

Научная статья  
Статья в открытом доступе  
УДК 629.4.015  
doi: 10.30987/2782-5957-2024-10-36-43

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПРЯМОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ОСЕЙ КОЛЕСНЫХ ПАР

Алексей Петрович Болдырев<sup>1</sup>, Павел Дмитриевич Жиров<sup>2✉</sup>, Сергей Андреевич Кравцов<sup>3</sup>, Федор Юрьевич Лозбинец<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Брянский государственный технический университет, Брянск, Россия

<sup>1</sup> apb.tubryansk@gmail.com

<sup>2</sup> zhirov.bstu@ya.ru

<sup>3</sup> kravtsovs\_bryansk@mail.ru

<sup>4</sup> psbstu@ya.ru

### Аннотация

Усовершенствован прямой методик определения коэффициента интенсивности напряжений для осей колесных пар на основе введения критериев оценки качества сетки конечных элементов. Использовано теоретическое положение о том, что коэффициент интенсивности напряжений полностью определяет уровень напряженного состояния в точках, расположенных вблизи вершины трещины. С использования метода конечных элементов получены картины напряженно-деформированного состояния осей колесных пар с трещинами и коэффициенты интенсивности напряжений, вычислен-

ные через напряжения вблизи вершины трещины. Показано, что в локальной зоне значения коэффициента интенсивности одинаковы. На графиках получены участки стабильного значения коэффициента интенсивности, что означает достаточную точность сетки конечных элементов. Усовершенствованный метод апробирован на осях колесных пар.

**Ключевые слова:** ось, колесная пара, напряженное состояние, метод, конечные элементы, коэффициент, напряжение, критерий, качество, сетка.

Ссылка для цитирования:

Болдырев А.П. Совершенствование прямого метода определения коэффициентов интенсивности напряжений для осей колесных пар / А.П. Болдырев, П.Д. Жиров, А.С. Кравченко, Ф.Ю. Лозбинец // Транспортное машиностроение. – 2024. – № 10. – С. 36-43. doi: 10.30987/2782-5957-2024-10-36-43.

Original article  
Open Access Article

## IMPROVEMENT OF THE DIRECT METHOD TO DETERMINE STRESS INTENSITY FACTORS OF FOR WHEEL PAIR AXES

Aleksey Petrovich Boldyrev<sup>1</sup>, Pavel Dmitrievich Zhirov<sup>2</sup>, Sergey Andreevich Kravtsov<sup>3</sup>,  
Fyodor Yurievich Lozbinev<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup> Bryansk State Technical University, Bryansk, Russia

<sup>1</sup> apb.tubryansk@gmail.com

<sup>2</sup> zhirov.bstu@ya.ru

<sup>3</sup> kravtsovs\_bryansk@mail.ru

<sup>4</sup> psbstu@ya.ru

### Abstract

A direct method for determining the stress intensity factor for wheel pair axes is improved based on the introduction of criteria for evaluating the quality of the finite element grid. The theoretical position is used

that the stress intensity factor completely determines the stress state level at points located near the crack tip. Using the finite element method, pictures of the stress-strain state of wheel pair axes with cracks and stress

intensity factors calculated through stresses near the crack tip are obtained. It is shown that the stress intensity factor values are the same in the local zone. Sections of stable intensity factor values are obtained on the graphs, which means that the grid of finite elements

*Reference for citing:*

*Boldyrev AP, Zhiron PD, Kravtsov SA, Lozbinev FYu. Improvement of the direct method to determine stress intensity factors for wheel pair axes. Transport Engineering. 2024;10:36-43. doi: 10.30987/2782-5957-2024-10-36-43.*

## Введение

В испытательной лаборатории динамики и прочности машин Брянского государственного технического университета выполнялись механические натурные испытания по определению характеристик механики разрушения материалов [1] и различных узлов подвижного состава железных дорог. В частности – различных образцов, используемых для получения характеристик статической и циклической трещиностойкости. В последнее время [2] применялся метод конечных элементов, а именно - прямой метод напряжений для расчета коэффициента интенсивности напряжений (КИН) вблизи вершины трещин. Данный метод предполагает дополнительное сгущение сеток конечных элементов вблизи вершины трещины, т.е. создание слоя с мелкой сеткой. Выполненные расчеты и сравнение с экспериментальными данными позволили выявить определенные критерии достаточной точности таких расчетных схем.

Несмотря на то, что все узлы тележки модели 18-100 подвергаются контролю на наличие трещиноподобных дефектов неразрушающимися методами, фактически всегда имеются микродефекты, которые данными методами невозможно определить из-за их размеров. В процессе эксплуатации данные дефекты увеличиваются, небольшое их количество могут объединяться с образованием макротрещин, которые также продолжают развиваться. При этом можно выделить устойчивую и неустойчивую стадии развития макротрещин. При этом неустойчивая стадия развития трещины переходит в долом детали. Данный переход возможен только при достижении параметров, характеризующих трещиностойкость, некоторого критиче-

is sufficiently accurate. The improved method has been tested on wheel pair axes.

**Keywords:** axis, wheel pair, stress state, method, finite elements, factor, stress, criterion, quality, grid.

ского значения. Для статического нагружения данный критерий имеет следующий вид

$$K(p, l) \leq K_c, \quad (1)$$

где  $K(p, l)$  – функция, зависящая от значений внешней нагрузки  $p$  и длины трещины  $l$ ;  $K_c$  – предельно допускаемая величина, которая определяется экспериментально и является характеристикой материала.

Для аналитического решения данной задачи необходимо решить задачу теории упругости с разрезом в сплошном теле. При этом берега разреза должны быть сомкнуты, т.е. объем разреза должен быть нулевым. Данная задача является задачей с сингулярным концентратором напряжений, при котором напряжения и деформации стремятся к бесконечности. Если рассматривать задачу только вблизи кончика трещины, то ее решение выглядит следующим образом

$$U_i = \frac{K}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} F_i(\mu, \theta); \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta); \quad (3)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \varphi_{ij}(\theta), \quad (4)$$

где  $r$  и  $\theta$  - полярные координаты;  $U_i$  - вектор перемещений;  $\sigma_{ij}$  - тензор напряжений;  $\varepsilon_{ij}$  - тензор деформаций;  $G, \mu$  – механические характеристики материала,  $K$  – коэффициент интенсивности напряжений (КИН) [3].

## Материалы, эксперименты и методы

При решении упругой задачи с концентратором напряжений в виде трещины (т.е. когда вершина трещины имеет радиус, стремящийся к нулю) напряжения и деформации у вершины трещины стремятся к бесконечности (рис. 1а). В реальных объектах напряжения вблизи вершины трещины не превышают предела текучести материала (условного предела текучести). При этом зону вблизи вершины, где напряжения равны пределу текучести называют

пластической зоной. Размеры данной зоны  $r_p$  оценивается как расстояние от вершины трещины до значения напряжения равное пределу текучести материала (рис. 1б). Если полученное значение пластической зоны невелико, то задача относится к линейной механике разрушения, где пластическая зона не учитывается или учитывается как поправка Ирвина [4], т.е. размер реальной трещины увеличивается на размер пластической зоны.

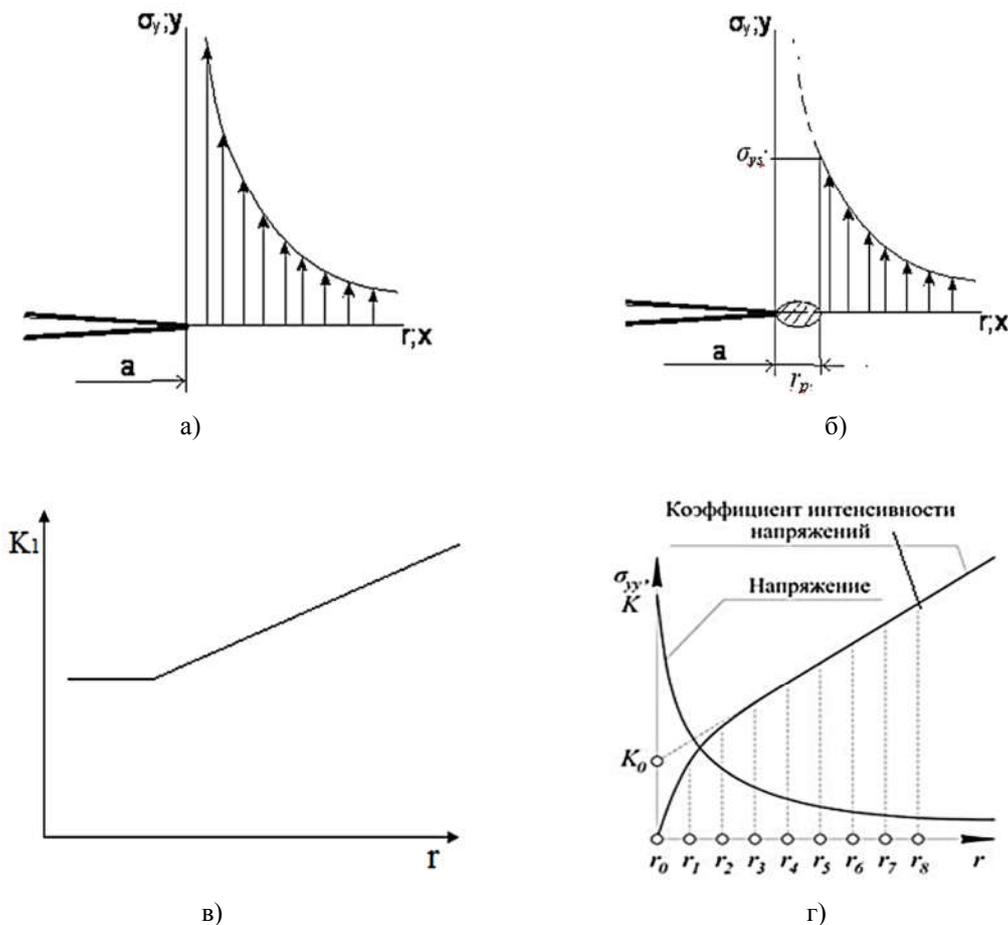


Рис. 1. Расчетная (а) и реальная (б) картина напряжений вблизи вершины трещины, график расчетных значений коэффициента интенсивности напряжений (в) и (г)  
 Fig.1. Calculated (a) and real (б) stress pattern near the crack tip, graph of calculated values of the stress intensity factor (в) and (г)

В данном исследовании размеры пластической зоны оказались невелики, что характерно для усталостных трещин. При условиях, когда пластическая зона достигает размеров, которые нельзя игнорировать, необходимо использовать соответствующий аппарат нелинейной механики разрушения, со своими параметрами (например,  $J$ -интеграл).

Кoeffициент интенсивности напряжений, входящий в выражения, представленные выше, является константой, зависящей только от геометрии объекта и трещины и характера ее нагружения и не зависящей от координат  $r$  и  $\theta$ , то график его изменения по координате  $r$  принимает вид, изображенный на рисунке 2в. Причем в начальной зоне с постоянным значением

КИН применимы асимптотические формулы, а на последующем участке (с возрастающим КИН) – не применимы. В некоторых публикациях используют другой график зависимости значений КИН от удаления от фронта трещины  $r$  [3] (рис. 2г).

Для вычисления КИН можно использовать любые из зависимостей для напряжений, деформаций или перемещений. При этом результаты вычислений будут давать одни и те же результаты. Единственным ограничением является то, что

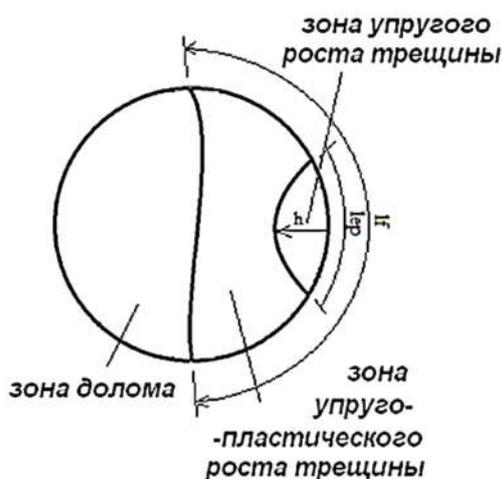
значения должны быть взяты вблизи вершины трещины (рис. 1а), т.е. в зоне асимптоты. Для более точного расчета необходимо использовать несколько точек с последующим их осреднением.

Для оценки точности выбранной методики было предложено следующие:

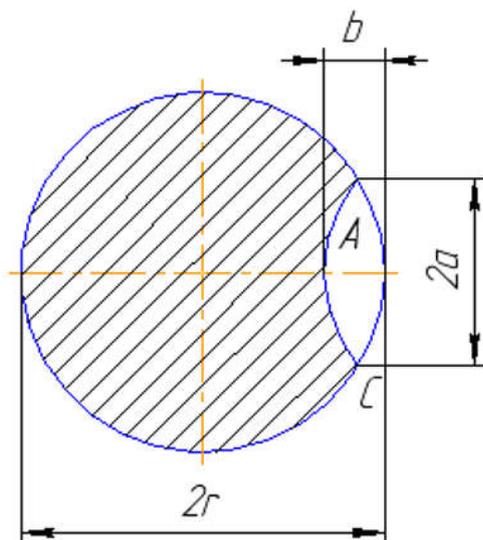
1. Стабильность значений КИН вблизи вершины трещины.
2. Локализация поля напряженно-деформированного состояния вблизи вершины трещины.



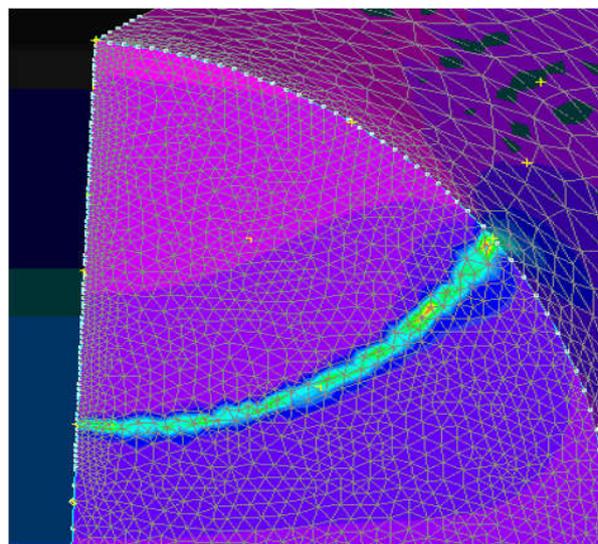
а)



б)



в)



г)

Рис. 2. Фотография излома образца оси колесной пары (а), схематизация границ различных стадий развития трещины (б) и схема для определения КИН (в), конечно-элементная схема (г)  
 Fig.2. Photograph of a fracture of a wheel pair axle sample (a), schematization of the boundaries of various stages of crack development (б) and a diagram for determining the SIF (в), finite element diagram (г)

## Результаты

В испытательной лаборатории динамики и прочности машин Брянского государственного технического университета были проведены испытания оси колесной пары при циклическом нагружении с симметричным циклом. Все образцы были доведены до разрушения при циклическом нагружении симметричным циклом при различных значениях амплитуд напряжений, также были построены кривые усталости [1]. Данные, полученные в результате полученных испытаний, были использованы для апробация предложенной методики.

Оси колесных пар содержали трещину, которая развивалась с поверхности (рис. 2а).

По анализу излома (рис. 2а) было выделено три зоны (рис. 2б):

1. Зона упругого роста трещины.

Имеет гладкую и блестящую поверхность, что свидетельствует об упругих механизмах развития трещины. Фронт трещины – полуэллиптическая (рис. 2в).

2. Зона упруго-пластического роста трещины.

Имеет темный и матовый вид, что говорит о увеличении скорости роста трещины и пластических деформациях в оси колесной пары. Фронт трещины прямолинейный.

3. Зона долома.

Имеет темный вид с выраженной зернистостью с видимыми следами пластических деформаций. Зона долома распространяется на все оставшееся сечение и занимает около 50% всей площади.

Для схемы, представленной на рис. 2в, существует аналитическая зависимость определения КИН по исходным параметрам и начальным условиям [5]. Данная зависимость имеет следующий вид:

$$K_I = F_I \sigma \sqrt{\pi b}, \quad (5)$$

где  $F_I = f(b/a, b/r)$  – поправочная функция.

Функция  $F_I$  является справочным [5] и зависит от сочетаний параметров трещины длины трещины  $a$ , глубины трещины  $b$  и радиуса оси  $r$ . Использование таблиц для реальных объектов (оси колесной пары) не

представляется возможным из-за отсутствия необходимых сочетаний параметров реальной трещины. Поэтому без использования метода конечных элементов решения подобного рода задач не представляется возможным. Приведенные выше формулы и справочные данные будем использовать для решения тестовых задач.

В качестве расчетной схемы был выбран цилиндр с трещиной (рис. 3а). В силу симметрии рассматривалась половина оси с наложением связей, учитывающих симметрию. В пределах берегов трещины связи отсутствовали. Нагрузка прикладывалась к противоположному концу оси.

Конечно-элементная сетка (рис. 2г) должна была удовлетворять следующим критериям:

1. Наличие стабильного участка КИН вблизи вершины трещины.

2. Итого значения КИН должны быть близки к расчетным значения (по формулам, приведенным выше).

При моделировании трещины как разреза особое внимание следует уделять геометрии кончика трещины. Ранее под руководством доцента М.В. Зернина анализировались различные варианты моделирования трещины [6].

Анализ показал, что наиболее рационально выполнять разрез по схеме рис. 4а. При этом оптимальным является угол при вершине  $40^\circ$  (рис. 4а). Для оси колесной пары рациональным является ширина трещины, т.е. размер между ее берегами, равный 0,05мм. Окончательный вид конечно-элементной сетки вблизи оси колесной пары представлен на рис. 4б. Дополнительно на рис. 4е показаны дополнительные координатные оси, которые совпадают с осью  $r$ , принятой в механике разрушения.

Для количественной оценке КИН брались расчетные значения напряженно-деформированного состояния вблизи вершины трещины. Для оценки КИН выбирались значения напряжений в узлах, которые лежат на различных удалениях от вершины трещины. Узлы должны лежать на оси  $r$ , т.е. перпендикулярно фронту трещины. По полученным данным строились зависимости напряжений от расстоя-

ния от вершины трещины и КИН от расстояния от вершины трещины, аналогичные приведенным на рис. 1б, в. Для всех расчетных конечно-элементных сеток графики получались с небольшими участками со стабильными значениями КИН. Данные стабильные значения считались оконча-

тельными расчетными значениями КИН. Стоит отметить, что значения КИН, рассчитанные аналитически и с использованием метода конечных элементов совпадали с погрешностью не более 5 %, что свидетельствует о высокой точности метода и предложенных критериев.

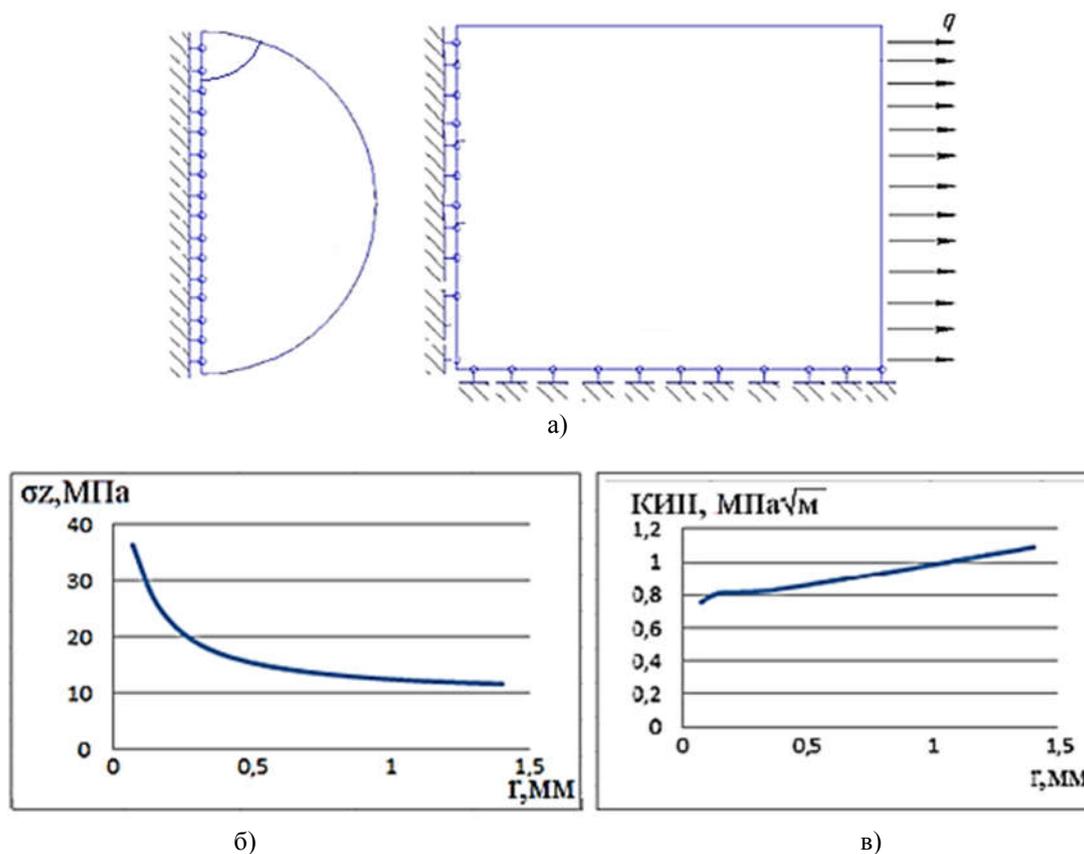


Рис. 3. Расчётная схема оси колесной пары с эллиптической трещиной (а) и зависимости напряжений (б) и КИН (в) в зависимости от удаления от вершины трещины  
 Fig. 3. Design diagram of a wheelset axle with an elliptical crack (a) and graphs of stresses (б) and SIFs (в) depending on the distance from the crack tip

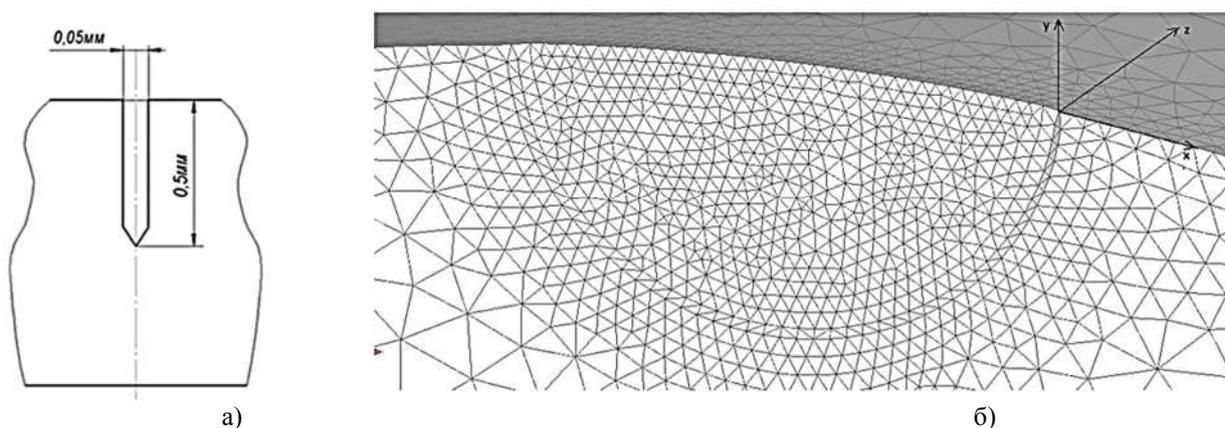


Рис. 4. Исходная геометрия трещины (а) конечно-элементная сетка вблизи вершины трещины (б)  
 Fig. 4. Initial crack geometry (a), finite element mesh near crack tips (б)

Получены качественные и количественные характеристики зон устойчивого и неустойчивого развития трещин и значения КИН, соответствующие границе перехода от упругого к упругопластическому механизму развития трещины (рис. 3б,в). Эти характеристики согласуются со справочными данными [5] и экспериментальными исследованиями.

### Заключение

Усовершенствован прямой метод определения КИН для осей колесных пар. Выполнены расчеты напряжений для многих размеров трещин. Построены методики расчетов НДС в оси колесной пары с трещинами. Выполнено много серий расчетов и получены зависимости для КИН. Показано, что при качественном построе-

Из всех выполненных расчетов можно сделать вывод, что подобранные сетки КЭ позволяют моделировать НДС вблизи трещины достаточно точно. Можно утверждать, что методика расчетов КИН апробирована и пригодна к использованию для других объектов исследования.

нии конечно-элементных сеток в локальной зоне вблизи вершины трещин имеются участки постоянного значения КИН. Этот факт может служить критерием достаточно высокой точности расчета. А размеры такого участка можно считать размерами зоны возмущенного (повышенного) напряженного состояния вблизи трещины.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Морозов, Е. М. Контактные задачи механики разрушения / Е. М. Морозов, М. В. Зернин. – Москва : Общество с ограниченной ответственностью "Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2017. – 544 с. – ISBN 978-5-397-45689-2.
2. Евдокимов, А. П. Решение задач теории упругости и механики разрушения в ANSYS / А. П. Евдокимов. – Москва : Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина, 2022. – 105 с.
3. Прикладные задачи конструкционной прочности и механики разрушения технических систем / В. В. Москвичев, Н. А. Махутов, Ю. И. Шокин [и др.]. – Новосибирск : Новосибирское отделение

издательства "Наука", 2021. – 796 с. – ISBN 978-5-02-038832-1. – DOI 10.7868/978-5-02-038832-1. – EDN YHKTLS.

4. Irwin G. R. Linear fracture mechanics, fracture transition, and fracture control// *Engn. Fracture Mechanics*. 1968. V. 1. P. 241-257.
5. Мураками, Ю. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений /Ю.Мураками. – М.: Мир,-1990. – 566 с.
6. Гришанов, А.В. Моделирование трещин при расчете напряжений в антифрикционных слоях, нанесенных на стальную основу/ А.В.Гришанов // – Вестник Брянского государственного технического университета. – 2011. - №2.- С. 18-20.

### REFERENCES

1. Morozov EM, Zernin MV. Contact problems of fracture mechanics. Moscow: LIBROCOM; 2017.
2. Evdokimov AP. Solving problems of elasticity theory and fracture mechanics in ANSYS. Moscow: Gubkin University; 2022.
3. Moskvichev VV, Makhutov NA, Shokin YuI. Applied problems of structural strength and fracture mechanics of technical systems. Novosibirsk: Novosibirsk Branch of Nauka Publishing House; 2021.

4. Irwin GR. Linear fracture mechanics, fracture transition, and fracture control. *Engn. Fracture Mechanics*. 1968;1:241-257.
5. Murakami Yu. Handbook of stress intensity factors. Moscow: Mir; 1990.
6. Grishanov AV. Modeling of cracks when calculating stresses in antifriction layers deposited on a steel base. *Bulletin of Bryansk State Technical University*. 2011;2:18-20.

### Информация об авторах:

**Болдырев Алексей Петрович** – доктор технических наук, профессор кафедры «Подвижной состав железных дорог» Брянского государственного технического университета, тел. +8-910-331-20-00.

**Жиров Павел Дмитриевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Подвижной состав

железных дорог» Брянского государственного технического университета, тел. 8-920-850-16-91, доцент.

**Кравцов Сергей Андреевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Подвижной состав железных дорог» Брянского государственного

технического университета, тел. 8-920-833-07-73, доцент.

**Лозбинец Федор Юрьевич** – доктор технических наук, профессор кафедры «Подвижной состав же-

**Boldyrev Alesey Petrovich** – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Railway Rolling Stock at Bryansk State Technical University; phone: +8-910-331-20-00.

**Zhirov Pavel Dmitrievich** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Railway Rolling Stock at Bryansk State Technical University; phone: +8-920-850-16-91.

лезных дорог» Брянского государственного технического университета, тел. (4832) 56-04-66.

**Krvtsov Sergey Andreevich** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Railway Rolling Stock at Bryansk State Technical University; phone: +8-920-833-07-73.

**Lozbinec Fyodor Yurievich** – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Railway Rolling Stock at Bryansk State Technical University; phone: (4832) 56-04-66.

**Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.**

**Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.**

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

**The authors declare no conflicts of interests.**

**Статья опубликована в режиме Open Access.**

**Article published in Open Access mode.**

**Статья поступила в редакцию 09.09.2024; одобрена после рецензирования 20.09.2024; принята к публикации 26.09.2024. Рецензент – Ионов В.В., кандидат технических наук, генеральный директор ООО «Ди-пром».**

**The article was submitted to the editorial office on 09.09.2024; approved after review on 20.09.2024; accepted for publication on 26.09.2024. The reviewer is Ionov V.V., Candidate of Technical Sciences, General Director of *DI-PROM*.**