

Генерация фрактальных текстур на гиперэпюре в редакторе «Blender-3D»

Creating fractal textures by hyper-drawing in «Blender-3D»

Бойков А.А.

старший преподаватель кафедры инженерной графики РТУ МИРЭА
e-mail: albophx@mail.ru

Бойкова Н.А.

дизайнер

Колотев А.Е.

студент РТУ МИРЭА

Boykov A.A.

senior lecturer of department of engineering graphics of MIREA – Russian Technological University

Boykova N.A.

designer

Kolotev A.E.

student, MIREA — Russian Technological University

Аннотация

В статье приводятся геометрические модели и алгоритмы формирования фрактальных изображений как сечений гиперфрактала плоскостью общего положения, помещенной в четырехмерное пространство действительных и мнимых компонент комплексных переменных. Для визуализации гиперфрактала и управления положением секущей плоскости предлагается использовать гиперэпюру, секущая плоскость считается прикрепленной к активному трехмерному объекту – шаттлу, управление которым осуществляется при помощи сдвигов и элементарных вращений вокруг базовых плоскостей. Для реализации предлагаемых алгоритмов используется язык Python в среде трехмерного редактора для дизайна – Blender-3D.

Ключевые слова: гиперфрактал, множество Жюлиа, множество Мандельброта, гиперэпюра, многомерная геометрия, четырехмерное пространство, Blender-3D.

Abstract

Geometric models and algorithms for generating fractal images as hyper-fractal sections by a plane of general position placed in a four-dimensional space of real and imaginary components of complex variables are presented. To visualize the hyper-fractal and control the position of the cutting plane, it is proposed to use a hyper-drawing, the cutting plane is considered attached to an active three-dimensional object – a «shuttle», which is controlled by shifts and elementary rotations around the base planes. To implement the proposed algorithms, the Python language is used in the environment of a three-dimensional editor for design – «Blender-3D»

Keywords: hyper-fractal, Julia set, Mandelbrot set, hyper-drawing, multidimensional geometry, 4D space, Blender-3D

Введение. Фрактальные алгоритмы находят широкое применение в решении практических задач [1–5]. Одним из таких направлений является графический и предметный дизайн, причем данное направление является также подходящим для студенческой научной работы [6]. В работах [7–9] показывается применение алгебраических фракталов, как сечений гиперфрактального объекта, к созданию изображений для графического и предметного дизайна. В рассмотренных случаях для формирования изображения создается специальное программное обеспечение, что не всегда удобно и требует особых навыков от дизайнера – умение работать в средах разработки, составлять и компилировать код и т.п. При этом созданные изображения все равно требуется импортировать в графические или 3D-редакторы для использования. В настоящей работе предлагается способ получения фрактальных изображений как сечений гиперфрактального объекта сразу в среде трехмерного редактора – Blender 3D.

Постановка задачи. Гиперфрактальный объект (гиперфрактал) – это геометрический объект, который можно определить как множество цветных точек, цвет которых определяется вычислением по итерационной формуле для заданного набора исходных величин – координат [7]. Если координат 4 и больше, для моделирования гиперфрактала требуется 4- и более мерное пространство. Типичным примером является гиперфрактал Жюлиа–Мандельброта общего вида, который задается итерационной формулой –

$$Z_n = F(Z_{n-1}, C),$$

где Z_i , C – комплексные числа. Считая действительные и мнимые компоненты Z_i и C как независимые величины, получаем 4-мерное пространство с осями координат $Z_{re,i}$, $Z_{im,i}$, C_{re} , C_{im} . Такое пространство не может быть без искажения отображено на плоскости или в пространстве трехмерной компьютерной модели. Проблема создания фрактальных изображений как сечений гиперфрактала в общем виде требует решения следующих задач:

1. Моделирование гиперфрактала на плоскости или в пространстве трехмерной компьютерной модели.
2. Задание секущей плоскости с возможностью перемещения (навигации) в окрестностях гиперфрактала.
3. Построение изображения, как сечения гиперфрактала выбранной плоскостью.
4. Практическая реализация процедуры построения фрактальных изображений как сечений гиперфрактала.

Рассмотрим решение этих задач подробнее.

Моделирование окрестностей гиперфрактала. Четырехмерное пространство может быть отображено в трехмерное методом Монжа с получением гиперэпюров, некоторые из которых показаны в [10, 11]. Будем использовать следующую схему трехмерных проекций 4-мерного гиперфрактала Жюлиа–Мандельброта общего вида (рис. 1).

При этом трехмерные координаты точек компьютерной модели гиперэпюра можно найти, используя следующие формулы.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0^{xyz} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = Q^z \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0^{xyz} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0^{xyt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = Q^t \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0^{xyt} \end{pmatrix} \quad (2)$$

– где x, y, z, t – координаты точки 4-мерного пространства, x', y', z' – координаты точки трехмерной компьютерной модели, где знак «+» или «–» в матрицах Q^z и Q^t выбирается из соображений удобства (сонаправлены или противоположно направлены положительные направления), z_0^{xyz} и z_0^{xyt} – дополнительные смещения по высоте трехмерных проекций на гиперэпюре.

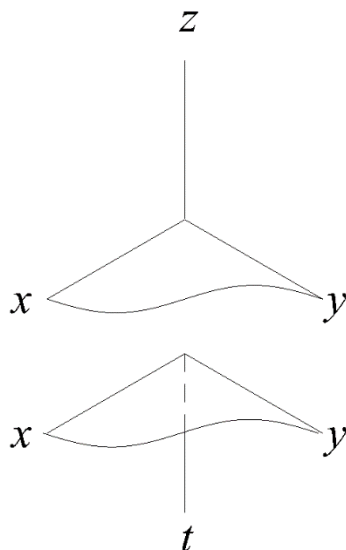


Рис. 1. Схема расположения трехмерных проекций на гиперэпюре

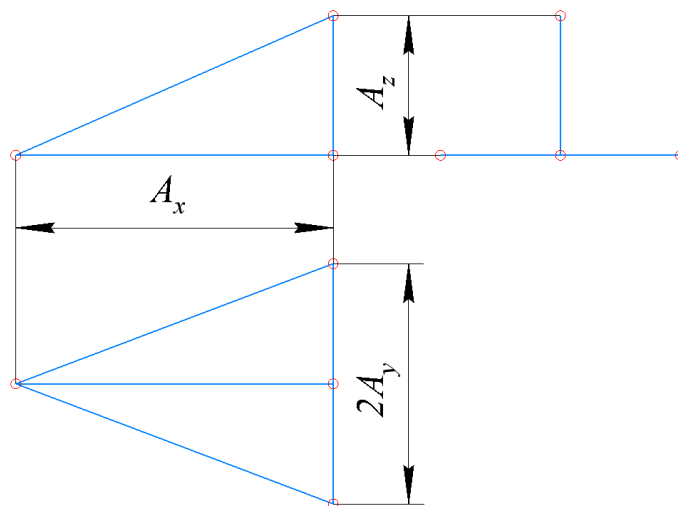


Рис. 2. Форма и размеры шаттла

Навигация агента в окрестностях гиперфрактала. Поскольку в 4-мерном пространстве секущая плоскость имеет 6 степеней свободы, а прямоугольник заданных размеров – 8 [12, 13], требуется организовать управление ее положением. Для этого будем использовать управляемый трехмерный объект, который будем называть *агентом* или *шаттлом*, помещенный в 4-мерное пространство окрестностей гиперфрактала (рис. 2). Хотя положение шаттла полностью определяется четырьмя координатами точки привязки и четырьмя углами вращения, эти углы представить себе и использовать весьма трудно. Значительно проще использовать углы вращения вокруг плоскостей базовой системы координат. Таких плоскостей (и углов) шесть – xy , xz , xt , yz , yt , zt . В выбранном гиперэпюре можно организовать вращение вокруг пяти из них как вращение вокруг осей на проекциях, причем вращение вокруг плоскости zt одинаково отображается на обеих проекциях, вращения вокруг xz и yz доступны на верхней проекции, вокруг xt и yt – на нижней. Вращение вокруг xy не может быть выполнено наглядно.

Элементарное вращение вокруг плоскости zt на угол φ° задается следующей формулой:

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \\ t'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi^\circ & \sin\varphi^\circ & 0 & 0 \\ -\sin\varphi^\circ & \cos\varphi^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = R^{zt} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

Аналогично получаются матрицы вращений вокруг остальных плоскостей.

Таким образом, положение шаттла в 4-мерном пространстве будем задавать вектором смещения его точки привязки (x_a ; y_a ; z_a ; t_a) и матрицей R_k , которая получается как произведение матриц элементарных вращений:

$$R_k = R_0 \times \dots \times R_n$$

Управляя положением и ориентацией шаттла, мы будем управлять положением и ориентацией прикрепленной к нему секущей плоскости.

Генерация фрактального изображения как текстуры. Теперь генерация цветных точек сечения гиперфрактала может быть выполнена обходом точек прямоугольной пластины, прикрепленной к шаттлу. Пластина может быть прикреплена различными способами (рис. 3), причем как в трехмерных окрестностях шаттла (рис. 3,а–в), так и в четырехмерных (рис. 3,г–д). Пусть размеры пластины – $a \cdot b$, а размеры текстуры – $w \times h$ точек, тогда генерацию текстуры выполняет следующий алгоритм:

Для i от 0 до $h-1$

Для j от 0 до $w-1$

$$P = \begin{pmatrix} x_0 + dx_h \cdot \frac{i}{h-1} + dx_w \cdot \frac{j}{w-1} \\ y_0 + dy_h \cdot \frac{i}{h-1} + dy_w \cdot \frac{j}{w-1} \\ z_0 + dz_h \cdot \frac{i}{h-1} + dz_w \cdot \frac{j}{w-1} \\ t_0 + dt_h \cdot \frac{i}{h-1} + dt_w \cdot \frac{j}{w-1} \end{pmatrix} \times R_k + \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \\ t_a \end{pmatrix}$$

Текстура $_{i,j} = ЦВЕТ(P)$

Где $(x_0; y_0; z_0; t_0)$ – координаты угла пластины, $(dx_h; dy_h; dz_h; dt_h)$ и $(dx_w; dy_w; dz_w; dt_w)$ – векторы двух ортогональных сторон пластины, $(x_a; y_a; z_a; t_a)$ – координаты точки привязки шаттла. Функция *ЦВЕТ* возвращает значение цвета для точки P в окрестностях гиперфракта на основе итерационных вычислений.

Значения a и b выполняют роль масштабных коэффициентов, если считать размеры пластины равными 1.

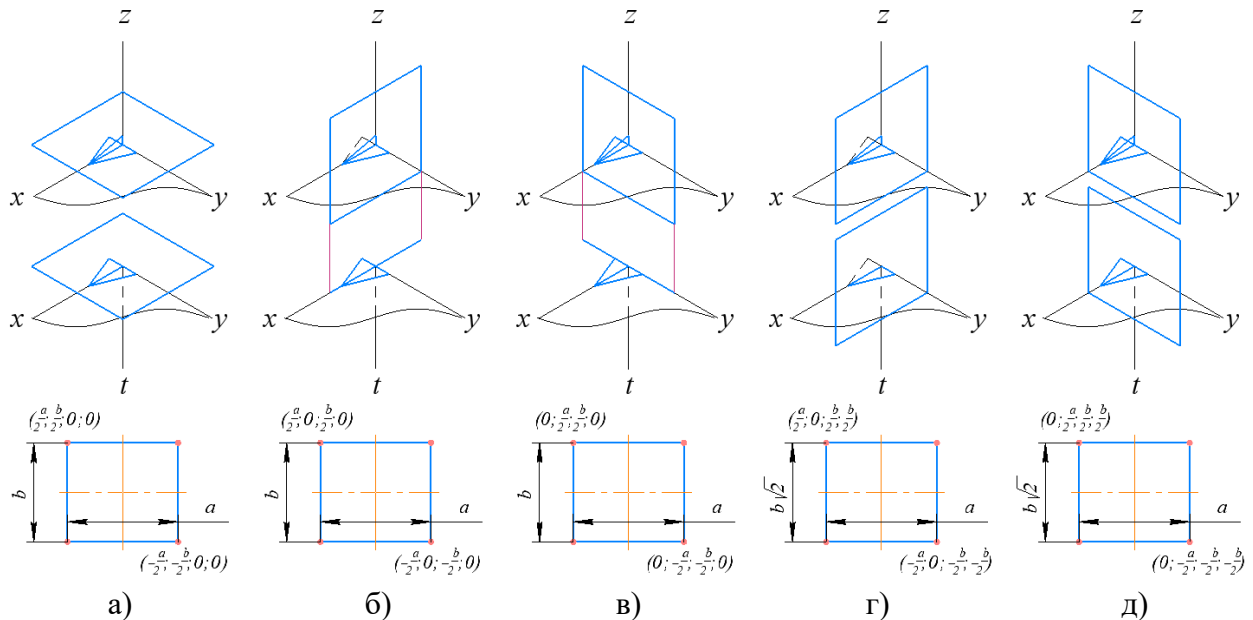


Рис. 3. Варианты прикрепления пластины к шаттлу

Результаты экспериментов. Рассмотренные в предыдущих разделах геометрические модели были реализованы в виде подпрограмм на языке Python в среде трехмерного редактора *Blender3D*.

На рис. 4,а показан пример сгенерированной текстуры в окне редактора «Blender-3D», на рис. 4,б – гиперэпюр с проекциями шаттла и полученные изображения сечения гиперфракта в виде текстуры на присоединенных плоскостях. Так как обе проекции секущей плоскости (пластины) изображают один и тот же объект 4-мерного пространства, изображения (текстуры) на обеих одинаковы с точностью до аффинных искажений. Стоит отметить, что процесс генерации текстуры достаточно ресурсоемкий и может привести к появлению визуальных артефактов (багов).

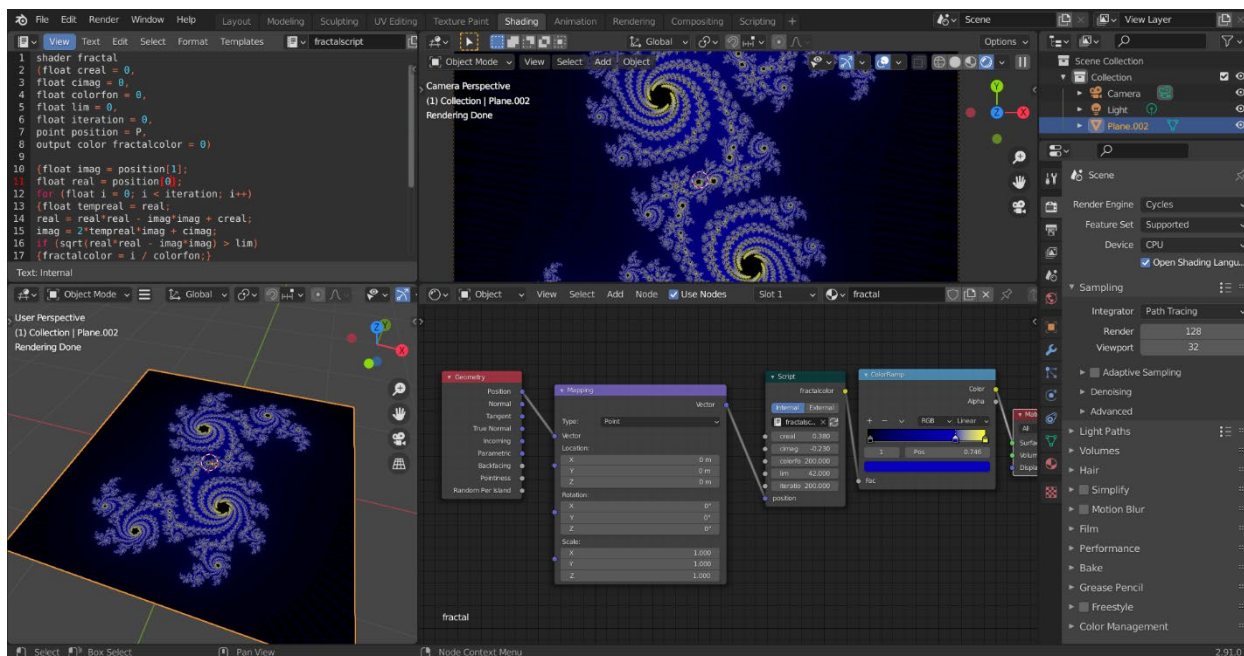
Выводы. Все поставленные в исследовании задачи решены:

- Получены геометрические модели и алгоритмы для построения гиперэпюра окрестностей гиперфракта, навигации агента (шаттла) и обхода точек присоединенной плоскости.

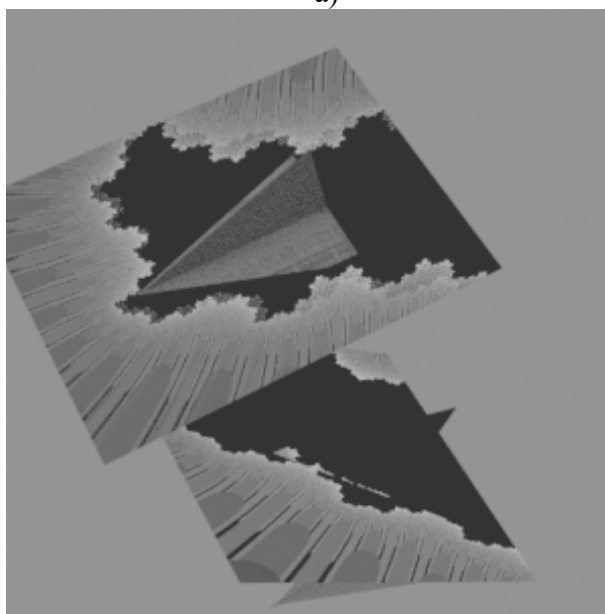
- Созданы подпрограммы на языке Python, которые позволяют генерировать текстуры как сечения гиперфракта непосредственно в среде Blender3D. Сгенерированные текстуры с фрактальными изображениями являются частью данных геометрического файла и могут использоваться для задач дизайна.

Направления дальнейших исследований:

- Создание более гибких алгоритмов формирования текстур в Blender3D, например, на основе анализа расположения элементов гиперэпюра (сейчас гиперэпюр и текстура строятся на основе введенных вручную значений углов поворота шаттла).
- Создание интерактивного аналога в среде типа Unity3D, что позволит повысить удобство поиска подходящих фрактальных изображений.



а)



б)

Рис. 4. Фрактальные изображения как текстуры в редакторе «Blender-3D»

Литература

1. Беляева Е.А., Борисова О.Н., Митюшкина О.А. Фрактальные подходы к тизеографическим исследованиям (краткий обзор литературы) // Вестник новых медицинских технологий. Электронный журнал. 2015. №. 2. DOI: 10.12737/11946 (дата обращения: 22.10.2024).
2. Жихарев Л.А. Применение кривой Коха для повышения прочности деталей самолётов // Геометрия и графика. 2022. №. 4. С. 13–25. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-10-4-13-25 (дата обращения: 22.10.2024).

3. Жихарев Л.А. Обзор геометрических способов повышения удельной прочности конструкций: топологическая оптимизация и фрактальные структуры // Геометрия и графика. 2022. №. 4. С. 46–62. DOI: 10.12737/2308-4898-2022-9-4-46-62
4. Брылкин Ю.В. Моделирование микро- и наноструктуры поверхности для решения задач газовой динамики и тепломассообмена // Геометрия и графика. 2018. №. 2. С. 94–99. DOI: 10.12737/article_5b55a695093294.45142608
5. Иванов Г.С., Брылкин Ю.В. Фрактальная геометрическая модель микроповерхности // Геометрия и графика. 2016. №. 1. С. 4–11. DOI: 10.12737/18053
6. Бойков А.А., Ефремов А.В., Рустамян В.В. О студенческой научно-исследовательской работе на геометро-графических кафедрах // Геометрия и графика. 2023. №. 4. С. 61-75. DOI: 10.12737/2308-4898-2024-11-4-61-75
7. Бойков А.А., Орлова Е.В., Чернова А.В., Шкилевич А.А. О создании фрактальных образов для дизайна и полиграфии и некоторых геометрических обобщениях, связанных с ними // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации. Материалы VIII Международной научно-практической интернет-конференции, февраль – март 2019 г. – Пермь: ПНИПУ, 2019. – С. 325–339.
8. Бойков А.А., Гудаев И.И. Геометрические модели и алгоритмы построения сферических сечений гиперфрактала // Журнал естественнонаучных исследований. – 2020. – Т.5, №4. – С. 16–25.
9. Бойков А.А., Гудаев И.И. Трехмерные модели для предметного дизайна на основе алгебраических фракталов // Журнал естественнонаучных исследований. – 2021. – Т. 6, №4. – С. 53–56.
10. Бойков А. А. О построении моделей объектов пространства четырех и более измерений в учебном процессе // Геометрия и графика. 2018. Т. 5. №4. С. 54–71. DOI: 10.12737/article_5c21f96dce5de8.36096061
11. Бойков А. А., Шулайкин Д. А. Трехмерная визуализация геометрических образов и отношений комплексной плоскости // Проблемы координации работы технических вузов в области повышения качества инженерно-графической подготовки студентов: материалы науч.-метод. конф. (с. Дивноморское, 10–16 сентября 2018 г.). Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2018. С. 163–171.
12. Сальков Н. А. Параметрическая геометрия в геометрическом моделировании // Геометрия и графика. 2014. №. 3. С. 7–13. DOI: 10.12737/6519
13. Рыжов Н.Н. Параметрическая геометрия. М.: МАДИ, 1988. 56 с.