

Научная статья

УДК 621.9:531.3

doi: 10.30987/2223-4608-2024-3-13

### Системно-синергетический анализ и синтез управляемого процесса резания

Вилор Лаврентьевич Заковоротный<sup>1</sup>, д.т.н.

Валерия Енвериевна Гвинджилия<sup>2</sup>, к.т.н.

<sup>1,2</sup> Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

<sup>1</sup> [vzakovorotny@dstu.edu.ru](mailto:vzakovorotny@dstu.edu.ru), <https://orcid.org/0000-0003-2187-9897>

<sup>2</sup> [vvgvindjiliya@donstu.ru](mailto:vvgvindjiliya@donstu.ru), <https://orcid.org/0000-0003-1066-4604>

**Аннотация.** В настоящее время достигнуты выдающиеся успехи в создании станков с системами ЧПУ ЭВМ. Они обеспечивают с высокой точностью соответствие программы и траекторий исполнительных элементов. Однако обеспечить изготовление деталей с такой же точностью удастся лишь в исключительных случаях. Это связано с тем, что при изготовлении деталей необходимо рассматривать всю управляемую динамическую систему резания, в которой качество детали является результатом различных физических взаимодействий в процессе обработки. В отличие от известных исследований и разработок в статье уровень моделирования опирается на системно-синергетическое представление, включающее процедуру расширения – сжатия пространства состояния. Система учитывает упругие деформации ее элементов, эволюционные изменения их свойств, неуправляемые возмущения, раскрывает физические взаимодействия. Это сложная система, отдельные координаты состояния которой, во-первых, зависят от программируемых траекторий, во-вторых, они характеризуются внутренними связями и самоорганизацией, в-третьих, они влияют на выходные свойства резания. Выходные свойства включают параметры качества деталей и приведенные затраты на их изготовление. В статье излагаются основные положения синергетического системного анализа и синтеза управления динамической системой резания, приводится ее математическое моделирование, рассматривается поэтапная процедура анализа и синтеза модели, рассматривается пример практического применения.

**Ключевые слова:** динамическая система резания, синергетическое управление, эффективность обработки на станках с ЧПУ, технология машиностроения

**Для цитирования:** Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Системно-синергетический анализ и синтез управляемого процесса резания // Научноёмкие технологии в машиностроении. 2024. № 9 (159). С. 3–13. doi: 10.30987/2223-4608-2024-3-13

### System-synergetic analysis and synthesis of a controlled cutting process

Vilor L. Zakovorotny<sup>1</sup>, D. Eng.

Valeria E. Gwindzhilia<sup>2</sup>, PhD Eng.

<sup>1,2</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

<sup>1</sup> [vzakovorotny@dstu.edu.ru](mailto:vzakovorotny@dstu.edu.ru)

<sup>2</sup> [vvgvindjiliya@donstu.ru](mailto:vvgvindjiliya@donstu.ru)

**Abstract.** Currently, good progress has been produced in the creation of machine tools with CNC computer systems. They are able to ensure the coincidence of program and the trajectories of the actuators with high accuracy. But when manufacturing parts with the same accuracy it becomes possible in rare circumstances. This is because of the necessity to take into account

*the entire controlled dynamic cutting system when manufacturing parts, while the quality of the part depends on various physical interactions under process work. In contrast to the well-known research and development, the paper focuses on the fact that the modeling level is based on a system-synergetic representation, which includes the procedure of expansion – compression of the state space. The system takes into account elastic deformations of its elements, evolutionary changes in their properties, uncontrollable disturbances, revealing physical interactions. This is a complex system, where its individual coordinates of the state depend on programmable trajectories first of all, secondly, they are characterized by internal connections and self-organization, and finally, they affect the output properties of cutting. The output properties include parts quality parameters and specified costs for parts manufacture. The article describes the main provisions of the synergetic system analysis and synthesis of a dynamic cutting system control, provides its mathematical modeling, views a simple procedure for analyzing and synthesizing a model. The example of practical application has been also observed.*

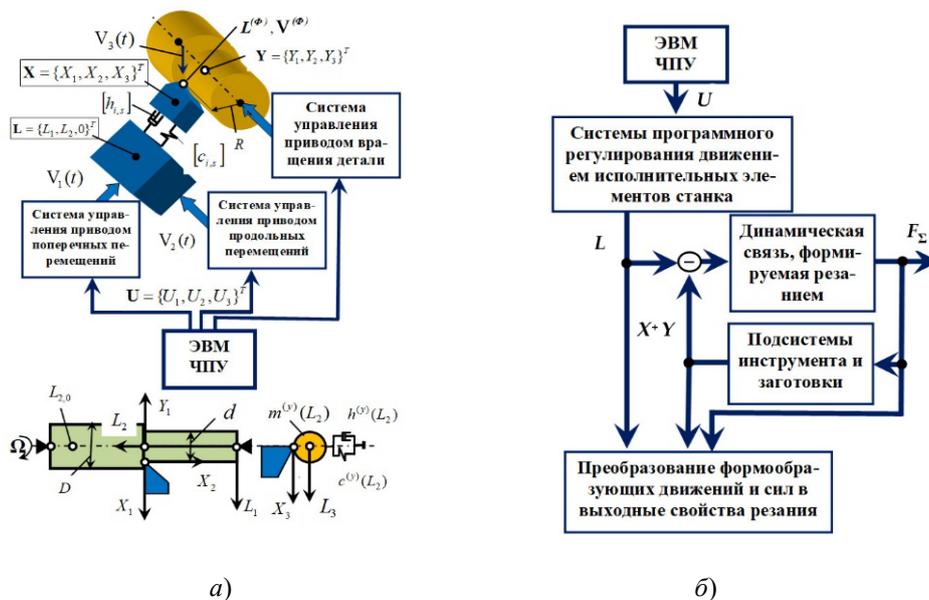
**Keywords:** dynamic cutting system, synergetic control, machining job efficiency of CNC machines, mechanical engineering technology

**For citation:** Zakovorotny V.L, Gwindzhilia V.E. System-synergetic analysis and synthesis of a controlled cutting process / Science intensive technologies in mechanical engineering. 2024. № 9 (159). P. 3–13. doi: 10.30987/2223-4608-2024-3-13

### Введение

В последнее десятилетие получил развитие системно-синергетический подход для повышения эффективности процесса резания [1 – 4]. Он основан на расширении-сжатии размерности пространства состояния [1]. Расширение размерности направлено на раскрытие взаимодействий, влияющих на выходные свойства обработки. Сжатие основано на переходе траекторий в диссипативных системах к своему терминальному аттрактору. Применительно к резанию расширение размерности заключается в том, что между траекториями исполнительных элементов станка (ТИЭС) и выходными

свойствами обработки ставится динамическая система резания (ДСР), состоящая из подсистем инструмента и заготовки. Они объединяются в единую систему связи, формируемой резанием, представляющей зависимость сил от координат состояния [5 – 10]. Пространство состояния (рис. 1) включает управляемые ТИЭС (перемещения  $L = \{L_1, L_2, L_3\}^T$  и скорости  $v = dL / dt$ ), а также деформации и их скорости инструмента (векторы  $X = \{X_1, X_2, X_3\}^T$ ,  $v_x = dX / dt$ ) и заготовки (векторы  $Y = \{Y_1, Y_2, Y_3\}^T$ ,  $v_y = dY / dt$ ). Они рассматриваются в подвижной системе ТИЭС.



**Рис. 1. Пространство состояния управляемой системы резания:**

*a* – схема сил и формирования движений; *б* – упрощенная схема преобразования координат

**Fig. 1. The state space of the controlled cutting system:**

*a* – diagram of forces and the formation of movements; *b* – simplified scheme of change of coordinates

Рассматриваются изменения свойств системы, обусловленных траекторией мощности необратимых преобразований энергии по работе [11, 12]. Процесс резания характеризуется как эволюционная система с внутренними обратными связями. В статье изложены все этапы синергетического анализа и синтеза на примере невозмущенной системы точения.

### Материалы и методы

*Математическое моделирование системы.* При анализе и синтезе систем ЧПУ используется принцип подчинения. В синергетической парадигме подчинение заменяется согласованием траекторий. Поэтому проектированию подлежат желаемые траектории формообразующих движений  $L^{(\Phi)}$ . Остальные траектории вплоть до программы ЧПУ определяются

на основе их взаимного согласования. Траектории  $L^{(\Phi)}$  есть сумма:

$$L^{(\Phi)} = L - X - Y. \quad (1)$$

При заданных  $L^{(\Phi)}$  и  $dL^{(\Phi)} / dt = v^{(\Phi)}$ , для определения  $L$  необходимо вычислить  $X, Y$ , а также обеспечить их асимптотическую устойчивость. Рассмотрим также скорости деформаций  $dX / dt = v_X = \{v_{X,1}, v_{X,2}, v_{X,3}\}^T$  и  $dY / dt = v_Y = \{v_{Y,1}, v_{Y,2}, v_{Y,3}\}^T$ . Траектории  $X$  и  $Y$  рассматриваются в подвижной системе координат ТИЭС.

Вначале остановимся на свойствах подсистем инструмента и заготовки. Для этого воспользуемся ранее полученными результатами [9, 10], согласно которым справедливо:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F; \\ m^{(Y)}(L_2) \frac{d^2 Y_1}{dt^2} + h^{(Y)}(L_2) \frac{dY_1}{dt} + c^{(Y)}(L_2) Y_1 = F^{(0)} \chi_1; \\ m^{(Y)}(L_2) \frac{d^2 Y_3}{dt^2} + h^{(Y)}(L_2) \frac{dY_3}{dt} + c^{(Y)}(L_2) Y_3 = F^{(0)} \chi_3, \end{cases} \quad (2)$$

где  $m = [m_s]$ ,  $m_s = m, s = 1, 2, 3$ , кг·с<sup>2</sup>/мм;  
 $h = [h_{s,l}]$ , кгс/мм;  $c = [c_{s,l}]$ , кг/мм;  
 $s, l = 1, 2, 3$  – матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов подсистемы инструмента;  $m^{(Y)}(L_2)$ ,  $h^{(Y)}(L_2)$ ,  $c^{(Y)}(L_2)$  – обобщенные масса, коэффициенты демпфирования и жесткости подсистемы заготовки. При

продольном точении вала эти параметры зависят от  $L_2$ . Представим силу  $F$  в виде  $F = \{F_1, F_2, F_3\} = F^{(0)} \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}$ , причем  $(\chi_1)^2 + (\chi_2)^2 + (\chi_3)^3 = 1$ . Для дальнейшего рассмотрим технологические режимы (подачу  $S_p(t)$ , глубину  $t_p(t)$  и скорость  $v_p(t)$  резания) в виде:

$$S_p(t) = \int_{t-T}^t [v_2(\xi) - v_{X_2}(\xi) - v_{Y_2}(\xi)] d\xi; \quad v_p(t) = \pi D \Omega - v_{X_3}(t) - v_{Y_3}(t); \quad t_p(t) = D/2 - (L_1 - X_1 - Y_1), \quad (3)$$

где  $T = (\Omega)^{-1}$  время оборота заготовки, с;  
 $D$  – ее диаметр, м. Если  $X = 0$ ,  $Y = 0$ , то мы имеем традиционные режимы:  $S_p^{(0)}$ ,  $t_p^{(0)}$  и

$v_p^{(0)} = v_3 = \pi D \Omega$ . Тогда модель связи силы  $F^{(0)}$  с координатами системы имеет уравнение [9]:

$$T^{(0)} dF^{(0)} / dt + F^{(0)} = \rho \{1 + \mu \exp[-\zeta(v_3 - v_{X_3} - v_{Y_3})]\} [t_P^{(0)} - X_1 - Y_1] \int_{t-T}^t \{v_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)\} d\xi, \quad (4)$$

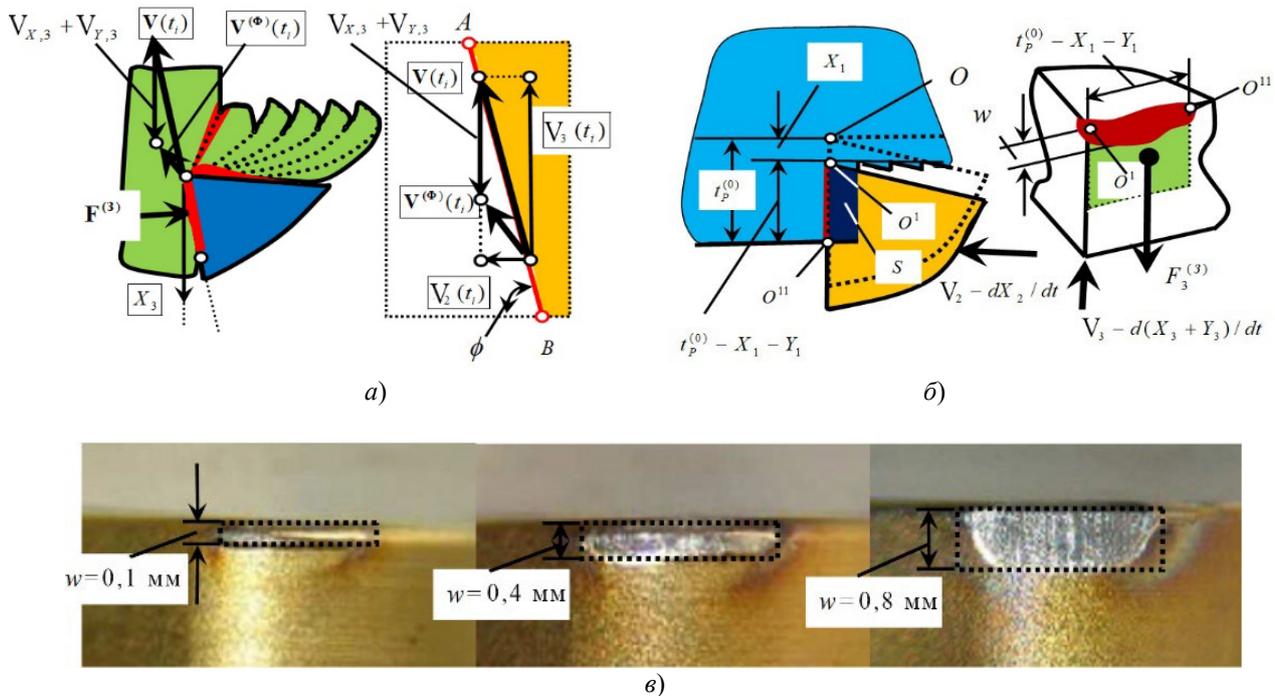
где  $\rho$  – давление на переднюю грань, кг/мм;  
 $\mu$  – безразмерный параметр;  $\zeta$  – коэффициент,  $\text{с}\cdot\text{м}^{-1}$ ;  $T^{(0)}$  – постоянная времени стружкообразования. Системы (1) – (4) позволяют определить  $X$ ,  $Y$  и  $L^{(\Phi)}$ , а также проанализировать устойчивость траекторий.

*Эволюционные изменения.* Примером эволюции является износ инструмента, которому соответствует изменение параметров  $\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  в уравнениях (1) – (4):

$$p_i = p_{i,0} + \Delta p_i(w), \quad (5)$$

где  $p_{i,0}, i=1, 2, \dots, n$  – параметры при  $w=0$ ;  $\Delta p_i$  – их приращения. Будем считать заданными траектории мощности  $N(t)$  и работы  $A(t)$ . Очевидно,  $A(t) = \int_0^t N(t) dt$ .

Совокупность  $N(t) = dA / dt, A(t)$  характеризует фазовый портрет в плоскости «работа – мощность». От  $N = \varphi(A)$ , приведенной к длине контакта (« $O^1 - O^{11}$ » на рис. 2), зависит изнашивание [11, 12].



**Рис. 2. Схема формирования износа инструмента по задней грани:**

*a* – образование длины контакта режущего лезвия; *b* – схема оценивания ленточки износа по задней грани; *в* – фотографии износа по задней грани

**Fig. 2. Diagram of the tool wear formation along the back face:**

*a* – formation of the contact length of the cutting blade; *b* – diagram of the assessment of the wear point along the back face; *c* – photos of wear along the back face

При обработке инструментом из твердого сплава износ наблюдается в основном по задней грани (рис. 2, в). Тогда необходимо рассматривать  $A(t)$  и  $N(t)$  в области контакта задней грани. Поэтому необходимо

рассмотреть модель сил  $F^{(3)} = \{F_1^{(3)}, F_2^{(3)}, F_3^{(3)}\}^T$ , действующих на заднюю грань. Нас интересует работа и мощность по направлению движения инструмента. Поэтому необходимо знать силу  $F_3^{(3)}$  и выразить

ее через координаты состояния (рис. 2, а, б). После врезания (см. рис. 2, а) формируется траектория следа под углом  $\varphi = \arctg(v_3 / v_2)$  (см. рис. 2, б). Направление  $\varphi$  обозначено «А – В» (см. рис. 2, б). При увеличении  $(v_{X,3} + v_{Y,3})$ , как показано на векторной диаграмме на рис. 2, б, имеет место изменение направления движения инструмента в сторону заготовки. При этом силы на задней грани возрастают, увеличивается площадь контакта (см. рис. 2, б), а также суммарная мощность.

При смещении вектора в затемненную область инструмент отходит от заготовки и уменьшается площадь срезаемого слоя  $S$  (см. рис. 2, а). Если система устойчива и не возмущена, то траектория по направлению «А – В» (см. рис. 2) является аттрактором. За счет возмущений или при потере устойчивости образуется периодическое сближение и отталкивание граней от заготовки. Для моделирования  $F^{(3)}$  удобно рассматривать агрегированные координаты:

$$v = (v_2 + v_2^{(\Delta)}(t) - dX_2 / dt) / (v_3 + v_3^{(\Delta)}(t) - dX_3 / dt); v^* = v_2 / v_3. \quad (6)$$

Представляя увеличение сил при сближении экспонентой, имеем:

$$F_3^{(3)} = k_\phi k_T F_0 + k_T \rho_0 \{ [t_p^{(0)} - X_1(t) - Y_1(t)] \exp[\zeta(v - v^*)] \}, \quad (7)$$

где  $\rho_0$  – сила, приведенная к длине контакта, кг/мм;  $\zeta$  – безразмерный параметр;  $k_T$  – коэффициент трения;  $k_\phi$  – коэффициент упругого восстановления. Тогда с учетом (7) получаем

выражение для мощности  $N$  в области контакта задней грани, приведенной к длине контакта режущего лезвия (отрезок « $O^1 - O^{11}$ » на рис. 2):

$$N = \left\langle \frac{k_\phi k_T}{[t_p^{(0)} - X_1(t) - Y_1(t)]} F_0 + k_T \rho_0 \{ \exp[\zeta(v - v^*)] \} \right\rangle [v_3 - v_{X,3} - v_{Y,3}]. \quad (8)$$

Таким образом,  $N$  зависит практически от всех параметров (4) и (7) и от режимов, задаваемых ТИЭС. Скорость  $v^{(w)}(t)$  связана с  $v^{(L)}(L)$  соотношением:

$$v^{(w)}(L) = \frac{dw}{v_p dt} = \frac{v^{(w)}(t)}{v_3 - dX_3 / dt - dY_3 / dt}, \quad (9)$$

которое показывает, что (9) может иметь минимум при варьировании скорости  $v_3$ , который зависит от параметров модели. Скорость  $v^{(w)}(t)$  можно оценить на основе интегрального уравнения Вольтера [12, 13] относительно

мощности  $N(t)$  по работе  $A(t)$ . Следовательно,

$$v^{(w)}(t) = \alpha_1 N(t) + \alpha_2 \int_0^A W(A - \xi) N(\xi) d\xi, \quad (10)$$

где  $\alpha_1$  – коэффициент,  $\text{кг}^{-1}$ ;  $\alpha_2$  – коэффициент размерности,  $\text{кг}^2 \cdot \text{м}^{-1}$ ;  $W(t - \zeta)$  – безразмерное ядро интегрального оператора, учитывающее два конкурирующих процесса адаптации и деградации взаимодействующих поверхностей. Их удобно моделировать ядром

$$W(A - \xi) = \{ -\exp[-\lambda_1(A - \xi)] + \mu_v \exp[\lambda_2(A - \xi)] \}, \quad (11)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  – параметры размерности,  $\text{кгм}^{-1}$ ;  $\mu_v$  – безразмерный коэффициент. Если известно  $v^{(w)}$ , то

$$w(t) = \int_0^t v^{(w)}(\xi) d\xi. \quad (12)$$

Параметры  $\lambda_1, \lambda_2, \mu_v, \alpha_1, \alpha_2$  и их связь с износом определяются экспериментально. Приведем пример продольного точения вала из стали 20Х при режимах:  $t_p^{(0)} = 1,0$  мм,  $S_p^{(0)} = 0,1$  мм. На рис. 3 приведены примеры траектории эволюции износа в функции времени и деформационных смещений инструмента при различных начальных значениях параметра  $\rho(0) = \text{var}$ . На иллюстрациях точки бифуркаций обозначены: *A, B, C, D, E*. Им соответствуют аналогичные точки на кривой развития износа. Это точки изломов на кривых эволюции. Во всех случаях скорость изнашивания положительна, то есть  $dw/dt > 0$ , т. к. развитие износа связано с необратимыми преобразованиями энергии.

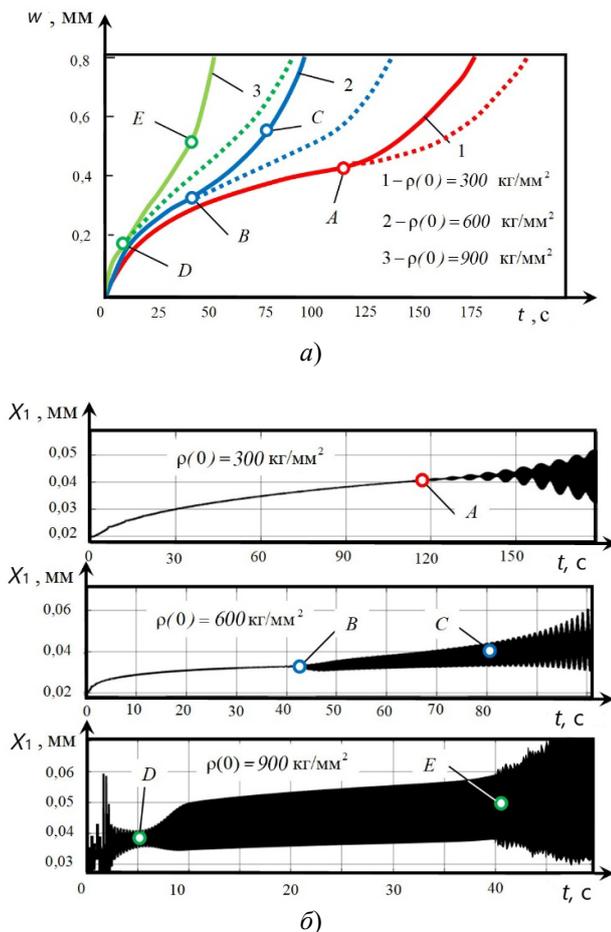


Рис. 3. Пример эволюции износа (а) и траектории деформационных смещений (б)

Fig. 3. An example of the evolution of wear (a) and the trajectory of deformation displacements (b)

Если при вычислении эволюции рассматривать квазистатику, то обнулив все производные в уравнении динамики, получим кривые, показанные пунктиром после первой точки бифуркаций. Таким образом, после потери устойчивости и формирования притягивающих множеств деформаций интенсивность изнашивания инструмента возрастает. В зависимости от начальных значений  $\rho(0)$  в системе формируются все типы притягивающих множеств, рассмотренных ранее [9 – 12]. Притягивающим множествам деформаций соответствуют нелинейные периодические изменения сил, действующих на задние грани (рис. 4). Они возрастают при увеличении колебательных скоростей в направлении  $X_2$  (рис. 4). Этим всплескам соответствуют почти  $\delta$  образные увеличения мощности. Если принять гипотезу о преобразовании мощности в производство тепла, то мы получим одно из объяснений образования температурных всплесков в узле трения [14]. Их также можно представить в виде импульсной последовательности, параметры которой зависят от вида и размаха притягивающих множеств деформаций. На иллюстрации на участке  $\Delta t$  притягивающим множеством является предельный цикл. Его регуляризация вызывает уменьшение дисперсии расстояний между импульсами. Не будем останавливаться на эффектах эволюции. Отметим, что одной из особенностей резания является эволюция его свойств, которые являются необратимыми. Это свойство необходимо учитывать при создании виртуальных моделей обработки на станках [16, 17].

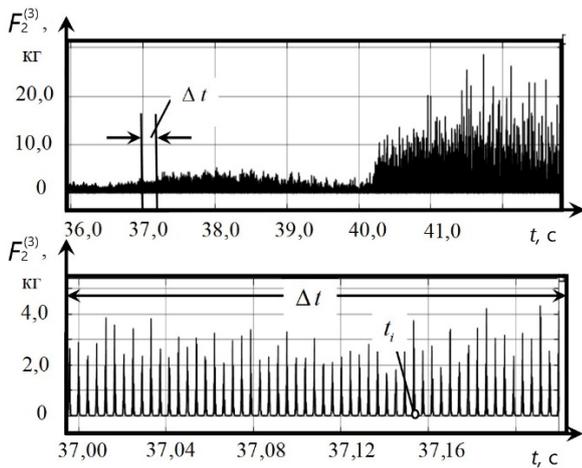


Рис. 4. Изменение сил по задней грани инструмента для системы при  $\rho(0) = 900 \text{ кг/мм}^2$

Fig. 4. Fragment of the change in the applied forces for the back face of the instrument for the system at  $\rho(0) = 900 \text{ kg/mm}^2$

*Синергетический синтез управления.*

Если задана ДСР, выбран инструмент, определена система станок-приспособление-инструмент-деталь (СПИД) и смазка, то единственным фактором управления ДСР является программа ЧПУ. Она определяет ТИЭС и соответствующие ей режимы  $T(L_2) = \{S_p(L_2), t_p(L_2), v_p(L_2)\}^T$ . Совокупность  $T(L_2)$  имеет принципиальное значение для определения программы ЧПУ. При ее определении необходимо согласовать все траектории таким образом, чтобы траектории формирующих движений удовлетворяли требованию

$$L^{(\Phi)}(L) \subset \aleph^{(\Phi)}(L), \quad (13)$$

где  $\aleph^{(\Phi)}(L)$  – множество допустимых терминальных траекторий. Одним из принципиальных требований (13) является асимптотическая устойчивость всех взаимосвязанных траекторий. Тогда терминальные траектории являются аттракторами, к которым естественным образом притягиваются все траектории пространства состояния. При продольном точении вала неизменного диаметра они могут быть заданы, например, совокупностью  $L_i^{(\Phi)}(L_2) \subset \aleph^{(\Phi)}(L)$ , причем каждому  $i = 1, 2, \dots, n$

соответствует своя скорость резания  $v_3^{(i)}$ . Из множества (13) необходимо выбрать такое, при котором минимизируются приведенные затраты на изготовление. Множество  $\aleph^{(\Phi)}(L)$  может быть пустым, если условия обработки и режущий инструмент не позволяют обеспечить (13), то есть поставленные требования к качеству изготовления деталей не достижимы. При определении  $\aleph^{(\Phi)}(L)$  воспользуемся основными положениями синергетической теории управления [1].

Вначале рассмотрим синергетический синтез не эволюционной «замороженной» системы, для которой параметры динамической связи остаются неизменными. Раскроем процедуру синтеза на примере продольного точения штуцера форсунки (длина  $L_{2,0} = 144 \text{ мм}$ , диаметр  $d = 18 \text{ мм}$ , материал сталь 20X, закрепление заготовки в центрах, станок CNC Metal Masters LS360). Величина припуска, определяющего глубину резания, зафиксирована  $t_p^{(0)} = 2 \text{ мм}$ . Для определения закона изменения жесткости  $c^{(Y)}(L_2)$  можно воспользоваться законами изгибных колебаний стержней. Практика показывает, что такую информацию точнее получать экспериментально (рис. 5, а). Значение формируемого резанием диаметра  $d$  (см. рис. 1, а) можно представить в виде:

$$d = 2\{D/2 - L_2(0) + X_1 + Y_1\}. \quad (14)$$

Терминальной траектории должно соответствовать условие  $\Delta r = X_1 + Y_1 = \text{const}$ . Вначале вычислим  $T(L_2)$ , обеспечивающих (14). Из трех параметров выбираем в качестве управляющего величину подачи  $S_p(L_2)$ . Скорость резания определяется из условия минимизации интенсивности изнашивания. Вариации  $L_1$  затруднены, т. к. при реверсировании  $v_1$  приходится сталкиваться с необходимостью изменения знака напряжений в незатянутых соединениях механической части привода. При управлении терминальной

траекторией по критерию (14) будем опираться на принцип разделения движений и асимптотическую устойчивость траекторий. Тогда из (2), (4) имеем:

$$\begin{cases} X_1 = g_{X_1} \rho(t_p^{(0)} - X_1 - Y_1) S_p(L_2); \\ Y_1 = g_{Y_1}(L_2) \rho(t_p^{(0)} - X_1 - Y_1) S_p(L_2), \end{cases} \quad (15)$$

где  $g_{X_1} = \Delta_{X_1} / \Delta$ ;  $\Delta_{X_1} = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}$ ;

$g_{Y_1}(L_2) = \chi_1 [c^{(Y)}(L_2)]^{-1}$ . Причем,  $g_{X_1} = \text{const}$ , а  $g_{Y_1}(L_2)$  является функцией перемещения по оси  $L_2$ . Поставим задачу вычислить  $S_p(L_2)$  т. о., чтобы  $X_1 + Y_1 = \Delta r = \text{const}$ . Из (15) имеем:

$$\Delta r = \frac{\rho S_p(L_2) t_p^{(0)} [g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]}{1 + \rho S_p(L_2) [g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]}, \quad (16)$$

или закон изменения  $S_p(L_2)$  вдоль  $L_2$ , обеспечивающий  $\Delta r = \text{const}$ :

$$S_p(L_2) = \frac{\Delta r}{\rho [t_p^{(0)} - \Delta r] [g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]}. \quad (17)$$

Зависимость (17) позволяет определить  $L_2(t)$ , т. е. программу ЧПУ (векторы управления  $U$  и  $v_U$ ). Проанализируем (16) и (17). На технологические режимы наложим ограничения:

$$T(L_2) \subset \mathfrak{R}_T^{(3)}, \quad (18)$$

где  $\mathfrak{R}_T^{(3)}$  – множество траекторий технологических режимов, удовлетворяющих следующим условиям:

– при этих режимах, входящих в уравнения (4), (7), траектории (17) являются асимптотически устойчивыми. Их устойчивость определяется, прежде всего, обобщенным безразмерным параметром

$k_p = \rho t_p^{(0)} [g_{X_1} + g_{Y_1}(L_2)]$ , характеризующим коэффициент усиления внутрисистемной обратной связи. Поэтому глубина  $t_p^{(0)}$  ограничена сверху предельной шириной срезаемого слоя;

– имеются ограничения на вариации  $S_p(L_2)$ , диктуемые требованиями к формируемой резанием шероховатости поверхности;

– скорость резания выбирается исходя из минимизации интенсивности изнашивания.

Вначале не будем обращать внимание на ограничения. Тогда отметим следующие особенности формирования  $\Delta r$ :

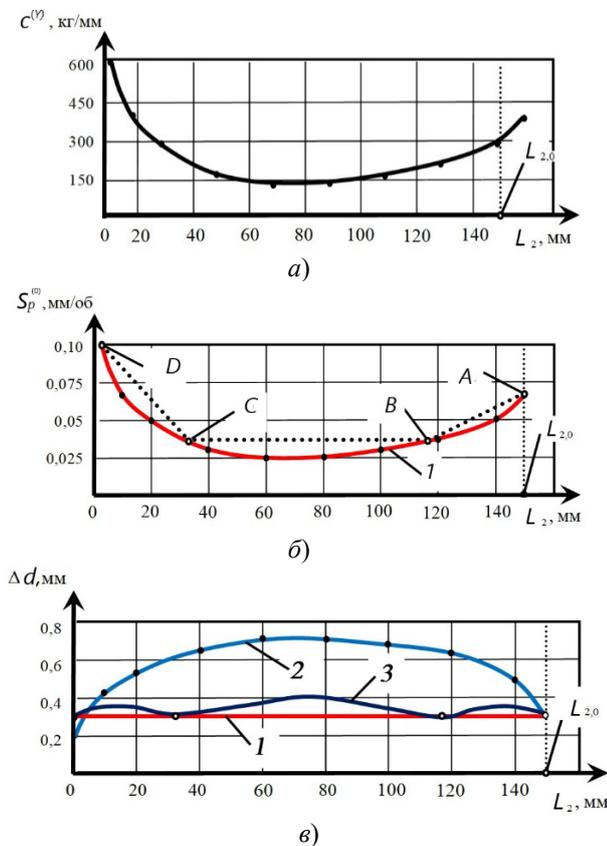
– если задана система, имеющая заданные и неизменные параметры  $\rho$ ,  $g_{X_1}$  и  $g_{Y_1}(L_2)$ , то погрешность возрастает пропорционально увеличению  $S_p$  и  $t_p^{(0)}$ . Поэтому при изготовлении детали выполняется обработка в несколько проходов, и на каждом проходе уменьшаются значения  $S_p$  и  $t_p^{(0)}$ , т. е. переходят от черновой обработки к чистовой;

– при неограниченном увеличении  $k_p$  погрешность приближается к  $t_p^{(0)}$ . Поэтому при заданных параметрах обработку целесообразно осуществлять при малых  $S_p^{(0)}$ . Это известный из практики феномен;

– параметры динамической связи изменяются в ходе эволюции, в том числе  $\rho$  в (16). Поэтому в ходе эволюции изменяется устойчивость, и требуется коррекция  $S_p(L_2)$ .

Определение траектории  $S_p(L_2)$  из (17) выполняется в следующей последовательности. Задаются значения  $t_p(L_2)$ ,  $v_p(L_2)$ , исходя из условий эффективности обработки при минимизации изнашивания [15]. Затем по (17) вычисляется траектория  $S_p(L_2)$  и определяется программа ЧПУ. Для обработки штуцера на рис. 5 приведены траектории изменения диаметра детали  $\Delta d$  для плавного изменения  $S_p(L_2)$  (кривая 1 на рис. 5 б, в), для случая линейной интерполяции функции по четырем

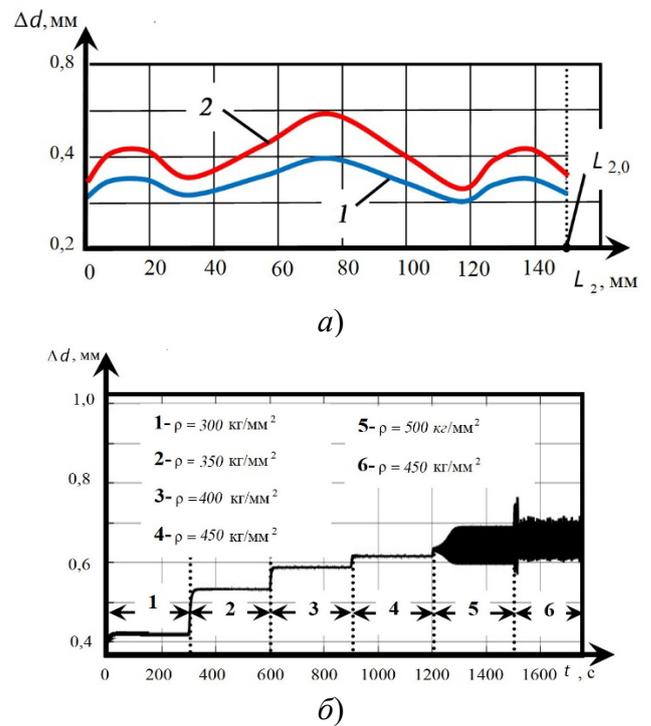
точкам  $A, B, C, D$  (кривая 3), а также при обработке  $S_p(L_2) = \text{const}$  (кривая 2). Как уже отмечено, за счет эволюции изменяются все параметры формируемой резанием динамической связи. В результате равновесие в системе не только может потерять устойчивость, но и изменяются терминальная траектория и формируемый диаметр. На рис. 6, *a* приведен пример изменения погрешности диаметра в функции  $L_2$  для случая рис. 5, *в* (кривая 3), а также примеры изменения траекторий деформаций по мере увеличения износа на участке  $L_2 \in (70...75)$  мм.



**Рис. 5. Пример согласования изменения радиальной жесткости заготовки (а), заготовки с величиной подачи  $S_p(L_2)$  (б) при вариации диаметра (в)**  
1 – полное согласование; 2 – обработка с постоянной подачей; 3 – линейная интерполяция подачи по четырем узловым точкам (A – B – C – D)

**Fig. 5. Example of matching changes in the radial stiffness of the workpiece (a), workpiece with the feed value  $S_p(L_2)$  (b) variations in diameter (c)**  
1 – full alignment; 2 – process work with constant feed; 3 – linear interpolation of feed at four nodal points (A – B – C – D)

По мере развития износа изменяются параметры. Параметр  $\rho$  возрастает с 300 до 500 кг/мм<sup>2</sup>. В результате увеличивается диаметр и нарушается устойчивость. В этом случае в его окрестности образуется устойчивый предельный цикл, а при  $\rho = 550$  кг/мм<sup>2</sup> формируется хаотический аттрактор. Как правило, дополнительные колебания, генерируемые системой, вступают в противоречие с условиями (13). По мере развития износа для  $\Delta r = \text{const}$  необходимо уменьшать  $S_p$ .



**Рис. 6. Эволюционные изменения:**  
*a* – изменение диаметра по мере развития износа: 1 –  $w = 0...0,1$  мм; 2 –  $w = 0,6...0,8$  мм; *б* – изменение траекторий

**Fig. 6. Evolutionary changes:**  
*a* – change in diameter as wear develops: 1 –  $w = 0...0,1$  mm; 2 –  $w = 0,6...0,8$  mm; *b* – change in trajectories

## Результаты

Системный синергетический принцип анализа и управления обработкой на станках с ЧПУ ЭВМ, основанный на расширении – сжатии размерности пространства состояния ДСР, открывает новое направление анализа и синтеза управляемого процесса резания.

Принцип расширения основан на раскрытии ДСР, связывающей ТИЭС и выходные характеристики обработки. Это пространство включает подсистемы инструмента и заготовки, объединенные связью, формируемой резанием. Его анализ позволяет учитывать деформации, силы и мощность необратимых преобразований энергии в отдельных зонах резания. Показано, что в зависимости от траектории мощность работа наблюдается эволюционная перестройка процесса резания, в том числе интенсивности изнашивания инструмента. Здесь необратимые преобразования энергии выступают в качестве генератора изменения свойств, следовательно, выходных характеристик обработки. Отсюда вытекает, например, зависимость интенсивности изнашивания инструмента от параметров динамических подсистем со стороны инструмента, детали, и эволюционно изменяющихся параметров динамической связи. Эволюционные свойства системы также зависят от начальных параметров, а оптимальное значение скорости резания, при которой интенсивность изнашивания минимальна, также зависит от траектории износа.

### Заключение

Одним из перспективных направлений обработки деталей заданного качества при минимизации приведенных затрат на изготовление является использование синергетического принципа согласования внешнего управления (программы ЧПУ) с внутренней динамикой системы. Он открывает новые возможности увеличения эффективности обработки на станках с ЧПУ ЭВМ, в которых принцип управления на основе подчинения заменяется принципом согласования. При этом учитываются естественные свойства системы вплоть до ее эволюционной перестройки. Также приведенные алгоритмы и разработанные программы являются базой для построения нового класса цифровых двойников изготовления деталей на станках с ЧПУ.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Колесников А.А. Синергетика и проблемы теории управления. М.: Физматлит, 2004. 504 с.
2. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Синергетическая концепция при программном управлении процессами обработки на металлорежущих станках // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2021. № 5. С. 24–36.
3. Zakovorotny V., Gvindjiliya V. Process control synergetics for metal-cutting machines // Journal of Vibroengineering. 2022. 24(1). P. 177–189. DOI: 10.21595/jve.2021.22087
4. Рыжкин А.А. Синергетика изнашивания инструментальных материалов при лезвийной обработке. Ростов-на-Дону. ДГТУ, 2019. 289 с.
5. Кудинов В.А. Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967. 359 с.
6. Plusty J., Polacek A., Danek C., Spacek J. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. – Berlin: Verlag Technik, 1962. 320 p.
7. Altintas Y. Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling // JSME International Journal. Seri C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing. 2001. 44 (3). P. 717–723. DOI: 10.1299/jsmec.44.717
8. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of Tool Flank Forces on Complex Dynamics of Cutting Process // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2014. 24(9). P. 189–201. DOI: 10.1142/S0218127414501156
9. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Влияние флуктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2017. № 2 (194). С. 52–61.
10. Zakovorotnyi V.L., Gvindjiliya V.E. Influence of speeds of forming movements on the properties of geometric topology of the part in longitudinal turning // Journal of Manufacturing Processes. 2024. 28. P. 202–213. DOI: 10.1016/j.jmapro.2024.01.037
11. Заковоротный В.Л., Гвинджилия В.Е. Связь самоорганизации динамической системы резания с изнашиванием инструмента // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2020. Т. 28. № 1. С. 46–62. DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-1-46-61
12. Заковоротный В.Л. Моделирование эволюционных преобразований при обработке на металлорежущих станках с помощью интегральных операторов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2004. № 5. С. 26–40.
13. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1974. 431 с.
14. Чичинадзе А.В., Буяновский И.А., Гурский Б.Э. Диаграмма переходов и экранирующего

действия смазочного слоя // Трение и износ. 2002. № 3 (23). С. 334–340.

15. Макаров А.Д. Оптимизация процессов резания. М: Машиностроение, 1976. 278 с.

16. Altintas Y., Kersting P., Biermann D., Budak E., Denkena B. Virtual process systems for part machining operations // CIRP Annals. 2014. 63 (2). P. 585–605. DOI: 10.1016/j.cirp.2014.05.007

17. Altintas Y. Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design. UK: Cambridge University Press, 2012. 366 p. DOI:10.1017/CBO9780511843723

## REFERENCES

1. Kolesnikov A.A. Synergetics and problems of management theory. Moscow: Fizmatlit, 2004, 504 p.

2. Zakorotny V.L., Gwindzhilia V.E. Synergetic concept in software control of machining processes on metal-cutting machines // News of higher educational institutions. Mechanical engineering. 2021, no. 5, pp. 24–36.

3. Zakovorotny V., Gvindjiliya V. Process control synergetics for metal-cutting machines // Journal of Vibroengineering. 2022. 24(1). P. 177–189. DOI: 10.21595/jve.2021.22087

4. Ryzhkin A.A. Synergetics of tool materials wear under edge cutting machining. Rostov-on-Don. DSTU, 2019, 289 p.

5. Kudinov V.A. Dynamics of machine tools. Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p.

6. Tlustý J., Poláček A., Danek C., Špacek J. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Berlin: Verlag Technik, 1962. 320 p.

7. Altintas Y. Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling // JSME International Journal. Seri C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing. 2001. 44 (3). P. 717–723. DOI: 10.1299/jsmec.44.717

8. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of Tool Flank Forces on Complex Dynamics of Cutting Process // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2014. 24 (9). P. 189–201. DOI: 10.1142/S0218127414501156

9. Zakorotny V.L., Gwindzhilia V.E. The influence of fluctuation on the shape-generating trajectories stability with a turning // News of higher educational institutions. The North Caucasus region. Technical sciences. 2017, no. 2 (194), pp. 52–61.

10. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Influence of speeds of forming movements on the properties of geometric topology of the part in longitudinal turning // Journal of Manufacturing Processes. 2024. 28. P. 202–213. DOI:10.1016/j.jmapro.2024.01.037

11. Zakorotny V.L., Gwindzhilia V.E. Link between the self-organization of dynamic cutting system and tool wear // News of higher educational institutions. Applied nonlinear dynamics. 2020, vol. 28, no. 1, pp. 46–62. DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-1-46-61

12. Zakorotny V.L. Modeling of evolutionary transformations in machining on metal-cutting machines using integral operators // News of higher educational institutions. The North Caucasus region. Issue: Natural Sciences. 2004, no. 5. pp. 26–40.

13. Arnold V.I. Mathematical methods of classical mechanics. Moscow: Nauka, 1974, 431p.

14. Chichinadze A.V., Buyanovsky I.A., Gursky B.E. Diagram of transitions and shielding action of the lubricating layer // Friction and wear. 2002, no. 3 (23), pp. 334–340.

15. Makarov A.D. Optimization of cutting processes. Moscow: Mashinostroenie, 1976, 278 p.

16. Altintas Y., Kersting P., Biermann D., Budak E., Denkena B. Virtual process systems for part machining operations // CIRP Annals. 2014. 63 (2). P. 585–605. DOI: 10.1016/j.cirp.2014.05.007

17. Altintas Y. Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design. UK: Cambridge University Press, 2012. 366 p. DOI:10.1017/CBO9780511843723

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Contribution of the authors:** the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 17.03.2024; одобрена после рецензирования 21.04.2024; принята к публикации 05.06.2024.

The article was submitted 17.03.2024; approved after reviewing 21.04.2024; accepted for publication 05.06.2024.