его случай, в просторечии называемый разверткой поверхности на плоскости, линейчатые поверхности подразделяются на развертываемые и неразвертываемые (рис. 15). К развертываемым относятся:

- поверхности, составленные из отрезков плоскостей, — многогранные поверхности;
- конические поверхности;
- цилиндрические поверхности;
- торсовые поверхности.

Все остальные являются неразвертываемыми.



Рис. 15

Из всего множества линейчатых поверхностей можно выделить линейчатые поверхности 2-го порядка, к которым относятся эллиптический, параболический, гиперболический цилиндры и конусы, однополостный гиперболоид, гиперболический параболоид (кося плоскость).

В частных случаях линейчатые поверхности могут оказаться поверхностями вращения. К ним относятся такие поверхности второго порядка:

- конус вращения;
- цилиндр вращения;
- однополостный гиперболоид вращения.

Дальнейшее разветвление классификационной схемы линейчатых поверхностей может продолжаться за счет конкретизации форм направляющих кривых линий и поверхностей и взаимного их расположения в пространстве.

Следует отметить, что любую линейчатую поверхность, соприкасающуюся с двумя данными направляющими поверхностями, можно рассматривать как линейчатую поверхность плавного перехода.

## Литература

1. Бубенников А.В. Начертательная геометрия [Текст] / А.В. Бубенников, М.Я. Громов. — М.: Высшая школа, 1973. — 416 с.
2. Винницкий И.Г. Начертательная геометрия [Текст] / И.Г. Винницкий. — М.: Высшая школа, 1975. — 280 с.
3. Виноградов В.Н. Начертательная геометрия [Текст] / В.Н. Виноградов. — Минск: Выш. школа, 1977. — 268 с.
4. Гершман И.П. Конструирование поверхностей путем выделения их непрерывных линейчатых каркасов из многопараметрических множеств линий [Текст] / И.П. Гершман // Труды УДН им. П. Лумумбы. Т. 26: Математика. Вып. 3: Прикладная геометрия. — М., 1967. С. 33–47.
5. Глаголев Н.А. Начертательная геометрия [Текст] / Н.А. Глаголев. — М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, Главная редакция общетехнической литературы и номографии, 1936. — 160 с.
6. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии [Текст] / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. — М.: Наука, 1977. — 268 с.
7. Грохот-питатель: авторское свидетельство 1025461 СССР, МКИЗ В 07 В 1/16 / Н.А. Сальков (СССР). — № 3333233/29-03; заявлено 25.06.81; опубликовано 30.06.83, Бюллетень № 24. — 3 с.
8. Диментберг Ф.М. Теория винтов и ее приложения [Текст] / Ф.М. Диментберг. — М.: Наука, 1978. — 328 с.
9. Калашников С.Н. Зубчатые колеса и их изготовление [Текст] / С.Н. Калашников, А.С. Калашников. — М.: Машиностроение, 1983. — 264 с.
10. Камалов А. Конструирование линейчатых поверхностей каркасно-параметрическим методом и их применение [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук / А. Камалов. — Самарканд, 1980. — 16 с.
11. Климухин А.Г. Начертательная геометрия [Текст] / А.Г. Климухин. — М.: Стройиздат, 1978. — 334 с.
12. Кокарева Я.А. Синтез уравнений линейчатых поверхностей с двумя криволинейными и одной прямолинейной направляющими [Текст] / Я.А. Кокарева // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 3. — С. 3–12. — DOI: 10.12737/article\_5bc454948a7d90.80979486
13. Колотов С.М. Курс начертательной геометрии [Текст] / С.М. Колотов, Е.Е. Дольский, В.Е. Михайленко и др. — Киев: Гос. изд-во литературы по строительству и архитектуре УССР, 1961. — 316 с.
14. Короев Ю.И. Начертательная геометрия [Текст] / Ю.И. Короев. — М.: КНОРУС, 2011. — 432 с.
15. Короткий В.А. Начертательная геометрия: конспект лекций [Текст] / В.А. Короткий, Л.И. Хмарова, И.В. Буторина. — Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2014. — 191 с.
16. Кривошапко С.Н. Энциклопедия аналитических поверхностей [Текст] / С.Н. Кривошапко, В.Н. Иванов. — М.: ЛИБРОКОМ, 2010. — 560 с.
17. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Н. Крылов, П.И. Лобандиевский, С.А. Мэн, В.Л. Николаев, Г.С. Иконникова. — М.: Высшая школа, 1977. — 231 с.
18. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Н. Крылов, Г.С. Иконникова, В.Л. Николаев, Н.М. Лаврухина. — М.: Высшая школа, 1990. — 240 с.
19. Кузнецов Н.С. Начертательная геометрия [Текст] / Н.С. Кузнецов. — М.: Высшая школа, 1981. — 262 с.
20. Нитейский А.С. Конструирование торсовой поверхности методом подвижного трехгранника Френе [Текст] / А.С. Нитейский // Омский научный вестник. — 2013. — № 2. — С. 151–153.
21. Пеклич В.А. Начертательная геометрия [Текст] / В.А. Пеклич. — М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2007. — 272 с.
22. Пилипака С.Ф. Конструирование линейчатых поверхностей общего вида в системе сопроводительного трехгранника направляющей пространственной кривой [Текст] / С.Ф. Пилипака, Н.Н. Муквич // Труды Таврической государственной агротехнической академии. — Мелитополь: Изд-во ТДАТУ, 2007. — № 4. — Прикл. геометрия и инж. графика. — Т. 35. — С. 10–18.
23. Подгорный А.Л. Конструирование поверхностей оболочек по заданным условиям на основе выделения их из конгруэнций прямых [Текст] / А.Л. Подгорный // Прикладная геометрия и инженерная графика. — 1969. — Вып. VIII. — С. 17–28.
24. Рачковская Г.С. Геометрическое моделирование и графика кинематических линейчатых поверхностей на основе триады контактирующих аксоидов [Текст] / Г.С. Рачковская // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 3. — С. 46–52. — DOI: 10.12737/21533.
25. Рускевич Н.Л. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Л. Рускевич. — Киев: Вища школа, 1978. — 312 с.
26. Рыжов Н.Н. Математическое моделирование проезжей части автомобильных дорог [Текст] / Н.Н. Рыжов, К.П. Ловецкий, Н.А. Сальков. — М.: Изд-во МАДИ, 1988. Деп. в ЦБНТИ Минавтодора РСФСР 30.06.88, № 163-ад88.
27. Сальков Н.А. Введение в кинетическую геометрию [Текст] / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2016. — 142 с.
28. Сальков Н.А. Геометрические параметры грохота [Текст] / Н.А. Сальков // Прикл. геометрия и инж. графика. — Киев: Будівельник, 1987. — Вып. 43. — С. 69–71.
29. Сальков Н.А. Математическое моделирование линейных и поверхностных форм автомобильных дорог на подходах к мостам [Текст] / Н.А. Сальков // Труды МАДИ: Прикладные теоретические вопросы проектирования переходов через водотоки. — М., 1989. — С. 60–66.
30. Сальков Н.А. Методы параметрической геометрии в моделировании автомобильных дорог [Текст] / Н.А. Сальков // Журнал естественно-научных исследований. — 2016. — Т. 1. — № 4. — С. 1-1. — DOI: 10.12737/22143
31. Сальков Н.А. Моделирование автомобильных дорог [Текст]: монография / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2012. — 120 с.

32. Сальков Н.А. Моделирование геометрических форм автомобильных дорог [Текст]: монография / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2019. — 162 с.
33. Сальков Н.А. Начертательная геометрия: базовый курс [Текст]: учеб. пособие / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2013. — 184 с.
34. Сальков Н.А. Начертательная геометрия: Конструирование поверхностей [Текст] / Н.А. Сальков. — М.: ИНФРА-М, 2022. — 220 с.
35. Сальков Н.А. Общие принципы задания линейчатых поверхностей. Часть 1 [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 4. — С. 20–31. — DOI: 10.12737/article\_5c21f4a06dbb74.56415078
36. Сальков Н.А. Общие принципы задания линейчатых поверхностей. Часть 2 [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 1. — С. 14–27. — DOI: 10.12737/article\_5c9201eb1c5f06.47425839
37. Сальков Н.А. Общие принципы задания линейчатых поверхностей. Часть 3 [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2019. — Т. 7. — № 2. — С. 13–27. — DOI: 10.12737/article\_5d2c170ab37810.30821713
38. Сальков Н.А. Формирование поверхностей откосов насыпей и выемок [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2016. — Т. 4. — № 1. — С. 55–63. — DOI: 10.12737/18058
39. Сальков Н.А. Формирование поверхностей при кинетическом отображении [Текст] / Н.А. Сальков // Геометрия и графика. — 2018. — Т. 6. — № 1. — С. 20–33. — DOI: 10.12737/article\_5ad094a0380725.32164760
40. Способ профилирования автомобильных дорог: авторское свидетельство 1714046 СССР. МКИ4 Е 02 F 1/00 / Сальков Н.А. (СССР) — № 1714046 А1; заявлено 27.04.89, опубликовано 23.02.92, Бюллетень № 7, 1992. — 6 с.
41. Тимрот Е.С. Начертательная геометрия [Текст] / Е.С. Тимрот. — М.: Гос. изд-во литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. — 280 с.
42. Фиников С.П. Теория конгруэнций [Текст] / С.П. Фиников. — М.-Л., Государственное изд-во технико-теоретической литературы, 1950. — 529 с.
43. Фролов С.А. Начертательная геометрия [Текст] / С.А. Фролов. — М.: Машиностроение, 1983. — 240 с.
44. Четверухин Н.Ф. Курс начертательной геометрии [Текст] / Н.Ф. Четверухин [и др.]. — М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1956. — 436 с.
45. Швиденко Ю.З. Сопряжения линейчатыми поверхностями и их применение для конструирования оболочек [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Ю.З. Швиденко. — Киев, 1966. — 14 с.
46. Salkov N.A. Visualization of the Ruled surfaces of General Type / N.A. Salkov // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Ser. 1441 (2020) 012078. DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012078
2. Vinnitskij I.G. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1975. 280 p. (in Russian)
3. Vinogradov V.N. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Minsk, Vy'sh. Shkola Publ., 1977. 268 p. (in Russian)
4. Gershman I.P. Konstruirovanie poverkhnostey putem vydeleniya ikh nepreryvnykh lineychatykh karkasov iz mnogoparametricheskikh mnozhestv liniy [Design surfaces by highlighting their non-continuous bar frames from a multivariate sets of lines]. *Trudy UDN im. P. Lumumby. Moscow, 1967. V. 26: Matematika. Vyp. 3: Prikladnaya geometriya.* Pp. 33–47. (in Russian)
5. Glagolev N.A. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. M.-L, ONTI NKTP SSSR, Glavnaja redakcija obshhetehnicheskoy literatury i nomografii Publ., 1936. 160 p. (in Russian)
6. Gordon V.O., Sementsov-Ogievskij M.A. *Kurs nachertatel'noj geometrii* [A course in descriptive geometry]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 268 p. (in Russian)
7. *Grokhhot-pitatej'* [Grokhhot-feeder]: avtorskoe svidetel'stvo 1025461 SSSR, MKI3 V 07 V 1/16 / N.A. Sal'kov (SSSR). № 3333233/29-03; zayavleno 25.06.81; opublikovano 30.06.83, Byulleten' № 24. 3 s.
8. Dimentberg F.M. *Teoriya vintov i eyo prilozheniya* [The theory of screws and its applications]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 328 p. (in Russian)
9. Kalashnikov S.N. *Zubchatye kolea i ikh izgotovlenie* [The gears and their manufacture]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1983. 264 p. (in Russian)
10. Kamalov A. *Konstruirovanie lineychatykh poverkhnostey karkasno-parametricheskim metodom i ikh primenenie.* *Kand. Diss.* [The design of the ruled surfaces of frame-parametric method and their application. Cand. Diss.]. Samarkand, 1980. 16 p.
11. Klimukhin A.G. *Nachertatel'naya geometriya.* Moscow, Strojizdat Publ., 1978. 334 p. (in Russian)
12. Kokareva Ya.A. Sintez uravnenij lineychaty'kh poverkhnostej s dvumya krivolinejny'mi i odnoj pryamolinejnoy napravlyayushhimi [Synthesis of the equations of the ruled surfaces with two curvilinear and one rectilinear guide]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2018, V. 6, I. 3, pp. 3–12. DOI: 10.12737/article\_5bc454948a7d90.80979486. (in Russian)
13. Mikhajlenko V.E., Gusev N.A., Gorlenko B.S. *Kurs nachertatel'noj geometrii* [Course in descriptive geometry]. Kiev, Gos. izd-vo literatury po stroitel'stvu i arkhitekture USSR Publ., 1961. 316 p. (in Russian)
14. Korojev Ju.I. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. Moscow: KNORUS Publ., 2011. 432 p. (in Russian)
15. Korotkij V.A., Khmarova L.I., Butorina I.V. *Nachertatel'naya geometriya: konspekt lektsij* [Descriptive geometry]. Chelyabinsk, YuUrGU Publ., 2014. 191 p. (in Russian)
16. Krivoshapko S.N., Ivanov V.N. *Entsiklopediya analiticheskikh poverkhnostej* [Encyclopedia of analytic surfaces]. Moscow, LIBROKOM Publ., 2010. 560 p. (in Russian)

## References

1. Bubennikov A.V., Gromov M.Ja. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1973. 416 p. (in Russian)

17. Krylov N.N., Lobandievskij P.I., Mjen S.A., Nikolaev V.L., Ikonnikova G.S. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1977. 231 p. (in Russian)
18. Krylov N.N., Ikonnikova G.S., Nikolaev V.L., Lavruhina N.M. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1990. 240 p. (in Russian)
19. Kuznetsov N.S. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. Moscow, Vysshaja shkola Publ., 1981. 262 p. (in Russian)
20. Nitejskij A.S. Konstruirovanie torsovoj poverkhnosti metodom podvizhnogo trekhgrannika Frene [Construction of a torso surface by the method of a movable triaxial Frenet]. *Omskij nauchnyj vestnik* [Omsk Scientific Herald]. 2013, I. 2, pp. 151–153. (in Russian)
21. Peklich V.A. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. Moscow, Izdatel'stvo assotsiatsii stroitel'nykh vuzov Publ., 2007. 272 p. (in Russian)
22. Pilipaka S.F., Mukvich N.N. Konstruirovanie linejchatykh poverkhnostej obshchego vida v sisteme soprovoditel'nogo trekhgrannika napravlyayushchej prostranstvennoj krivoj [Construction of ruled surfaces of general form in the system of the accompanying trihedron of the directional spatial curve]. *Trudy Tavricheskoj gosudarstvennoj agrotekhnicheskoy akademii* [Proceedings of the Taurian State Agrotechnical Academy]. Melitopol: TDATU Publ., 2007, I. 4. (in Russian)
23. Podgornyj A.L. Konstruirovanie poverkhnostej obolochek po zadanny'm usloviyam na osnove vy'deleniya ikh iz kongruentsij pryamy'kh [The construction of shell surfaces with given conditions on the basis of their separation from congruences of straight lines]. *Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika* [Applied Geometry and Engineering Graphics]. Kiev, Budivel'nik Publ., 1969, V. VIII, pp. 17–28. (in Russian)
24. Rachkovskaya G.S. Geometricheskoe modelirovanie i grafika kinematicheskikh linejchatykh poverkhnostej na osnove triady kontaktiruyushchih aksoidov [Geometric modeling and graph of kinematic ruled surfaces based on the triad of contacting axoids]. *Geometriya i grafika* [Geometry and graphics]. 2016, V. 4, I. 3, pp. 46–52. DOI: 10.12737/21533 (in Russian)
25. Russkevich N.L. *Nachertatel'naja geometrija* [Descriptive geometry]. Kiev, Vishha shkola Publ., 1978. 312 p. (in Russian)
26. Ryzhov N.N. *Matematicheskoe modelirovanie proezzhey chasti avtomobil'nykh dorog* [Mathematical modeling carriageway roads]. Moscow, MADI Publ., 1988. (in Russian)
27. Sal'kov N.A. *Vvedenie v kineticheskuyu geometriyu* [Introduction to kinetic geometry] / N.A. Sal'kov. M.: INFRA-M, 2016. 142 p. (in Russian)
28. Sal'kov N.A. Geometricheskie parametry grokhota [Geometric parameters of the screen]. *Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika* [Applied Geometry and Engineering Graphics]. Kiev, Budivel'nik Publ., 1987, I. 43, pp. 69–71. (in Russian)
29. Sal'kov N.A. Matematicheskoe modelirovanie lineynykh i poverkhnostnykh form avtomobil'nykh dorog na podkhodakh k mostam [Mathematical modeling of linear and surface-forms of roads on the approaches to bridges]. *Trudy MADI: Prikladnye teoreticheskie voprosy proektirovaniya perekhodov cherez vodotoki* [Proceedings MADI: Applied theoretical design issues crossing streams]. Moscow, 1989, pp. 60–66. (in Russian)
30. Sal'kov N.A. *Metody' parametricheskoj geometrii v modelirovanii avtomobil'nykh dorog* [Methods of parametric geometry modelling of roads] / N.A. Sal'kov // Zhurnal estestvenno-nauchny'kh issledovanij. 2016, V. 1, I. 4. pp. 1-1. DOI: 10.12737/22143
31. Sal'kov N.A. *Modelirovanie avtomobil'nykh dorog* [Modeling roads]. Moscow, INFRA-M Publ., 2012, 120 p. (in Russian)
32. Sal'kov N.A. *Modelirovanie geometricheskikh form avtomobil'nykh dorog: monografiya* [Modeling of geometric shapes of roads: monograph]. M.: INFRA-M, 2019. 162 p. (in Russian)
33. Sal'kov N.A. *Nachertatel'naya geometriya: bazovyy kurs* [Descriptive geometry: Basic course]. Moscow, INFRA-M Publ., 2013. 184 p. (in Russian)
34. Sal'kov N.A. *Nachertatel'naya geometriya: Konstruirovanie poverkhnostej* [Descriptive geometry: Construction of surfaces]. M.: INFRA-M, 2021. 220 p.
35. Sal'kov N.A. Obshhie printsipy' zadaniya linejchaty'kh poverkhnostej. Chast' 1 [General principles of setting ruled surfaces. Part 1]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2018, V. 6, I. 4, pp. 20–31. DOI: 10.12737/article\_5c21f4a06dbb74.56415078 (in Russian)
36. Sal'kov N.A. Obshhie printsipy' zadaniya linejchaty'kh poverkhnostej. Chast' 2 [General principles of setting ruled surfaces. Part 2]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2019, V. 7, I. 1, pp. 14–27. DOI: 10.12737/article\_5c9201e-b1c5f06.47425839 (in Russian)
37. Sal'kov N.A. Obshhie printsipy' zadaniya linejchaty'kh poverkhnostej. Chast' 3 [General principles of setting ruled surfaces. Part 3]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2019, V. 7, I. 2, pp. 13–27. DOI: 10.12737/article\_5d2c170ab37810.30821713 (in Russian)
38. Sal'kov N.A. Formirovanie poverkhnostej otkosov nasy'pej i vy'emok [The formation of the surfaces of slopes of embankments and excavations]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2016, V. 4, I. 1, pp. 55–63. DOI: 10.12737/18058 (in Russian)
39. Sal'kov N.A. Formirovanie poverkhnostej pri kineticheskoy otobrazhenii [The formation of surfaces at a kinetic display]. *Geometriya i grafika* [Geometry and Graphics]. 2018, V. 6, I. 1, pp. 20–33. DOI: 10.12737/article\_5ad094a0380725.32164760 (in Russian)
40. *Sposob profilirovaniya avtomobil'nykh dorog: avtorskoe svi-detel'stvo 1714046 SSSR. MK14 E 02 F 1/00* / Sal'kov N.A. (SSSR) № 1714046 A1; zayavleno 27.04.89, opublikovano 23.02.92, Byulleten' № 7, 1992. 6 p.
41. Timrot E.S. *Nachertatel'naya geometriya* [Descriptive geometry]. Moscow, Gos. izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu,

- arhitekture i stroitel'nykh materialam Publ., 1962. 280 p. (in Russian)
42. Finikov S.P. Teoriya kongruentsij [Theory of congruences]. M.-L., Gosudarstvennoe izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1950. 529 p. (in Russian)
43. Frolov S.A. Nachertatel'naya geometriya [Descriptive geometry]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1978. 240 p. (in Russian)
44. Chetverukhin N.F., Levitskiy V.S., Pryanishnikova Z.I., Tevlin A.M., Fedotov G.I. *Kurs nachertatel'noy geometrii* [Course descriptive geometry]. Moscow, Gos. izd-vo tekhniko-teoreticheskoy literatury Publ., 1956. 436 p. (in Russian)
45. Shvidenko Yu.Z. *Sopryazheniya lineyчатymi poverkhnostyami i ikh primenenie dlya konstruirovaniya obolochek. Kand. Diss.* [Mate bar poverhnosti and their use of for constructing shells.Cand. Diss.]. Kiev, 1966. 14 p.
46. Salkov N.A. *Visualization of the Ruled surfaces of General Type. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Ser.* 1441 (2020) 012078. DOI: 10.1088/1742-6596/1441/1/012078